د فورمولونو

او جدولونو ټولګه

Ketabton.com

(ریاضیات، فزیک، کیمیا، جیولوجي او بیولوژي)

د کانکور ازموینې د ګډون کوونکو او د پوهنتون د محصلینو غوره همکار

+۲۰۵۰ فورمولونه

+۴۵ جدولونه

+۹۰ ګرافونه

ترتیب کوونکی: انجنیر محمد اجمل بهرام زوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

د فورمولونو او جدولونو ټولگه

ترتیب کوونکی: انجنیر محمد اجمل بهرام زوی

کمپوز او ډیزاین : انجنیر محمد افضل ذاکر

چاپ لړ: اول

چاپ شمېر: ۱۰۰۰ ټوکه

چاپ کال: ۲۰۱٦ز (۱۳۹۵ل) کابل

خپرندوی: علمي خپرندویه ټولنه/ گردیز

چاپځای: حسین احمد چاپخانه

د دې کتاب د چاپ حق له لیکوال سره خوندي دی .

د ترلاسه کېدو ځایونه:

علمي کتاب پلورنځی

پته: د گردیز بنار، غزني لین، د عبدالحمید گردیزي

مارکیټ، پکتیا ، افغانستان

اړیکشمېرې: +۹۳(۰)۷۷۲۹۳٦۳۴۱/+۹۳(۰)۷۷۲۲۸۸۱۹۰

برېښنالیک: ilmiketabtoon@gmail.com

کابل:

۱- **مستقبل کتاب پلورنځی**

۲- **خیبر کتاب پلورنځی**

جلال اباد:

۱- **مومند کتاب پلورنځی**

۲- **ختیځ کتاب پلورنځی**

۳- **یار کتاب پلورنځی**

خوست: **رحیمي کتاب پلورنځی**

کندهار: **کروړ کتاب پلورنځی**

(c) ketabton.com: The Digital Library

بسم الله الرحمن الرحيم

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه

د لوی خدای«جل جلا له» ډیر شکر ادا کوم چې ماته یې د دې کوچنۍ کتاب د ترتیب کولو وړتیا را په برخه کړه.

څرنګه چې تیرو څو لسیزو جګړو او ناخوالو زموږ د ګران هېواد بیلابیلې بنسټیزې برخې له منځه وړې او یا یې ډیر زیان ور اړولی دی، چې له دې څخه یوه ارزښتناکه برخه د علم او پوهې ده. نو اړینه ده چې هر افغان د هیواد پالنې د حس له مخې د خپل توان تر کچې پورې د ښلابیلو علومو په برخه کې که هغه دیني وي یا ساینسي؛ په بډاینه کې ونډه واخلي. نو دې اړتیا ته په کتو سره مې د (فورمولونو او جدولونو ټولګه) تر سرلیک لاندې دا کوچنی کتاب ترتیب کړ، چې له نېکه مرغه دا دی اوس ستاسو په لاس کې دی.

ددې کتاب د تصحیح په برخه کې د خوست د شیخ زاید پوهنتون ښاغلو استادانو هر یو، پوهندوی امرالله آصفي د کیمیا په برخه کې، پوهنمل علی جان عادل د فزیک په برخه کې او پوهیالي اسد الله سروري او د کابل پوهنتون د ساینس پوهنځي استاد پوهیالی ثمرالدین جبران د ریاضیاتو په برخه کې ډیره مرسته کړې ده.

دا کتاب د ټاټوبي په ملي ژبه (پښتو) کې د خپل ډول لومړنی دی. د دې کتاب څخه د ښوونځیو زده کوونکي په ځانګړې توګه د کانکور د ازموینې ګډونوال او همدارنګه د پوهنتونونو د ښلابیلو پوهنځیو محصلان ګټه پورته کولای شي.

دا کتاب پنځه برخې لري، لومړۍ برخه یې د ریاضیاتو ده چې د حساب، الجبر، مثلثاتو، هندسې، احصایې او احتمالاتو مهم فورمولونه او جدولونه لري، دوهمه برخه یې فزیک، دریمه برخه یې کیمیا، څلورمه برخه یې جیولوجي او پنځمه برخه یې د بیولوژي ده چې هره برخه یې خپل خپل مهم فورمولونه او جدولونه لري.

په پای کې د خپل ګران تره او د بهرام زوی توتاخیل ساختماني شرکت رئیس الحاج محمد داود توتاخیل څخه د زړه له کومې مننه کوم چې د دې کتاب د چاپ مالي لګښت یې پر غاړه واخیست.

څرنګه چې دا لیکنه زما لومړنۍ هڅه ده نو طبعاً به ځینې نیمګړتیاوې ولري، نو د ګرانو لوستونکو څخه هیله لرم چې د نیمګړتیاوو سره د مخامخ کیدو په صورت کې دې د لاسمون لپاره راسره ګډوډې مشورې شریکې کړي.

په درنښت

انجنیر محمد اجمل بهرام زوی (توتاخیل)

mohammadajmalhairan@gmail.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکلر

مضمون مخکښه

د ځینو واحداتو د یو پر بل د اړولو فکتورونه.....1
حساب.....3
الجبر.....9
لوګاریتم.....13
ترادف یا تصاعد.....14
متریکس.....16
ډیټرمینانت.....20
وکتورونه.....23
رابطه.....26
تابع.....27
لیمیټ.....32
مشتق.....35
انتیګرال.....39
د مثلثاتو برخه.....51
مثلثاتي نسبتونه.....54
مثلثاتي معادلې.....63
د هندسې برخه.....67
څلور ضلعي ګانې.....68
فضايي هندسه.....72
تحليلي هندسه.....77
احصائیه.....87
احتمالات.....95
د ترکیبونو څانګړتیاوې.....96
فزیک.....99
سنیماتیک (علم الحرکت).....107
ډینامیک (علم القوه).....109
اتومي فزیک.....113
هستوي فزیک.....114
د نور فزیک.....115
د برېښنا (برق) فزیک.....119
يوناني الفبا.....125
کیمیا.....129
د بېلابېلو مرکباتو مالیکولي فرمولونه.....130

(c) ketabton.com: The Digital Library

بېلابېل ایونونه.....131
د کیمیا ځېنې فرمولونه.....132
عضوي کیمیا.....134
د ځینو الکانونو کیمیاوي فرمولونه.....135
د عضوي مرکباتو عمومي فرمولونه.....135
د بیلابیلو عضوي مرکباتو کیمیاوي فرمولونه.....136
جیولوجي.....139
د ځینې منرالونو کیمیاوي فرمولونه.....140
بیولوژي.....141
مأخذونه.....149

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځینو واحداتو د یو پر بل د اړولو فکتورونه

❖ اوږدوالی (Length)

$1m = 10dm = 10^2 cm = 3.28\,ft = 1.094\,yard = 39.37in$

$1mm = 10^{-3} m \;;\; 1\mu(micron) = 10^{-6} m \;;\; 1nm = 10^{-9} m$

$1\,A(Angstrom) = 10^{-10} m \;;\; 1pm = 10^{-12} m$

$1Km = 10Hm = 10^2 Dm = 10^3 m$

$1\,yard = 0.914m = 3\,ft$

$1\,ft = 12inch \;;\; 1\,inch = 2.54cm$

$1\,mi(mile) = 1760\ yard = 1.609\ Km \;;\; 1ligth - year = 9.461 \cdot 10^{15} m$

❖ مساحت (Area):

$1m^2 = 10^4 cm^2 = 10^6 mm^2 = 10.8 ft^2$

$1Hm^2 = 1Hectare = 10^4 m^2$

$1mi^2 = 640acres = 2.59Km^2$

$1acre = 43560 ft^2 = 4046.9m^2$ ؛

$1\,ft^2 = 144in^2 = 929cm^2$

20 بسواسې = 1 بسوه ; بسوې 20 = 1 جریب

1 = 2000m^2 جریب

❖ حجم (Volume)

$1l(liter) = 10^3 cm^3 , cc , ml = 1.057gt(quart)$

$1m^3 = 10^3 l = 35.32 ft^3 = 264\,u.s.gal(gallon)$

$1\,ft^3 = 7.481\,u.s.gal = 28.32l$

$1u.s.gal = 231in^3 = 3.795l$

$1\,British\ gal = 1.201\,u.s.gal$

$1u.s.Barel = 42u.s.gal = 158.98l$

❖ وخت (Time)

$1\,hr = 60\,\text{min} = 3600s$

$1\,d(day) = 86400s = 24hr$

$1y(year) = 365.25d = 3.156 \cdot 10^7 s$

$1\,century = 100y$

❖ کتله (Mass)

$1kg = 10^3 gr = 2.2lb = 0.068slug = 5000carat$

$1\,ton = 10^3 kg \;;\; 1\,oz(ounce) = 0.028kg = 0.062lb$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$1\,u.s.ton = 907.2kg = 2000lb$; $1slug = 14.593kg$

$1\,u.s.ton = 1016kg = 2240lb$

$1lb = 0.4536kg = 16oz$; $1carat = 0.2gr$

$1\,u.k.stone = 6.35kg = 14lb$

❖ وزن یا قوه (weight & force)

$1\,N = 10^5 dyne = 0.225lb = 7.233poundal$

$1lb = 4.45N$; $1KN = 10^3 N$; $1K(klb) = 10^3 lb$

$1kgf = 9.81N$; $1grf = 981dyne$

❖ زوایه (Angle)

$1° = 60' = 3600'' = 0.0174rad$

$1\,grad = 0.9° = 54' = 0.0157\,rad$

$1\,rad = 57.3° = 63.66\,grad$

$1\,circle = 360° = 400\,grad = 6400mil\,(mils)$

❖ سرعت (Speed)

$$1\frac{m}{s} = 60\frac{m}{\min} = 3.6\frac{km}{hr} = 2.237\frac{mi}{hr}(mph)$$

$$1\frac{ft}{s} = 0.3048\frac{m}{s} = 0.6818\frac{mi}{hr}$$

$$1\frac{mi}{hr} = 88\frac{ft}{\min} = 1.609\frac{km}{hr}$$

❖ فشار (Pressure)

$$1\,pa(pascal) = 1\frac{N}{m^2} = 1.45\cdot 10^{-4}\frac{lb}{in^2}(psi)$$

$1bar = 10^5 pa = 14.5psi$; $1piz = 10^3 pa = 10^4 Barry$

$1\,atm = 1.0132bar = 101.32kpa = 14.69\ psi$

$1\,atm = 76\,cm\,Hg = 1033.23\,cm\,H_2O$

$1ksi = 10^3\,psi = 68.046\ atm$

❖ کار اوانرژي (work & Energy)

$1\,J = 10^7 erg = 0.2389\,Cal = 0.738\ ft\cdot lb$

$1\,Cal = 4.186J = 0.004BTU\,(British\ lhermal\ unit)$

$1\,BTU = 1055\,J$; $1KW\cdot hr = 3.6\cdot 10^6 J = 860\ kcal$

❖ توان (Power)

$$1w(watt) = 1\frac{J}{s} = 3.41BTU/hr$$

$$1HP = 550\frac{ft\cdot lb^f}{\text{scc}} = 74.7w$$

❖ کثافت (Density)

$$1\frac{kg}{m^3} = 10^{-3}\frac{gr}{cm^3} = 0.06243\frac{lb}{ft^3}\ ;\ 1\frac{gr}{cm^3} = 1.940\frac{slug}{ft^3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حساب

په ریاضیاتو کې د ځینې علامو د کارولو هدف

هدف	علامه
اول کمیت مثبت، دوهم منفي	$\pm$
اول کمیت منفي، دوهم مثبت	$\mp$
د دوو کمیتونو مساوي والی	$=$
د دوو کمیتونو نه مساوي والی	$\neq$
د دوو کمیتونو مطابقت لرل	$\equiv$
د دوو کمیتونو متناسب والی	$\propto$ یا $\sim$
د لومړني کمیت لوی والی	$>$
د لومړني کمیت کوچني والی	$<$
لومړنی کمیت ډیر لوی دی	$\gg$
لومړنی ډیر کوچنی دی	$\ll$
لومړي کمیت مساوي یا لوی	$\geq$
لومړي کمیت مساوي یا کوچنی	$\leq$
د دوو کمیتونو تقریباً مساوي والی	$\cong$ یا $\approx$
ادامه لرل	$\Rightarrow$
او	$\wedge$
یا	$\vee$
نسبت	$:$
تناسب	$::$
د هر (x) لپاره	$\forall x$
د (x) د ځینې قیمتونو لپاره	$\exists x$
شامل والی (موجودیت)	$\in$
نه شامل والی (نه موجودیت)	$\notin$
اتحاد	$\cup$
تقاطع	$\cap$
فرعي	$\subset$
غیرفرعي	$\not\subset$
خالي سیټ	$\emptyset$
زاویه	$\angle$
د دوو خطونو عمود والی	$\perp$
د دوو خطونو موازیتوب	$\parallel$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دوو خطونو نا موازیتوب	$\nparallel$
د دوو خطونو مساویتوب او موازیتوب	$\parallel$
د (x) د متحول تغیرات	Δx
د $y = f(x)$ د تابع تغیرات	Δy
د (x_i) د ټولو قیمتونو مجموعه	$\sum x_i$
د (x_i) د ټولو قیمتونو حاصل ضرب	$\prod x_i$
لایتناهي	∞

د عددونو طبقې

مرتبه	عدد	مرتبه	عدد
زر	10^3	سپتلیون	10^{24}
میلیون	10^6	اکتیلیون	10^{27}
بیلیون(میلیارد)	10^9	نونیلیون	10^{30}
تریلیون	10^{12}	کواتواردیسیلیون	10^{45}
کوادریلیون	10^{15}	سکس دیسیلیون	10^{51}
کونیتلیون	10^{18}	ندوم دیسیلیون	10^{60}
سکستیلیون	10^{21}	ګوګول	10^{100}

د عددونو ډولونه

❖ لومړني عددونه: هغه دي چې پرته له یو او خپل ځان څخه په بل عدد پوره د ویش وړ نه وي: $P = \{2,3,5,7,11,\cdots\}$

❖ مرکب عددونه: هغه دي چې پرته له یو او خپل ځان څخه په نورو عددونو هم پوره د ویش وړ وي: $C = \{4,6,8,9,10,\cdots\}$

- د یو (1) عدد نه لومړنی او نه مرکب دی.

❖ طبیعي عددونه: $N = \{1,2,3,4,5,6,7,8,\dots\}$

❖ مکمل عددونه: $N_0 = \{0,1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$

❖ تام عددونه: $Z = \{\dots,-2,-1,0,1,2,\dots\}$

❖ ناطق عددونه: $Q = \{x/x = \frac{a}{b}, a,b \in z \wedge b \neq 0\}$

❖ غیر ناطق عددونه: هغه عددونه دي چې د $\frac{a}{b}$ په شکل نشي وړاندې کیدلای یا هغه عددونه چې نه په اعشاري محدود او نه په متوالي ډول بنودل کیدای شي: $Q' = \{\dots,\sqrt{2},e,\pi,\dots\}$

❖ حقیقي عددونه: $R = \{-\infty,\dots,+\infty\}$

❖ موهومي عددونه: $I_m = \{xi/x \in R \wedge i = \sqrt{-1}\}$

❖ مختلط عددونه: $C = \{x + iy/x,y \in R \wedge i = \sqrt{-1}\}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ دوه مثبت جذرونه: $-\frac{b}{a} > 0$

❖ دوه منفي جذرونه: $-\frac{b}{a} < 0$

❖ هم علامه جذرونه: $\frac{c}{a} > 0$

❖ مختلف العلامه جذرونه: $\frac{c}{a} < 0$

❖ مساوي او مختلف العلامه جذرونه: $b = 0$

❖ يو د بل معکوس جذرونه: $a = c$

غیر مساوات (Inequalities)

د غیر مساواتو ځانګړتیاوې

❖ $a > b \Rightarrow a \pm c > b \pm c$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c > b \cdot c \vee \frac{a}{c} > \frac{b}{c}\ ,\ c > 0$

❖ $a > b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c \vee \frac{a}{c} < \frac{b}{c}\ ,\ c < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}\ ,\ a > 0\ ,\ b < 0$

❖ $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}\ ,\ a > 0\ ,\ b > 0$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a + c > b + d$

❖ $a > b \wedge c > d \Rightarrow a - d > b - c$

❖ $a > b > 0 \wedge n > 0 \Rightarrow a^n > b^n$

❖ $a > b > 0 \wedge n < 0 \Rightarrow a^n < b^n$

❖ $x^2 < a \Rightarrow |x| < \sqrt{a}\ ,\ a > 0$

❖ $x^2 > a \Rightarrow |x| > \sqrt{a}\ ,\ a > 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} > 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) > 0\ ,\ g(x) \neq 0$

❖ $\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Rightarrow f(x) \cdot g(x) < 0\ ,\ g(x) \neq 0$

❖ $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}\ ,\ a > 0\ ,\ b > 0$

انټروالونه (Intervals)

❖ $[a,b] = \{x \in IR: a \leq x \leq b\}$:تړلی انټروال

❖ $(a,b) = \{x \in IR: a < x < b\}$:خلاص

❖ $(a,b] = \{x \in IR: a < x \leq b\}$:له چپ لوري نیم خلاص (له ښي لوري نیم تړلی)

❖ $[a,b) = \{x \in IR: a \leq x < b\}$:له ښي لوري نیم خلاص (له چپ لوري نیم تړلی)

❖ $(-\infty,a) \cup (b,\infty) = \{x \in IR: x < a \vee x > b\}$:د خلاصو انټروالونو اتحاد

❖ $(-\infty,a] \cup [b,\infty) = \{x \in IR: x \leq a \vee x \geq b\}$:د نیمه تړلو انټروالونو اتحاد

مطلقه قیمت (Absolute Value)

❖ $|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$

د مطلقه قیمت ځانګړتیاوې

❖ $|-x| = |x| \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معادلې تشکیلول د جذرونو د مجموعې او حاصل ضرب څخه

$$x^2 + Sx + P = 0$$

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو (m) برابره وي $ax^2 + bmx + cm^2 = 0$ ده

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو مخالف العلامه وي $ax^2 - bx + c = 0$ ده.

❖ هغه معادله چې جذرونه یې د $(ax^2 + bx + c = 0)$ د جذرونو معکوس وي $cx^2 + bx + a = 0$ ده.

د دیکارت قانون

۱) که $\left(\frac{c}{a} > 0\right)$ وي نو دواړه جذرونه هم علامه دي:

الف- که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي دواړه جذرونه مثبت دي.

ب- که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي دواړه جذرونه منفي دي.

۲) که $\left(\frac{c}{a} < 0\right)$ وي نو جذرونه مختلف العلامه دي:

الف- که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د مثبت جذر مطلقه قیمت زیات دي

ب- که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي د منفي جذر مطلقه قیمت زیات دی.

۳) که $\left(\frac{c}{a} = 0\right)$ وي نو یو صفري او بل د صفر خلاف جذر لري:

الف- که $\left(-\frac{b}{a} > 0\right)$ وي د صفر خلاف جذر مثبت دي.

ب- که $\left(-\frac{b}{a} < 0\right)$ وي نو د صفر خلاف جذر منفي دي.

۴) که $\left(-\frac{b}{a} = \frac{c}{a} = 0\right)$ وي دواړه جذرونه صفري دي.

۵) که معادله یو تحول ولري، یو مثبت جذر او که دوه تحوله ولري، دوه مثبت جذرونه او که تحول ونه لري، نو دوه منفي جذرونه به ولري.

-که $\Delta < 0$ شي نو تحول په معادله کې کومه معنا نه لري

پارامتریک معادلې

هغه معادلې چې له اصلي مجهول پرته یو فرعي مجهول هم ولري مثلاً: $mx^2 + 2mx + 12m^2 = 0$

m ته د معادلې پارامتر وایي.

که جذرونه د (m) له جنسه غوښتل شوي وي (Δ) یې تشکیلوو جذرونه یې لاسته راځي، او که په لاندې ډول غوښتل شوي وي نو:

❖ حقیقي جذرونه $\Delta > 0$

❖ مساوي جذرونه $\Delta = 0$

❖ موهومي جذرونه $\Delta < 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د علامو ضرب اووېش (تقسیم) په الجبر کې

❖ $(+)\cdot(+) = + = (+)\div(+)$

❖ $(-)\cdot(-) = + = (-)\div(-)$

❖ $(+)\cdot(-) = - = (+)\div(-)$

❖ $(-)\cdot(+) = - = (-)\div(+)$

معادلې

❖ لومړی درجه یو مجهوله: $ax + b = 0 \;;\; a \neq 0$

❖ دوهمه درجه یو مجهوله: $ax^2 + bx + c = 0$

❖ دریمه درجه یو مجهوله: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

❖ لومړی درجه دوه مجهوله: $ax + by = c$

❖ دوهمه درجه دوه مجهوله: $ax^2 + by^2 = c$

❖ لومړی درجه دری مجهوله: $ax + by + cz = d$

دوهمه درجه یو مجهوله معادلې

$$ax^2 + bx + c = 0 \;\; ; \;\; a \neq 0$$

❖ محمد بن موسی فرمول: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \; ; \Delta = b^2 - 4ac$

❖ د محمد بن موسی د نیمایي فرمول: $x_{1,2} = \frac{-\dot{b} \pm \sqrt{\dot{b}^2 - ac}}{a}$

❖ که $\Delta > 0$ شي نو دوه حقیقي مختلف جذرونه لري.

❖ که $\Delta = 0$ شي نو دوه مساوي جذرونه لري.

❖ که $\Delta < 0$ شي نو دوه موهومي جذرونه لري.

د دوهمه درجه یو مجهوله معادلو د جذرونو عملیې:

❖ د جمعې حاصل: $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

❖ د تفریق حاصل: $|x_1 - x_2| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$

❖ د ضرب حاصل: $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

❖ د مربعاتو مجموعه: $x_1{}^2 + x_2{}^2 = S^2 - 2P = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$

❖ د مکعباتو مجموعه: $x_1{}^3 + x_2{}^3 = S^3 - 3PS = \frac{3abc - b^3}{a^3}$

❖ معکوسه مجموعه: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$

❖ معکوس تفریق: $\left|\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{c}\right|$

❖ معکوس ضرب: $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{a}{c}$

❖ د دوهمې درجې یو مجهوله معادلې تشکیلول چې جذرونه یې معلوم وي: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

یا: $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الجبر (Algebra)

پولینوم

❖ که د P(x) پولینوم په (x-a) ووېشو د باقیمانده قضیې پر بنسټ پاتې(باقي) له P(a) سره مساوي ده.

❖ که د P(x) پولینوم په (x-a) ووېشو او پاتې (باقي) صفر شي نو (x-a) د P(x) د پولینوم یو فکتور دی.

❖ د فکتور د معکوسې قضیې په اساس که (x-c) د M(x) د پولینوم یو فکتور وي، نو M(c)=0 او د (c) عدد د M(x)=0 د پولینومي معادلې یو جذر دی.

❖ همو جنه افاده: چې د ټولو حدونو درجې یې سره مساوي وي:

$$a^2b^3 + bc^4 - z^5 + x^3y^2$$

مطابقتونه یا عینیتونه (Identities)

❖ $(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n}{2!}a^{n-2}b^2 + \cdots + b^n$

❖ $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-مثبت تام عدد دونه دي

❖ $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \cdots + b^{n-1})$

n-طاق مثبت تام عدد دونه دي

❖ $a^n + b^n = \left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} - \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]\left[a^{\frac{n}{2}} + b^{\frac{n}{2}} + \sqrt{2(ab)^{\frac{n}{2}}}\right]$

n- جفت مثبت تام عدد دونه دي

❖ د دوه جمله یي k-ام حد: $\frac{n!}{(k-1)!\cdot(n-(k-1))!}a^{n-(k-1)}b^{k-1}$

❖ په انکشاف ورکړشوي شکل کې د حدونو شمېر: $n+1$

❖ په انکشاف ورکړشوي شکل کې د ضریبونو مجموعه:

که a او b متحولین وي: $(a+b)^n = 2^n$

که x او y متحولین وي: $(ax+by)^n = (a+b)^n$

مثلاً: $(3x+4y)^3 \Rightarrow (3+4)^3 = 7^3 = 343$

د ځینې مطابقتونو انکشاف ورکړشوی یا د تجزیې شکل:

❖ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

❖ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

❖ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

❖ $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

❖ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2$

❖ $a^2 + b^2 = (a+b-\sqrt{2ab})(a+b+\sqrt{2ab})$

❖ $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2 - \sqrt{2a^2b^2})(a^2 + b^2 + \sqrt{2a^2b^2})$

❖ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \cdots}}} = \frac{\pm 1 + \sqrt{4a+1}}{2}$
- $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x \ldots \sqrt{x}}}} = \sqrt[2^n]{x^{2^n-1}}$ ، $n \rightarrow$ جذرونو تعداد

د کسري عددونو عملیې

- $a \pm \frac{b}{c} = \frac{ac \pm b}{c}$
- $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm b}{b}$
- $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$
- $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$
- $\left(a \pm \frac{b}{c}\right)\left(d \pm \frac{f}{e}\right) = \frac{(ac \pm b)(ed \pm f)}{ce}$

د دوو عددونو او د دوی د کوچني مشترک مضرب او لوی مشترک قاسم تر منځ اړیکه

- $G.C.D \times L.C.M = a \times b$

د تناسب خاصیتونه

- $\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$ ، $\frac{a}{b} = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{m}{n}$
- $\frac{a}{m} = \frac{b}{m}$ ، $m = m \Rightarrow a = b$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ یا $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b \pm a} = \frac{c}{d \pm c}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{h \cdot a}{b} = \frac{h \cdot c}{d}$ یا $\frac{a}{h \cdot b} = \frac{c}{h \cdot d}$
- $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

اوسط

❖ حسابي اوسط: $A_A = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

❖ هندسي اوسط: $A_G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \ldots \cdot x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$

❖ هارمونیک (مؤلفه) اوسط: $A_H = \frac{2a \cdot b}{a+b}$

❖ ګډه اړیکه یې: $A_G{}^2 = A_A \cdot A_H$ ، $A_A \geq A_G \geq A_H$

ربحه او زکات

❖ ساده ربحه: $R = \frac{S \cdot M \cdot N}{100}$ (Nنرخ، Mموده، Sسرمایه)

❖ مرکبه ربحه: $R = P - A$ ، $P = A(1+N)^n$

A لومړنی سرمایه، P اخري سرمایه، n د کلونو شمېر

❖ زکات: $\text{زکات} = \frac{\text{سرمایه}}{40}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

طاقت

که چیرې $a, b \in R^+;\ m, n \in Z$ وي

$$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}_{m-\text{خلي}} = \prod_{i=1}^{m} a \quad ; m > 0$$

د طاقت قوانين

- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$
- $(\frac{a}{b})^{-m} = (\frac{b}{a})^m$
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $a^0 = 1 \quad ; a \neq 0$

جذر

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}; (a, b \in R^+ \cup \{0\}; m, n \in N)$

د جذر قوانين

- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$
- $\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^p} = \sqrt[n]{a^{m+p}}$
- $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[n \cdot m]{a^m \cdot b^n}$
- $\sqrt[n]{a^p} \cdot \sqrt[m]{a^q} = \sqrt[n \cdot m]{a^{pm+nq}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a^m}}{\sqrt[n]{a^p}} = \sqrt[n]{a^{m-p}}$
- $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} \quad , b \neq 0$
- $\frac{\sqrt[n]{a^x}}{\sqrt[m]{a^y}} = \frac{\sqrt[m \cdot n]{a^{x \cdot n}}}{\sqrt[n \cdot m]{a^{y \cdot m}}} = \sqrt[mn]{a^{xn-ym}}$
- $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a^{n-m}}$
- $(\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$
- $(\sqrt[n]{a})^n = a$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a^p}} = \sqrt[mn]{a^p}$
- $a \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$
- $a \cdot \sqrt[n]{x} + b \cdot \sqrt[n]{x} + c\sqrt[n]{x} = (a + b + c) \cdot \sqrt[n]{x}$
- $\frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a} \quad , a \neq 0$
- $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$
- $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a-b} \quad , a, b \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په هغه صورت کې چې: $A \subset B \wedge B \subset A$

❖ فرعي سټ: A د B فرعي سټ دی هغه وخت چې د A ټول عناصر په B کې شامل وي. $A \subset B$

❖ د فرعي سټونو شمېر: (n د عناصرو شمېر) 2^n

❖ د خاص فرعي سټونو شمېر: $2^n - 1$

❖ د سټونو تقاطع: د A او B دوو سټونو د تقاطع سټ هغه دی چې عناصر یې هم په A او هم په B کې شامل وي.

$$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$$

❖ د سټونو اتحاد: د A او B دوو سټونو د اتحاد سټ هغه دی چې عناصر یې لږ تر لږه په A یا B کې شامل وي.

$$A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$$

❖ د سټونو د تقاطع اتحادي خاصیت:

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

❖ د سټونو د اتحاد اتحادي خاصیت:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

❖ غیر مشترک (مجزا) سټونه: هغه سټونه چې هیڅ مشترک (ګډ) عنصرونه لري لکه A او B سټونه: $A \cap B = \phi$

❖ معین سټ: چې عناصر یې معین او دشمیرلو وړ وي:

$$A = \{a, b, c, d\}$$

❖ غیر معین سټ: چې عناصر یې د شمیرلو وړ نه وي:

$$B = \{1, 2, 3, \cdots\}$$

❖ د سټونو سټ: چې ټول عناصر یې سټونه وي:

$$P = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{a, c\}\}$$

❖ د طاقت سټ: چې عناصر یې د یوه بل سټ فرعي سټونه وي: د A سټ د طاقت سټ:

$$A = \{x, y, z\} \; ; \; P(A) = \{\phi, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{x, z\}, \{y, z\}, A\}$$

❖ د دوو سټونو تفاضل: A تفاضل د B یا $A \backslash B$ هغه سټ دی چې عناصر یې په A کې شامل او په B کې شامل نه وي.

$$A \backslash B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

د سټونو متناظر تفریق: د $A - B$ او $B - A$ سټونو اتحاد د A او B سټونو متناظر تفریق دی:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$

یا: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) \Rightarrow A \Delta B = B \Delta A$

❖ مکمله سټ: که چېرې $B \subset A$ وي، نو $A \backslash B$ ته د B مکمله سټ وایي.

$$B' = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$i^{4n} = 1$; $i^{4n+1} = i$

$i^{4n+2} = -1$; $i^{4n+3} = -i$

په هغه صورت کې چې (i) د موهومي عددونو واحد او $n \in N_0$ وي

❖ د $z = x + yi$ مختلط عدد مزدوج: $\bar{z} = x - yi$

❖ د یو مختلط عدد د مزدوج خانګړتیاوې:

1) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z_1} + \bar{z_2}$

2) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z_1} - \bar{z_2}$

3) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z_1} \cdot \bar{z_2} = \bar{z_2} \cdot \bar{z_1}$

4) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z_1}}{z_2}$

5) $z + \bar{z} = 2x$

6) $z - \bar{z} = 2yi$

7) $\bar{\bar{z}} = z$

8) $z \cdot \bar{z} = x^2 + y^2$

❖ د عددونو د ستونو ترمنځ اړیکه: $N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$

دوښ قابلیت

❖ پر ۲: چې یو یز رقم یې صفر یا جفت وي.

❖ پر ۳: چې د رقمونو مجموعه یې پر ۳ د وښ وړ وي.

❖ پر ۴: چې اولي دوه رقمونه یې صفر یا پر ۴ د وښ وړ وي.

❖ پر ۵: چې یو بز رقم یې صفر یا ۵ وي.

❖ پر ۶: چې یو وخت پر ۲ او ۳ د وښ وړ وي.

❖ پر ۷: د لومړي رقم ۲ چنده له باقي عدد څخه منفي کوو حاصل به صفر یا پر ۷ د وښ وړ وي.

❖ پر ۸: چې اولي ۳ رقمونه یې صفر یا پر ۸ د وښ وړ وي.

❖ پر ۹: چې د رقمونو مجموعه یې پر ۹ د وښ وړ وي.

❖ پر ۱۰: چې یو یز رقم یې صفر وي.

❖ پر ۱۱: د یو عدد د جفتو او طاقو رقمونو حاصل تفریق صفر یا پر ۱۱ د وښ وړ وي

❖ پر ۱۲: چې په یو وخت پر ۳ او ۴ د وښ وړ وي.

سټ

❖ د خانګړو شیانو جمع آوري (collection) ته سټ وایي.

❖ معادل ستونه: یو ازې د عناصرو تعداد یې سره مساوي وي.

❖ مساوي ستونه: چې ټول عناصر یې سره یو شان وي. $A = B$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- $|-x| \neq -|x|$
- $|x| \geq x \; ; \; |x| > -x$
- $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $|x - y| > |x| - |y|$
- $|xy| = |x||y|$
- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|} \; , \; y \neq 0$
- $|x| = \sqrt{x^2}$
- $|x^n| = |x|^n$
- $|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

مطلقه قیمت او حل یې $(a > 0)$

- $|x| = a \Rightarrow x = \pm a$
- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a \; ; \; a > 0$
- $|x| > a \Rightarrow x > a \vee x < -a \; ; \; a > 0$
- $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$
- $|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \vee x \leq -a$

لوګاریتم (Logarithm)

- $\log_a y = x \Leftrightarrow y = a^x, \; a \neq 1, \; y, a > 0$

د لوګاریتم ځانګړتیاوې

- $\log_a a = 1$
- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_{a \cdot r} x = \frac{1}{\log_x a + \log_x r}$
- $\log_y x = \frac{\log_a x}{\log_a y}$
- $\log_y x = \frac{\ln x}{\ln y}$
- $\log_a a^r = r$
- $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$
- $\log_{a^r} x = \frac{1}{r} \cdot \log_a x$
- $\log_{a^s} x^r = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- $\log_a \sqrt[s]{x^r} = \frac{r}{s} \cdot \log_a x$
- $\log_a x \cdot \log_x a = 1$
- $\log_a x \cdot \log_r a \cdot \log_s r = \log_s x$
- $\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$
- $a^{\log_a x} = x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $a^{\log_a x+\log_a y} = x \cdot y$

❖ $a^{\log_a x-\log_a y} = \frac{x}{y}$

❖ $a^{\log_r x} = x^{\log_r a}$

❖ $\log_a[\log_b(\log_c x)] = d \Leftrightarrow x = c^{b^{a^d}}$

❖ $\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x = co\log_a x$

❖ $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{x} = \log_a x$

❖ $\log_a x = \log_a y \Rightarrow x = y$

د معمولي او طبيعي لوګاريتم تر منځ اړيکه

❖ $\log x = (0{,}4343) lnx$

❖ $lnx = (2{,}3026)\log x$

❖ $\log_a 0 = \begin{cases} -\infty\ ,\ a > 1 \\ +\infty\ ,\ a < 1 \end{cases}$

يادونه: د معمولي لوګاريتم ټولې ځانګړتياوې د طبيعي لوګاريتم لپاره د پلي کيدو وړ دي.

❖ $lne^{f(x)} = f(x)\ ,\ e^{lnf(x)} = f(x)$

❖ هره لوګاريتمي تابع معکوسه تابع لري چې $f(x) = a^x$ او $g(x) = \log_a x$ تابعګاني يو دبل معکوسې تابعګاني دي او ګرافونه يې د $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دي.

❖ هره لوګاريتمي تابع يو په يو يا انجکتيف $(injective)$ ده. يعنې: د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ دی.

❖ انتي لوګاريتم: که $\log_a y = x$ وي، نو y د x د لوګاريتم انتي لوګاريتم بلل کيږي يعنې: $y = antilogx$

ترادف يا تصاعد (Sequence)

حسابي ترادف

❖ n-ام حد: $a_n = a_1 + (n-1)d$

❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \frac{a_{n-1}+a_{n+1}}{2}$

❖ د ترادف ګڼ توپير چې n-ام او m-ام حدونه يې معلوم وي:

$$d = \frac{a_n - a_m}{n-m}$$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

❖ يا: $S_n = \frac{n}{2}(a_n + a_1)$

❖ د (m) حدونو د شاملولو لپاره ګڼ توپير: $d = \frac{a_n - a_1}{m+1}$

❖ د (n) طبيعي اعدادو مجموعه: $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

❖ د (n) جفتو اعدادو مجموعه: $S_n = n(n+1)$

❖ د (n) طاقو اعدادو مجموعه: $S_n = n^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په حسابي تصاعد کې

1- که د حدونو شمیر طاق وي: منځنی حد $\cdot$ $S_n = n$

2- که منځنی حد معلوم وي: د منځني حد دوه چنده $= a_1 + a_n$

3- کله چې k-ام حد او ګډ توپیر معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k + (n-k)d \, , n > k$$

هارمونیکي ترادف: چې معکوس یې یو حسابي ترادف وي.

❖ هارمونیکي حسابي اوسط: $a_n = \frac{2(a_{n-1})(a_{n+1})}{a_{n-1}+a_{n+1}}$

هندسي ترادف

❖ n-ام حد: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

❖ د ترادف منځنی حد: $a_n = \sqrt{(a_{n-1})(a_{n+1})}$

❖ ګډ نسبت: $r = \sqrt[n-m]{\frac{a_n}{a_m}}$

❖ د (m) حدونو شاملولو لپاره ګډ نسبت: $r = \sqrt[m+1]{\frac{a_n}{a_1}}$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (r^n - 1)}{r-1} \, , \, r > 1$

❖ د (n) حدونو مجموعه: $S_n = \frac{a_1 \cdot (1-r^n)}{1-r} \, , \, r < 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \infty \, , \, r \geq 1$

❖ د لایتناهي حدونو مجموعه: $S_\infty = \frac{a_1}{1-r} \, , \, |r| < 1$

په هندسي تصاعد کې

1- که اول حد، آخر حد او د حدونو شمیر معلوم وي، نو د تصاعد د حدونو د ضرب حاصل مساوي دی له:

$$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$$

2- که د تصاعد د حدونو شمیر طاق وي، نو د حدونو د ضرب حاصل:

$$P_n = \left(\text{منځنی حد}\right)^n$$

3- کله چې k-ام حد او مشترک نسبت معلوم وي نو n-ام حد:

$$a_n = a_k \cdot r^{n-k} \, , \quad n > k$$

سلسلې یا مجموعې (Series)

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n \sum_{k=1}^{n} a_i$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = \sum_{k=1}^{n} 2k = n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{k=1}^{n} (2k-1) = n^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^2+3^2+\cdots+(2n-1)^2=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2=\frac{n(4n^2+1)}{3}$$

$$1^3+3^3+\cdots+(2n-1)^3=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3=n^2(4n^2-1)$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2^k}\approx 1$$

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+..+\frac{1}{n(n+1)}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)}=\frac{n}{n+1}$$

$$1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+\cdots+\frac{1}{(n-1)!}+\cdots=e=2.718281\ldots$$

$$1+x+x^2+x^3+\cdots=\sum_{k=1}^{\infty}(x^k)=\frac{1}{1-x}$$

د سلسلو یا مجموعو ځانګړتیاوې

$$\sum_{k=0}^{n}(-1)^{2k}=1$$

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{2k-1}=-1$$

$$\sum_{k=1}^{n}c=c\cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\cdot\sum_{k=1}^{n}a_k$$

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k\pm b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k\pm\sum_{k=1}^{n}b_k$$

دعدد لیکنې علمي طریقه *Scientific notation*

❖ کولای شو هر عدد د 10 د توان په خیرولیکو، لکه: د N عدد داسې لیکو $N=a\cdot 10^n$ چې په دې حالت کې $1\le a<10$ او n یو تام عدد دی.

متریکس (Matrix)

❖ د (A) یو متریکس:

$$A=(a_{ij})_{m\times n}=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{22} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n}$$

فرعی قطر

اصلی قطر

m د سطرونو شمېر او n د ستونونو شمېر رابنيي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

i د سطر(کرښې) نمبر او j د ستون(ستنې) نمبر رابنيي، مثلاً:

$$a_{ij} = a_{23} \Rightarrow i = 2 \wedge j = 3$$

د متريکسونو ډولونه

❖ سطري متريکس: چې يوازې يو سطر ولري:

$$A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \cdots \quad a_n]_{1\times n}$$

❖ ستوني متريکس: چې يوازې يو ستون ولري:

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}_{m\times 1}$$

❖ صفري متريکس: چې ټول عناصر يې صفرونه وي:

$$0_{2\times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 4}$$

❖ مربعي متريکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر يې سره مساوي وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}_{n\times n}$$

❖ مستطيلي متريکس: چې د سطرونو او ستونونو شمېر يې مساوي نه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

❖ قطري متريکس: له اصلي قطر پرته نور ټول عناصر يې صفر وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ سکالري متريکس: هغه قطري متريکس چې د اصلي قطر عناصر يې سره مساوي وي:

$$A = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ واحد متريکس: چې په سکالري يا قطري متريکس کې د اصلي قطر عناصر د يو(1) عدد وي:

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ ښکتنی مثلثي متريکس: چې د يو مربعي متريکس اصلي قطر څخه پورته عناصر صفرونه وي:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ پورتنۍ مثلثي مټریکس: چې د یو مربعي مټریکس د اصلي قطر څخه ښکته عناصر صفرونه وي:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

یادونه: د ښوونځي په ریاضي کې د پورتني او ښکتني مثلثي مټریکسونو په اړه یو څه تیروتنه شوې ده، په پورته ډول سم دی، د لازیاتو معلوماتو لپاره د ریاضیاتو مهمو کتابونو ته مراجعه وکړئ.(۱۱ ټولګی، ۲ څپرکی، ۲۱۱ مخ)

❖ متقابل(متضاد) مټریکس: چې عناصر یې یو په یو د لومړي مټریکس متضاد وي:

$$A=(a_{ij})_{m\times n} \Rightarrow -A=(-a_{ij})_{m\times n}$$

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3} \Rightarrow -A$$

$$=\begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ ترانسپوز مټریکس: که په لومړي مټریکس کې د سطرونو او ستونو ځایونه تبدیل شي نو دوهم مټریکس ته د لومړي مټریکس ترانسپوز مټریکس وایي:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3\times 2}, A^T=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 9 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}_{3\times 2}, A^T=\begin{bmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}_{2\times 3}$$

❖ د ترانسپوز مټریکس ځانګړتیاوې:

1. $\left(A^T\right)^T = A$
2. $\left(A \pm B \pm C \pm \cdots\right)^T = A^T \pm B^T \pm C^T \pm \cdots$
3. $\left(A \cdot B\right)^T = B^T \cdot A^T$
4. $\left(\alpha \cdot A\right)^T = \alpha \cdot A^T \quad , \quad \alpha \in IR$
5. $\left(-A\right)^T = -A^T$

❖ متناظر مټریکس: یو مربعي مټریکس هغه وخت متناظر دی چې $a_{ij}=a_{ji}$ وي، په متناظر مټریکس کې $A=A^T$ دی:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times 3} = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 7 \\ -2 & 9 & 3 \\ 7 & 3 & 5 \end{bmatrix}_{3\times 3}$$

❖ متوصله یا مجاور (Adjoint) مټریکس: چې د اصلي قطر د عناصرو ځایونه تبدیل او د فرعي قطر د عناصرو علامې

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلي شي:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}_{2\times2}\Rightarrow AdjA=\begin{bmatrix}a_{22} & -a_{12}\\ -a_{21} & a_{11}\end{bmatrix}_{2\times2}$$

د متریکسونو عملیې

❖ جمع او تفریق: دوه متریکسونه هغه وخت جمع او تفریق کولای شو چې هم مرتبه وي:

$$A=(a_{ij})_{3\times3}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$B=(b_{ij})_{3\times3}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\\ b_{31} & b_{32} & b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A+B=C=c_{ij}=\begin{bmatrix}a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13}\\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23}\\ a_{31}+b_{31} & a_{32}+b_{32} & a_{33}+b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

$$A-B=C=c_{ij}=\begin{bmatrix}a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & a_{13}-b_{13}\\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & a_{23}-b_{23}\\ a_{31}-b_{31} & a_{32}-b_{32} & a_{33}-b_{33}\end{bmatrix}_{3\times3}$$

د جمعی او تفریق ځانګړتیاوې:

1. $A+B=B+A$
2. $A-B\neq B-A$
3. $(A\pm B)\pm C=A\pm(B\pm C)$
4. د عینیت عنصر د متریکسونو په جمع کې صدق کوي، خو په تفریق کې صدق نه کوي:

$$A+0=0+A=A$$

❖ ضرب د سکالر ضرب په متریکس کې:

$$A=(a_{ij})_{m\times n},\qquad K\cdot A=(Ka_{ij})_{m\times n}$$

په متریکس کې د سکالر ضرب ځانګړتیاوې:

که چیرې A او B هم مرتبه متریکسونه او $\alpha\wedge B\in IR$ وي نو:

$$1-\alpha(A+B)=\alpha A+\alpha B$$

$$2-(\alpha+\beta)A=\alpha A+\beta A$$

$$3-\alpha(\beta A)=(\alpha\beta)A=\beta(\alpha A)$$

❖ د متریکسونو ضرب: د ضرب لپاره باید د لومړي متریکس د ستونونو شمېر د دوهم متریکس د سطرونو د شمېر سره مساوي وي:

$$A=(a_{ij})_{m\times n},B=(b_{ij})_{n\times q},A\cdot B=C=(c_{ij})_{m\times q}$$

$$(a_{ij})_{m\times n}\cdot(b_{ij})_{n\times q}=\sum_{i,j=1}^{n}a_{ij}\cdot b_{ij}=(c_{ij})_{m\times q}$$

$$A=(a_{ij})_{2\times2}=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}_{2\times2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$B=(b_{ij})_{2\times3}=\begin{bmatrix}b_{11} & b_{12} & b_{13}\\ b_{21} & b_{22} & b_{23}\end{bmatrix}_{2\times3}$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix}a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}\\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}\end{bmatrix}_{2\times3}$$

دمټریکس د ضرب ځانګړتیاوې:

1. په عمومي توګه د دوو متریکسو په ضرب کې:

$$AB\neq BA$$

2. که هم مرتبه متریکسونه وي، نو: $AB=BA$

3. $(AB)C=A(BC)$

4. $(A+B)C=AC+BC$

5. $K(AB)=(KA)B=A(KB)\ ,\ K\in IR$

د متریکسونو لیګل د مستطیلي جدول په ډول:

❖ مثال: لاندې متریکسونه د مستطیلي جدول په ډول ولیکئ.

$a).\ (a_{ij})_{2\times2}=(2i+3j)_{2\times2}$

$a_{ij}=2i+3j\ ;\ a_{11}=2\cdot1+3\cdot1=5$

$a_{12}=2\cdot1+3\cdot2=8\ ,a_{21}=2\cdot2+3\cdot1=7$

$a_{22}=2\cdot2+3\cdot2=10\Rightarrow a_{ij}=\begin{bmatrix}5 & 8\\ 7 & 10\end{bmatrix}_{2\times2}$

$b).\ (a_{ij})_{2\times3}=(3i\cdot j)_{2\times3}\ ;\ a_{ij}=3i\cdot j$

$a_{11}=3\cdot1\cdot1=3\ ,a_{12}=3\cdot1\cdot2=6$

$a_{13}=3\cdot1\cdot3=9\ ,a_{21}=3\cdot2\cdot1=6$

$a_{22}=3\cdot2\cdot2=12\ ,a_{23}=3\cdot2\cdot3=18$

$a_{ij}=\begin{bmatrix}3 & 6 & 9\\ 6 & 12 & 18\end{bmatrix}_{2\times3}$

دیټرمینانټ (Determinant)

❖ $A=(a_{ij})_{m\times m}\Rightarrow detA=|A|$

❖ د (2×2) مرتبې لرونکي متریکس دیترمینانټ:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$$

❖ د (3×3) مرتبې لرونکي متریکس دیترمینانټ:

$$A=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{bmatrix}\Rightarrow|A|=\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}$$

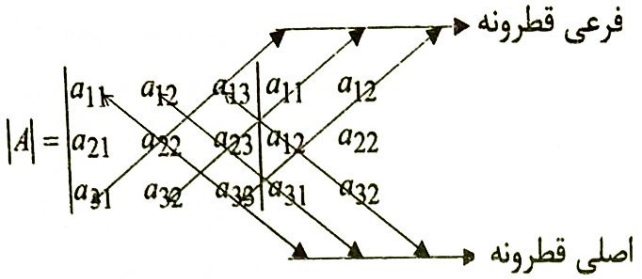
$$=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}$$

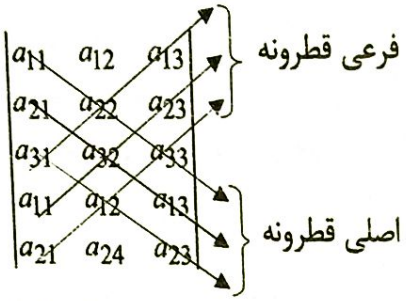
$$-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}$$

دساروس په طریقه د (3×3) مرتبه متریکس د دیټرمینانټ محاسبه:

په دغه طریقه کې د دیترمینانټ دوه لومړي ستونونه نبي لورې ته یا دوه لومړی سطرونه لاندینې برخه کې په لاندې ډول تکرار لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library





$$|A| = (a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23}) - (a_{31}a_{22}a_{13} + a_{11}a_{32}a_{23} + a_{21}a_{12}a_{33})$$

❖ د دیترمینانت ځانګړتیاوې

1- که د $A_{n\times n}$ مټریکس دیوه سطر او یا یوه ستون ټول عناصر صفرونه وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A| = \begin{vmatrix} 0 & a & b \\ 0 & c & d \\ 0 & e & f \end{vmatrix} = 0$$

2- که د $A_{n\times n}$ مټریکس دوه سطرونه یا دوه ستونونه سره مساوي وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0 \quad , \quad |A| = \begin{vmatrix} a & a & d \\ b & b & e \\ c & c & f \end{vmatrix} = 0$$

3- که د $A_{n\times n}$ مټریک دیوه سطر او یا یوه ستون عناصر د بل سطر او یا ستون د عناصرو ګډ فکتور وي، نو:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & b & c \\ \lambda a & \lambda b & \lambda c \\ d & e & f \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} a & b & c \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} = \lambda(0) = 0$$

4- که د A مټریکس دیترمینانت او A^T مټریکس دیترمینانت یوله بل سره مساوي وي: $|A| = |A^T|$

❖ منفرد مټریکس: $A_{n\times n} \Rightarrow |A| = 0$

❖ غیر منفرد مټریکس: $A_{n\times n} \Rightarrow |A| \neq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ معکوس متریکس: B متریکس د A د متریکس معکوس دی هغه و خت چې:

$$AB = B \cdot A = I \text{ (واحد متریکس)} \ , \ B = A^{-1}$$

❖ هغه وخت یو متریکس د معکوس متریکس لرونکی دی چې:

1- متریکس مربعي وي.

2- دیترمینانت یې د صفر خلاف وي.

یادونه: د معکوس متریکس موضوع د 2×2 مرتبې متریکس دی چې له لاندې فورمول څخه لاسته راځي:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj\, A \quad , \quad |A| \neq 0$$

❖ له معکوس متریکس څخه په کار اخیستنې د خطي معادلو د سیستم حل:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = C_1 \\ a_2x + b_2y = C_2 \end{cases} \ , \ A = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \ , \ X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \ , \ B = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot B$$

د خطي معادلو د سیستم حل د کرامر په طریقه

❖ د خطي درې مجهوله معادلو سیستم:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= d_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= d_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= d_3 \end{aligned} \quad , \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

د x, y او z قیمتونه:

$$x = \frac{|A_x|}{|A|} \ ; \ y = \frac{|A_y|}{|A|} \ ; \ z = \frac{|A_z|}{|A|} \ ; \ |A| \neq 0$$

د سیستم زیات شوی متریکس: $\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & d_3 \end{array}\right]$

- د $|A_x|$ د محاسبې لپاره د لومړي ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، د 3×3 ډیترمینانت په لاس راوړو.
- د $|A_y|$ د محاسبې لپاره د دویم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.
- د $|A_z|$ د محاسبې لپاره د دریم ستون پرځای څلورم ستون ځای پرځای کوو، 3×3 دیترمینانت په لاس راوړو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د معادلو د سیستم حل د ګوس $(Gouse)$ **په طریقه**

د ګوس په طریقه د معادلو د سیستم د حل لپاره د ضریبونو متریکس او ثابت قیمتونه لیکو، وروسته په سطرونو او ستونو باندې لومړنی عملیې (جمع، تفریق، ضرب او تقسیم) سرته رسوو یا سطرونه او ستونونه په یو سکالر کې ضربوو چې په پایله کې یو مجهول پاتې کېږي او قیمت یې لاسته راځي، وروسته د نورو مجهولونو قیمت په لاس راوړو، د متریک سطرونه په $R_1, R_2, \cdots$ ښیو.

مثال: لاندې د خطي معادلو سیستم د ګوس په طریقه حل کوو:

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x+3y=7 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1-R_2\to R_2} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2(-1)\to R_2}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{array}\right] \Rightarrow \boxed{y=2} \quad , \quad \begin{array}{l} x+2y=5 \\ x+2(2)=5 \end{array} \Rightarrow x=5-4 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

پاملرنه: $R_1 - R_2 \to R_2$ په دې معنا چې له لومړي سطر څخه (2) سطر تفریق او په (2) سطر کې لیکل شوي دي.

$R_2(-1) \to R_2$ په دې معنا چې دویم سطر په (-1) کې ضرب شوی او په دویم سطر کې لیکل شوی دی.

وکتورونه (Vectors)

❖ وکتور: هغه کمیت دی چې هم مقدار لري او هم جهت لري؛ لکه: قوه، تعجیل،.....

❖ د شعاع وکتور یا د موقعیت وکتور: چې مبدا یې د وضعیه کمیتونو د قایم سیستم په مبدا کې واقع وي.

❖ د وضعیه کمیتونو په قایم سیستم کې د یو وکتور ښودل:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

a_x د x او a_y د y په محور د $\vec{a}$ فاصله او ترتیب ښیي.

❖ د وکتور او x محور تر منځ زاویه:

$$\theta = \arctan\left(\frac{a_y}{a_x}\right)$$

❖ په دوه بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x_i + y_j$$

i او j واحد وکتورونه دي.

❖ واحد وکتور: چې اوږدوالي یې یو واحد وي: $\vec{u} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = 1$

❖ مساوي وکتورونه: چې اوږدوالي یې سره مساوي، هم جهته او موازي وي:

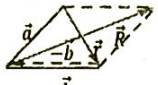
$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \quad , \quad \vec{a} \parallel \vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ صفري وکتور: $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = 0$

❖ مخالف یا منفي وکتورونه: چې اوږدوالی یې مساوي او جهت یې مخالف وي: $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{AO} = -\vec{a}, |\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{AO}|$

د وکتورونو جمع او تفریق (د متوازي الاضلاع په طریقه)



$$\left.\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{a} + \vec{b}\\ \vec{r} &= \vec{a} - \vec{b}\end{aligned}\right\}$$

❖ په دوه بُعدي (مستوي) کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \end{pmatrix}$$

❖ په دوه بُعدي (مستوي) کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \end{pmatrix}, \qquad a \in IR$$

❖ په دري بُعدي فضا کې د وکتور ښودنه:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \overrightarrow{xi} + \overrightarrow{yj} + \overrightarrow{zk}$$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

په دري بُعدي فضا کې x, y او z د محورونو په امتداد واحد وکتورونه دي:

$$i = (1,0,0), \quad j = (0,1,0), \quad k = (0,0,1)$$

❖ په دري بُعدي فضا کې د وکتورونو د جمعې قاعده:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} \acute{x} \\ \acute{y} \\ \acute{z} \end{pmatrix}, \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} x + \acute{x} \\ y + \acute{y} \\ z + \acute{z} \end{pmatrix}$$

❖ په دري بُعدي فضا کې د وکتورونو د سکالري ضرب قاعده:

$$a \cdot \vec{u} = a \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax \\ ay \\ az \end{pmatrix}$$

❖ په دري بُعدي فضا کې د دوو ټکو تر منځ واټن:

$$p_1 = (x_1, y_1, z_1), \qquad p_2 = (x_2, y_2, z_2)$$

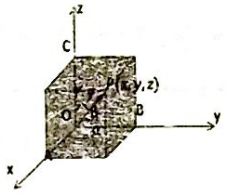
$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

❖ په دري بُعدي فضا کې د یو ټکي واټن له مبدا څخه:

$$|\overrightarrow{p_1 p_2}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

❖ د یوه وکتور د جهت زاویې او کوساینونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\left.\begin{aligned}\overrightarrow{OP}&=\vec{r}\\ \overrightarrow{OA}&=\vec{r_x}\\ \overrightarrow{OB}&=\vec{r_y}\\ \overrightarrow{OC}&=\vec{r_z}\end{aligned}\right\}$$

❖ د $(\vec{r})$ وکتور د جهت کوساینونه

$$\cos\alpha=\frac{x}{r}\Rightarrow x=r\cdot\cos\alpha$$
$$\cos\beta=\frac{y}{r}\Rightarrow y=r\cdot\cos\beta$$
$$\cos\gamma=\frac{z}{r}\Rightarrow z=r\cdot\cos\gamma$$

❖ د جهت د زاویو او کوساینونو ترمنځ اړیکه:

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$$
$$\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=2$$

❖ د دوو وکتورونو سکالري ضرب(په مستوي او یا فضا کې):

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\cos\theta\;;\;\vec{u}\wedge\vec{v}\neq\vec{0}$$

❖ عمودي وکتورونو سکالري ضرب: $\vec{u}\cdot\vec{v}=0\Rightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$

❖ د ضرب تبدیلي خاصیت: $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت په جمع:

$$\vec{u}(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$$

❖ د ضرب توزیعي خاصیت: $(c\cdot\vec{u})\vec{v}=c(\vec{u}\cdot\vec{v})$

❖ د دوو وکتورونو وکتوري ضرب: ($\vec{n}$ واحد وکتور)

$$\vec{u}\times\vec{v}=|\vec{u}||\vec{v}|\cdot\sin\theta\cdot\vec{n}$$

❖ په فضا کې د دوو وکتورونو وکتوري ضرب:

$$\vec{a}=a_1\vec{i}+b_1\vec{j}+c_1\vec{k},\vec{b}=a_2\vec{i}+b_2\vec{j}+c_2\vec{k}$$
$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\ a_1&b_1&c_1\\ a_2&b_2&c_2\end{vmatrix}=\vec{i}\begin{vmatrix}b_1&c_1\\ b_2&c_2\end{vmatrix}-\vec{j}\begin{vmatrix}a_1&c_1\\ a_2&c_2\end{vmatrix}+\vec{k}\begin{vmatrix}a_1&b_1\\ a_2&b_2\end{vmatrix}$$

❖ د وکتوري ضرب خاصیتونه:

$\vec{u}\times\vec{u}=0$

❖ $\vec{u}\times\vec{v}=-\vec{v}\times\vec{u}$

❖ $\vec{u}\times(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\times\vec{v}+\vec{u}\times\vec{w}$

❖ $\vec{u}\times(k\vec{v})=(k\vec{u})\times\vec{v}=k(\vec{u}\times\vec{v}),k\in IR$

د $\vec{u}\times\vec{v}$ وکتور په $\vec{u}$ او $\vec{v}$ وکتورونو عمود دی

❖ د وکتورونو خطي ترکیب:

$$\vec{\alpha}\,\vec{a}=\alpha_1\overrightarrow{a_1}+\alpha_2\overrightarrow{a_2}+\cdots+\alpha_n\overrightarrow{a_n}$$

وکتور د $\overrightarrow{a_n},\ldots,\overrightarrow{a_2},\overrightarrow{a_1}$ وکتورونو خطي ترکیب په نوم یاد یږي

✱ سکالري حاصل ضرب

$\vec{u}\cdot\vec{v}=a_1a_2+b_1b_2+c_1\cdot c_2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پداسې حال کې چې α_1 د $\overrightarrow{a_1}$ وکتور د i, j او k ضریبونو مجموعه وي او په همدې توګه α_2 تر α_n پورې.

❖ په n بُعدي فضا کې د طبیعي واحد وکتورونو د خطي ترکیب په واسطه د یوه وکتور بنودل:

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \cdots + x_n e_n$$

پداسې حال کې چې $(e_1, e_2, \dots, e_n)$ طبیعي واحد وکتورونه دي.

❖ د وکتورونو خطي استقلال: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونه په یوه وکتوري ساحه کې خطي استقلال لري، که چیرې:

$$\begin{cases} \alpha_1 \overrightarrow{a_1} + \alpha_1 \overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n \overrightarrow{a_n} = 0 \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 0 \end{cases}$$

❖ د وکتورونو خطي ارتباط: د $\overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}, \cdots, \overrightarrow{a_n}$ وکتورونه خطاً مربوط (خطي غیرخپلواک) یا خطي انحصارلري، که چیرې یوازې او یوازې، $\alpha_1 \overrightarrow{a_1} + \alpha_1 \overrightarrow{a_2} + \cdots + \alpha_n \overrightarrow{a_n} = 0$ وي او کم ترکمه یوله ضریبونو د $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ څخه خلاف د صفر وي.

❖ د مخلوط ضرب حاصل (دری ګونی ضرب):

لاندې څو امکانه وجود لري:

$i)$ $\vec{a}(\vec{a} \times \vec{b}) = 0$

$ii)$ $(\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} \neq (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c} \neq (\vec{b} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{a}$

$iii)$ $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$

$iv)$ $\vec{a}(\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \times \vec{c}) = \vec{c}(\vec{a} \times \vec{b})$

رابطه (اړیکه)

❖ که $A \wedge B \neq \phi$ وي نو د $A \times B$ هر فرعي سټ له A څخه په B کې یوه رابطه ده، که $(a, b) \in IR$ وي، ویل کیږي چې a له b سره رابطه لري او (aRb) په شکل لیکل کیږي.

❖ خطي رابطه: که چیرې د یوې رابطې ګراف مستقیم خط وي، نو د متحولینونو ترمنځ رابطه خطي ده.

❖ د کارتیزینی ضرب حاصل:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}, \quad A \wedge B \neq \phi$$

❖ که $(A \neq B)$ وي نو: $A \times B \neq B \times A$

❖ که د A سټ د عناصرو شمیر m او B سټ n وي، نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$A\times B$ د عناصرو شمیر $(m\times n)$ دی.

❖ که R که A څخه په B کې یوه رابطه وي، نو:

$$R\subset A\times B$$

❖ که R په A کې یوه رابطه وي نو: $R\subset A\times A$

❖ که د $A\times B$ د عناصرو شمیر $m\times n$ وي، نو د A څخه په B کې دتولو رابطو شمیر:

$$2^{m\times n}$$

❖ د R د تعریف ساحه:

$Dom_R = \{$د مرتبو جوړو لومړني عنصرونه دي$\}$

❖ د R د قیمتونو ناحیه:

$Range_R = \{$د مرتبو جوړو دویمی عنصرونه دي$\}$

❖ د R معکوسه رابطه:

$$R^{-1}=\{(y,x)\mid (x,y)\in R\},\ (x,y)\in R\Leftrightarrow (y,x)\in R^{-1}$$

❖ د R دومین د R^{-1} رینج او د R رینج د R^{-1} دومین دی.

❖ معادله رابطه: د R رابطه د A په سټ کې یوه معادله رابطه ده، که لاندې درې خاصیتونه ولري:

1. انعکاسی خاصیت: $\forall x\in A\Rightarrow (x,x)\in R$
2. تناظری خاصیت: $\forall (x,y)\in R\Rightarrow (y,x)\in R$
3. انتقالي خاصیت: $(x,y)\in R\wedge (y,z)\in R\Rightarrow (x,z)\in R$

مثال: د مساوات رابطه د حقیقی عددونو په سټ کې یوه معادله رابطه ده

تابع (Function)

د ځینو تابع ګانو د تعریف ناحیې او ګرافونه:

❖ ثابته تابع: $f(x)=c\ ;\ Domf(x)=IR$

$$\begin{cases} f(x)=\frac{3}{2} \\ f(x)=2 \end{cases}$$

❖ د عینیت تابع: $y=f(x)=x,\ Domf(x)=IR$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مطلقه قیمت تابع: $y = f(x) = |x| \; ; Domf(x) = IR$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

❖ پولینومي تابع:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \; ; n \in N \; ; \; Domf(x) = IR$$

$$y = 3x^3 - 6x^2 + 5x - 2$$

a) خطي تابع: $f(x) = ax + b \; ; a \neq 0$

$Domf(x) = IR$

$$\begin{cases} f(x) = 0.5x \\ f(x) = x - 1 \end{cases}$$

b) دویمه درجه تابع: $f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0$

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3 \\ y = 2x^2 - 4 \end{cases}$$

❖ ناطقه تابع: $f(x) = \frac{p(x)}{g(x)} \; ; \; g(x) \neq 0$

$Domf(x) = IR - \{g(x) = 0\}$

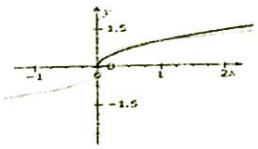
$$y = \frac{x}{x^2 - 9}$$

❖ جذري تابع:

- د جذر درجه طاقه ده: $y = \sqrt[2n-1]{g(x)} \; ; \; Domy = IR$
- د جذر درجه جفته ده: $y = \sqrt[2n]{g(x)}$

$Domy = \{x/x \in IR, g(x) \geq o\}$

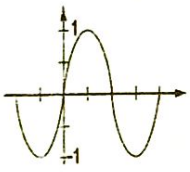
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = \sqrt[3]{x} \end{cases}$$

❖ مثلثاتي تابع: مثلاً:

$y = \sin x$



$Domy = IR\ , R_y = [-1,1]$

❖ معکوسه مثلثاتي تابع: مثلاً:

$y = \sin^{-1} x = arc\sin x \Rightarrow x = \sin y$

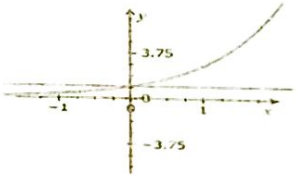
$Domy = [-1,1]\ , R_y = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

❖ هوموگرافیک تابع: $y = \frac{ax+b}{cx+d}\ ;\ c \neq 0$

$Domy = IR - \{cx + d = 0\}$

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$$

❖ اکسپونشیل تابع: $f(x) = a^x\ , f(x) = e^x; D_f = IR$



❖ لوګاریتمي تابع: $y = \log_a g(x)$

$Domy = \{x/x \in IR\ , g(x) > 0\}$

$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = \log_{10} x \end{cases}$$

د اکسپونشیل تابع ځانګړتیاوي

1. د هرې تابع $Dom = IR$ او $Range = IR^+$ دی.
2. هره تابع یې یو په یو $(injective)$ ده.
3. هره تابع یې د $a > 1$ لپاره متزایده، د $a < 1$ لپاره متناقصه او $a = 1$ لپاره ثابت تابع ده.
4. د هرې تابع ګراف یې د $(0,1)$ ټکي څخه تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

5. د $f(x)=a^x$ او $g(x)=a^{-x}$ تابع ګانو ګرافونه نظر (y) محور ته متناظر پراته دي.

6. هر تابع يې معکوس لري چې معکوسه تابع يې $\log_a x$ ده.

❖ تابع په يوه انټروال کې متزايده ده که:

$$if\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)\ ;\ x_1, x_2 \in D_f$$

❖ تابع په يوه انټروال کې متناقصه ده که:

$$if\ x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)\ ;\ x_1, x_2 \in D_f$$

❖ جفته تابع: $f(-x)=f(x)$

❖ طاقه تابع: $f(-x)=-f(x)$

❖ معکوسه تابع: يوه تابع هغه وخت معکوس پذيره ده چې بايجکټيف وي. نو که په يوه تابع کې د (x) او (y) ځايونه تعويض شي او معادله د (y) لپاره حل شي، لاسته راغلې تابع د لومړۍ تابع معکوسه ده.

$$\rightarrow f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)}$$

$$\rightarrow f\left(f^{-1}(x)\right) = f^{-1}(f(x)) = x$$

- د f(x) او g(x) تابع ګاني هغه وخت يو د بل معکوسې دي چې:

$$(fog)_{(x)} = (gof)_{(x)} = x$$

❖ د تابع ګانو ترکيب يا مرکبې تابع ګانې:

$$(fog)_{(x)} = f\left(g(x)\right) = f[g(x)]$$

$$Dom(fog)_{(x)} = \{x \in IR / x \in Domg, g(x) \in Domf\}$$

❖ د علامې تابع:

$$sgn = \begin{cases} 1\ ;\ x > 0 \\ 0\ ;\ x = 0 \\ -1\ ;\ x < 0 \end{cases}$$

$$Dom_{sgn} = IR\ ,\qquad Range_{sgn} = \{-1,0,1\}$$

❖ يو په يو تابع (انجکټيف): که يو له لاندې شرطونو صدق وکړي تابع يو په يو ده.

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)\ ;\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2$$

❖ ضمني تابع: کله چې د x او y متحولينو ترمنځ اړيکه د $f(x,y)=0$ اړيکې په واسطه تعين شي، نو ويل کيږي چې y د x د متحول ضمني تابع ده. د دايرې، بيضوي، ..... انکشاف لرونکی معادلې ضمني تابع ګانې دي: $x^2+y^2=r^2$

❖ پارامتريک تابع: شوني (ممکنه) ده چې د $y=f(x)$ تابع په غير مستقيم ډول د يوه دريمې متحول t (پارامتر) په واسطه په لاندې ډول وښيو، چې د يوې تابع ښودل د پارامتريکې تابع په ډول ښيي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = V(t) \end{cases}$$

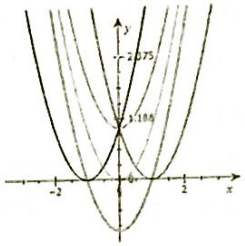
د تابع ګانو د ګراف انتقال د $(c > 0)$ ثابت عدد په اندازه:

❖ عموداً پورته خواته: $y = f(x) + c$

❖ عموداً ښکته خواته: $y = f(x) - c$

❖ ښی خواته: $y = f(x - c)$

❖ چپې خواته: $y = f(x + c)$



$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = x^2 + 1 \\ y = x^2 - 1 \\ y = (x-1)^2 \\ y = (x+1)^2 \end{cases}$$

د تابع ګانو د ګراف کش کول او منعکس کول $(C < 1)$

❖ په عمودي ډول د ګراف کش کیدل د (C) په اندازه: $y = Cf(x)$

❖ په عمودي ډول د ګراف غونجیدل (راټولیدل) د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = \left(\frac{1}{C}\right) f(x)$$

❖ په افقي ډول د ګراف کش کیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = f\left(\frac{x}{c}\right)$$

❖ په افقي ډول د ګراف غونجیدل د (C) ثابت عدد په اندازه:

$$y = f(Cx)$$

❖ د ګراف منعکس کیدل نظر د (x) محور ته: $y = -f(x)$

❖ د ګراف منعکس کیدل نظر د (y) محور ته: $y = f(-x)$

د تابع ګانو څلور ګونې عملیې

❖ $(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$

$Dom(f \pm g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$Dom(f \cdot g)(x) = Domf \cap Domg$

❖ $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$Dom\left(\frac{f}{g}\right)(x) = Domf \cap Domg - \{x/g(x) = 0\}$$

هایپربولیک تابع ګاني

❖ $\sin hx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, ❖ $\cos hx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

❖ $\tan hx = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$, ❖ $\cot hx = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

❖ $\sec hx = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$, ❖ $\csc hx = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$

د هایپربولیک تابع ګانو معکوسې تابع ګاني

❖ $y = \arcsin hx \quad , \ x \in IR$

❖ $y = \arccos hx \quad , \ x \in [1, \infty)$

❖ $y = \arctan hx \quad , \ x \in (-1,1)$

❖ $y = \operatorname{arccot} hx \ , \ x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$

❖ $y = \operatorname{arcsec} hx \ , \ x \in (0,1]$

❖ $y = \arcsin hx \ , \ x \in IR \ , \ x \neq 0$

مجانبونه په ناطقو تابع ګانو ګې

❖ عمودي: مخرج مساوي په صفر فرض کوو عمودي مجانب لاسته راځي:

$$y = \frac{g(x)}{h(x)} \ ; \ h(x) \neq 0$$

❖ افقي: پدې لاندې دوو ډولو تابع لپاره چې نیسو افقي مجانب لاسته راځي:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{g(x)}{h(x)}$$

❖ مایل: څرنګه چې دا مجانب هم یو مستقیم خط ($y = ax + b$) ده، نو د لاسته راوړلو لپاره یې د a او b قیمتونه په لاندې دوو لاسته راوړو او په تابع کې یې وضع کوو نو د مایل مجانب معادله لاسته راځي:

$$a = \lim_{x \to \infty} f(x)/x \ ; b = \lim_{x \to \infty} (f(x) - ax)$$

- یوه ناطقه تابع یو یا څو عمودي مجانبونه درلودلای شي خو یو افقي یا مایل مجانب به لري

لیمیټ (Limit)

❖ په لیمیټ کې باید د چپې خوا او د ښې خوا لیمیټ د تابع د اصلي لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x \to a} f(x) = l$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = l$$

$$\lim_{x \to a^-} f(x) \neq \lim_{x \to a^+} f(x)$$

❖ شتون نه لري:

د لیمیټ څانګړتیاوې

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\lim_{x\to a} c = c$

❖ $\lim_{x\to a} x = a$

❖ $\lim_{x\to a}[f(x) \pm g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \pm \lim_{x\to a} g(x)$

❖ $\lim_{x\to a} c \cdot f(x) = c \cdot \lim_{x\to a} f(x)$

❖ $\lim_{x\to a}[f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x\to a} f(x) \cdot \lim_{x\to a} g(x)$

❖ $\lim_{x\to a}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{\lim_{x\to a} f(x)}{\lim_{x\to a} g(x)}$, $\lim_{x\to a} g(x) \neq 0$

❖ $\lim_{x\to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to a} f(x)}$

❖ $\lim_{x\to a}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^n$

❖ $\lim_{x\to a}[\sin f(x)] = \sin\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$

❖ $\lim_{x\to a} \log_d f(x) = \log_d\left[\lim_{x\to a} f(x)\right]$

❖ $\lim_{x\to a}[c^{f(x)}] = c^{\lim_{x\to a} f(x)}$

❖ $\lim_{x\to a}[f(x)]^{g(x)} = \left[\lim_{x\to a} f(x)\right]^{\lim_{x\to a} g(x)}$

❖ $\lim_{x\to a} f(g(x)) = f\left(\lim_{x\to a} g(x)\right)$

f په g(x) کې متمادي وي

❖ د څو معادلې يې تابع ګانو لپاره د هرې تابع يو طرفه لېمېټ محاسبه کوو که سره مساوي شول لېمېټ لري او که مساوي نه شول لېمېټ نه لري مثلاً:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5 ; x < -2 \\ 1 - 3x ; x \geq -2 \end{cases} ; \lim_{x\to -2} f(x)$$

وروسته له محاسبې پوهيږو چې تابع په $(x \to -2)$ کې لېمېټ نه لري.

❖ بې اندازه کوچنۍ تابع ګانې: $\lim_{x\to a} \varepsilon(x) = 0$

❖ د سانډويچ قضيه: که دا $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ شرط د هر (x) لپاره په يوه غيرتړلي انټروال کې چې د (a) عدد يکې شامل وي او که $(x \neq 0)$ صدق وکړي، په هغه صورت کې چې:

$$\lim_{x\to a} f(x) = b = \lim_{x\to a} h(x) \Rightarrow \lim_{x\to a} g(x) = b$$

❖ قضيه: که چيرې $f(x) < g(x)$ وي د لېمېټ د شتون په صورت کې يې لېمېټ دی: $\lim_{x\to a} f(x) \leq \lim_{x\to a} g(x)$

د مبهم شکل لرونکو تابع ګانو لېمېټ

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0 \cdot \infty, 1^{\infty}, \ldots$$

❖ $(\frac{0}{0})$: د لېمېټ لپاره يې لومړی تابع د تجزيې په مرسته ساده کوو، د ابهام عامل (خبيثه فکتور) له منځه وړو او بيا يې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لېمیټ قیمت لاسته راوړو.

❖ $(\frac{\infty}{\infty})$: د $f(x)=\frac{a_0x^m+a_1x^{m-1}+\cdots+a_m}{b_0x^n+b_1x^{n-1}+\cdots+b_n}$ تابع په پام کې ونیسئ، که چیرې $(x\to\infty)$ کړی وي؛ نو دلته درې حالته ممکن دي:

(1) د $m=n$ لپاره: $\lim_{x\to\infty} f(x)=\frac{a_0}{b_0}$

(2) د $m>n$ لپاره: $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

(3) د $m<n$ لپاره: $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$

❖ $(\infty-\infty)$ او $(0\cdot\infty)$: ددې د لېمیټ پیدا کولو لپاره یې د کسرونو له جمع کولو، ضرب او مزدوج څخه ګټه اخلو او هغه داسې ساده کوو تر څو د $(\frac{0}{0})$ یا $(\frac{\infty}{\infty})$ بڼه غوره کړي، وروسته یې لېمیټ پیدا کوو.

❖ $(1^\infty,\infty^0,0^0)$:

$$\lim_{x\to a}\big(f(x)\big)^{g(x)}\Rightarrow\lim_{x\to a}[g(x)\cdot lnf(x)]$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\lim_{x\to0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta x}=e^{\alpha\cdot\beta}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}=1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}(x)^{\frac{1}{x}}=1$$

$$(1)^\infty:\lim_{x\to a}[u(x)]^{v(x)}=e^p\ ;p=\lim_{x\to a}[v(u-1)]$$

د مبهم شکل د لېمیټونو ځینې نور فرمولونه

❖ $\lim_{x\to a}\frac{x^n-a^n}{x-a}=n\cdot a^{n-1}$

❖ $\lim_{x\to a}\frac{x-a}{x^n-a^n}=\frac{1}{n\cdot a^{n-1}}$

❖ $\lim_{x\to0}\frac{a^n-1}{x}=lna$

❖ $\lim_{x\to a}\frac{\sqrt[m]{x}-\sqrt[m]{a}}{\sqrt[n]{x}-\sqrt[n]{a}}=\frac{n}{m\cdot\sqrt[m\cdot n]{a^{m-n}}}$

❖ $\lim_{x\to\infty}e^x=\infty$

❖ $\lim_{x\to-\infty}e^x=0$

❖ $\lim_{x\to\infty}\ln(x)=\infty$

❖ $\lim_{x\to\pm\infty}x^n=\infty$; $n\to$ جفت

❖ $\lim_{x\to\infty}x^n=\infty$, $\lim_{x\to-\infty}x^n=-\infty$; $n\to$ طاق

مثلثاتي لېمیټونه

❖ $\lim_{x\to0}\sin x=\lim_{x\to0}\tan x=0$

❖ $\lim_{x\to0}\cos x=\lim_{x\to0}\sec x=1$

❖ $\lim_{x\to0}\cot x=\lim_{x\to0}\csc x=\infty$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ ❖ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=1$ ❖ $\lim_{x\to 0}\frac{\tan ax}{bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin ax}{\sin bx}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan ax}{\tan bx}=\frac{a}{b}$

❖ $\lim_{x\to 0}\frac{c\cdot\sin ax}{\tan bx}=\lim_{x\to 0}\frac{c\cdot\tan ax}{\sin bx}=\frac{a\cdot c}{b}$

❖ $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{x}=0$

❖ $\lim_{x\to\infty}\sin x$ او $\lim_{x\to\infty}\cos x \Rightarrow$ موجود نه دي

د تابع ګانو متمادیت

❖ د f(x) یوه تابع د x=a په ټکي (نقطه) کې هغه وخت متمادي بلل کیږي چې:

(1) د f(x) تابع د x=a په ټکي کې تعریف شوی وي.

(2) راکړل شوی تابع د (a) په ټکي کې لیمیټ ولري.

(3) د f(a) قیمت باید د f(x) له لیمیټ سره مساوي وي:

$$\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$$

مشتق (Derivative)

$$f'(x)=y'=\frac{df}{dx}=\frac{dy}{dx}=\frac{d}{dx}(f(x))=Df(x)$$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{dy}{dx}=y'=f'(x)$$

❖ د منحني میل د هغې په هر اختیاري ټکي کې:

$$y=f(x)\Rightarrow f'(x)=m_T=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

د مشتق قوانین

❖ $y=c\Rightarrow y'=0$

❖ $y=ax\Rightarrow y'=a$

❖ $y=c\cdot f(x)\Rightarrow y'=c\cdot f'(x)$

❖ $y=x^n\Rightarrow y'=n\cdot x^{n-1}$

❖ $y=(x^{-n})\Rightarrow y'=-\frac{n}{x^{n+1}}$

❖ $y=u\pm v\pm\ldots\Rightarrow y'=u'\pm v'\pm\ldots$

❖ $y=u\cdot v\Rightarrow y'=u'\cdot v+v'\cdot u$

❖ $y=u\cdot v\cdot w\Rightarrow y'=u'\cdot v\cdot w+u\cdot v'\cdot w+u\cdot v\cdot w'$

❖ $y=\frac{u}{v}\Rightarrow y'=\frac{u'\cdot v-v'\cdot u}{v^2}$

❖ $y=\sqrt{u}\Rightarrow y'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

❖ $y=\sqrt[n]{u^m}\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u'}{n\cdot\sqrt[n]{u^{n-m}}}$ کله چې $m>n$ وي

❖ $y=\frac{c}{v}\Rightarrow y'=\frac{-c\cdot v'}{v^2}$

$y=\sqrt[n]{u^m}\quad m>n\Rightarrow y'=\frac{m\cdot u\sqrt[n]{u^{m-n}}}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $y = \frac{u}{c} \Rightarrow y' = \frac{u'}{c}\ ; c \neq 0$

❖ $y = |u| \Rightarrow y' = \frac{u \cdot u'}{|u|}$

د معکوسو تابع ګانو مشتق

❖ $y = f(x) \Leftrightarrow x = g(y) \Rightarrow y'_x = \frac{1}{x'_y}$

د پارامتریک تابع ګانو مشتق

❖ $\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} \Rightarrow y'_x = \frac{v'(t)}{u'(t)} = \frac{y'_t}{x'_t}$

د مرکبو تابع ګانو مشتق (ځنځيري قاعده)

❖ $y = f\big(g(x)\big) \Rightarrow y' = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x)$ or $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

د مثلثاتي تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \sin x \Rightarrow y' = \cos x$

❖ $y = \sin u \Rightarrow y' = u' \cdot \cos u$

❖ $y = \sin^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \sin^{n-1} u \cdot \cos u$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$

❖ $y = \cos u \Rightarrow y' = -u' \cdot \sin u$

❖ $y = \cos^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \cos^{n-1} u \cdot \sin u$

❖ $y = \tan x \Rightarrow y' = \sec^2 x$

❖ $y = \tan u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \tan^n u \Rightarrow y' = n \cdot u' \cdot \tan^{n-1} u \cdot \sec^2 u$

❖ $y = \cot x \Rightarrow y' = -\csc^2 x$

❖ $y = \cot u \Rightarrow y' = -u' \cdot \csc^2 u$

❖ $y = \sec x \Rightarrow y' = \sec x \cdot \tan x$

❖ $y = \sec u \Rightarrow y' = u' \cdot \sec u \cdot \tan u$

❖ $y = \csc x \Rightarrow y' = -\csc x \cdot \cot x$

د مثلثاتي معکوسو تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \arcsin x \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arcsin u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arccos x \Rightarrow y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \arccos u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$

❖ $y = \arctan x \Rightarrow y' = \frac{1}{1+x^2}$

❖ $y = \arctan u \Rightarrow y' = \frac{u'}{1+u^2}$

❖ $y = \operatorname{arccot} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{1+x^2}$

❖ $y = \operatorname{arccot} u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{1+u^2}$

❖ $y = \operatorname{arcsec} x \Rightarrow y' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \operatorname{arcsec} u \Rightarrow y' = \pm \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} +; & u > 1 \\ -; & u < -1 \end{cases}$

❖ $y = \operatorname{arccsc} x \Rightarrow y' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $y = \operatorname{arccsc} u \Rightarrow y' = \mp \frac{u'}{u\sqrt{u^2-1}} \begin{cases} -; & u > 1 \\ +; & u < -1 \end{cases}$

د هايپر بوليک تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \sinh x \Rightarrow y' = \cosh x$

❖ $y = \sinh u \Rightarrow y' = u' \cdot \cosh u$

❖ $y = \cosh x \Rightarrow y' = \sinh x$

❖ $y = \cosh u \Rightarrow y' = u' \cdot \sinh u$

❖ $y = \tanh x \Rightarrow y' = \operatorname{sech}^2 x$

❖ $y = \tanh u \Rightarrow y' = u' \cdot \operatorname{sech}^2 u$

❖ $y = \coth x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch}^2 x$

❖ $y = \coth u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch}^2 u$

❖ $y = \operatorname{sech} x \Rightarrow y' = -\operatorname{sech} x \cdot \tanh x$

❖ $y = \operatorname{sech} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{sech} u \cdot \tanh u$

❖ $y = \operatorname{csch} x \Rightarrow y' = -\operatorname{csch} x \cdot \coth x$

❖ $y = \operatorname{csch} u \Rightarrow y' = -u' \cdot \operatorname{csch} u \cdot \coth u$

د هايپر بوليک معکوسو تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

❖ $y = \cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \Rightarrow y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

❖ $y = \tanh^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| < 1$

❖ $y = \coth^{-1} x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) \Rightarrow y' = \frac{1}{1-x^2}; |x| > 1$

❖ $y = \operatorname{sech}^{-1} x = \ln\left(\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}\right) \Rightarrow y' = -\frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

❖ $y = \operatorname{csch}^{-1} x = \ln(\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{1+x^2}}{|x|}) \Rightarrow y' = -\frac{1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$

د لوګاريتمي او اکسپونشيل تابع ګانو مشتقات

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \cdot \ln a} = \frac{\log_a e}{x}$

❖ $y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u \cdot \ln a} = \frac{u' \cdot \log_a e}{u}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y' = \frac{1}{x}$

❖ $y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}$

❖ $y = a^x \Rightarrow y' = a^x \cdot \ln a$

❖ $y = a^u \Rightarrow y' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y' = e^x$

❖ $y = e^u \Rightarrow y' = u' \cdot e^u$

❖ $y = u^u \Rightarrow y' = u^u(u' \cdot \ln u + u')$

❖ $y = u^v \Rightarrow y' = u^v\left(\frac{v \cdot u'}{u} + \ln u \cdot v'\right)$

ضمني مشتقات

❖ $y' = -\frac{f'(x)}{f'(y)} = -\frac{\text{د تابع مشتق نظر } x \text{ ته } (y \text{ ثابت دی})}{\text{د تابع مشتق نظر } y \text{ ته } (x \text{ ثابت دی})}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لایب نیټز فرمولونه

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y'' = u''v + 2u'v' + uv''$

❖ $y = u \cdot v \Rightarrow y''' = u'''v + 3u''v' + 3u'v'' + uv'''$

❖ $y^{(n)} = (uv)^{(n)} = u^{(n)}v + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}u^{(n-2)}v'' + \cdots + uv^{(n)}$

لوړ مرتبه (متوالي) مشتقات

❖ $y'' = f''(x) = \frac{d}{dx}(\frac{dy}{dx}) = \frac{d^2y}{dx^2}$

❖ $y''' = f'''(x) = \frac{d^2}{dx^2}(\frac{dy}{dx}) = \frac{d^3y}{dx^3}$

❖ $y^{(n)} = f^{(n)}(x) = \frac{d^ny}{dx^n} = \left(f^{(n-1)}(x)\right)'$

❖ $y = x^m \Rightarrow y^{(n)} = (x^m)^{(n)} = \frac{m!}{(m-n)!}x^{m-n}$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} = n! \ ; n \in N$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n+1)} = (x^n)^{(n+1)} = 0$

❖ $y = a^x \Rightarrow y^{(n)} = (a^x)^{(n)} = a^x \cdot \ln^n a$

❖ $y = e^x \Rightarrow y^{(n)} = (x^n)^{(n)} =$

❖ $y = x^n \Rightarrow y^{(n)} = (e^x)^{(n)} = e^x$

❖ $y = e^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot e^{mx}$

❖ $y = a^{mx} \Rightarrow y^{(n)} = m^n \cdot a^{mx} \cdot \ln^n a$

❖ $y = \frac{ax+b}{cx+d}, c \neq 0 \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-c)^{n-1}\cdot n! \cdot (ad-bc)!}{(cx+d)^{n+1}}$

❖ $y = \log_a x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{x^n \cdot \ln a}$

❖ $y = \ln x \Rightarrow y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}\cdot(n-1)!}{x^n}$

❖ $y = \sin x \Rightarrow y^{(n)} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

❖ $y = \cos x \Rightarrow y^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$

د مشتق د کارونې ځایونه

❖ د مماس میل په $(x_1, f(x_1))$ ټکي کې: $f'(x_1) = m_t$ یا وایو چې په یوه ځانګړې ټکي کې د مماس میل په راکړل شوي ټکي کې د تابع د لومړي مشتق څخه عبارت دی.

❖ تابع ثابته ده: $f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متزایده ده: $f'(x) > 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې متناقصه ده: $f'(x) < 0$

❖ اعظمي ټکی: $f''(x) < 0, \ f'(x) = 0$

❖ اصغري ټکی: $f''(x) > 0, \ f'(x) = 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې محدبه ده: $f''(x) < 0$

❖ تابع د (a, b) په انټروال کې مقعره ده: $f''(x) > 0$

❖ انعطاف ټکی: $f'''(x) \neq 0, \ f''(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوپیتال قاعده: $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{0}{0}$ یا $\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow$

$$\Rightarrow \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

که وروسته له لومړي مشتق نیولو څخه بیا هم د تابع شکل مبهم وه، بیا بیا یې مشتق نیسو تر څو له مبهم شکل څخه ووځي.

❖ د متوسط قیمت قضیه(لاګرانژ قضیه): که چیرې $f(x)$ په $[a,b]$ کې متمادي او په (a,b) کې د مشتق وړ وي، د (a,b) د انټروال څخه د (c) یو عدد شته:

$$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)\Rightarrow f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

یا وایو چې په دې ټکي کې د قاطع خط میل د مماس خط د میل سره مساوي دی یا په بل عبارت د c په ټکي کې د قاطع خط د مماس خط سره موازي دی.

انټیګرال (Integral)

❖ غیرمعین انټیګرال(د لومړنۍ تابع پیدا کول):

$$\int f(x)dx=F(x)+c\;;\;\; F'(x)=f(x)dx$$

د غیر معین انټیګرال ځانګړتیاوې او د بیلابیلو تابع ګانو انټیګرال

❖ $\int dx=x+c$

❖ $\int k\cdot f(x)dx=k\int f(x)dx=k\cdot F(x)+c$

❖ $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\cdot g(x)]dx\neq\int f(x)dx\cdot\int g(x)dx$

❖ $\int[f(x)\div g(x)]dx\neq\int f(x)dx\div\int g(x)dx$

❖ $\int xdx=\frac{x^2}{2}+c$

❖ $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c\;;\;\; n\neq -1$

❖ $\int x^{\frac{p}{q}}dx=\frac{p}{p+q}x^{\frac{p+q}{q}}+c$

❖ $\int(ax+b)^n dx=\frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}+c\;;\;\; n\neq -1$

❖ $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

❖ $\int\frac{du}{u}=\ln|u|+c$

❖ $\int\frac{1}{x^2}dx=-\frac{1}{x}+c$

❖ $\int\frac{1}{ax+b}dx=\frac{1}{a}\ln|ax+b|+c$

❖ $\int\frac{ax+b}{cx+d}dx=\frac{a}{c}x+\frac{bc-ad}{c^2}\ln|cx+d|+c$

❖ $\int\frac{1}{(x+a)(x+b)}dx=\frac{1}{a-b}\ln\left|\frac{x+b}{x+a}\right|+c\;;a\neq b$

❖ $\int\frac{1}{1-x^2}dx=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|+c$

❖ $\int\frac{1}{a^2-x^2}dx=\frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

- $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$
- $\int \frac{x}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2) + c$
- $\int \sqrt{x}dx = \frac{2x}{3}\sqrt{x} + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2\sqrt{x} + c$
- $\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right| + c$
- $\int \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$
- $\int \frac{1}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + c$
- $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arcsin\frac{x}{a} + c$
- $\int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u+a}{u-a}\right| + c$
- $\int \frac{du}{u^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right| + c$
- $\int \sqrt{a^2-u^2}du = \frac{u}{2}\sqrt{a^2-u^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{u}{a} + c$

د لوګاریتمي او اکسپونشیل تابع ګانو انتیګرال نیونه

- $\int e^x dx = e^x + c$ $\int \log_a x\,dx = x\cdot\log_a\frac{x}{e} + c$
- $\int e^{ax}dx = \frac{1}{a}e^{ax} + c$
- $\int x\cdot e^{ax}dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1) + c$
- $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a}a^x + c$
- $\int a^{mx}dx = \frac{1}{m\cdot\ln a}a^{mx} + c$
- $\int \ln cx\,dx = x\cdot\ln cx - x + c$
- $\int (\ln x)^2 dx = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + c$
- $\int \frac{(\ln x)^n}{x}dx = \frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1} + c\ ;\ n \neq 1$
- $\int \frac{1}{x\cdot\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

د مثلثاتي تابع ګانو انتیګرال نیونه

- $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$
- $\int \sin mx\,dx = -\frac{1}{m}\cos mx + c$
- $\int \cos x\,dx = \sin x + c$
- $\int \cos mx\,dx = \frac{1}{m}\sin mx + c$
- $\int \tan x\,dx = -\ln|\cos x| + c = \ln|\sec x| + c$
- $\int \cot x\,dx = -\ln|\csc x| + c = \ln|\sin x| + c$
- $\int \sec x\,dx = \ln|\tan x + \sec x| + c$
- $\int \csc x\,dx = \ln|\csc x - \cot x| + c$
- $\int \sin^2 x\,dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4}\sin 2x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\int \cos^2 x\,dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

❖ $\int \tan^2 x\,dx = \tan x - x + c$

❖ $\int \cot^2 x\,dx = -\cot x - x + c$

❖ $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

❖ $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$

❖ $\int \frac{1}{\sin x}dx = \int \csc x\,dx = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right| + c$

❖ $\int \frac{1}{\cos x}dx = \int \sec x\,dx = \ln\left|\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos x\,dx = -\frac{1}{4}\cos 2x + c$

❖ $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}dx = \ln|\tan x| + c$

❖ $\int \sin^2 x \cdot \cos x\,dx = \frac{1}{3}\sin^3 x + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos^2 x\,dx = -\frac{1}{3}\cos^3 x + c$

❖ $\int \sin^n x \cdot \cos x\,dx = \frac{\sin^{n+1} x}{n+1} + c$

❖ $\int \sin x \cdot \cos^n x = \frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + c$

❖ $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx = \int \sec x \cdot \tan x\,dx = \sec x + c$

❖ $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx = \int \cot x \cdot \csc x\,dx = -\csc x + c$

❖ $\int \sin mx \cdot \sin nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$

❖ $\int \sin mx \cdot \cos nx\,dx = -\frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} - \frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} + c$

❖ $\int \cos mx \cdot \cos nx\,dx = \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + c$

په پورتنیو دریو فرمولونو کې باید $(m^2 \neq n^2)$ وي.

همدارنګه د $\int \sin\alpha x \cdot \cos\beta x\,dx$ ډوله انتیګرالونو د محاسبې لپاره کولای شو له لاندینیو ۴ فورمولو څخه کار واخلو:

❖ $\sin\alpha x \cdot \cos\beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x + \sin(\alpha-\beta)x]$

❖ $\sin\alpha x \cdot \sin\beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)x - \cos(\alpha+\beta)x]$

❖ $\cos\alpha x \cdot \cos\beta x = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)x + \cos(\alpha-\beta)x]$

❖ $\cos\alpha x \cdot \sin\beta x = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)x - \sin(\alpha-\beta)x]$

❖ $\int \sin(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$

❖ $\int \cos(\ln x)\,dx = \frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$

د معکوسو مثلثاتي تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \arcsin x\,dx = x \cdot \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2} + c$

❖ $\int \arccos x\,dx = x\cos^{-1} x - \sqrt{1-x^2} + c$

❖ $\int \arctan x\,dx = x\tan^{-1} x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

❖ $\int \operatorname{arccot} x\,dx = x\cot^{-1} x + \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + c$

د هایپربولیک تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \sinh x\,dx = \cosh x + c$

❖ $\int \cosh x\,dx = \sinh x + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\int \tanh x\,dx = \ln(\cosh x) + c$
❖ $\int \coth x\,dx = \ln|\sinh x| + c$
❖ $\int \operatorname{sech} x\,dx = \tan^{-1}(\sinh x) + c$
❖ $\int \operatorname{csch} x\,dx = -\cot^{-1}(\cosh x) + c$
❖ $\int \operatorname{sech}^2 x\,dx = \tanh x + c$
❖ $\int \operatorname{csch}^2 x\,dx = -\coth x + c$
❖ $\int \operatorname{sech} x \cdot \tanh x\,dx = -\operatorname{sech} x + c$
❖ $\int \operatorname{csch} x \cdot \coth x\,dx = -\operatorname{csch} x + c$

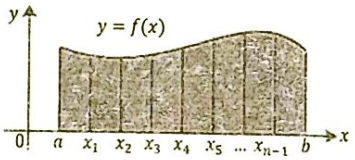
د هایپر بولیک معکوسو تابع ګانو انتیګرال نیونه

❖ $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}dx = \sinh^{-1} x + c$
❖ $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}dx = \sinh^{-1}\frac{x}{a} + c\,;\ a > 0$
❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}dx = \cosh^{-1} x + c$
❖ $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx = \cosh^{-1}\frac{x}{a} + c\,;\ x > a > 0$
❖ $\int \frac{1}{1-x^2}dx = \begin{cases}\tanh^{-1} x + c, & x^2 < 1\\ \coth^{-1} x + c, & x^2 > 1\end{cases}$
❖ $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}dx = -\operatorname{sech}^{-1} x + c$
❖ $\int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}dx = -\operatorname{csch}^{-1}|x| + c,\ \ x \neq 0$

معین انتیګرال (د منحني او x محور تر منځ محصور شوی مساحت):

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

$$F'(x) = f(x)dx$$



❖ د ریمان د مجموعې لیمیټ (معین انتیګرال):

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = A\,;\ \ \Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x = F(x)\Big|_a^b$$

د معین انتیګرال ځانګړتیاوې

❖ $\int_a^a f(x)dx = 0$
❖ $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$
❖ $\int_a^b dx = b - a$
❖ $\int_a^b c \cdot dx = c(b-a)$
❖ $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx\,,\ \ b \in [a,c]$
❖ $\int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx\ ;\ f(x) \geq g(x)$
❖ $\int_a^b f(x)dx \geq 0\,;\ f(x) \geq 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \le \int_a^b |f(x)|dx \; ; \; a < b$

د $|f(x)|$ انتیګرال په $[a,b]$ کې : $|f(x)| = f^+(x) + f^-(x)$

❖ $f^+(x) = \begin{cases} f(x); f(x) \ge 0 \\ 0 \quad ; f(x) < 0 \end{cases}, f^-(x) = \begin{cases} -f(x); f(x) < 0 \\ 0 \quad ; f(x) \ge 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^b f^+(x)dx + \int_a^b f^-(x)dx$$

د ټوټه ډوله تابع ګانو انتیګرال

❖ $f(x)\begin{cases} g(x); a \le x \le c \\ h(x); c \le x \le b \end{cases}, c \in [a,b]$

$$\Rightarrow \int_a^b f(x)dx = \int_a^c g(x)dx + \int_c^b h(x)dx$$

د متناظرو تابع ګانو معین انتیګرال

❖ $[f(-x) = f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx, f$ جفته تابع

❖ $[f(-x) = -f(x)] \Rightarrow \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0, f \rightarrow$ طاقه تابع

په تعویضي طریقې سره انتیګرال نیونه

غیرمعین :

❖ $\int f(x)dx = \int f\big(u(t)\big)u'(t)dt \; ; \; x = u(t)$

معین :

❖ $\int_a^b f(x)dx \; ; x = g(t), \Rightarrow \int_c^d f\big(g(t)\big)g'(t)dt$

$$c = g^{-1}(a), \qquad d = g^{-1}(b)$$

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

حصوی فارمول

$$u = f(x), \qquad v = g(x)$$

د غیرمعین لپاره : ❖ $\int udv = u \cdot v - \int vdu$

د معین لپاره : ❖ $\int_a^b udv = u \cdot v\Big|_a^b - \int_a^b vdu$

د انقسام په طریقه انتیګرال نیونه

❖ د انقسام په انتیګرال نیونه کې ځینې تابع ګانې تکراري بڼه اختیاروي او مونږ اړ کیږو تر څو یې څو ځله پدې طریقه انتیګرال ونیسو تر څو نتیجې ته ورسیږو خو ددې ډول تابع ګانو لپاره یو بله طریقه هم لرو چې د جدولي طریقې په نوم یادیږي. مثلاً: $\int f(x) \cdot g(x)\,dx$

۱- د $f(x)$ به تر هغې مشتق نیسو چې صفر شي.

۲- د $f(x)$ په مقابل کې به د $g(x)$ انتیګرال نیسو.

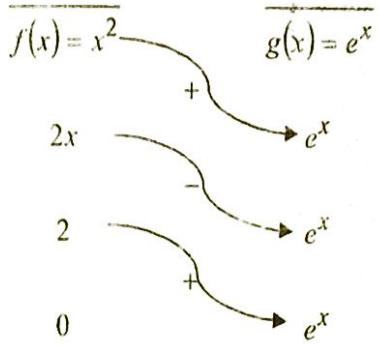
۳- د علامو ترتیب: $+, -, +, -, +, -, \ldots$

مثال: $\int x^2 \cdot e^x\,dx = ?$

انتګرال مشتق

(c) ketabton.com: The Digital Library

انټګرال



$$\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c$$

د بینوم دیفرانسیل انټیګرال: $\int x^m \cdot (a+bx^n)^p dx$ m، n او p(+ یا -) نسبتي عددونه دي او $a,b \in IR$.

❖ د چیبیشف دعوی: پورتنی انټیګرال په دریو طریقو ساده کولای شو:

۱) که $p \in Z^+$ مثبت تام عدد وي نو د $(a+bx^n)^p$ افاده د بینوم فرمول د انکشاف په واسطه د ck^x په شکل بدلیږي چې انټیګرال یې په اسانۍ سره پیدا کولای شو.

۲) که $\frac{m+1}{n} \in Z$ وي نو $t = \sqrt[r]{a+bx^n}$ وضع کوو (r د p مخرج دی) انټیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

۳) که $p + \frac{m+1}{n} \in Z$ وي نو د $t = \sqrt[r]{\frac{a+bx^n}{x^n}}$ په وضع کولو سره انټیګرال ساده کیږي او حل کوو یې.

قسمي کسرونه

❖ هغه کوچني کسرونه چې د یوه واقعي کسر د جمعې د عواملو په شکل لیکل شوي دي، که هغوی سره جمع کړو نو راکړل شوی واقعي کسر په لاس راځي.

۱- که چیرې د $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ د کسري پولینوم مخرج د خطي بیلا بیلو ضربي عواملو څخه جوړ وي چې تکرار نه وي راغلي، په لاندې بڼه بدلیدلای شي:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x-x_1} + \frac{B}{x-x_2} + \cdots + \frac{N}{x-x_n}$$

۲- که د کسر د مخرج ضربي عوامل لومړی درجه پولینوم وي چې ځینې یې تکرار راغلي وي یعنې که $(x-x_0)$ عامل n-ځلې په مخرج کې تکرار شوی وي نو لیکلای شو چې:

$$\frac{p_m(x)}{p_n(x)} = \frac{A}{x-x_0} + \frac{B}{(x-x_0)^2} + \cdots + \frac{N}{(x-x_0)^n}$$

۳- که د مخرج ضربي عامل دویمه درجه پولینوم وي د تجزیې

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورنه وي او تکرار هم نه وي راغلې نو د $\frac{p_m(x)}{p_n(x)}$ واقعي پولینوم یو قسمي کسر $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$ بڼه لري

۴- که د صورت درجه د مخرج څخه لویه وي نو دوه عملیې ورباندې اجرا کیږي:

الف) صورت پر مخرج تقسیموو.

ب) مخرج به تجزیه کوو باقي په مخرج کې لیکو نتیجه لاسته راځي.

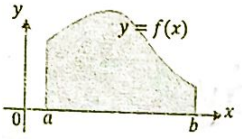
د قسمي کسرونو په مرسته انتیګرال نیونه

❖ ځینې هغه تابع ګانې چې د پورتنیو څلورو ډولو کسري تابع ګانو ته ورته وي او وغواړو چې انتیګرال یې ونیسو نو په پورتنۍ طریقه یې په قسمي کسرونو ویشو او بیا یې جلا، جلا انتیګرال نیسو.

د انتیګرال کارونه (تطبیقات)

❖ د منحني د محصور شوې سطحې مساحت محاسبه:

$$A = \int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

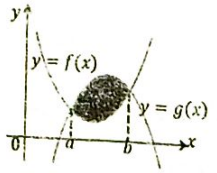


- د منحني د پارامتریک معادلو له مخې مساحت

$$\begin{cases} x = u(t) \\ y = v(t) \end{cases} ; \begin{matrix} \alpha \le t \le \beta \\ u(\alpha) = a \\ u(\beta) = b \end{matrix} \Rightarrow A = \int_a^b y\,dx = \int_\alpha^\beta v(t)\cdot u'(t)\,dt$$

❖ د دوو محصور شویو منحني ګانو ترمنځ د مساحت محاسبه:

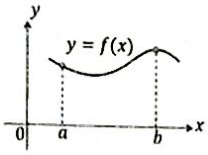
$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$



❖ د منحني یا د منحني د یوې برخې (قوس) اوږدوالی:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy \;,\; L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



- د منحني د پارامتریک معادلو له مخې د قوس اوږدوالي:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt$$

❖ د دایرې د محیط پیدا کول: (r شعاع)

$$\begin{cases} x = r\cos t \\ y = r\sin t \end{cases};\quad P = \int_a^b \sqrt{x'^2 + y'^2}\, dt$$

د دوراني جسمونو د حجمونو محاسبه:

❖ د (x) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي

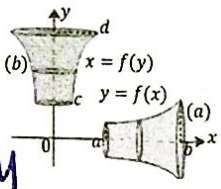
جسم حجم: $V = \int_a^b \pi[f(x)]^2 dx$ (a شکل)

❖ د (y) محور په شاوخوا د تابع د دوران څخه لاسته راغلي

جسم حجم: $V = \int_c^d \pi[f(y)]^2 dy$ (b شکل)

$V = \pi \int_a^b F(x)^2 dx$

$V = \pi \int_a^b F(y)^2 dy$

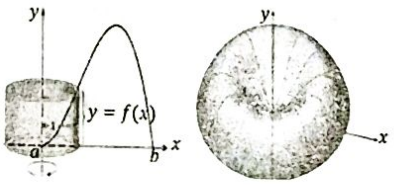


❖ د جسم حجم نظر د مقطع مساحت ته:

$V = \int_a^b A(x)dx$ ($A(x)$ د مقطع مساحت دی)

❖ د استوانه‌یي شیلونو په واسطه د جسم د حجم محاسبه چې د یوه عمودي خط څخه د دوران په نتیجه کې لاسته راغلې وي:

$V = \int_a^b 2\pi x \cdot f(x)dx$ (x د شیل شعاع، y=f(x) د شیل لوړوالي)

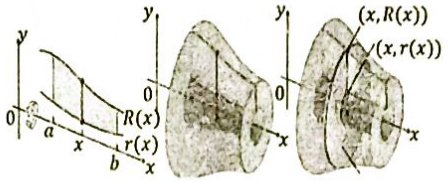


❖ د یوه افقي خط څخه د دوران لپاره کولی شو پاسني فرمول کې د (x) او (y) ځایونه تعویض کړو: $V = \int_a^b 2\pi y \cdot f(y)dy$

❖ د واشر (Washer) د مساحت په واسطه د (x) د محور څخه د دوران په نتیجه د لاسته راغلي جسم د حجم محاسبه:

$$V = \int_a^b \pi\{[R(x)]^2 - [r(x)]^2\}dx$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د دوراني جسمونو بهرنۍ مساحت

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S = \int_a^b 2\pi y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S = \int_a^b 2\pi x \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dy$$

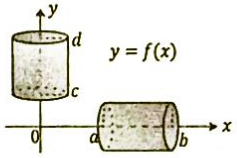
- د پارامتريک معادلو له مخې:

❖ د (x) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S = 2\pi \int_\alpha^\beta y \cdot \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = 2\pi \int_\alpha^\beta y \cdot \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt$$

❖ د (y) محور په شاوخوا يې دوران کړی:

$$S = 2\pi \int_\alpha^\beta x \cdot \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt = 2\pi \int_\alpha^\beta x \cdot \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2}\, dt$$



د يوې تغير کوونکې قوې په واسطه ترسره شوې کار:

❖ د (x) محور په اوږدو کې: $W = \int_a^b F(x)dx$

د مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا: $M_x = \rho \int_a^b \frac{1}{2}[f(x)]^2 dx$

❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y = \rho \int_a^b xf(x)dx$

د دوو منحنيو ګانو تر منځ د برخې لپاره مومنټ محاسبه کول

❖ د (x) محور په شاوخوا:

$$M_x = \rho \int_a^b \frac{1}{2}\{[f(x)^2] - [g(x)^2]\}dx$$

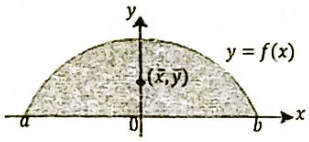
❖ د (y) محور په شاوخوا: $M_y = \rho \int_a^b x[f(x) - g(x)]dx$

د ثقل مرکز پيدا کول

❖ $\bar{x} = \frac{M_y}{m} = \frac{\int_a^b xf(x)dx}{\int_a^b f(x)dx}$, $\bar{y} = \frac{M_x}{m} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2}[f(x)]^2 dx}{\int_a^b f(x)dx}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\bar{x} = \frac{1}{A}\int_a^b xf(x)dx\ ,\ \bar{y} = \frac{1}{2A}\int_a^b [f(x)]^2 dx$



د دوو منحني ګانو تر منځ د ثقل مرکز

$$\bar{x} = \frac{\int_a^b x[f(x) - g(x)]dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}, \bar{y} = \frac{\int_a^b \frac{1}{2}\{[f(x)]^2 - [g(x)]^2\}dx}{\int_a^b [f(x) - g(x)]dx}$$

دیوې تابع منځنۍ (متوسط) قیمت

❖ $f_{avg} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

غیر واقعي انټیګرالونه (Improper Integrals)

په دوه ډوله دي:

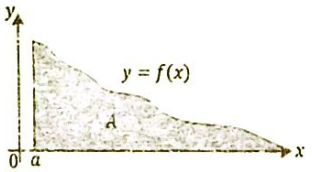
۱- لایتناهي انټروالونه:

ممکن د انټیګرال پورتنۍ یا لاندینۍ یا دواړه سرحدونه (∞) وي

❖ $\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ [a,+\infty)$

❖ $\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)dx\ ,\ (-\infty,b]$

❖ $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{+\infty} f(x)dx$

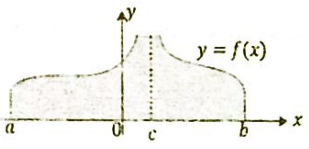


۲- غیر متمادي انټیګرالونه: پدې حالت کې د انټیګرال سرحدونه ثابت عددونه دي، مګر د انټیګرال لاندې تابع د سرحدونو له ډلې څخه په یوه کې د تعریف وړ (متمادي) نه ده.

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to a^+}\int_c^b f(x)dx\ ,\ (a,b]$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \lim_{c\to b^-}\int_a^c f(x)dx\ ,\ [a,b)$

❖ $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, a < c < b$



تقریبي (اټکلي) انټیګرال نیونه

پدې طریقو کې موږ د ځینو تابع ګانو چې په اسانۍ نشو کولای انټیګرال یې ونیسو لکه: $y = \sqrt{1+x^4}, y = \frac{1}{\ln x}, y =$ ... $\sin x^2$ نو کولای شو پدې طریقو سره د معین انټیګرال

(c) ketabton.com: The Digital Library

اټکلي قيمتونه لاسته راوړو.

❖ د ذوذنقه‌يي قاعدې څخه په ګټه اخيستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

❖ د منځنۍ (وسطي) تکي څخه په ګټه اخيستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x[f(x_1^*) + f(x_2^*) + \cdots + f(x_n^*)]$$

❖ د سيمپسون قاعدې څخه په ګټه اخيستنې:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)] \quad ; \quad n \to \text{جفت}$$

x_i^* منځنۍ نقطه ده د: $[x_{i-1}, x_i]$ او همدارنګه $\Delta x = \frac{b-a}{n}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مثلثاتو برخه

د ځینو مشهورو زاویو مثلثاتي نسبتونه										
نسبتونه	R	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	D	0°	15°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin\theta$		0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\theta$		1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan\theta$		0	$2-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	0	∞	0
$\cot\theta$		∞	$2+\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	∞	0	∞
$\sec\theta$		1	$\sqrt{6}-\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{2}$	2	∞	-1	∞	1
$\csc\theta$		∞	$\sqrt{6}+\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	∞	-1	∞

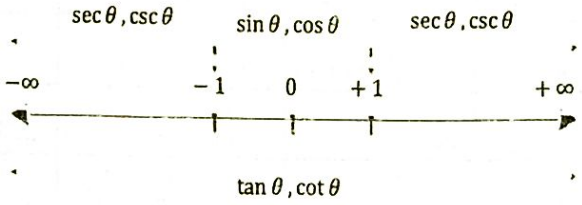
د یو او بل له جنسه د مثلثاتي نسبتونو پیدا کول						
نسبتونه	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$
$\sin\theta$	$\sin\theta$	$\pm\sqrt{1-\cos^2\theta}$	$\pm\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$	$\frac{1}{\csc\theta}$
$\cos\theta$	$\pm\sqrt{1-\sin^2\theta}$	$\cos\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$	$\pm\frac{\cot\theta}{\sqrt{1+\cot^2\theta}}$	$\frac{1}{\sec\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{\csc^2\theta-1}}{\csc\theta}$
$\tan\theta$	$\pm\frac{\sin\theta}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}$	$\tan\theta$	$\frac{1}{\cot\theta}$	$\pm\sqrt{\sec^2\theta-1}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\cot\theta$	$\pm\frac{\sqrt{1-\sin^2\theta}}{\sin\theta}$	$\pm\frac{\cos\theta}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\frac{1}{\tan\theta}$	$\cot\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\pm\sqrt{\csc^2\theta-1}$
$\sec\theta$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\sin^2\theta}}$	$\frac{1}{\cos\theta}$	$\pm\sqrt{1+\tan^2\theta}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\cot^2\theta}}{\cot\theta}$	$\sec\theta$	$\pm\frac{\csc\theta}{\sqrt{\csc^2\theta-1}}$
$\csc\theta$	$\frac{1}{\sin\theta}$	$\pm\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\theta}}$	$\pm\frac{\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\tan\theta}$	$\pm\sqrt{1+\cot^2\theta}$	$\pm\frac{\sec\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$	$\csc\theta$

(c) ketabton.com: The Digital Library

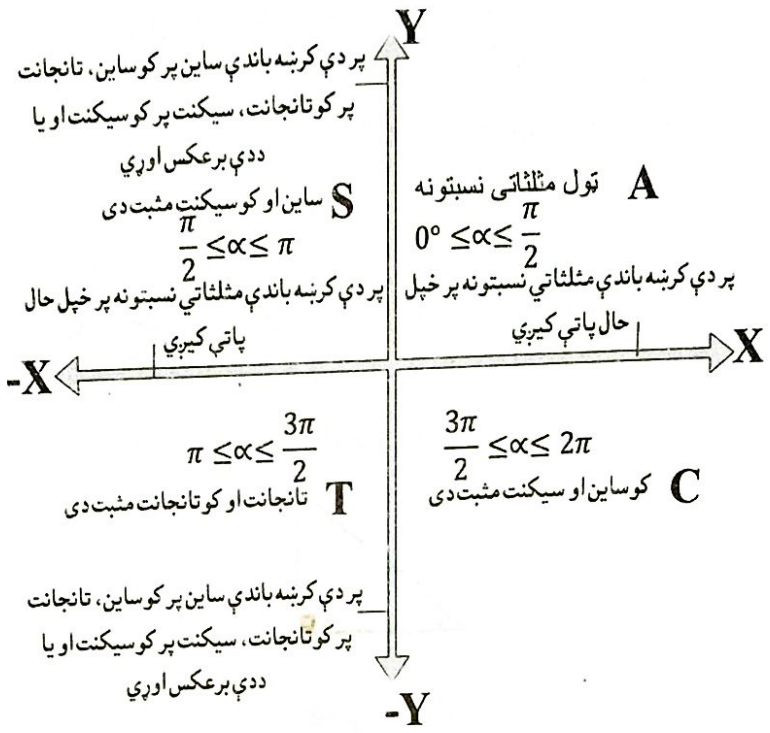
د اختياري زاويو مثلثاتي نسبتونه									
نسبتونه	زاويه	$90-\theta$	$90+\theta$	$180-\theta$	$180+\theta$	$270-\theta$	$270+\theta$	$360-\theta$	$360+\theta$
$\sin\theta$		$\cos\theta$	$\cos\theta$	$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$
$\cos\theta$		$\sin\theta$	$-\sin\theta$	$-\cos\theta$	$-\cos\theta$	$-\sin\theta$	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\cos\theta$
$\tan\theta$		$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$	$\cot\theta$	$-\cot\theta$	$-\tan\theta$	$\tan\theta$
$\cot\theta$		$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$	$\tan\theta$	$-\tan\theta$	$-\cot\theta$	$\cot\theta$
$\sec\theta$		$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$	$\sec\theta$	$\sec\theta$
$\csc\theta$		$\sec\theta$	$\sec\theta$	$\csc\theta$	$-\csc\theta$	$-\sec\theta$	$-\sec\theta$	$-\csc\theta$	$\csc\theta$

د متضادو زاويو نسبتونه
$\sin(-\theta) = -\sin\theta$
$\cos(-\theta) = \cos\theta$
$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
$\sec(-\theta) = \sec\theta$
$\csc(-\theta) = -\csc\theta$

د مثلثاتي نسبتونو د تعريف ناحيې:



(c) ketabton.com: The Digital Library



په ناحيو کې د مثلثاتي نسبتونو علامې			
$\sin\theta$	$\tan\theta$	$\cos\theta$	ناحيه
$\csc\theta$	$\cot\theta$	$\sec\theta$	
+	+	+	*I*
+	−	−	*II*
−	+	−	*III*
−	−	+	*IV*

گڼه	د کوترمينل زاويو مثلثاتي نسبتونه
1	$\sin(n \cdot 2\pi + \theta) = \sin\theta$
2	$\cos(n \cdot 2\pi + \theta) = \cos\theta$
3	$\tan(n \cdot 2\pi + \theta) = \tan\theta$
4	$\cot(n \cdot 2\pi + \theta) = \cot\theta$
5	$\sec(n \cdot 2\pi + \theta) = \sec\theta$
6	$\csc(n \cdot 2\pi + \theta) = \csc\theta$

د يوه مثلث د شتون شرطونه

- $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$
- $a + b > c, a + c > b, b + c > a$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د درجې، ګراد او رادیان تر منځ اړیکه:

❖ $\frac{d}{180} = \frac{g}{200} = \frac{R}{\pi}$

❖ $1rad = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ\ 17'4''$

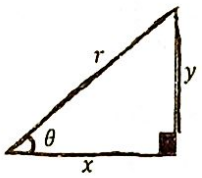
❖ $1^\circ = \frac{\pi}{180} rad \approx 0.017453rad$

❖ د دایرې شعاع: $r = \frac{s}{\theta} = \frac{\text{د قوس اوږدوالی}}{\text{مرکزي زاویه په رادیان}}$

❖ د ساعت د دوو ستنو تر منځ زاویه: $\theta = |5.5min - 30|$

❖ د فیثاغورث قاعده د قایم الزاویه مثلث لپاره):

$r^2 = x^2 + y^2 = (\text{مجاوره ضلع})^2 + (\text{مقابله ضلع})^2$



مثلثاتي نسبتونه

❖ $\sin\theta = \frac{y}{r}$ ❖ $\cos\theta = \frac{x}{r}$ ❖ $\tan\theta = \frac{y}{x}$

❖ $\cot\theta = \frac{x}{y}$ ❖ $\sec\theta = \frac{r}{x}$ ❖ $\csc\theta = \frac{r}{y}$

د مثلثاتي نسبتونو تر منځ اړیکې

❖ $\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$ ❖ $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

❖ $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ ❖ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

❖ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ ❖ $\sin\theta \cdot \csc\theta = 1$

❖ $\cos\theta \cdot \sec\theta = 1$ ❖ $\tan\theta \cdot \cot\theta = 1$

د مثلثاتو اساسي او فرعي رابطې

❖ اساسي رابطه: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

❖ فرعي رابطې: $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$; $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$\cot^2\theta = \csc^2\theta - 1$; $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$

د مثلثاتي تابع ګانو ګرافونه او نورې ځانګړتیاوې

❖ ساین: $y = \sin x$

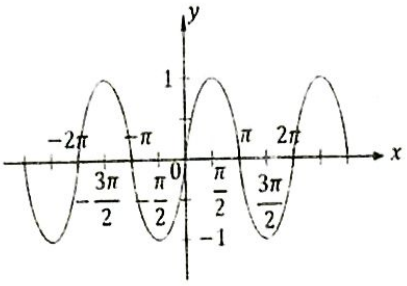
رنج: $R_y = [-1,1]$

ساین طاقه تابع دی؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = (-\infty, \infty) = IR$

(c) ketabton.com: The Digital Library



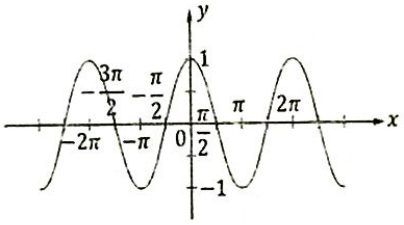
❖ کوساین: $y = \cos x$

رنج: $R_y = [-1,1]$

کوساین جفته تابع ده؛

پریود: 2π

دومین: $D_y = (-\infty, \infty) = IR$



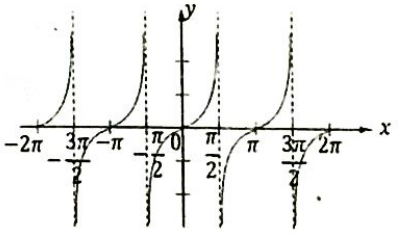
❖ تانجانت: $y = \tan x$

رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

تانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: π

دومین: $D_y = IR \setminus \left\{(n + \frac{1}{2})\pi\right\},\ n \in Z$



❖ کوتانجانت: $y = \cot x$

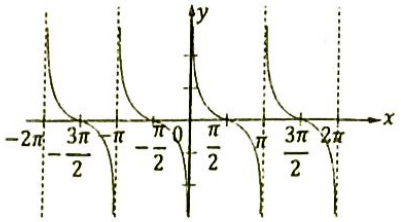
رنج: $R_y = (-\infty, \infty) = IR$

کوتانجانت طاقه تابع ده؛

پریود: π

دومین: $D_y = IR \setminus \{n\pi\},\ n \in Z$

(c) ketabton.com: The Digital Library



❖ سیکنټ:

$y = \sec x$

رنج:

$R_y = IR\backslash(-1,1)$

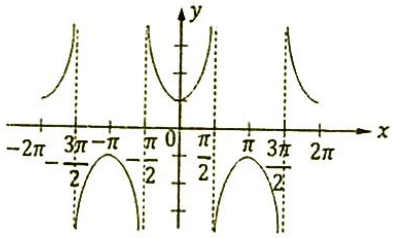
سیکنټ جفته تابع ده؛

پریود:

2π

دومین:

$D_y = IR\backslash\left\{(n+\frac{1}{2})\pi\right\},\ n \in Z$



❖ کوسیکنټ:

$y = \csc x$

رنج:

$R_y = IR\backslash(-1,1)$

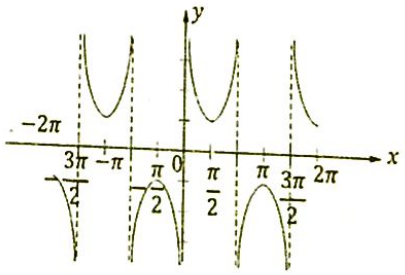
کوسیکنټ طاقه تابع ده؛

پریود:

2π

دومین:

$D_y = IR\backslash\{n\pi\},\ n \in Z$



د دوو زاویو د مجموعې او تفاضل مثلثاتي نسبتونه

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \cdot \tan\beta}$$

$$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$$

$$\sec(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\csc\alpha \cdot \csc\beta \mp \sec\alpha \cdot \sec\beta}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\csc(\alpha \pm \beta) = \frac{\sec\alpha \cdot \sec\beta \cdot \csc\alpha \cdot \csc\beta}{\sec\alpha \cdot \csc\beta \pm \csc\alpha \cdot \sec\beta}$$

د دریو زاویو د مجموعې مثلثاتي نسبتونه

$$\sin(\alpha+\beta+\gamma) = \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\sin\gamma + \sin\beta\cos\alpha\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha\cos\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta+\gamma) = \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma - \cos\alpha$$
$$\sin\beta\sin\gamma - \cos\gamma\sin\alpha\sin\beta - \cos\beta\sin\alpha\sin\gamma$$
$$\tan(\alpha+\beta+\gamma) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta + \tan\gamma - \tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma}{1 - \tan\alpha\tan\beta - \tan\beta\tan\gamma - \tan\alpha\tan\gamma}$$

د دوو زاویو د مثلثاتي نسبتونو مجموعه او تفاضل د ضرب حاصل په شکل

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$
$$\tan\alpha - \tan\beta = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\cos\beta}$$
$$\cot\alpha + \cot\beta = \frac{\sin(\beta+\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\cot\alpha - \cot\beta = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\cos\alpha + \sin\alpha = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$$
$$\cos\alpha - \sin\alpha = \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right) = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$$
$$\tan\alpha + \cot\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\tan\alpha - \cot\beta = -\frac{\cos(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\cdot\sin\beta}$$
$$\sin^2\alpha - \sin^2\beta = \sin(\alpha+\beta)\cdot\sin(\alpha-\beta)$$
$$\cos^2\alpha - \cos^2\beta = -\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)$$
$$\cos^2\alpha - \sin^2\beta = \cos(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)$$

د زاویو د مثلثاتي نسبتونو د ضرب حاصل د جمع او تفاضل په شکل

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]$$
$$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$$
$$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]$$

$$\tan\alpha \cdot \tan\beta = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{\cot\alpha + \cot\beta}$$

$$\tan\alpha \cdot \cot\beta = \frac{\tan\alpha + \cot\beta}{\cot\alpha + \tan\beta}$$

د دوه ځلي زاويې څخه تر n- ځلي زاويې مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

$$\cot 2\alpha = \frac{\cot^2\alpha - 1}{2\cot\alpha}$$

$$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$$

$$\tan 3\alpha = \frac{3\tan\alpha - \tan^3\alpha}{1-3\tan^2\alpha}$$

$$\cot 3\alpha = \frac{\cot^3\alpha - 3\cot\alpha}{3\cot^2\alpha - 1}$$

$$\sin 4\alpha = 4\sin\alpha\cdot\cos\alpha - 8\sin^3\alpha\cdot\cos\alpha$$

$$\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1$$

$$\tan 4\alpha = \frac{4\tan\alpha - 4\tan^3\alpha}{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}$$

$$\cot 4\alpha = \frac{1-6\tan^2\alpha+\tan^4\alpha}{4\tan\alpha - 4\tan^3\alpha}$$

$$\sin 5\alpha = 5\sin\alpha - 20\sin^3\alpha + 16\sin^5\alpha$$

$$\cos 5\alpha = 16\cos^5\alpha - 2\cos^3\alpha + 5\cos\alpha$$

$$\tan 5\alpha = \frac{\tan^5\alpha - 10\tan^3\alpha + 5\tan\alpha}{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}$$

$$\cot 5\alpha = \frac{1-10\tan^2\alpha+5\tan^4\alpha}{\tan^5\alpha - 10\tan^3\alpha + 5\tan\alpha}$$

$$\sin(n\alpha) = 2\sin[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha - \sin[(n-2)\alpha]$$

$$\cos(n\alpha) = 2\cos[(n-1)\alpha]\cdot\cos\alpha - \cos[(n-2)\alpha]$$

$$\tan(n\alpha) = \frac{\tan[(n-1)\alpha] + \tan\alpha}{1-\tan[(n-1)\alpha]\cdot\tan\alpha}$$

$$\cot(n\alpha) = \frac{\cot[(n-1)\alpha]\cdot\cot\alpha - 1}{\cot[(n-1)\alpha] + \cot\alpha}$$

د $\sin\alpha$ او $\sin 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha} + \sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha} - \sqrt{1-\sin 2\alpha}}{2}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{1+\sin 2\alpha} + \sqrt{1-\sin 2\alpha}}{\sqrt{1+\sin 2\alpha} - \sqrt{1-\sin 2\alpha}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} + \sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha}}{2}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{1+\sin\alpha} + \sqrt{1-\sin\alpha}}{\sqrt{1+\sin\alpha} - \sqrt{1-\sin\alpha}}$$

د $\cos\alpha$ او $\cos 2\alpha$ له جنسه د $(\frac{\alpha}{2})$ او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{2}};\quad \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}}$$

$$\tan\alpha = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}};\quad \cot\alpha = \pm\sqrt{\frac{1+\cos 2\alpha}{1-\cos 2\alpha}}$$

$$\sec\alpha = \pm\sqrt{\frac{2}{1+\cos 2\alpha}};\quad \csc\alpha = \pm\sqrt{\frac{2}{1-\cos 2\alpha}}$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}};\quad \cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}};\quad \cot\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$$

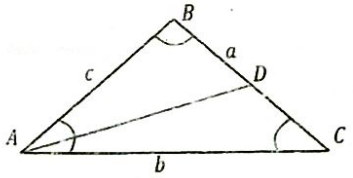
د $\tan\alpha$ او $\tan\frac{\alpha}{2}$ له جنسه د (2α) او (α) مثلثاتي نسبتونه

$$\sin 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha};\quad \cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha};\quad \sin\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \frac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}};\quad \tan\alpha = \frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}$$

د مثلث اړونده فورمولونه



❖ د مثلث مساحت د دوو ضلعو او ددې ضلعو ترمنځ د زاویې له جنسه:

$$S = \frac{1}{2}ab\cdot\sin C$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S=\frac{1}{2}ac\cdot\sin B \quad , \quad S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A$$

❖ د مثلث مساحت چې زاویې او یوه ضلع یې معلومه وي:

$$S=\frac{a^2\cdot\sin B\cdot\sin C}{2\sin A}$$

❖ د مثلث مساحت د ضلعو له جنسه(د هیرون فرمول):

$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p=\frac{a+b+c}{2}$$ p د مثلث د محیط نیمایي ده:

❖ د مثلث د محیطي دایرې شعاع:

$$R=\frac{abc}{4S}=\frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

$$r=\frac{S}{p}$$ ❖ د مثلث د محاطي دایرې شعاع:

❖ د قایم الزاویه مثلث مساحت(a,b قایمې ضلعې):

$$S=\frac{1}{2}ab$$

❖ د متساوي الساقین مثلث مساحت

$$S=\frac{1}{2}a\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}$$:(a=b)

❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې یې معلومې وي:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\begin{Vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{Vmatrix}$$

❖ د مثلث د داخلي ناصف الزاویې اوږدوالې:

$$\overline{AD}=\frac{2}{b+c}\sqrt{p\cdot b\cdot c(p-a)}$$

$$M_a=\frac{\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}}{2}$$ ❖ په هر مثلث کې د میانې اوږدوالې:

متساوي الاضلاع مثلث

$$h=\frac{a}{2}\sqrt{3}$$ ❖ ارتفاع:

$$S=\frac{h\cdot a}{2}=\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$$ ❖ مساحت:

$$R=\frac{a}{3}\sqrt{3}$$ ❖ د محیطي دایرې شعاع:

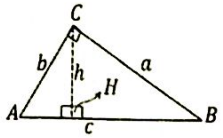
$$r=\frac{a}{6}\sqrt{3}$$ ❖ د محاطي دایرې شعاع:

$$p=3a$$ ❖ محیط:

د قایم الزاویه مثلث قضیې

$$\overline{AC}\cdot\overline{CB}=\overline{CH}\cdot\overline{AB}$$ ۱-

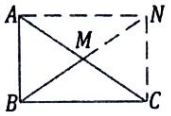
$$\overline{CB}^2=\overline{AH}\cdot\overline{HB}$$ ۲-



(c) ketabton.com: The Digital Library

۳- $(\overline{BM})$ میانه ده:

$$\overline{BM} = \frac{\overline{AC}}{2}$$



۴- که پورتنۍ شکل کې $(\hat{C} = 30°)$ فرض کړو نو:

$$\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

د مثلث د ضلعو له جنسه دیوې زاویې د نیمایي مثلثاتي نسبتونه

$$\begin{cases} \sin\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \\ \sin\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c}{ac}} \\ \sin\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}} \\ \cos\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{ac}} \\ \cos\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{ab}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}} \\ \tan\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-c)}{p(p-b)}} \\ \tan\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{p(p-c)}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \cot\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{(p-b)(p-c)}} \\ \cot\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{p(p-b)}{(p-a)(p-c)}} \\ \cot\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{p(p-c)}{(p-a)(p-b)}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sec\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{bc}{p(p-a)}} \\ \sec\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{ac}{p(p-b)}} \\ \sec\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{ab}{p(p-c)}} \end{cases} ; \quad \begin{cases} \csc\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{bc}{(p-b)(p-c)}} \\ \csc\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{ac}{(p-a)(p-c)}} \\ \csc\frac{C}{2} = \sqrt{\frac{ab}{(p-a)(p-b)}} \end{cases}$$

د ساین قانون (Law of sine)

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R = \frac{abc}{2S}$$

د کوساین قانون (Law of cosine)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ba}$$

همدارنګه دا لاندې رابطې هم صدق کوي:

$$a = c \cdot \cos B + b \cdot \cos C$$

$$b = c \cdot \cos A + a \cdot \cos C$$

$$c = a \cdot \cos B + b \cdot \cos A$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تانجانت قانون (Law of tangent)

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{\tan\frac{A+B}{2}}{\tan\frac{A-B}{2}} \quad ; \quad \frac{a+c}{a-c}=\frac{\tan\frac{A+C}{2}}{\tan\frac{A-C}{2}}$$

همدارنګه لاندې رابطې هم صدق کوي

$$\frac{b+c}{b-c}=\frac{\tan\frac{B+C}{2}}{\tan\frac{B-C}{2}}$$

$$\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cdot\cot\frac{C}{2}$$

$$\tan\frac{B-C}{2}=\frac{b-c}{b+c}\cdot\cot\frac{A}{2}$$

$$\tan\frac{C-A}{2}=\frac{c-a}{c+a}\cdot\cot\frac{B}{2}$$

د کوتانجانت قانون (Law of cotangent)

$$\cot\frac{A}{2}=\frac{p-a}{r} \; ; \; \cot\frac{B}{2}=\frac{p-b}{r} \; ; \; \cot\frac{C}{2}=\frac{p-c}{r}$$

همدارنګه:

$$\frac{\cot\frac{A}{2}}{p-a}=\frac{\cot\frac{B}{2}}{p-b}=\frac{\cot\frac{C}{2}}{p-c}$$

(r) د مثلث د محاطي دايرې شعاع او (p) د مثلث د محيط نيمايي ده.

د (Mollweid) **فرمولونه**

$$\frac{a-b}{c}=\frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b-c}{a}=\frac{\sin\frac{B-C}{2}}{\cos\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c-a}{b}=\frac{\sin\frac{C-A}{2}}{\cos\frac{B}{2}}$$

د نیوټن فرمولونه

$$\frac{a+b}{c}=\frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}}$$

$$\frac{b+c}{a}=\frac{\cos\frac{B-C}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \quad ; \quad \frac{c+a}{b}=\frac{\cos\frac{C-A}{2}}{\sin\frac{B}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثلثاتي معادلې (Trigonometry Equations)

لومړۍ درجه یو مجهوله معادلې

$$A\sin x \pm B\cos x = R\cdot\sin(x \pm \alpha)$$
$$A\cos x \pm B\sin x = R\cdot\cos(x \mp \alpha)$$
$$R = \sqrt{A^2+B^2}\ ;\ \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$ څرنګه چې:

دلومړۍ درجه دوه مجهوله مثلثاتي معادلو سیستمونه او د حل شرطونه یې

❖ لومړی ګروپ:

$$\begin{cases}\sin x \pm \sin y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases},\quad \begin{cases}\cos x \pm \cos y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

د حل شرط یې: $a^2 - 4\sin^2\frac{\alpha}{2} \le 0$

❖ دوهم ګروپ:

$$\begin{cases}\sin x\cdot\sin y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin x\cdot\cos y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases},\quad \begin{cases}\cos x\cdot\cos y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

د حل شرط یې: $-\cos^2\frac{\alpha}{2} \le a \le \sin^2\frac{\alpha}{2}$

❖ دریم ګروپ:

$$\begin{cases}\frac{\sin x}{\sin y} = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases},\quad \begin{cases}\frac{\cos x}{\cos y} = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

❖ څلورم ګروپ:

$$\begin{cases}\tan x \pm \tan y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases},\quad \begin{cases}\cot x \pm \cot y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

د حل شرط یې: $a^2 - 4 + 4a\cdot\cot\alpha \ge 0$

❖ پنځم ګروپ:

$$\begin{cases}\tan x \pm \tan y = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

د حل شرط یې: $-1 \le \frac{1+a}{1-a}\cos\alpha \le 1$

❖ شپږم ګروپ:

$$\begin{cases}\frac{\tan x}{\tan y} = a\\ x \pm y = \alpha\end{cases}$$

د حل شرط یې: $-1 \le \frac{a-1}{a+1}\sin\alpha \le 1$

معکوس مثلثاتي نسبتونه

❖ $y = \sin x \Rightarrow x = \arcsin y$

❖ $y = \cos x \Rightarrow x = \arccos y$

❖ $y = \tan x \Rightarrow x = \arctan y$

❖ $y = \cot x \Rightarrow x = \operatorname{arccot} y$

❖ $y = \sec x \Rightarrow x = \operatorname{arcsec} y$

❖ $y = \csc x \Rightarrow x = \operatorname{arccsc} y$

په معکوسو مثلثاتي نسبتونو کې ییلاییلې عملیې

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$$
$$\operatorname{arcsec} x + \operatorname{arccsc} x = \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x = \operatorname{arccsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arccos x = \operatorname{arcsc}\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\arctan x = \operatorname{arccot}\left(\frac{1}{x}\right), x > 0$$
$$\operatorname{arccot} x = \arctan\left(\frac{1}{x}\right), x > 0$$
$$\operatorname{arcsec} x = \arccos\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\operatorname{arccsc} x = \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$
$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$
$$\arctan(-x) = -\arctan x$$
$$\operatorname{arccot}(-x) = \pi - \operatorname{arccot} x$$
$$\operatorname{arcsec}(-x) = \pi - \operatorname{arcsec} x$$
$$\operatorname{arccsc}(-x) = -\operatorname{arccsc} x$$

$$\sin^{-1} A \pm \sin^{-1} B = \sin^{-1}\left(A\sqrt{1-B^2} \pm B\sqrt{1-A^2}\right)$$
$$\cos^{-1} A \pm \cos^{-1} B = \cos^{-1}\left(AB \mp \sqrt{(1-A^2)(1-B^2)}\right)$$
$$\tan^{-1} A \pm \tan^{-1} B = \tan^{-1}\left(\frac{A \pm B}{1 \mp AB}\right)$$

د معکوسو مثلثاتي نسبتونو ترکیب

$$\sin(\sin^{-1} x) = x \quad , -1 \le x \le 1$$
$$\cos(\cos^{-1} x) = x \quad , -1 \le x \le 1$$
$$\tan(\tan^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\cot(\cot^{-1} x) = x \quad , \quad x \in IR$$
$$\sec(\sec^{-1} x) = x \quad , -1 \ge x \ge 1$$
$$\csc(\csc^{-1} x) = x \quad , -1 \ge x \ge 1$$

$$\sin^{-1}(\sin y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$$
$$\cos^{-1}(\cos y) = y \quad , \quad 0 \le y \le \pi$$
$$\tan^{-1}(\tan y) = y \quad , \quad -\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$$
$$\cot^{-1}(\cot y) = y \quad , \quad 0 < y < \pi$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\sec^{-1}(\sec y) = y \ , \quad 0 \le y \le \pi, y \ne \frac{\pi}{2}$$
$$\csc^{-1}(\csc y) = y \ , \quad -\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}, y \ne 0$$

$$\sin(\cos^{-1} x) = \cos(\sin^{-1} x) = \sqrt{1-x^2}$$
$$\tan(\sin^{-1} x) = \cot(\cos^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\cot(\sin^{-1} x) = \tan(\cos^{-1} x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$\sec(\sin^{-1} x) = \csc(\cos^{-1} x) = \frac{1}{x}$$

$$\sin(\tan^{-1} x) = \cos(\cot^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\cos(\tan^{-1} x) = \sin(\cot^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$
$$\cot(\tan^{-1} x) = \tan(\cot^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\sec(\tan^{-1} x) = \csc(\cot^{-1} x) = \sqrt{1+x^2}$$
$$\csc(\tan^{-1} x) = \sec(\cot^{-1} x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$$

$$\sin(\sec^{-1} x) = \cos(\csc^{-1} x) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$$
$$\cos(\sec^{-1} x) = \sin(\csc^{-1} x) = \frac{1}{x}$$
$$\tan(\sec^{-1} x) = \cot(\csc^{-1} x) = \sqrt{x^2-1}$$
$$\cot(\sec^{-1} x) = \tan(\csc^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$
$$\csc(\sec^{-1} x) = \sec(\csc^{-1} x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$\sin(2 \cdot \sin^{-1} x) = 2x \cdot \sqrt{1-x^2}$$
$$\cos(2 \cdot \cos^{-1} x) = 2x^2 - 1$$
$$\tan(2 \cdot \tan^{-1} x) = \frac{2x}{1-x^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هندسې برخه

د زاویو ډولونه

❖ قایمه زاویه: $\hat{\alpha} = 90°$

❖ حاده زاویه: $0° < \hat{\beta} < 90°$

❖ منفرجه زاویه: $90° < \hat{\beta} < 180°$

❖ مستقیمه زاویه: $\hat{\alpha} = 180°$

❖ مکمله زاویې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90°$

❖ متممې زاویې: $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 180°$

مضلع ګانې

❖ د (n) ضلعي مضلع د داخلي زاویو مجموعه:

$$A = (n-2)180°$$

❖ د (n) ضلعي مضلع د قطرونو مجموعه: $D = \frac{n(n-3)}{2}$

❖ د منظمې مضلع د یوې داخلي زاویې پراخوالی:

$$\alpha = \frac{A}{n} \text{ یا } \alpha = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$$

❖ د منظمې مضلع د یوې خارجي زاویې پراخوالی:

$$\beta = \frac{360°}{n}$$

❖ دیوې مضلع د یوه رأس څخه د قطرونو تعداد: $d = n - 3$

❖ د یوې منظمې مضلع د ضلعو تعداد که داخلي زاویې یې معلومې وي:

$$n = \frac{360°}{180° - \alpha}$$

❖ له یوه رأس څخه د مضلع په منځ کې د مثلثونو شمېر:

$$\Delta = n - 2$$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{a}{2\sin\frac{\pi}{n}}$

❖ د محاطي دایرې شعاع: $r = \frac{a}{2\tan\frac{\pi}{2}} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$

❖ محیط: $P = n \cdot a$

a د منظمې مضلع د یوې ضلعې اوږدوالی.

❖ د مضلع مساحت: $S = \frac{nR^2}{2} \cdot \sin\frac{2\pi}{n}$

❖ د مضلع مساحت: $S = q \cdot r = q\sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$ $(q = \frac{P}{2})$

❖ د دوو منظمو مشابه مضلع ګانو د محیطونو، محیطي او محاطي دایرو تر منځ نسبت: $\frac{P}{P'} = \frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلور ضلعي ګاني (Quadrilateral)

مربع Square:

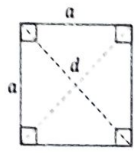
❖ محیط: $P = 4a$

❖ مساحت: $S = a^2$

❖ قطر: $d = \sqrt{2}a$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

❖ د محاطي دایرې شعاع: $r = \frac{a}{2}$



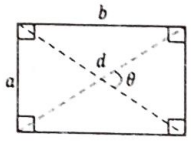
مستطیل Rectangle:

❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot b = \frac{1}{2}d^2 \cdot \sin\theta$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2}$

❖ د محیطي دایرې شعاع: $R = \frac{d}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$



متوازي الاضلاع Parallelogram:

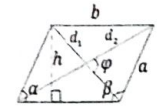
❖ محیط: $P = 2(a + b)$

❖ مساحت: $S = a \cdot h = a \cdot b \cdot \sin\alpha$

❖ مساحت: $S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\varphi$

❖ ارتفاع: $h = b \cdot \sin\alpha = b \cdot \sin\beta$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: $d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$



لوزي (معین) Rhombus:

❖ محیط: $P = 4a$

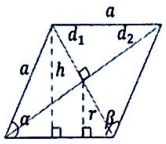
❖ مساحت: $S = a \cdot h = a^2 \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

❖ د قطرونو د مربعاتو مجموعه: $d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$

❖ ارتفاع: $h = a \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2a}d_1 \cdot d_2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د محاطي دايرې شعاع: $r = \frac{h}{2} = \frac{d_1 \cdot d_2}{4a} = \frac{a \cdot \sin\alpha}{2}$

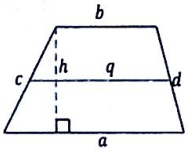


ذوذنقه Trapezoid:

❖ محيط: $P = a + b + c + d$

❖ مساحت: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = q \cdot h$

❖ منځنی خط: $q = \frac{a+b}{2}$

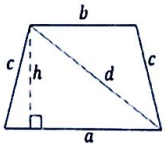


متساوي الساقين ذوذنقه Isosceles Trapezoid:

❖ قطر: $d = \sqrt{ab + c^2}$

❖ ارتفاع: $h = \sqrt{c^2 - \frac{(a+b)^2}{4}}$

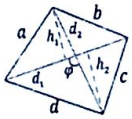
❖ مساحت: $S = \frac{a+b}{2} \cdot h = q \cdot h$



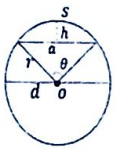
کيفي څلور ضلعي General Quadrilateral:

❖ محيط: $P = a + b + c + d$

❖ مساحت: $S = \frac{d_1}{2}(h_1 + h_2) = \frac{d_1 \cdot d_2}{2} \cdot \sin\varphi$



دايره (Circle):



❖ محيط: $P = 2\pi r = \pi \cdot d$

❖ وتر: $a = 2\sin\frac{\theta}{2} = 2\sqrt{2h \cdot r - h^2}$

❖ مساحت: $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{P \cdot d}{4} = \frac{P \cdot r}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مرکزي زاویې پراخوالی: $\theta = \frac{s}{r}$ (په راډیان θ)

❖ د قطاع محیط: $P' = s + 2 \cdot r$

❖ د قطاع مساحت: $S' = \frac{r \cdot s}{2} = \frac{r^2 \cdot \theta}{2}$ (په راډیان θ)

❖ د قطعې محیط: $P'' = s + a$

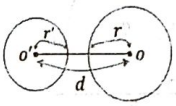
❖ د قطعې مساحت: $S'' = \frac{1}{2}[s \cdot r - a(r - h)]$

❖ د قطعې تقریبي مساحت: $S'' \approx \frac{2}{3} h \cdot a$

❖ د قطعې ارتفاع: $h = r - \frac{1}{2}\sqrt{4r^2 - a^2}\ ; h < r$

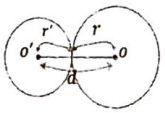
د دوو دایرو موقعیت نسبت یو بل ته

❖ ناپریکړې یا نامتقاطع دایرې:



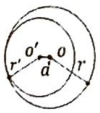
$d > r + r'$

❖ خارجاً مماس دایرې:



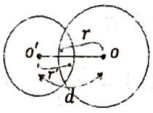
$d = r + r'$

❖ داخلاً مماس دایرې:



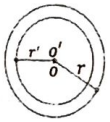
$d = |r - r'|$

❖ متقاطع دایرې:



$|r - r'| < d < r + r'$

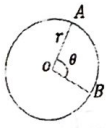
❖ متحدالمرکز دایرې:



$d = 0$

د دایرې اړوند زاویې

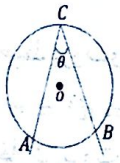
❖ مرکزي زاویه:



$A\hat{O}B = \hat{\theta} = \overset{\frown}{AB}$

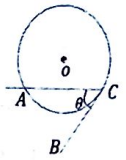
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محيطي زاويه:



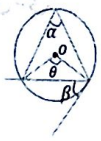
$$A\hat{B}C = \hat{\theta} = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AC}$$

❖ مماسي زاويه:



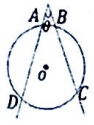
$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AC}$$

❖ د محيطي، مماسي او مرکزي زاويو تر منځ اړيکه چې د عين قوس په مقابل کې واقع کوي:



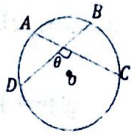
$$\hat{\alpha} = \hat{\beta} = \frac{1}{2} \cdot \hat{\theta}$$

❖ خارجي زاويه:



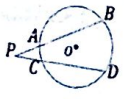
$$\hat{\theta} = \frac{\overset{\frown}{CD} - \overset{\frown}{AB}}{2}$$

❖ داخلي زاويه:



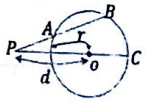
$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \cdot \left(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{DC}\right)$$

په دايره کې د اوږدوالي اړيکې

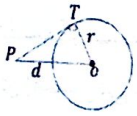


$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

د يو ټکي طاقت نظر دايرې ته



$$PA \cdot PB = d^2 - r^2$$



$$PT^2 = d^2 - r^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف) که یو ټکی د دایرې څخه بهر پروت وي نو طاقت یې مثبت دی:

$$p_{(0)} = d^2 - r^2 > 0$$

ب) که یو ټکی د دایرې پر محیط پروت وي نو طاقت یې صفر دی:

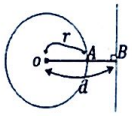
$$p_{(0)} = d^2 - r^2 = 0 \Rightarrow d^2 = r^2$$

ج) که یو ټکی د دایرې په داخل کې پروت وي نو طاقت یې منفي دی:

$$p_{(0)} = d^2 - r^2 < 0 \Rightarrow d^2 < r^2$$

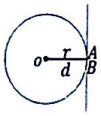
د دایرې سره د یوې مستقیمې کرښې حالتونه

❖ که کرښه له دایرې سره ګډ ټکی ونه لري:



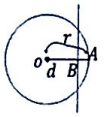
$d > r$

❖ که کرښه له دایرې سره یو ټکی ولري نو کرښه پر دایره مماس دی:



$d = r$

❖ که کرښه له دایرې سره دوه ګډ ټکي ولري:



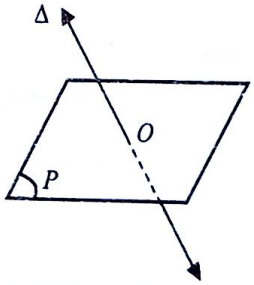
$d < r$

فضايي هندسه

په درې بعدي فضاکې کرښه او مستوي

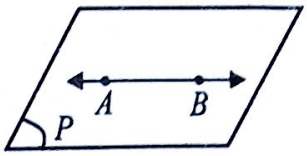
د یوې مستقیمې کرښې او یوې مستوي نسبي حالت

1- که چیرې یو مستقیمه کرښه او یوه مستوي یوه مشترکه نقطه ولري نو یوله بل سره متقاطع دي.

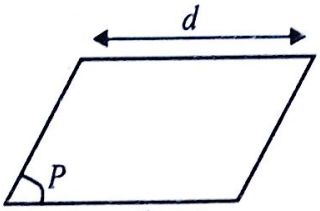


2- که چیرې یو مستقیمه کرښه له یوې مستوي سره دوه اویا له دوو څخه زیاتو ګډو (مشترکې) نقطې ولري، نو مستقیمه کرښه په مستوي کې شامله یا ورسره منطبقه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

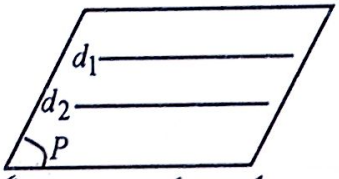


3- که چيرې يو مستقيمه کرښه له يوې مستوي سره هيڅ ګډه نقطه ونه لري، نو دا مستقيم له مستوي سره موازي دی.

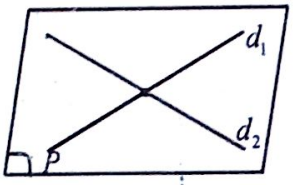


❖ له يو بل سره د دوو مستقيمو کرښو نسبي حالت:

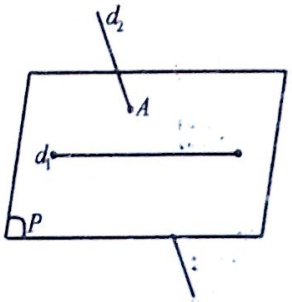
1- په يوې مستوي کې دوه کرښې هغه وخت موازي بلل کيږي چې هيڅ ګډ ټکی ونه لري.



2- په يوه مستوي کې دوه کرښې، چې يو ګډ ټکی ولري، متقاطع کرښې بلل کيږي.



3- که دوه کرښې چې په يوه مستوي کې واقع نه وي او کوم ګډ ټکي هم ونه لري، متنافرې کرښې بلل کيږي.

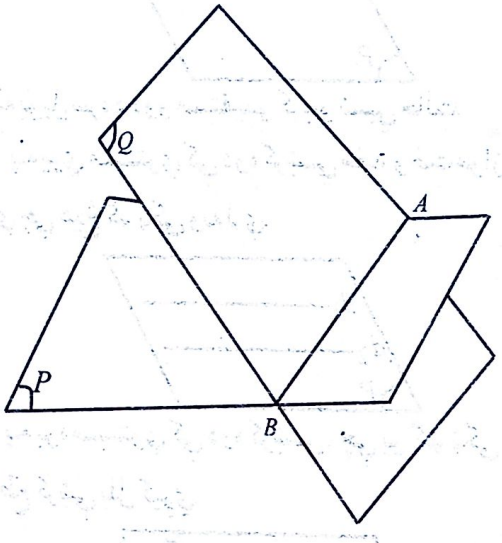


د دوو مستوي ګانو نسبي حالت

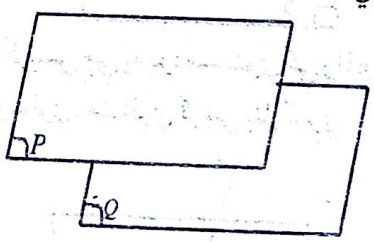
1- که چيرې دوې مستوي ګانې لږ تر لږه درې مشترکې نقطې ولري، چې د يو مستقيم خط په امتداد پرتې نه وي، يو پر بل منطبقې مستوي ګانې بلل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2- کـه چيرې دوې مسـتوي ګانې يو ګډ مسـتقيم خط ولري متقاطع مسـتوي ګانې بلل کيږي. دغه AB مشـترک خط ته مشترک فصل هم وايي.



3- کـه چيرې دوه مسـتوي ګانې هيڅ کوم ګډ ټکی ونـه لري، سره موازي دي.



د ييلاييلو جسمونو د ييلاييلو ځانګړتياوو فورمولونه

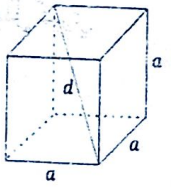
مکعب Cube:

❖ حجم: $V = a^3$

❖ جانبي مساحت: $S = 4a^2$

❖ ګلي مساحت: $A = 6a^2$

❖ قطر: $d = \sqrt{3} \cdot a$



(c) ketabton.com: The Digital Library

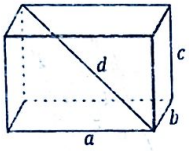
مکعب مستطیل Rectangular Parallelepiped:

❖ حجم: $V = a \cdot b \cdot c$

❖ جانبي مساحت: $S = 2(bc + ac)$

❖ کُلي مساحت: $A = 2(ab + ac + bc)$

❖ قطر: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

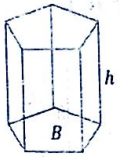


منشور Prism:

❖ حجم: $V = B \cdot h$

❖ جانبي مساحت: $S = P \cdot h$ (P د قاعدې محیط)

❖ کُلي مساحت: $A = P \cdot h + 2B = S + 2B$



استوانه Cylinder:

❖ حجم: $V = B \cdot h = \pi r^2 h$

❖ جانبي مساحت: $S = 2\pi r \cdot h$

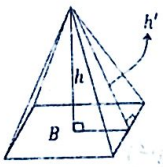
❖ کُلي مساحت: $A = S + 2B = 2\pi r(h + r)$

هرم Pyramid:

❖ حجم: $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

❖ جانبي مساحت: $S = \frac{P \cdot h'}{2}$

❖ کُلي مساحت: $A = S + B$



(c) ketabton.com: The Digital Library

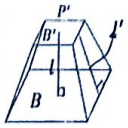
ناقص هرم: Frustum of Pyramid

❖ **حجم:** $V = \frac{K}{3}\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$

❖ **جانبي مساحت:** $S = \frac{l'}{2}(P + P')$

❖ **ګلي مساحت:** $A = S + B + B'$

❖ **د مقطع مساحت:** $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2}$

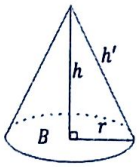


مخروط: Cone

❖ **حجم:** $V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 h}{3}$

❖ **جانبي مساحت:** $S = \frac{P \cdot h'}{2} = \pi r h'$

❖ **ګلي مساحت:** $A = S + B = \pi r(r + h')$



ناقص مخروط: Frustum of Cone

❖ **د مقطع شعاع:** $r' = r \cdot \frac{K}{h}$

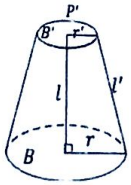
❖ **حجم:** $V = \frac{\pi K}{3}(r^2 + r'^2 + r \cdot r')$

❖ **جانبي مساحت:** $S = \pi \cdot l'(r + r')$

❖ **ګلي مساحت:** $A = S = B + B'$

❖ **د مقطع مساحت:** $B' = B \cdot \frac{K^2}{h^2} = \pi r^2 \cdot \frac{K^2}{h^2}$

په ناقص هرم او مخروط کې د (K) قیمت: $K = h - l$



ګره: Sphere

❖ **حجم:** $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

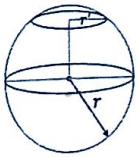
❖ **د سطحي مساحت:** $A = 4\pi r^2 = \pi d^2$

❖ **د مقطع مساحت:** $s = \pi r' = \pi(r^2 - y^2)$

❖ **د مقطع شعاع:** $r' = \sqrt{r^2 - y^2}$

y- د ګړي د مرکز او قطع شوې برخې د مرکز تر منځ فاصله ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



❖ د څو اړخیز جسم لپاره د (Euler) قاعده: $F + V = E + 2$

V- رأسونه، E- ضلعې، F- اړخونه یا مخونه د جسم.

تحلیلي هندسه

❖ په یو محور د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d = AB = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$$

❖ په سطحه کې د دوو ټکو ترمنځ واټن:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

❖ د یوې نقطې واټن د وضعیه کمیاتو له مبدا څخه:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2}$$

❖ د دوو ټکو ترمنځ واټن په قطبي مختصاتو کې:

$$d = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}$$

❖ د هغې نقطې مختصات چې قطعه خط په یو نسبت باندې ویشي:

$$P\left(x = \frac{x_1 + x_2 \cdot r}{1 + r}, y = \frac{y_1 + y_2 \cdot r}{1 + r}\right)$$

❖ د $\left(\frac{m}{n}\right)$ په نسبت د یوه قطعه خط ویشل:

$$P\left(x = \frac{nx_1 + mx_2}{n + m}, y = \frac{ny_1 + my_2}{n + m}\right)$$

❖ د قطعه خط د نیمایي نقطې مختصات:

$$P\left(x = \frac{x_1 + x_2}{2}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

❖ د مستقیم خط میل چې د (x) محور سره د (θ) زاویه ولري:

$$m = \tan\theta$$

❖ د مستقیم خط میل چې دوې نقطې یې معلومې وي:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

د مستقیم خط معادلې

❖ عمومي معادله: $Ax + By + c = 0$

۱- میل او (y) محور سره تقاطع ټکی معلوم وي: $y = mx + b$

۲- چې د (x) محور سره موازي وي: $y = b \ , \ b \neq 0$

۳- چې د (y) محور سره موازي وي: $x = a \ , \ a \neq 0$

۴- میل او یوه نقطه یې معلومه وي: $y - y_1 = m(x - x_1)$

۵- دوې نقطې یې معلومې وي: $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۶- د محوراتو معادله: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

۷- نارمل معادله: $x\cos\theta+y\sin\theta-p=0$

p د عمود خط اوږدوالی، θ د عمود خط د میل زاویه.

۸- د مستقیم خط عمومي معادله د نورمال معادلې په شکل:

$$\frac{Ax}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{By}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}+\frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}=0$$

۹- د مستقیم خط معادله په قطبي مختصاتو کې:

$$\frac{b}{r}=\sin\theta-a\cdot\cos\theta$$

❖ د یو ټکي واټن د مستقیم خط څخه: $d=\frac{Ax_1+By_1+C}{\sqrt{A^2+B^2}}$

$$d=x_1\cos\theta+y_1\sin\theta-p$$

❖ د دوو موازي خطونو ترمنځ واټن: $d=\frac{|C_2-C_1|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا نه د یو مستقیم خط واټن:

$$d=\frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

❖ د دوو مستقیمو خطونو ترمنځ زاویه: $\tan\theta=\frac{m_2-m_1}{1+m_1\cdot m_2}$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پر بل عمود دي چې:

$$m_1\cdot m_2=-1\quad,\quad A_1\cdot A_2+B_1\cdot B_2=0$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت متقاطع دي چې:

$$m_1\neq m_2\quad,\quad \frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت یو پربل منطبق دي چې:

$$m_1=m_2\quad,\quad b_1=b_2\quad,\quad \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

❖ دوه مستقیم خطونه هغه وخت موازي دي چې:

$$m_1=m_2\quad,\quad b_1\neq b_2\quad,\quad \frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$$

❖ د مثلث مساحت د رأسونو د مختصاتو له مخې:

$$\begin{cases}A(x_1,y_1)\\B(x_2,y_2)\\C(x_3,y_3)\end{cases},S=\frac{[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]}{2}$$

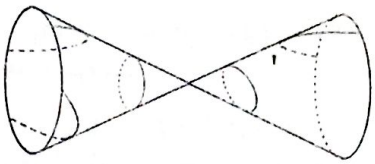
❖ د مثلث مساحت چې د رأسونو نقطې یې معلومې وي:

$$S=\frac{1}{2}\cdot\begin{Vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{Vmatrix}$$

❖ د مثلث د ثقل مرکز: $P\left(x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3},y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مخروطي مقاطع (Conic Sections)



د مخروطي مقاطعو د ستندرد حالت معادلې

❖ پارابول: $y^2 = 4Px$, $e = 1$ (e عن المرکزیت)

❖ دایره: $x^2 + y^2 = 1$, $e = 0$

❖ بیضوي: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $0 < e < 1$

❖ هایپربولا: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $e > 1$

❖ د مخروطي مقاطعو عمومي معادله:

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

پورتنۍ معادله کې:

که $A \cdot B = 0$ شي، د پارابولا معادله لاسته راځي.

که $A = B$ شي، د دایرې معادله لاسته راځي.

که $A \neq B > 0$ شي، د بیضوي معادله لاسته راځي.

که $A \cdot C < 0$ شي، د هایپرابولا معادله لاسته راځي.

❖ د مخروطي مقاطعو معادلې په قطبي مختصاتو کې: په عمومي صورت که چیرې هادي د قطبي محور سره موازي وي، د مخروطي مقاطعو معادله په قطبي مختصاتو کې عبارت ده له:

$$r = \frac{e \cdot P}{1 \pm e \cdot \cos\theta}$$

پدې ځای کې د عن المرکزیت لپاره دری حالتونه شتون لري:

1- $e = 1$ د پارابول حالت دی.

2- $e < 1$ د بیضوي حالت دی.

3- $e > 1$ د هایپربول حالت دی.

دایره (Circle)

❖ د هغې دایرې معادله چې مرکز یې د وضعیه کمیاتو مبدا وي:

$$x^2 + y^2 = R^2$$

❖ د هغې دایرې معادله چې مرکز یې $c(h,k)$ وي:

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = R^2$$

د دایرې د معادلو خصوصي حالتونه

❖ مرکز یې د (x) په محور: $(x-h)^2 + y^2 = R^2; k = 0$

❖ مرکز یې د (y) په محور: $x^2 + (y-k)^2 = R^2; h = 0$

❖ د (x) په محور مماس:

$$(x-h)^2 + (y-R)^2 = R^2 \ ; \ |k| = R$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د (y) په محور مماس:

$$(x-R)^2+(y-k)^2=R^2\ ;\ |h|=R$$

❖ دواړو محورو سره مماس:

$$(x-R)^2+(y-R)^2=R^2\ ;\ |h|=|k|=R$$

❖ د وضعیه کمیاتو له مبدا څخه د یوې دایرې دتیریدو شرط:

$$h^2+k^2=R^2$$

❖ د دایرې عمومي یا انکشاف یافته معادله:

$$Ax^2+By^2+Dx+Ey+F=0$$

❖ پورتنۍ معادله کې د دایرې مرکز: $C\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$

❖ پورتنۍ معادله کې شعاع: $R=\frac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$

- دایره حقیقي ده: $D^2+E^2-4F>0$
- دایره نقطوي ده: $D^2+E^2-4F=0$
- دایره مجازي ده: $D^2+E^2-4F<0$

❖ د دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ ټکي کې:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

❖ د دایرې د مماس میل په $p(x_1,y_1)$ کې: $m=-\frac{h-x_1}{k-y_1}$

❖ د مماس د تماس په ټکي $p(x_1,y_1)$ کې د شعاع میل:

$$m_r=\frac{k-y_1}{h-x_1}$$

❖ د $x^2+y^2=R^2$ دایرې د مماس معادله په $p(x_1,y_1)$ کې:

$$x\cdot x_1+y\cdot y_1={x_1}^2+{y_1}^2=R^2$$

❖ د دایرې د مماس اوږدوالی له $p(x_1,y_1)$ ټکي څخه:

$$\overline{PT}=\sqrt{(x_1-h)^2+(y_1-k)^2-R^2}$$

د دوو دایرو د جذري محور معادله

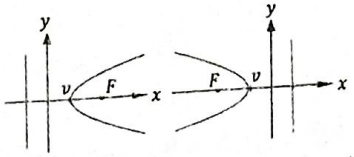
❖ د دواړو دایرو د معادلو حاصل تفریق څخه لاسته راځي:

$$\begin{array}{r} x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0 \\ -\quad x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0 \\ \hline \end{array}$$

پارابولا (Parabola)

رأس یې په $(0,0)$ ټکي کې او د تناظر محور (x) وي:

❖ معادله: $y^2=4px$



$p>0$ د پارابول خولهښي خواته خلاصه ده (مقعر).

$p<0$ د پارابول خوله چپې خواته خلاصه ده (محدب).

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(p,0)$

❖ مؤجه خط(هادي): $x=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=0\ ;(x-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ عمودي وتر: $\overline{AB}=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(x,\pm y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(y-k)^2=4p(x-h)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h+p,k)$

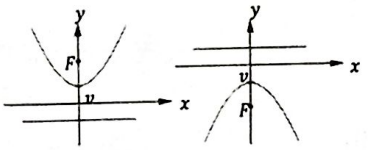
❖ مؤجه خط(هادي): $x=h-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $y=k$

❖ غيرمحراقي محور: $x=h$

رأس يې په $(0,0)$ تکي کې او د تناظر محور (y) وي:

❖ معادله: $x^2=4py$



$p>0$ د پارابول خوله پورته خواته خلاصه ده (مقعر).

$p<0$ د پارابول خوله ښکته خواته خلاصه ده (محدب).

❖ د رأس مختصات: $V(0,0)$

❖ د محراق مختصات(P محراقي فاصله): $F(0,p)$

❖ مؤجه خط(هادي): $y=-p$

❖ محراقي يا د تناظر محور: $x=0\ ;(y-axis)$

❖ غيرمحراقي محور: $y=0\ ;(x-axis)$

❖ عمودي وتر: $AB=4p$

❖ د عمودي وتر نقطې: $AB(\pm x,y)$

رأس يې په (h,k) تکي کې او د تناظر محور د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $(x-h)^2=4p(y-k)$

❖ د رأس مختصات: $V(h,k)$

❖ د محراق مختصات: $F(h,k+p)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مؤجه خط(هادي): $y = k - p$

❖ محراقي یا د تناظر محور: $x = h$

❖ غیرمحراقي محور: $y = k$

بیضوي (Ellipse)

عمومي ځانګړتیاوې:

❖ لوی قطر: $AA' = 2a$

❖ کوچنی قطر: $BB' = 2b$

❖ د محراقونو ترمنځ فاصله: $F_1F_2 = 2c$

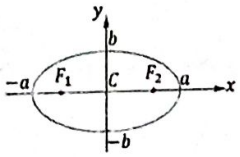
❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

❖ عن المرکزیت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}\ ; 0 < e < 1$

❖ عمودي وتر(لتس ریکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{a}$

مرکزیې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر یې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بیضوي افقي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غیر محراقي محور: $x = 0$

مرکزیې په (h,k) ټکي کې او لوی قطر یې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e} = h \pm \frac{a^2}{c}$

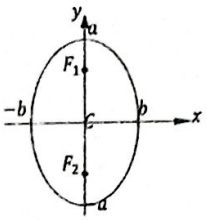
❖ محراقي محور: $y = k$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ غير محراقي محور: $x = h$

مرکز يې په $(0,0)$ ټکي کې او لوی قطر يې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$



$a > b > 0$ وي بيضوي عمودي ده.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0, \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(0, \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(\pm b, 0)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = \pm\frac{a}{e} = \pm\frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = 0$

❖ غير محراقي محور: $y = 0$

مرکز يې په (h,k) ټکي کې او لوی قطر يې د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h, k \pm c)$

❖ د لوی قطر د رأسونو مختصات: $AA'(h, k \pm a)$

❖ د کوچني قطر د رأسونو مختصات: $BB'(h \pm b, k)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y = k \pm \frac{a}{e} = k \pm \frac{a^2}{c}$

❖ محراقي محور: $x = h$

❖ غير محراقي محور: $y = k$

هايپربولا(Hyperbola)

عمومي ځانګړتياوې:

❖ د هايپربولا اړيکه: $c^2 = a^2 + b^2$

❖ د حقيقي رأسونو ترمنځ فاصله: $AA' = 2a$

❖ د مجازي رأسونو ترمنځ فاصله: $BB' = 2b$

❖ د محراقونو ترمنځ فاصله: $F_1F_1 = 2c$

❖ محراقي فاصله: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

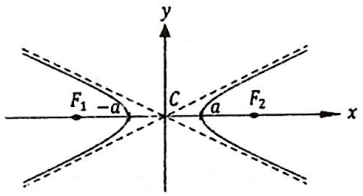
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ عن المرکزیت: $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$; $e > 1$

❖ عمودي وتر(لتس ریکتم): $\overline{MM'} = \frac{2b^2}{c}$

مرکز یې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور یې د (x) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



د هایپربولا خولې ښي او چپ لور ته خلاصې دي.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(\pm a, 0)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(0, \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(\pm c, 0)$

❖ مجانبونه: $y = \pm \frac{b}{a}x$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = \pm \frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $y = 0$

❖ غیرمحراقي محور: $x = 0$

مرکز یې په (h,k) ټکي کې او محراقي محور یې د (x) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د حقیقي رأسونو مختصات: $AA'(h \pm a, k)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h, k \pm b)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h \pm c, k)$

❖ مجانبونه: $(y-k) = \pm \frac{b}{a}(x-h)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $x = h \pm \frac{a}{e}$

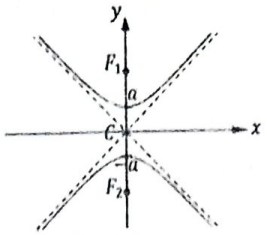
❖ محراقي محور: $y = k$

❖ غیرمحراقي محور: $x = h$

مرکز یې په $(0,0)$ ټکي کې او محراقي محور یې د (y) په محور وي:

❖ معادله: $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د هايپربولا خولې پورته او ښکته خواته خلاصې دي.

❖ د مرکز مختصات: $C(0,0)$

❖ د حقيقي رأسونو مختصات: $AA'(0,\pm a)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(\pm b,0)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(0,\pm c)$

❖ مجانبونه: $y=\pm\frac{a}{b}x$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y=\pm\frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $x=0$

❖ غيرمحراقي محور: $y=0$

مرکز يې په (h,k) ټکي کې او محراقي محور يې د (y) محور سره موازي وي:

❖ معادله: $\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$

❖ د مرکز مختصات: $C(h,k)$

❖ د حقيقي رأسونو مختصات: $AA'(h,k\pm a)$

❖ د مجازي رأسونو مختصات: $BB'(h\pm b,k)$

❖ د محراقونو مختصات: $F_1F_2(h,k\pm c)$

❖ مجانبونه: $(y-k)=\pm\frac{a}{b}(x-h)$

❖ مؤجه خطونه(هادي): $y=k\pm\frac{a}{e}$

❖ محراقي محور: $x=h$

❖ غيرمحراقي محور: $y=k$

د يوې نقطې موقعيت نظر مخروطي مقاطعو ته

له نقطې څخه د (x) او (y) قيمتونه رااخلو او د منحني يا اړونده مخروطي مقطع په معادله کې يې وضع کوو نو دری حالتونه به ولرو:

❖ که ښی او کين(چپ) لوری سره مساوي شول، نو نقطه د منحني په محيط پرته ده.

❖ که ښی لوری زيات شي، نو نقطه د دايرې، بيضوي او پارابول په داخل کې او د هايپربولا په خارج کې واقع ده.

❖ که چپ لوری زيات شي، نو نقطه د دايرې، بيضوي او پارابول په خارج کې او هايپربولا په داخل کې واقع ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د يوې کرښې موقعيت نظر مخروطي مقاطعو ته د (x) او (y) قيمتونه د مستقيمې کرښې له معادلې څخه لاسته راوړو او د منحني په معادله کې يې وضع کوو، دوهمه درجه يو مجهوله معادله لاسته راځي، (Δ) يې تشکيلوو $(\Delta = b^2 - 4ac)$:

❖ که $(\Delta > 0)$ شو، مستقيمه کرښه منحني په دوو نقطو کې قطع کوي.

❖ که $(\Delta = 0)$ شو، مستقيمه کرښه له منحني سره مماس ده.

❖ که $(\Delta < 0)$ شو، مستقيمه کرښه منحني نه قطع کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

احصائیه Statistics

❖ (Data) ډیټا: لومړنیو راټولو شویو معلوماتو ته وایي

❖ (meanor average) کـه (n) شمیر ډیټا وي نو د هغوی ټولو عددونو مجموعه چې

$$\overline{X} = \frac{x_1 + \cdots + x_n}{n}$$

❖ (mode): په راټول شوي ډیټا کې هغه ډیټا چې زیاته فریکونسي ولري یا د هغوی عددونو کې (5) مود لري یا ممکن امکان لري چې یوه سلسله معلومات یو یا څو له یوه څخه زیات مودونه ولري او ځینې وخت مود نه لري

❖ د نسبي کثرت فیصدي:

$$= \frac{\text{مطلق کثرت}}{\text{د ټولې ډیټا کثرت}} \times 100\%$$

❖ غیر متصلې ډیټا اوسط:

$$\overline{X} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots f_n x_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

❖ (x) یوه ډیټا او f د هغې کثرت دی.

❖ وزني اوسط:

$$\overline{X} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

❖ میانه (median): کله چې راکړل شوي معلومات منظم (صعودي یا نزولي ډول) کړونو منځنی عددیې میانه ده او که د عددونو شمیر جفت وه نو د دوو منځینو عددونو اوسط یې میانه ده مثلاً په لاندې معلوماتو کې (7) میانه ده:

1,2,3,7,10,13,17

❖ د تحول ساحه (Range):

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترټولو کم قیمت - ترټولو زیات قیمت = $Range$

❖ دانحراف اوسط:

$$\text{دانحراف اوسط} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \cdots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

$x_1, x_2, \cdots x_n$ ډیټا ګانې، $\bar{X}$ د ډیټاګانو اوسط او n د ډیټاګانو شمیر ده.

❖ د P- ام څلورمې (ربعي) موقعیت:

$$C_{QP} = \frac{P \cdot n}{4} + \frac{1}{2} \quad (p = 1,2,3 \text{ , } n \text{ د ډیټاګانو شمیره})$$

❖ ربعي (څلورمو) انحراف:

$$Q = Q_3 - Q_1$$

Q_1 او Q_3 په ترتیب سره د ډیټا لومړۍ څلورمه (ربعه) او دریمه څلورمه ده.

❖ واریانس $(Variance)$:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

❖ ځینې وخت لدې فورمول څخه هم واریانس په لاس راوړي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

❖ واریانس په هغه صورت کې چې ډیټا په کلاسونو کې ترتیب شوې وي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=2}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=2}^{n} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^2}{N}$$

x - د کلاس مرکز، f یې فریکونسي وي او $N = \sum_{i=1}^{n} f_i$ وي

❖ معیاری انحراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\bar{x}^2}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i^2}{n}\right)^2}$$

❖ معیاری انحراف د فریکونسیوله جدول څخه:

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}f_ix_i^2}{\sum_{i=1}^{n}f_i}-\bar{x}^2}$$

❖ د بدلونونو ضریب:

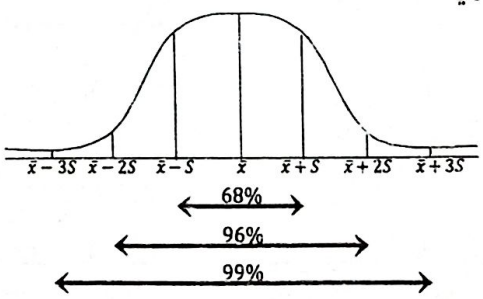
$$C\cdot V=\frac{S}{\bar{x}}=\frac{\text{معیاری انحراف}}{\text{اوسط}}$$

❖ د تحول ضریب:

$$C\cdot V\%=100\cdot\frac{S}{x}$$

❖ په نورمال منحنی کې پراګنده ګي (تیتوالی):

- کـه چیرې $(\bar{x})$ اوسـط او (S) معیـاري انحراف وي، نو 68% د پلټنې موارد د $(\bar{x}-S,\bar{x}+S)$ په فاصله کې یعنې د اوسط په شااو خوا د معیاري انحراف په فاصله کې ځای لري.
- 96% دپلټنې موارد د $(\bar{x}-2S,\bar{x}+2S)$ پـه فاصـله کې ځای لري.
- 99% د پلټنې موارد د $(\bar{x}-3S,\bar{x}+3S)$ پـه فاصـله کې ځای لري.



❖ د نورمال توزیع د ډول شا خطونه:

1- د خمیدلو (Skewness) شاخص: هغه توزیع چې د اوسط په دواړو خواوو کې متناظره نه وي خمیدل نومیږي، چې په دوو لاندې ضریبونو ښودل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د خمیدلو ضریب:

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{S^3}$$

- که $\alpha_3 = 0$ وي، نو توزیع متناظره ده.
- که $\alpha_3 > 0$ وي، نو د توزیع خمیدل مثبت دي، یعني ښي لوري ته خمیده ګي لري.
- که $\alpha_3 < 0$ وي، نو د توزیع خمیدل منفي دی، یعني کین لوري ته خمیده ګي لري.

ب: د پیرسون د خمیدلو ضریب: $K_{(p)} = \frac{3(\bar{x} - med)}{S}$

- که $SK_{(p)} = 0$ وي، نو توزیع متناظره ده.
- که $SK_{(p)} > 0$ وي، نو توزیع منحني مثبت خمیدل لري.
- که $SK_{(p)} < 0$ وي، نو توزیع منحنی منفي خمیدل لري.

2- د پرسوب $(kurtosis)$ شاخص: د اشاخص دا ښیي چې د توزیع یوه منحني څه وخت جکوالی او څه وخت ټیټوالی لري:

$$\alpha_4 \frac{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

یا د کثرت د جدول په شتون کې د پرسوب شاخص:

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i - \bar{x})^4}{S^4}$$

❖ د پیوستون ضریب:

$$r = \frac{\frac{\sum_{i=1}^{n} xy}{n} - \bar{x}\cdot\bar{y}}{S_x \cdot S_y}$$

❖ د خطي میلان معادله (د ریګریشن کرښه): $y = ax + b$

❖ د خطي میلان معادله کې د (a) قیمت: $a = r \cdot \frac{S_y}{S_x}$

❖ د خطی میلان معادله کې د (b) قیمت: $b = \bar{y} - a\bar{x}$

❖ د تعجیل او پیوسته احتمال تابع: $F(x) = P(X \le x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ که چیرې $f(x)$ د احتمال تابع او (x) تصادفي متحول وي، نو ددې احتمال چې x د k_1 او k_2 په منځ کې وي برابر دی له:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = \int_{k_1}^{k_2} f(x)dx$$

❖ که چیرې x پیوسته ناڅاپي متحول او $k_1 < k_2$ څخه وي نو:

$$P(k_1 \le x \le k_2) = F(k_2) - F(k_1)$$

❖ د x ناڅاپي مجزا متحول اوسط: $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$

❖ د x ناڅاپي مجزا (گسته) احتمال واریانس:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} [x_i - E(x_i)]^2 f(x_i)$$

❖ د نا بریالیتوب احتمال: (P د بریالیتوب احتمال)

$$q = 1 - P$$

❖ د n ځلې آزمایښت څخه د m ځلې بریالیتوب احتمال:

$$P(X \le m) = \binom{n}{m} P^m q^{n-m} \quad ; \quad 0 \le m \le n$$

❖ د پورتني دوه جمله یي د توزیع اوسط: $\bar{X} = nP$

❖ د پورتني دوه جمله یې د توزیع معیاري انحراف:

$$S = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$$

❖ د پواسن د احتمال توزیع فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^m}{m!} \quad , e = 2.71828$$

❖ د پواسن په توزیع کې اوسط = ویانس: $\lambda = n \cdot P$

❖ په تاکلي وخت د احتمال و مماسې لپاره د پواسن فورمول:

$$P(X = m) = \frac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^m}{m!}$$

t – د تاکلي وخت نسبت پرتول وخت چې اوسط ورکړل شوی وي، m د ورتللو شمیر د t په واحد وخت کې او د ورتګ شمیر اوس په واحد کې دی.

❖ د نورمال توزیع احتمال:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2},\ \begin{cases}\pi=3.14189\\ e=2.71828\end{cases}$$

❖ د نورمال د توزیع احتمال بل فورمول: $f(x)=N(x,\bar{x},S)$

x – پیوسته تصادفي مقدار او $f(x)$ د منحني جګوالی راښي

❖ د x پیوسته تصادفي متحول د نورمال احتمال توزیع په یوه انټروال کې:

$$f(x_1<x<x_2)=\int_{x_1}^{x_2}f(x)dx=\int_{x_1}^{x_2}\frac{1}{S\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}}{S}\right)^2}$$

❖ سټنډرډ نورمال متحول: $Z=\dfrac{x-\bar{x}}{S}$

❖ نمونه یي اوسط:

$$\bar{x}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

❖ د ټولنې اوسط: $\mu=E(\bar{x}_n)$

❖ د $\bar{x}_n$ متحول وریانس، δ^2 د ټولنې وریانس:

$$V(\bar{x}_n)=\frac{1}{n}\delta^2$$

❖ د نمونې وریانس: $S_n^2=S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

❖ د نمونه یې وریانس اوسط: $E(S^2)=\delta^2$

❖ د لویې ټولنې د حجم ښودنه: $=$ د لویې ټولنې حجم $\dfrac{S}{\sqrt{n}}$

❖ د کوچنۍ ټولنې د حجم ښودنه:

(N د ټولنې عناصروشمیر) $\dfrac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\dfrac{N-m}{N-1}}$ د کوچنۍ ټولنې حجم

❖ د تقریبی نورمال توزیع د اوسط $(\mu_{\bar{x}}=\mu)$ وریانس:

$$\delta_{\bar{x}}^2=\frac{\delta^2}{n}$$

❖ د نورمال سټنډرډ توزیع ناڅاپه متحول: $Z=\dfrac{\bar{x}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د نمونې د نسب آماره: $\hat{P} = \frac{x}{n}$

❖ د x نا څاپي متحول اوسط: $E(x) = np$

❖ د x نا څاپي متحول وریانس: $V(x) = npq$

❖ د دوه جمله یي د توزیع په پاملرنې سره د $\hat{P}$ توزیع:

$$f(n\hat{p}) = \binom{n}{n\hat{p}} p^{n\hat{p}}(1-p)^{n(1-\hat{p})} \quad ; \quad \hat{p} = 0, \frac{1}{n}, \cdots, 1$$

❖ د نورمال ستنډرډ توزیع: $Z = \frac{x - np}{\sqrt{npq}} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$

❖ د $\hat{p}$ وریانس: $V(\hat{p}) = \frac{p \cdot q}{n}$

❖ د $\hat{p}$ اوسط: $E(\hat{p}) = p$

(c) ketabton.com: The Digital Library

احتمالات Probability

❖ دیوې پیښې چانس بیانول په عدد (رقم) سره د احتمال په نوم یادیږي.

❖ د A ناڅاپي پیښې احتمال:

$$P(A)=\frac{T}{S}=\frac{\text{د ناڅاپي پیښې د مساعدو حالتونو شمیر}}{\text{د تجربې د ټولو پایلو د حالتونو شمیر (دنمونې فضا)}}$$

❖ د E پیښې احتمال: (n دنمونې د فضا غړي) $P(E)=\frac{1}{n}$

❖ د B ناممکنې پیښې احتمال: $P(B)=0$

❖ د B خامخا پیښیدونکې پیښې احتمال: $P(B)=1$

❖ د اتفاقي (ناڅاپي) پیښو شمیر:

2^n (n دنمونې د فضا د غړو شمیر)

❖ اتفاقي پیښه (E): د S د نمونې فضا هر فرعي سټ یوه اتفاقي پیښه ده.

❖ د E اتفاقي پیښې احتمال تل د (0) او (1) ترمنځ وي:

$$0 \le P(E) \le 1$$

❖ د A ناڅاپي پیښې مکمله: $P(\overline{A})=1-P(A)$

❖ د مستقلو پیښو لپاره د جمعې اصل:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)$$

❖ د مستقلو پیښو لپاره د ضرب اصل:

$$P(A \cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

❖ د جمعې عمومي اصل:

$$P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$$

❖ مشروط (Conditional) احتمال:

$$P_B(A)=(A/B)=\frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad , \quad P(B)\neq 0$$

$$P(A \cap B)=P(B)\cdot P(A/B)=P(A)\cdot P(B/A)$$

❖ n- ام فکتوریل: $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot n \;;\; n \in IN_0$

❖ $0!=1$

❖ $1!=1$

❖ د سټرلینګ فورمول د n- ام فکتوریل لپاره:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$n1 \approx \sqrt{2\pi n} \cdot \left(\frac{n}{e}\right)^n \quad , \quad \begin{cases} \pi = 3.14\cdots \\ e = 2.71\cdots \end{cases}$$

❖ د (n) عنصرونو د ترتیب ډولونه چې (n) غړو د $(permutation)$ پرموټیشن په نامه هم یادیږي په (P_n) سره ښودل کیږي

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار نا شونی وي: $P_n = n!$

❖ د (P_n) ترتیب، چې تکرار (K_n) ځلې شونی وي:

$$P_n^{K_1, k_2, \cdots, k_n} = \frac{n!}{K_1! \cdot K_2! \cdot K_3! \cdot \ldots \cdot K_n!}$$

❖ ترکیب Combination:

$$C_K^n = \binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!} \quad , \quad 0 \le K \le n$$

د ترکیبونو ځانګړتیاوې

❖ که $k = 0$ شي یا $(n = k)$ شي د ترکیب قیمت (1) دی:

$$\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$$

❖ که $(n = k+1)$ شي د ترکیب قیمت (n) کیږي:

$$\binom{n}{k} = n$$

❖ $\binom{n}{k_1} = \binom{n}{k_2} \quad ; \quad k_1 + k_2 = n$

❖ $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$

❖ $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = 2^n$

❖ $\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots (-1)^n \binom{n}{2} = 0$

❖ $\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n+2}{n} + \cdots + \binom{n+m}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ $\binom{n}{0}+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\cdots=2^{n-1}$

❖ $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\cdots=2^{n-1}$

❖ $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}$

❖ $\binom{m}{0}\binom{n}{P}+\binom{m}{1}\binom{n}{P-1}+\cdots+\binom{m}{P}\binom{n}{0}=\binom{m+n}{P}$

❖ $(1)\binom{n}{1}+(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}+\cdots+(n)\binom{n}{n}=n\cdot 2^{n-1}$

❖ $(1)\binom{n}{1}-(2)\binom{n}{2}+(3)\binom{n}{3}-\cdots(-1)^{n+1}\cdot(n)\binom{n}{n}=0$

❖ تبدیل (*Variation*) پرته له تکراره:

$$V_k^n=k!\cdot C_k^n=\frac{n!}{(n-k)!}$$

❖ تبدیل، سره له تکراره:

$$V_k^n=n^k$$

❖ د خط د را تلو احتمال په $k-$ ام مرتبه کې:

$$P_{(\text{خط راتلو})}=\frac{\binom{n}{k}}{2^n}$$

❖ د بینوم قضیه (دبرنولي د پرابلم احتمال):

$$B(n,p,k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

❖ د $(a+b)^n$ دوه جمله یې انکشاف عبارت دی له:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}\cdot a^k\cdot b^{n-k}$$

❖ د بائیز (*Bayex*) فرومول:

$$P_A(B_i)=\frac{P(A\cap B_i)}{P(A)}=\frac{P(B_i)\cdot P_{B_i}(A)}{\sum_{k=1}^{n}P(B_k)\cdot P_{B_k}(A)}\quad;\quad i=1,\cdots,n\quad;\quad\begin{cases}P(B_i)\neq 0\\P(A)\neq 0\end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Physic فزیک

د کمیتونو د اندازه کولو، واحداتو او د مادې د فزیکي حالتونو جدولونه

اجزاء			اضعاف		
د 10^n شکل	سمبول	د مختارې نوم	د 10^n شکل	سمبول	د مختارې نوم
10^{-1}	d	دیسي	10^{1}	D	دیکا
10^{-2}	c	سانتي	10^{2}	H	هکتو
10^{-3}	m	ملي	10^{3}	K	کیلو
10^{-6}	μ	مایکرو	10^{6}	M	میگا
10^{-9}	n	نانو	10^{9}	G	گیگا
10^{-12}	p	پیکو	10^{12}	T	تیرا
10^{-15}	f	فمتو	10^{15}	P	پیتا
10^{-18}	a	اتو	10^{18}	E	اگزا
10^{-21}	z	زپتو	10^{21}	Z	زیتا
10^{-24}	y	یوکتو	10^{24}	Y	یوتا

کمیتونه	M.K.S	C.G.S	M.T.S	F.P.S	دایمنشن
کتله	kg	gr	ton	slug	$[M.L^0.T^0]$
اوږدوالی	m	cm	m	ft	$[M^0.L.T^0]$
وخت	sec	sec	sec	sec	$[M^0.L^0.T]$
سرعت	m/sec	cm/sec	m/sec	ft/sec	$[M^0.L.T^{-1}]$
قوه	N	dyne	stene	lb	$[M.L.T^{-2}]$
کار	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2.T^{-2}]$
توان	Watt	erg/sec	Kwatt	HP	$[M.L^2.T^{-3}]$
تعجیل	m/sec^2	cm/sec^2	m/sec^2	$ft/inch^2$	$[M^0.L.T^{-2}]$
فشار	Pascal	Bary	Piz	lb/ft^2	$[M^0.L.T^{-2}]$
کثافت	kg/m^3	g/cm^3	ton/m^3	$slug/ft^3$	$[M.L^{-3}T^0]$
انرژي	Joul	erg	Kjoul	ft·lb	$[M.L^2T^{-2}]$
دحرارت مقدار	Kcalory	calory	Termi		$[M.L^2T^{-2}]$

په (SI) یا نړیوال سیستم کې د اساسي کمیتونو واحدات			
ګڼه	کمیت	نوم	واحد
۱	کتله	کیلوګرام	Kg
۲	اوږدوالی	متر	M
۳	وخت	ثانیه	sec

(c) ketabton.com: The Digital Library

۴	د مادې مقدار	مول	mol
۵	د نور شدت	کانډیلا	candela
۶	د حرارت درجه	کالوین	°K
۷	د برق جریان	امپیر	Amp
په (SI) یا نړیوال سیستم کې د بشپړونکي کمیتونو واحدات			
۱	مسطحه زاویه	رادیان	rad
۲	فضایي (جامده) زاویه	ستي رادیان	st-rad

ځانګړتیا	جامد	مایع	غاز
کتله	ثابت	ثابت	ثابت
وزن	ثابت	ثابت	ثابت
حجم	ثابت	ثابت	متغیر
شکل	ثابت	د لوښي	متغیر
تراکم	نه لري	ډېر کم	ډېر
د جذب قوه	زیاته	کمه	نه لري (دفعي قوه)
مالیکولي حرکت	نه لري (اهتزازي)	بطي (بروني)	تیز
مالیکولي فاصله	نه لري	کمه	ډېره

۱: سکالري کمیت: هغه کمیت چې یوازې مقدار یې په نظر کې نیول کیږي لکه: اوږدوالی، کتله، وخت....

۲: وکتوري کمیت: هغه کمیت چې په مقدار سربیره لوري (جهت) یې هم په نظر کې نیول کیږي لکه: قوه، سرعت....

وکتور

❖ د وکتور ښودل په یوه سطحه کې:

$\vec{a}\begin{pmatrix} X_i \\ Y_j \end{pmatrix}$ (د وکتور مبداء د قایمو وضعیه کمیاتو مبداء ده)

❖ د وکتور مقدار چې مختصات یې راکړي وي:

$$a = \sqrt{{X_i}^2 + {Y_j}^2}$$

❖ د دوو وکتورونو محصله چې تر منځ یې د (α) زاویه وي:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot cos\alpha}$$

❖ د یوه وکتور عمودي مرکبه: $R_y = R \cdot sin\alpha$

❖ د یوه وکتور افقي مرکبه $R_x = R \cdot cos\alpha$

❖ هغه زاویه چې یو وکتور یې د (x) محور سره جوړوي:

$$\alpha = arctan(\frac{R_y}{R_x})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه

❖ قوه: $\vec{f} = m \cdot \vec{a}$

❖ تعجیل: $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m}$

❖ د دوو قوو محصله: $R = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + 2f_1 f_2 \cdot \cos\alpha}$

❖ د دوو قوو تفریق: $R = \sqrt{f_1^2 + f_2^2 + 2f_1 f_2 \cdot \cos\alpha}$

❖ د دوو موازي قوو محصله ($\alpha=0°$): $R = f_1 + f_2$

❖ د دوو عمودي قوو محصله ($\alpha=90°$): $R = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$

❖ د دوو مخالفو قوو محصله ($\alpha=180°$): $R = f_1 - f_2$

❖ د یوې قوې عمودي مرکبه: $f_y = f \cdot \sin\alpha$

❖ د یوې قوې افقي مرکبه: $f_x = f \cdot \cos\alpha$

❖ د قوو د مرکبو څخه په ګټه اخیستنې سره د هغوی محصله قوه او هغه زاویه چې محصله قوه یې د (x) محور سره جوړوي:

$$R = \sqrt{(F_x)^2 + (F_y)^2}, \quad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_y}{F_x}\right)$$

❖ د یو جسم وزن: $N = m \cdot g$

❖ د وزنو د کتلې تر منځ اړیکه: $\frac{N_1}{N_2} = \frac{m_1}{m_2}$

❖ د قوې مومنت: $M = f \cdot l$

❖ یا: $M = f \cdot d \cdot \sin\alpha$

❖ د تعادل شرطونه:

1- د (x) په محور د ټولو قواوو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1x} + f_{2x} + \ldots + f_{nx} = 0 \Rightarrow \sum F_x = 0$$

2- د (y) په محور د ټولو قواوو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_{1y} + f_{2y} + \ldots + f_{ny} = 0 \Rightarrow \sum F_y = 0$$

3- د دوران د مومنتونو مجموعه باید مساوي له صفر سره وي:

$$f_1 \cdot l_1 + f_2 \cdot l_2 + \ldots + f_n \cdot l_n = 0 \Rightarrow \sum M = 0$$

❖ که چیرې $\sum F = 0$ خو $\sum M \neq 0$ وي، جسم د انتقالي تعادل په حالت کې دی، یعنې جسم تعجیل نه اخلي، بلکې په دوران پیل کوي.

❖ که چیرې $\sum F \neq 0$ خو $\sum M = 0$ وي، جسم د دوراني تعادل په حالت کې دی، یعنې دا چې جسم په دوران پیل نه کوي، خو تعجیل لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مومنت قانون: $f_1 \cdot d_1 = f_2 \cdot d_2$

❖ د جسم وزن د لفت د پورته تلو پر وخت: $N = m(g + a)$

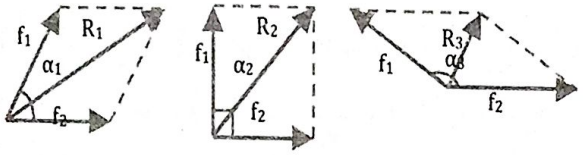
❖ د جسم وزن د لفت د ښکته تلو پر وخت: $N = m(g - a)$

❖ د کپل (زوج) یا جوړه یې قوې د دوران مومنت: $M = f \cdot l$

❖ د څو قوو الجبري محاسبه: $R = \sqrt{(\sum f_x)^2 + (\sum f_y)^2}$

❖ په متلاقي قوو کې:

$R_3 < R_2 < R_1$; $\alpha_3 > \alpha_2 > \alpha_1$



اصطکاک

❖ د اصطکاک قوه: $f_f = \mu \cdot N$

- د ستاتیکي اصطکاک قوه: $f_s = \mu_s \cdot N$

- د ډینامیکي اصطکاک قوه: $f_k = \mu_k \cdot N$

- د دوراني اصطکاک قوه: $f_r = \mu_r \cdot N \cdot \cos\alpha$

μ_s د ستاتیکي اصطکاک، μ_k د ډینامیکي اصطکاک او $\mu_r = r \cdot \tan\alpha$ د دوراني اصطکاک ضریبونه دي.

د پورته دری اصطکاکونو د قوو ترمنځ تړاو: $f_r < f_k < f_s$

❖ داخلي اصطکاک (لزجیت): هغه اصطکاک دی چې په مایعاتو په داخل کې د حرکت پر وخت رامنځته کیږي:

$$R_i = \eta \cdot \frac{A \cdot v}{d}$$

η د مایع د اصطکاک ضریب، v د مایع سرعت، A د مقطع مساحت او d پنډوالی.

کار

❖ کار: (V حجم، P فشار) $W = F \cdot d$

❖ که کار په یوه زاویه ترسره شي: $W = F \cdot d \cdot \cos\theta$

ځانګړي حالتونه

1- که $0° \le \theta < 90°$ شي، ترسره شوی کار مثبت دی او محرک کار یې بولي.

2- که $90° < \theta \le 180°$ شي، ترسره شوی کار منفي دی او مقاوم کار یې بولي.

3- که $\theta = 90°$ شي، کار صفر دی.

❖ د اصطکاک قوې کار:

$$W_f = f_f \cdot d = \mu \cdot N \cdot d = \mu \cdot mgd \cdot \cos\alpha$$

❖ د ثقل قوې کار: $W = m \cdot g \cdot h$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ تعجيل لرونکی کار: $W = m \cdot a \cdot d$

❖ ارتجاعي کار(د فنر پر مټ ترسره شوی کار): $W = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

يا: $W = \frac{1}{2} k (x_1{}^2 - x_2{}^2)$

❖ هغه کار چې د گاز په مرسته له ثابت فشار سره پر پستون تر سره کيږي:

$$W = P \cdot (V_2 - V_1) = P \cdot \Delta V$$

انرژي

❖ ميخانيکي انرژي: $E_M = E_K + E_P = m\left(g \cdot h + \frac{v^2}{2}\right)$

❖ پوتانشيلي(ذخيروي) انرژي: $E_P = m \cdot g \cdot h$

❖ پوتانشيلي انرژي او کار: $W = \Delta E_P = mgh_2 - mgh_2$

❖ په الاستيکي جسم کې پوتانشيلي انرژي: $E_P = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

❖ حرکي انرژي: $E_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

❖ حرکي انرژي او کار: $W = \Delta E_K = \frac{1}{2} m v_2{}^2 - \frac{1}{2} m v_1{}^2$

❖ د انستاين فرمول(د مادې بدلېدل په انرژي): $E = m \cdot c^2$

توان

❖ توان(v سرعت): $P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{m \cdot a \cdot d}{t} = m \cdot a \cdot v = F \cdot v$

❖ توان د ثقل قوې په کار کې: $P = \frac{m \cdot g \cdot h}{t}$

❖ توان د اصطکاک قوې په کار کې: $P = \frac{\mu \cdot m \cdot g \cdot d}{t}$

ساده ماشينونه

❖ د رافعې قانون او ميخانيکي گټه ېې:

$$R \cdot a = F \cdot b \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{b}{a}$$

❖ د رافعې قانون چې د رافعې وزن په نظر کې ونيسو:

$$R \cdot a = x \cdot N + F \cdot b$$

x له اتکاء تکي څخه د رافعې تر نيمايي فاصله، N د رافعې وزن

❖ ثابت څرخونه او ميخانيکي گټه ېې:

$$R \cdot r = F \cdot r \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{r}{r} = 1$$

❖ متحرک څرخونه او ميخانيکي گټه ېې:

$$R \cdot r = F \cdot 2r; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2} = 2$$

❖ د يو پرې مرکب څرخونه او ميخانيکي گټه ېې:

$$F = \frac{R}{n}; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/n} = n$$

❖ د څو پرو مرکب څرخونه او ميخانيکي گټه ېې:

$$F = \frac{R}{2^n}; MA = \frac{R}{F} = \frac{R}{R/2^n} = 2^n$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ مابله سطحه او میخانیکي ګټه ښي:

$$F \cdot l = R \cdot h \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{l}{h}$$

❖ د پاڼې(فانې) میخانیکي ګټه:

$$MA = \frac{L}{S} = \frac{\text{د پاڼې اوږدوالې}}{\text{د پاڼې څوکه یا کوچنی سطحه}}$$

❖ پیچ او میخانیکي ګټه ښي:

$$F \cdot 2\pi r = R \cdot l \ ; \ MA = \frac{R}{F} = \frac{2\pi r}{l}$$

❖ د کوهي څرخ او میخانیکي ګټه ښي:

$$F \cdot R = N \cdot r \ ; \ MA = \frac{R}{r} = \frac{N}{F}$$

د ثقل مرکز

❖ د یوې میلې د ثقل مرکز په افقي محور: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

❖ د ثقل مرکز په دوه بُعدي سطحه کې د کتلې له مخې:

$$P(X_C, Y_C)$$

د (X) مختصه: $X_C = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$

د (Y) مختصه: $Y_C = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}$

❖ د جسم (دری بُعدي) د ثقل مرکز د کتلې له مخې: د پورته X_C او Y_C تر څنګ یې:

$$Z_C = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}$$

❖ د جسم (دری بُعدي) د ثقل مرکز د وزن له مخې:

$$X_C = \frac{\sum N_i x_i}{N} \ , Y_C = \frac{\sum N_i y_i}{N} \ , Z_C = \frac{\sum N_i z_i}{N}$$

❖ د جسم (دری بُعدي) د ثقل مرکز د حجم له مخې:

$$X_C = \frac{\sum V_i x_i}{V} \ , Y_C = \frac{\sum V_i y_i}{V} \ , Z_C = \frac{\sum V_i z_i}{V}$$

فشار، جریان او کثافت

❖ فشار: (F قوه، S سطحه) $P = \frac{F}{S}$

❖ فشار په مایعاتو کې:

$P = \rho \cdot g \cdot h$ (ρ کثافت، g د ځمکې تعجیل، h ارتفاع)

❖ د پاسکال قانون: (S د پستون مساحت) $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$

❖ د متمادیت معادله: (A د عرضي مقطع مساحت، v د جریان سرعت)

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2$$

❖ د برنولي قانون: $P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = constant$

❖ د برنولي په قانون کې د فشار توپیر:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2}({v_1}^2 - {v_2}^2)$$

❖ د ارشمیدس قوه: (V حجم) $F = \rho \cdot V \cdot g$

❖ تراکمي فشار ($stress$): $\delta = \frac{F}{A} = \frac{\text{قوه}}{\text{د سیم د مقطع مساحت}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ اوږدوالی او فشار:

$P = E\frac{\Delta L}{L}$ (E د یونګ د ارتجاعیت مودول)

❖ د بُلک مودول: $B = \frac{stress}{strain} = \frac{\Delta P}{\Delta V/V_1} = V_1 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta V}$

❖ د شیر $stress$: $\delta_s = \frac{F}{A} = \frac{\text{مماسي قوه}}{\text{د شیر د کتاب سطحه}}$

❖ د شیر $strain$: $\varepsilon_s = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{\text{غوڅ شوی واټن}}{\text{د کتاب ترمنځ فاصله}}$

❖ د شیر مودول: $S = \frac{\delta_s}{\varepsilon_s} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0} = \frac{F \cdot L_0}{A \cdot \Delta L}$

❖ د دالتن قانون(د څو مخلوطو ګازونو فشار): $P = \frac{P_1V_1 + P_2V_2}{V}$

❖ پورتنۍ رابطه کې د (V) قیمت: $V = V_1 + V_2$

❖ کتلوي کثافت: $\rho = \frac{m}{V}$

❖ وزني کثافت: $\gamma = \frac{N}{V}$

❖ د کتلوي او وزني کثافت ترمنځ اړیکه: $\gamma = \rho \cdot g$

❖ مخصوصه وزن: $Sp \cdot g = \frac{\text{د جسم کثافت}}{\text{د ستنډرډ مادي کثافت}}$

ستنډرډ ماده د مایعاتو او جامداتو لپاره اوبه او د ګازاتو لپاره هوا ده.

❖ په مایع کې د جسم وزن: $\dot{N} = N - V \cdot \rho$

تودوخه (حرارت)

❖ د $°C$، $°K$، $°R$ رومر، $°F$ ترمنځ رابطه:

$$\frac{°C}{5} = \frac{°F-32}{9} = \frac{°R}{4} = \frac{°K-273}{5}$$

❖ د °C او °F ترمنځ رابطه: $°C = \frac{9}{5}(°F - 32)$

❖ د °C او °K ترمنځ رابطه: $°C = °K - 273$

❖ د °C او °R ترمنځ رابطه: $°C = \frac{5}{4}°R$

❖ تودوخیز ظرفیت: $A = \frac{Q}{\Delta T} = c \cdot m$

❖ مخصوصه تودوخه(حرارت): $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} = \frac{A}{m}$

❖ د تودوخې مقدار: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

❖ د تودوخې خپرېدل د هدایت په وسیله: $Q = K \cdot S \cdot T \cdot \frac{\Delta T}{L}$

❖ د دوو جسمونو ترمنځ تودوخیز تعادل:

$$m_1 \cdot c_1(\theta - T_1) = m_2 \cdot c_2(T_2 - \theta)$$

θ د تعادل د تودوخې درجه، 2 انډکس لرونکي کمیتونه د ګرم جسم او 1 انډکس لرونکي کمیتونه د سړ جسم لپاره دي

❖ طولي انبساط: $L = L_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$

❖ د طولي انبساط ضریب او واحد یې: $\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} = °K^{-1}$

❖ سطحي انبساط: $S = S_0(1 + \beta \cdot \Delta T)$

❖ حجمي انبساط: $V = V_0(1 + \gamma \cdot \Delta T)$

$T_f° = \frac{9}{5}T_K + 32$

$T_C° = \frac{5}{9}(T_f - 32)$ $\quad T_K = T_C° + 27$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ یادونه: $\beta = 2\alpha \ , \ \gamma = 3\alpha$

❖ د تودوخې جریان او واحد یې: $H = \frac{dQ}{dt} = \frac{K \cdot S \cdot \Delta T}{L} = \frac{Joul}{sec}$

❖ دتودوخې درجې ګرادینټ: $\frac{\Delta T}{L}$ = د تودوخې درجې ګرادینټ

❖ د جسم د تودوخیزهدایت د تناسب ضریب: $K = \frac{dQ \cdot L}{dt \cdot S \cdot \Delta T}$

❖ په (SI) سیستم کې د (K) واحدات:

$$\frac{watt}{m \cdot °K} \ , \ \frac{\text{Joul}}{m \cdot °K \cdot sec} \ , \ \frac{Cal}{m \cdot °C \cdot sec}$$

د K قیمتونه د مختلفو توکو لپاره			
توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$	توکي	K په $\frac{watt}{m \cdot °K}$
المونیم	205,0	کنګریټ	0,8
برونز	109,1	لرګی	0,2-0,4
مس	385,5	وړی(نمد)	0,04
سرپ	34,7	هوا	0,024
سپین زر	406,0	ارګون	0,016
پولاد	50,2	هیلیوم	0,14
سینبه	0,8	هایدروجن	0,14
کنګل	1,6	اکسیجن	0,023

❖ د جذب قابلیت: $\varepsilon = \frac{E_2}{E_1} = \frac{\text{جذب شوې انرژي}}{\text{ټوله وارده شوې انرژي}}$

❖ د تشعشع قانون: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{O_1}{O_2}$

(S) په واحد د سطحې باندې د خپرې شوې انرژي اندازه او (O) جذب شوې انرژي.

❖ د وین قانون: ($m \cdot K$ متر·کالوین): $\lambda_{max} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot k}{T}$

❖ د وین ثابت: $2,9 \cdot 10^{-3} m \cdot k$

❖ د سټیفن بولتزمن قانون: $R_B = \delta \cdot T^4$

❖ د سټیفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5,67 \cdot 10^{-8} J/m^2 \cdot K^4 \cdot s$

❖ د خپرشوې تشعشعي انرژي مقدار چې د جسم له سطحې څخه د وخت په واحد کې خپریږي:

$$R = \varepsilon \cdot \delta \cdot A\left(T_1^{\,4} - T_1^{\,4}\right)$$

د ε قیمت د مکمل تور جسم لپاره (1) او د صاف او روښانه جسم لپاره (0) دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

سنیماتیک (علم الحرکت)

۱) یو بُعدي حرکتونه

❖ د مستقیم الخط حرکت معادله یا وهل شوې فاصله:

$$x = v \cdot t$$

❖ پورتنۍ معادله د لومړنۍ فاصلې په شتون کې:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

❖ متوسط سرعت: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1 + v_2 + \cdots + v_n}{n}$

❖ لحظوي سرعت: $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

❖ تعجیل: $a = \frac{v}{t} = \frac{x}{t^2}$

❖ متوسط تعجیل: $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

❖ لحظوي تعجیل: $a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

❖ د فاصلې لومړۍ مشتق نظر وخت ته سرعت دی: $v = \frac{dx}{dt}$

❖ د فاصلې دوهم مشتق او د سرعت اول مشتق نظر وخت ته تعجیل دی:

$$a = \frac{d(v)}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

تعجیلي غیر منظم مستقیم الخط حرکت $(a > 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = 2a \cdot x$

که لومړنۍ سرعت هم شتون ولري:

❖ د حرکت معادله: $x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2a \cdot (x - x_0)$$

❖ وخت (زمان): $t = \frac{v - v_0}{a}$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې فاصله:

$$x_n = v_0 + \frac{1}{2} a(2t - 1)$$

تأجیلي یا تأخیري غیر منظم مستقیم الخط حرکت $(a < 0)$

❖ د حرکت معادله: $x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 - a \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2a \cdot x$

❖ د ودربدو (توقف) وخت: $t = \frac{v_0}{a}$

❖ د ودربدو (توقف) فاصله: $x = \frac{{v_0}^2}{2a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

آزاد سقوط

❖ د حرکت معادله: $h = \frac{1}{2}gt^2$

❖ د سرعت معادله: $v = g \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = 2gh$

❖ ځمکې ته د رسیدو وخت: $v = g \cdot t$

❖ د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 32\frac{ft}{sec^2} = 9{,}81\frac{m}{sec^2}$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې ارتفاع: $x_n = \frac{1}{2}a(2t-1)$

پورته خواته عمودي غورځوونه (پرتاب)

❖ د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 - g \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 - 2g \cdot x$

❖ آعظمي ارتفاع: $h_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}$

❖ آعظمي یا د اوج نقطې ته د رسیدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0}{g}$

❖ د تګ او راتګ وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0}{g}$

ښکته خواته عمودي غورځوونه

❖ د حرکت معادله: $h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}g \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + g \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت تر منځ رابطه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot x$

2) دوه بُعدي حرکتونه:

❖ منځنی (متوسط) سرعت: $v_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{\Delta t}\right)^2}$

❖ لحظوي سرعت: $v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2} = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$

❖ منځنی تعجیل: $a_m = \sqrt{\left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)^2}$

❖ لحظوي تعجیل: $a = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2} = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2}$

افقي غورځول

❖ د حرکت معادله په افقي لوري (جهت): $x = v_0 \cdot t$

❖ د حرکت معادله په عمودي لوري: $y = \frac{1}{2}g \cdot t^2$

❖ آعظمي افقي فاصله: $x = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$

❖ په عمودي یا د Y د محور په لوري سرعت: $v = g \cdot t$

❖ د حرکت د مسیر رابطه: $Y = \frac{g}{2{v_0}^2} \cdot x^2$

❖ نهایي (اخیرنی) سرعت: $v^2 = {v_0}^2 + g^2 \cdot t^2$

❖ هدف ته د جسم د رسیدو وخت: $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د حرکت او سرعت ترمنځ رابطه: $v^2 = v_0{}^2 + 2g \cdot h$

مایل غورځول

❖ د ځمکې د جاذبوي تعجیل په شتون کې د حرکت معادلې:

$x = v_0 t \cdot \cos\theta \quad , \quad y = v_0 t \cdot \sin\theta - \frac{1}{2} g \cdot t^2$

❖ د سرعت معادلې: $v_x = v_0 \cdot \cos\theta$

$v_y = v_0 \cdot \sin\theta - g \cdot t$

❖ د حرکت د مسیر رابطه: $Y = x \cdot \tan\theta - \frac{g \cdot x^2}{2 v_0{}^2 \cdot \cos^2\theta}$

❖ د اوج نقطې ته د رسېدو وخت: $t_{max} = \frac{v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ هدف ته د جسم د رسېدو وخت: $T = 2t_{max} = \frac{2v_0 \cdot \sin\theta}{g}$

❖ د اوج نقطې لوړوالی (ارتفاع): $y = h_{max} = \frac{v_0{}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}$

❖ د پرتاب آعظمي افقي فاصله: $x = \frac{v_0{}^2 \cdot \sin 2\theta}{g}$

❖ د اوج تر نقطې افقي فاصله: $x = \frac{v_0{}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}$

❖ د اوج نقطې مختصات:

$$P(x, y) \Rightarrow P\left(\frac{v_0{}^2 \cdot \sin 2\theta}{2g}, \frac{v_0{}^2 \cdot \sin^2\theta}{2g}\right)$$

❖ د حرکت او سرعت معادله: $v^2 = v_0{}^2 - 2g \cdot h$

ډینامیک (علم القوه)

دایروي یا منحني الخط حرکتونه

❖ زاویوي سرعت او واحد یې: $\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{Rad}{sec}$

❖ منځنی زاویوي سرعت: $\omega_m = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

❖ لحظوي زاویوي سرعت: $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

❖ فریکونسي: $f = \frac{n}{t}$ (n د دورانونو شمیر، t وخت)

❖ پریود (د یوه مکمل دور وخت): $T = \frac{1}{f}$

پریود او فریکوینسي یو له بل سره معکوسې اړیکې لري.

❖ خطي سرعت: $v = \frac{S}{t}$ (S قوس)

❖ د خطي او زاویوي سرعت تر منځ اړیکه: $v = \omega \cdot R$

❖ خطي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$

❖ زاویوي سرعت د یوه مکمل دوران لپاره: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

❖ د حرکت معادله: $S = v \cdot t = \omega \cdot R \cdot t$

❖ تعجیل: $a = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = v \cdot \omega$

❖ زاویوي تعجیل: $\alpha = \frac{\omega}{t}$

❖ د خطي او زاویوي تعجیل اړیکه: $a = R \cdot \alpha$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دایروي حرکتونو معادلې

❖ د حرکت معادله: $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$

❖ د سرعت معادله: $\omega = \omega_0 + \alpha t$

❖ د حرکت او سرعت اړیکه: $\omega^2 = \omega_0 + 2\alpha\theta$

❖ په n-ام لحظه کې وهل شوې زاویه:

$$\theta_n = \omega_0 + \frac{1}{2}\alpha(2t - 1)$$

❖ جذب المرکز قوه: $F_{cp} = \frac{m \cdot v^2}{R} = m \cdot R \cdot \omega^2$

❖ فرار المرکز قوه: $F_{cg} = -\frac{m \cdot v^2}{R} = -m \cdot R \cdot \omega^2$

ځانګړې حالتونه:

1- که $F_{cp} > F_{cg}$ وي نو جسم مرکز ته لویږي.

2- که $F_{cp} < F_{cg}$ وي نو جسم د دایرې له سطحې څخه بهر وځي.

3- که $F_{cp} = F_{cg}$ وي نو جسم د دایرې په سطحه حرکت کوي.

❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2}m \cdot R^2 \cdot \omega^2$

❖ د دوران تُرک: $\tau = F \cdot R$

د نیوټن قوانین او ځینې نور فورمولونه

۱- عطالت (انرشیا): هر جسم خپل د حرکت او سکون حالت تر هغه ساتي تر څو چې یو بهرنی عامل پرې عمل ونه کړي.

۲- قوه د تعجیل سره مستقیماً متناسبه ده: $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

۳- عمل او عکس العمل قوې سره مساوي او مخالف الجهت دي: $F_a = -F_r$

❖ د جاذبې جهاني قوه (د نیوټن د جاذبې قانون): $F_g = G \cdot \frac{M \cdot m}{R^2}$

❖ د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{Kg}$

❖ د ځمکې تعجیل په (h) ارتفاع کې:

$$g' = g\left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 = G\frac{M_e}{(R_e + h)^2}$$

❖ د ځمکې شعاع: $R_e = 6.4 \cdot 10^6 m$

❖ د ځمکې د کتلې فرمول: $M_e = \frac{R^2 \cdot g}{G}$

❖ د لمر د کتلې فرمول: $M_s = \frac{4\pi^2 R^3}{G \cdot T^2}$

د R قیمت: $R = 1.5 \cdot 10^{11} m$، T یو کال په ثانیو

❖ د مدار سرعت: $V_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R}}$

❖ د فرار سرعت: $V_{esc} = \sqrt{\frac{2G \cdot M}{R}}$

❖ د لمر د جاذبې قوې فرمول: $F_{cp} = \frac{4\pi^2 R \cdot M}{T^2}$

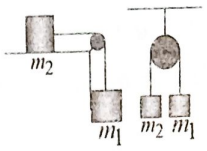
(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د هوا مقاومت: $R = K \cdot S \cdot v^2 \rho \cdot \sin\theta$

K دهوا د مقاومت ضریب، v سرعت، s د جسم سطحه

کشش په تار کې (Tension)

❖ د موازي کتلو: $a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \quad , \quad T = \frac{2m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$



❖ د عمودي او افقي کتلو:

$$a = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot g \quad , \quad T = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot g$$

امپولس، مومنتم او ټکر (تصادم)

❖ امپولس(ضربه): $I = F \cdot t$

❖ مومنتم: $M = m \cdot v$

❖ د امپولس او مومنتم اړیکه: $I = M \Longrightarrow F \cdot t = m \cdot v$

❖ ارتجاعي ټکر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 \grave{v}_1 + m_2 \grave{v}_2$

❖ غیر ارتجاعي ټکر: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = \grave{v}(m_1 + m_2)$

v مخکې له ټکره سرعت، $\grave{v}$ وروسته له ټکره سرعت

مایله سطحه

❖ قوه: $F = mg \cdot \sin\theta$

❖ که مایله سطحه اصطکاک ولري، نو قوه:

$$F = mg \cdot \sin\theta - R$$

❖ تعجیل: $a = g \cdot \sin\theta$

❖ د اصطکاک په شتون کې تعجیل: $a = g \cdot \sin\theta - \frac{R}{m}$

❖ د حرکت معادله: $x = v_0 t + g \sin\theta \cdot t^2$

❖ د سرعت معادله: $v = v_0 + g \sin\theta \cdot t$

❖ د حرکت او سرعت اړیکه: $v^2 = {v_0}^2 + 2g \sin\theta \cdot x$

اهتزازي (هارمونیکي) حرکتونه

❖ پریود د فنر-کتلې په سیستم: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

❖ فریکونسي د فنر-کتلې په سیستم کې: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ زاویوي فریکونسي د فنر-کتلې په سیستم کې: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

❖ د رقاصې پریود: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

❖ د رقاصې فریکونسي: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$

❖ زاویوي فریکونسي په رقاصه کې: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د فنر ثابت: $K = m \cdot \omega^2 = \frac{F}{x}$

❖ د فنر په اهتزاز کې د حرکت معادله: $x = x_0 \cdot \cos \omega \cdot t$

❖ د فنر په اهتزاز کې د سرعت معادله: $v = \frac{2\pi}{T}\sqrt{{x_0}^2 - x^2}$

❖ تعجیل په فنر کې: $a = -\frac{k}{m} \cdot x$

❖ د هارمونیکي حرکت معادله: $x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

❖ د سرعت معادله: $v = -\omega \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$

❖ د تعجیل معادله: $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

❖ قوه: $F = -m \cdot x \cdot \omega^2$

❖ حرکي انرژي: $E_k = \frac{1}{2}k({x_0}^2 - x^2)$

❖ ذخیروي انرژي: $E_p = \frac{1}{2}k \cdot x^2$

❖ میخانیکي انرژي: $E_M = E_k + E_p = \frac{1}{2}k \cdot {x_0}^2$

څپې (موجونه)

❖ د څپې اوږدوالي: $\lambda = \frac{v}{f} = v \cdot T$

❖ د څپې زاویوي فریکوینسي: $\omega = \frac{2\pi}{T}$

❖ د څپې سرعت: $v = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$

❖ د پرې په اوږدو کې د څپې د خپریدو سرعت: $v = \sqrt{\frac{F \cdot l}{m}}$

❖ د میخانیکي څپې انکسار: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

❖ د ساده څپې تابع: $y = a \cdot sin\varphi$

❖ د څپې تابع: $y = a \cdot \sin \omega t$

❖ د یوه مکمل دور لپاره د څپې تابع: $y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t$

❖ د څپې د خپریدو تابع: $y_M = a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

❖ د څپې انرژي: $E = m \cdot c^2$ یا $E = f \cdot h$

❖ h د پلانک ثابت: $h = 6.62 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$

❖ د هم فازه اهتزازي ذرو ترمنځ دلارې توپیر: $d_2 - d_1 = k\lambda$

❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$

❖ د متقابل فازه اهتزازي ذرو ترمنځ د لارې توپیر:

$$d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

❖ د k قیمت پورتنۍ رابطه کې: $k = 0,1,2,3, \ldots$

غږ (صوت) او نوري وړانګې

❖ د غږ سرعت په ګازاتو کې (د لاپلاس فرمول): $v = \sqrt{\gamma \frac{P}{\rho}}$

❖ γ د ځانګړو تودوخیزو ظرفیتونو نسبت په C_P ثابت فشار او C_v ثابت حجم کې دی: $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د ګازاتو د عمومي قانون په نظر کې نیولو سره د غږ سرعت:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{R \cdot T}{M}}$$

❖ د ګازاتو ثابت: $R = 8.314 \frac{Joul}{mol \cdot ^\circ K}$

❖ د غږ انعکاس:

(v د غږ سرعت، $\dot{v}$ د منعکس شوي غږ سرعت) $v > \dot{v}$

❖ د ریزونانس پواسطه د غږ سرعت: $v = 2f(L_2 - L_1)$

❖ د غږ د شدت واحد: $\frac{Joul}{cm^2 \cdot sec} = \frac{Watt}{cm^2}$

❖ د نوري څپې د چټکتیا (شدت) تابع: $I = 4a^2 \cdot \cos^2 \frac{\varphi}{2}$

❖ د رڼا نوار واتن (فاصله): $x = \frac{m \cdot \lambda \cdot D}{d}$; $m = 0,1,2, \ldots$

❖ د تیاره نوار واتن: $x = \frac{(2m+1) \cdot \lambda \cdot D}{2d}$; $m = 0,1,2, \ldots$

❖ د نوري لارو توپیر: تفاوت $= \frac{x \cdot d}{D} = m\lambda$; $m = 0,1,2, \ldots$

اتومي فزیک

❖ د یوه جسم د جذب ضریب:

$$a\lambda = \frac{\text{جذب شوي تشعشعي انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}{\text{تشعشعي وارده شوي انرژي د } \lambda \text{ څپې له اوږدوالي سره}}$$

❖ د تور جسم لپاره د جذب ضریب قیمت: $a\lambda = 1$

❖ د الکترومقناطیسي څپې انرژي (د ماکس پلانک نظریې پر اساس): $E = nh\nu$

h د پلانک ثابت $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$، ν فریکونسي او n کوانټمي عدد دی.

❖ د یو الکترون د برقي چارج مقدار:

$$1e = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$$

❖ یو الکترون ولټ انرژي: $1ev = 1.602 \cdot 10^{-19} Joul$

❖ د الکترون پوتانشیلي انرژي: $U = \frac{-ke^2}{r}$

❖ د الکترون حرکي انرژي: $k_E = \frac{1}{2}mv^2$

❖ د الکترون مجموعي انرژي د r په شعاع په یو ثابت مدار باندې: $E = \frac{k \cdot e^2}{2r}$

k د کولمب ثابت $9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2}$ د e د اتوم چارج.

❖ د یوه اتوم د مدار مجاز یا ممکنه وړانګه:

$$r_n = a_0 \cdot n^2, \quad \begin{cases} n = 1,2,3, \ldots \\ r = 2,3, \ldots \end{cases}$$

❖ د بور اتوم وړانګه (شعاع): $a_0 = \frac{h^2}{m \cdot k \cdot e^2 \cdot 4\pi^2}$

❖ د سویو تر منځ د انرژي اختلاف: $h\nu = E_{n1} - E_{n2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د جسم کتله (m) د حرکت په وخت کې (د انسټاین د کتلې نسبیت):
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

❖ د یو کوانټم نور مومنټم (د حرکت اندازه):
$$p = \frac{hf}{c}$$

❖ د فوتون د څپې اوږدوالي:
$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{h \cdot c}{\text{د فوتون انرژي}} = \frac{h}{\text{د فوتون مومنټم}}$$

❖ د فوتون انرژي:
$$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} \text{ یا } E = m_{ph}c^2$$

m_{ph} د فوتون د انرژي معادل کتله ده.

❖ د ډي بروګلي د څپې اوږدوالي:
$$\lambda = \frac{h}{\text{د ذرې مومنټم}} = \frac{h}{mv}$$

❖ د ډي بروګلي د څپې سرعت:
$$v = \frac{h}{\lambda \cdot m}$$

❖ د دوو عدم قطعیتونو حاصل ضرب:
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Δx عدم قطعیت په مکان کې او Δp عدم قطعیت په مومنټم کې دی.

❖ د نور سرعت:
$$c = 3 \cdot 10^5 \frac{Km}{sec} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{sec}$$

هستوي فزیک

❖ د هستې د شعاع د اوږدوالي واحد فمتومتر (fm) دی چې فرمي (Fermi) هم ورته وایي:
$$fm = Fermi = 10^{-15}m$$

❖ اتومي کتله (اتومي وزن):
$$A = Z + N$$

Z د پروټونونو شمیر، N د نیوټرونونو شمیر

❖ د اتوم هسته: (X د یو اتوم کیمیاوي علامه)
$$x \cong {}^{A}_{Z}X^{N}$$

❖ د هایدروجن د اتوم هسته $\cong {}^{1}_{1}H$ یا ${}^{1}_{1}H^{0}$

❖ د هلیوم د اتوم هسته $\cong {}^{4}_{2}He$ یا ${}^{4}_{2}He^{2}$

د ذرې نوم	د کولن (کولمب) چارج	کتله (Kg)	وړانګه په (fm)
الکترون	$-1.6 \cdot 10^{-19}$=-e	$9.1 \cdot 10^{-13}$	په موجود وسایلو د اندازې وړ نه دی
پروتون	$+1.6 \cdot 10^{-19}$=+e	$1.67 \cdot 10^{-27}$	1/2
نیوترون	صفر	$1.68 \cdot 10^{-27}$	1/2

د (α)، (β) او (γ) د وړانګو وتل (خارجیدل)

❖ د (α) وړانګې وتل:
$${}^{A}_{Z}X^{N} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y^{N-2} + {}^{4}_{2}\alpha^{2}$$

❖ د (β) وړانګې وتل:
$${}^{A}_{Z}X^{N} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y^{N-1} + {}^{0}_{-1}\beta$$

❖ د (γ) وړانګې وتل:
$${}^{A}_{Z}X^{N} \rightarrow {}^{A}_{Z}X^{N} + \gamma$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الفا(α)، بيتا(β) او ګاما(γ) د تشعشعاتو جدول				
ذره	سمبول	ترکيب	چارج	په مور(اصلي) هستې باندې تاثير
الفا	$\alpha\left({}_{2}^{4}He\right)$	2پروتون 2نيوترون	+2	د کتلې کموالی ، د نوي عنصر توليد
بيتا	$\beta\left({}_{-1}^{0}e\right)$	الکترون پوزيترون	−1 +	کتله يې عدد ثابت ، د نوي عنصر توليد
ګاما	γ	فوتون	0	د انرژۍ له منځه تلل

د نور فزيک

❖ نوري سيلان:(ω د نور انرژي، t وخت) $\Phi = \frac{\omega}{t}$

❖ د نور شدت يا نوري قوه:(Ω فضايي زاويه) $I = \frac{\Phi}{\Omega}$

❖ د روښنايي مقدار:(S سطحه) $E = \frac{\Phi}{S}$

يا:(I د نورشدت، R د سرچينې څخه عمودي فاصله) $E = \frac{I}{R^2}$

يا:(α هغه زاويه چې سرچينه پې د سطحې سره جوړوي) $E = \frac{I\cos\alpha}{R^2}$

انعکاس

❖ د انعکاس قوانين:

1- وارده وړانګه، منعکسه وړانګه او نارمل خط په يوه مستوي کې واقع دي.

2- وارده زاويه او منعکسه زاويه سره مساوي دي: $i = r$

متلاقي هندارې

❖ په دوو متلاقي هندارو کې د تصويرونو شمېر:

$$n = \frac{360}{\alpha} - 1$$

❖ د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه: $\alpha = \frac{360}{n+1}$

- که د دوو متلاقي هندارو تر منځ زاويه صفر يا موازي هندارې نو د تصويرونو شمير لايتناهي دی.
- که جسم ثابت وساتل شي او هنداره په موازي ډول د (L) په اندازه انتقال شي نو تصوير به د ($2L$) په اندازه تغير وکړي نسبت اول تصوير ته.
- که وارده شعاع ثابته وي او هنداره د خپل محور په چاپېره د (α) زاويې په اندازه دوران وکړي نو منعکسه شعاع به د (2α) په اندازه دوران وکړي.
- په مستوي هندارو کې تصوير مجازي دی.

ګروي هندارې

په ګروي هندارو کې د حقيقي او مجازي تصويرونو توپيرونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

حقيقي تصوير	مجازي تصوير
د منعکسه شعاعو د تقاطع څخه تشکيليږي	د منعکسه شعاعو د امتداد تقاطع څخه تشکيليږي
د پردې پر مخ نيول کيږي	د پردې پر مخ نه نيول کيږي
معمولاً سرچپه تشکيليږي	معمولاً راسته تشکيليږي
د هنداري مخ ته تشکيليږي	د هنداري شاته تشکيليږي

مقعري ګروي هنداري		
دحقيقي جسم موقعيت	د تصوير موقعيت	د تصوير خصوصيات
انحنا مرکز-لايتناهي	انحنا مرکز-محراق	حقيقي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
انحنا مرکز	انحنا مرکز	حقيقي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لايتناهي	حقيقي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
محراق	لايتناهي	
محراقي فاصله	د هنداري شاته	مجازي، لوی $\gamma > 1$، راسته
لايتناهي	محراق	حقيقي، نقطوي $\gamma < 1$

محدبي ګروي هنداري			
دجسم حالت	دجسم موقعيت	دتصوير موقعيت	د تصوير خصوصيات
حقيقي	لايتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$
حقيقي	رأس-لايتناهي	محراقي فاصله	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، راسته
مجازي	انحنا مرکز-لايتناهي	انحنا مرکز-محراق	مجازي، کوچنی $\gamma < 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز	انحنا مرکز	مجازي، مساوي $\gamma = 1$، سرچپه
مجازي	انحنا مرکز-محراق	انحنا مرکز-لايتناهي	مجازي، لوی $\gamma > 1$، سرچپه
مجازي	محراق	لايتناهي	
مجازي	محراقي فاصله	د هنداري مخ ته	حقيقي، لوی $\gamma > 1$، راسته
مجازي	لايتناهي	محراق	مجازي، نقطوي $\gamma < 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ محراقي فاصله: $f = \frac{R}{2}$

❖ د کُروي هنداري د انحنا شعاع: $R = 2f$

❖ د مقعرو هندارو فرمول(د ګاووس فرمول):

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$$

p' د تصوير فاصله له هنداري نه، p د جسم فاصله له هنداري نه که بعد له محاسبې د p' قيمت (-) شو تصوير مجازي او که (+) شو تصوير حقيقي دی.

❖ د نيوټن فرمول د کُروپ هندارو لپاره: $f^2 = x \cdot x'$

x' د تصوير او x د جسم فاصله د هنداري له محراق څخه ده.

$$p = x + f \quad , \quad \grave{p} = \grave{x} + f$$

❖ لوی ښودنه: $\gamma = \frac{p'}{p} = \frac{I}{O}$

I د تصوير اوږدوالي، O د جسم اوږدوالي

د نور انکسار

❖ د انحراف زاويه: (r منکسره زاويه) $\theta = i - r$

❖ د محيط د انکسار مطلقه ضريب: $n = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}}$

❖ د دوو محيطونو ترمنځ د انکسار نسبي ضريب (د سنيل قانون):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c_1}{c_2} = n$$

❖ د انکسار مطلق ضريب: $N = \frac{\text{په خلا کې د نور سرعت}}{\text{د نظر وړ محيط کې د نور سرعت}}$

❖ د يوه جسم ظاهري ژورواليپه مايع کې: $d' = \frac{d}{n}$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله:

$$AA' = d\left(1 - \frac{1}{n}\right) = d - d'$$

❖ د جسم د حقيقي او ظاهري موقعيت ترمنځ فاصله له متوازي السطوح تبغې څخه:

$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ (e د تبغې ضخامت)

❖ په متوازي السطوح تبغه کې د انحراف مقدار:

$$d = e\frac{\sin(i - r)}{\cos r}$$

❖ بحراني زاويه: $\sin \theta_c = \frac{n_r}{n_i} = \frac{1}{n}$

❖ د اوبو بحراني زاويه $48°$ او د ښيښې $42°$ ده.

❖ منشور ته ورودي زاويه: $\sin i_1 = n \cdot \sin r_1$

❖ له منشور نه خروجي زاويه: $\sin i_2 = n \cdot \sin r_2$

❖ د منشور د رأس زاويه: $A = r_1 + r_2$

❖ د منشور د انحراف زاويه: $D = i_1 + i_2 - A = A(n - 1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د منشور د انکسار ضریب اصغري انحراف په حالت کې:

$$n = \frac{\sin\frac{D_{min} + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$$

د اجسامو د نور د انکسار ضریب:	
مواد	د انکسار ضریب(n)
الماس	2.42
اوبه	1.33
کوارتز	1.54
الکول	1.36
شیشه	1.5

عدسې

❖ (↕) د محدبې عدسې او (⟩⟨) د مقعرو عدسو سمبول دی.

د عدسو لپاره ویلی شو چې ټول هغه قوانین چې په ګروي هندارو کې د محدبو هندارو لپاره وه د مقعرو عدسو لپاره اوکوم چې د مقعرو هندارو لپاره وه د محدبو عدسو لپاره د تطبیق وړ دي.

❖ اوپټیکي قوه یا د عدسو قدرت (f محراقي فاصله):

$$C = \frac{1}{f}$$

❖ د مرکبو عدسو قدرت: $C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

❖ د محدب الطرفین عدسې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$$

❖ د مقعر الطرفین عدسې قدرت:

$$C = \frac{1}{f} = (n-1)(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

نوري وسیلې او آلې

❖ د تطابق لمنه: $a = \frac{1}{d} - \frac{1}{D}$

D حد اکثر او d حد اقل د لیدلو فاصله.

❖ د ذرې بین توان (قدرت): $P = \frac{1}{f}$

❖ د ذرې بین لوی ښودنه: $M = \left|-\frac{p}{f} - 1\right|$

یا: $M = p \cdot d = \frac{1}{f} \cdot d$

❖ د مایکروسکوپ توان: $P = \gamma_{Ob} \cdot P_{Oc}$

❖ د مایکروسکوپ لوی ښودنه: $\gamma = \gamma_{Ob} \cdot \gamma_{Oc} = \frac{A''B''}{AB}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د دوربین لوی ښودنه: $\gamma = \frac{f_{Ob}}{f_{Oc}}$

❖ د ټولو نوري وسایلو لوی ښودنه: $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{I}{O}$

د نـور واحدات		
کمیتونه	نوم	واحد
نوري سیلان Φ	لومین	Lumen
د روښنایي مقدار E	لکس	Lux
د نور شدت I	کنډل	Candle
د نور د منبع شدت	ویول	Violle
د عدسې قدرت C	دیوپتري	Dioptri

د بـرېښنـا (بـرق) فزیک

❖ د کولمب قانون (د جذب او دفعې قوه): $F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

❖ د کولمب ثابت یا د تناسب ضریب: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

$$MKS: K = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{coul^2} \quad , CGS: K = 1 \cdot \frac{dyne \cdot cm^2}{st - coul^2}$$

❖ د برقي ساحې شدت: $E = \frac{F}{q} = K \cdot \frac{q}{d^2}$

❖ پوتانشیل توپیر یا ولتاژ: $V = \frac{W}{q} = \frac{F \cdot d}{q} = E \cdot d$

❖ د پوتنشیل توپیر او برقي ساحې ترمنځ اړیکه:

$$\Delta V = E \cdot \Delta S$$

ΔS د A او B ترمنځ فاصله ده

❖ کار په برق کې: $W = F \cdot d = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d}$

❖ برېښنایي پوتنشیل انرژي: $E_p = q \cdot E \cdot d$

کاندنسر (خازن)

❖ د خازن ظرفیت: $C = \frac{q}{V}$

❖ د موازي لوحو لرونکي خازن ظرفیت: $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}$

S د لوحو مساحت، d د لوحو ترمنځ فاصله او

$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$ په خلا کې د برقي نفوذ ضریب دی.

❖ په خازن کې ذخیره شوې انرژي: $E = \frac{1}{2} V \cdot q$

د خازنونو ترڅ په مسلسل ډول

❖ چارج: $q = q_1 = q_2 = \cdots = q_n$

❖ ولټیج (پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

❖ معادل ظرفیت: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$

د خازنونو ترڅ په موازي ډول

❖ چارج: $q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ ولټیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$

❖ معادل ظرفیت: $C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$

د مستقیم جریان برقي دورې(سرکټونه)

❖ د برېښنا جریان:(t وخت) $I = \frac{q}{t}$

❖ د چارج مقدار: $q = I \cdot t$

❖ برقي کار: $W = V \cdot q = V \cdot t \cdot I = R \cdot I^2 \cdot t$

❖ برقي توان: $P = \frac{W}{t} = V \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{V^2}{R} = \varepsilon \cdot I$

❖ د برېښنایي سرکټ معادله:(r داخلي مقاومت) $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$

❖ برقي محرکه(الکتروموتیف) قوه: $\varepsilon = (R + r) \cdot I$

❖ د هادي مقاومت: $R = \rho \cdot \frac{L}{A}$

❖ مخصوصه مقاومت: $\rho = \frac{R \cdot A}{L}$

❖ برېښنایي هدایت: $g = \frac{1}{R} = \frac{A}{\rho \cdot L}$

❖ برېښنایي مقاومت: $R = \frac{V}{I}$ → اوم قانون

❖ په برقي مقاومت د حرارت تاثیر: $R = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta t)$

❖ مخصوصه هدایت: $\sigma = \frac{1}{\rho}$

❖ که په سرکټ کې ډېر مقاومتونه وي: $I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R + \sum r}$

د مقاومتونو ټرل په مسلسل ډول

❖ جریان: $I = I_1 = I_2 = \cdots = I_n$

❖ ولټیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$

❖ معادل مقاومت: $R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

د مقاومتونو ټرل په موازي ډول

❖ جریان: $I = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$

❖ ولټیج(پوتنشیل تفاوت): $V = V_1 = V_2 = \cdots = V_n$

❖ معادل مقاومت: $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

❖ د ویسټون په پُل کې مجهول مقاومت: $R_X = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3$

❖ د ترانسفرمر رابطه: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{V_1}{V_2}$

قوانین

❖ د کرشوف لومړی قانون: $\sum I = 0$

❖ د کرشوف دوهم قانون: $\sum V = \sum R \cdot I$

❖ د اوم لومړی قانون: $V = R \cdot I$

V د پوتنشیل توپیر د مقاومت په دوو انجامونو کې

❖ د اوم دوهم قانون: $V = E - r \cdot I$

V د پوتنشیل توپیر د برېښنایي مؤلد په دوو انجامونو کې

❖ د ژول قانون با د برق د جریان حرارتي اثر: $H = 0.24RI^2 \cdot t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په مقناطیس او برق کې د جذب او دفعې قوه	F	N	dyne
د خازن ظرفیت	C	Farad	
د برق جریان	I	Amp	
د هادي مقاومت او برقي مقاومت	R	(ohm)Ω	
مخصوصه مقاومت	ρ	Ω·m	Ω·cm
د مؤلد محرکه قوه	ε	Volt	
برقي انرژي او کار	W	Joul	erg
داخلي مقاومت	r	(ohm)Ω	
د مقناطیسي ساحې شدت	H	Teslla	Gauss
مقناطیسي سیلان	Φ	Weber	Maxwell

په فزیک کې ځینې ثابت قیمتونه:

❖ د نور سرعت په خلا کې: $C = 2.9979 \cdot 10^8\ {}^{m}/_{sec}$

❖ د نور سرعت په هوا کې: $C = 2.99709 \cdot 10^8\ {}^{m}/_{sec}$

❖ د ځمکې جاذبوي تعجیل: $g = 9.81\ {}^{m}/_{sec^2}$

❖ د جاذبې جهاني ثابت: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ {}^{N \cdot m^2}/_{Kg^2}$

❖ په خلا کې د برقي نفوذ ضریب: $\varepsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

❖ د الکترومقناطیسي څپو د خپریدو سرعت: $3 \cdot 10^8\ {}^{m}/_{sec}$

❖ د مقنایسي هدایت ثابت: $\mu_0 = 1.257 \cdot 10^{-6}\ H/m$

❖ د اوګدرو عدد: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$

❖ د ګازاتو عمومي ثابت: $R = 8.314\ \frac{Joul}{mol \cdot K}$

❖ د فارادې عدد: $F = 9.65 \cdot 10^4 coul$

❖ د ژول د قانون ثابت په برق کې: $K = \frac{1}{4.18} = 0.24$

❖ د پلانک ثابت: $h = 6.625 \cdot 10^{-34} Joul \cdot sec$

❖ د چارج واحد: $\bar{e} = 1.602 \cdot 10^{-19} coul$

❖ د بولتزمن ثابت: $k = 1.381 \cdot 10^{-23}\ \frac{Joul}{K}$

❖ د ستیفن بولتزمن ثابت: $\delta = 5.67 \cdot 10^{-8}\ {}^{Joul}/_{m^2 \cdot K \cdot sec}$

❖ د وین ثابت: $2.9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$

❖ د بورون شعاع: $a = 5.292 \cdot 10^{-11} m$

❖ د بورون مګنیټون: $\mu_b = 9.274 \cdot 10^{-24}\ {}^{Joul}/_{T}$

❖ د ریډبرګ ثابت: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځینې جسمونو کثافت

گڼه	اجسام	gr/cm^3	Kg/m^3
1	سره زر Au	19.3	$19.3 \cdot 10^3$
2	سپین زر Ag	10.5	$10.5 \cdot 10^3$
3	سیماب Hg	13.6	$13.6 \cdot 10^3$
4	اوسپنه Fe	7.86	$7.86 \cdot 10^3$
5	خالصې اوبه په 4°C کې H_2O	1	$1 \cdot 10^3$
6	د سمندر اوبه په 15°C کې	1.025	$1.025 \cdot 10^3$
7	یخ	0.917	$0.917 \cdot 10^3$
8	الکول R-OH	0.806	$0.806 \cdot 10^3$
9	هوا Air	$1.29 \cdot 10^{-3}$	1.29
10	د اوبو بخار 100°C	$0.598 \cdot 10^{-3}$	0.598
11	د هایدروجن گاز H	$8.99 \cdot 10^{-5}$	0.0899
12	نایتروجن N	$1.251 \cdot 10^{-3}$	1.251
13	اکسیجن O	$1.429 \cdot 10^{-3}$	1.429
14	لرګی Wood	0.75	$0.75 \cdot 10^3$
15	پطرول	0.8	$0.80 \cdot 10^3$
16	بنیښه Glass	2.5	$2.5 \cdot 10^3$
17	المونیم Al	2.7	$2.7 \cdot 10^3$
18	پلاتین Pt	21.5	$21.5 \cdot 10^3$
19	الماس C	3.5	$3.5 \cdot 10^3$
20	مس Cu	8.9	$8.9 \cdot 10^3$
21	کاربن دای اکساید CO_2	1.98	$1.98 \cdot 10^3$
22	د ځمکې اوسط کثافت	5.5	$5.5 \cdot 10^3$
23	د لمر اوسط کثافت	1.4	$1.4 \cdot 10^3$
24	د ځمکې قشر	2.8	$2.8 \cdot 10^3$
25	د ځمکې هسته	9.5	$9.5 \cdot 10^3$
26	د لمر هسته	160	$1.6 \cdot 10^5$

د غږ سرعت په ځینو موادو کې

د اجسامو فزیکي حالت او نوم	سرعت په m/sec
هوا په 0°C کې	331
کاربن دای اکساید CO_2 په 0°C کې	228
کاربن مونواکساید CO په 0°C کې	337

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوبه H_2O	1435
بنزین C_6H_6	11065
المونیم Al	5106
اوسپنه Fe	5120

د ځمکې سماوي جسمونو فزیکي مشخصات

❖ د لمر کتله: $1.97 \cdot 10^{30} Kg$

❖ د لمر د کرې اوسط شعاع: $6.95 \cdot 10^{8} m$

❖ د لمر او ځمکې تر منځ اوسط فاصله: $1.5 \cdot 10^{11} m$

❖ د ځمکې کتله: $5.96 \cdot 10^{24} Kg$

❖ د ځمکې اوسط شعاع: $6.37 \cdot 10^{6} m$

❖ د ځمکې حجم که چېرې کُروي فرض شي: $11 \cdot 10^{20} m^3$

❖ د ځمکې د فرار سرعت: $11.2\ Km/sec$

❖ د ځمکې سرعت د لمر په چاپېره: $28.5976\ Km/sec$

❖ د ځمکې اوسپوږمۍ تر منځ اوسط فاصله: $3.84 \cdot 10^{8} m$

❖ د سپوږمۍ کتله: $7.3 \cdot 10^{22} Kg$

❖ د سپوږمۍ اوسط شعاع: $1.74 \cdot 10^{6} m$

❖ د سپوږمۍ دوراني تعجیل د ځمکې په چاپېره:

$a = 0.272\ cm/sec^2$

❖ د سپوږمۍ په سطح تعجیل: $g = 1.635\ m/sec^2$

❖ د سپوږمۍ د دوران وخت د ځمکې په چاپېره:

27ورځې، 7 ساعته، او 43 دقیقې

❖ یو نوري کال: $9.461 \cdot 10^{15} m$

مواد	د طولي انبساط ضریب (α)
سرپ	$29 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
المونیم	$24 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
برنج	$19 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
مس	$17 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
اوسپنه(فولاد)	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کانکریټ	$12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
معمولي ښیښه	$11 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
پایرکس ښیښه	$3.3 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
کوارتز	$0.5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$
الماس	$1.2 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مواد	د حجمي انبساط ضريب (γ)
ايتر	$1.51 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
كاربن تيتراكلورايد	$1.18 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
الكول	$1.01 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
بنزين	$0.95 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
د زيتون تيل	$0.68 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
اوبه	$0.21 \cdot 10^{-3} K^{-1}$
سيماب	$0.18 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

يوناني الفبا

تلفظ	کوچني حروف	لوی حروف	Pronunciation
الفا	α	A	Alpha
بيتا	β	B	Beta
گاما	γ	Γ	Gamma
دلتا	δ	Δ	Delta
اپسيلون	ε, ϵ	E	Epsilon
زيتا	ζ	Z	Zeta
ايتا	η	H	Eta
تيتا	θ, ϑ	Θ	Theta
يوتا	ι	I	Iota
كپه	κ	K	Kappa
لمدا	λ	Λ	Lambda
ميو	μ	M	Mu
نيو	ν	N	Nu
كسي	ξ	Ξ	Xi
اومايكرون	ο	O	Omicron
پای	π, ϖ	Π	Pi
رو	ρ	P	Rho
سيگما	σ, ς	Σ	Sigma
تاو	τ	T	Tau
اِيپسيلون	υ	Y	Upsilon
في	ϕ, φ	Φ	Phi

(c) ketabton.com: The Digital Library

Chi	X	χ	چي
Psi	Ψ	ψ	سي
Omega	Ω	ω	اومیګا

له لمر څخه د شمسي نظام د سیارو واټن		
1	عطارد	$5.79 \cdot 10^{10} m$
2	زهره	$1.082 \cdot 10^{11} m$
3	ځمکه	$1.496 \cdot 10^{11} m$
4	مریخ	$2.279 \cdot 10^{11} m$
5	مشتري	$7.783 \cdot 10^{11} m$
6	زحل	$1.427 \cdot 10^{12} m$
7	اورانوس	$2.87 \cdot 10^{12} m$
8	نپتون	$4.497 \cdot 10^{12} m$
9	پلوتو	$5.9 \cdot 10^{12} m$

د ځمکې د سیارې تشکیلوونکي عنصرونه		
عنصر	سمبول	د ځمکې په کتله کې:
اکسیجن	O	46.6%
سلیکان	Si	27.7%
المونیم	Al	8.1%
اوسپنه	Fe	5.0%
کلسیم	Ca	3.6%
سودیم	Na	2.8%
پوتاشیم	K	2.6%
مګنیزیم	Mg	2.1%
تیتانیم	Ti	0.4%
هایدروجن	H	0.1%

(c) ketabton.com: The Digital Library

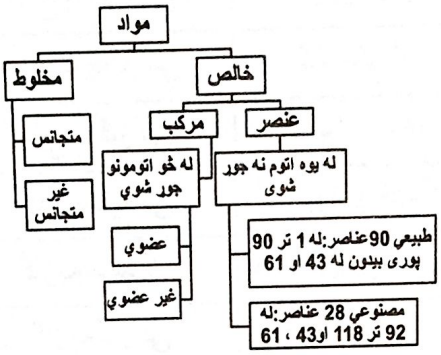
د رومي اعدادو جدول	
رومي	عدد
I	1
II	2
III	3
IV	4
V	5
VI	6
VII	7
VIII	8
IX	9
X	10
XX	20
XXX	30
XL	40
L	50
LX	60
LXX	70
LXXX	80
XC	90
C	100
D	500
M	1000
	5000
	10000
$\bar{L}$	50000
$\bar{C}$	100000
$\bar{D}$	500000
$\bar{M}$	1000000

(c) ketabton.com: The Digital Library

کیمیا (Chemistery)

❖ د عناصرو دوراني جدول په طاقو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+1)^2}{2}$

❖ د عناصرو دوراني جدول په جفتو پریودونو کې د عنصرونو تعداد: $\frac{(n+2)^2}{2}$



د فلزاتو او غیر فلزاتو تر منځ توپیرونه	
فلزات	غیر فلزات
الکترون له لاسه ورکوي	الکترون اخلي
تحمض کیږي	ارجاع کیږي
د اکسیډیشن نمبر (+) دی	د اکسیډیشن نمبر(-) دی
رنګ لري	اکثراً بې رنګه دي
اتومي شعاع بې لویه ده	اتومي شعاع بې کوچنۍ ده
ایوني شعاع بې کوچنۍ ده	ایونۍ
د جدول په چپ او ښکته خوا کې قرار لري	د جدول په ښي او پورته خوا کې قرار لري
د بریښنا او تودوخې تیرونکي دي	د بریښنا او تودوخې تیرول یې ډیر ضعیفه یا عایق دي
ځلا لرونکي دي	ځلا نه لري
د لوړ کثافت لرونکي دي	د ټیټ کثافت لرونکي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مخلوطونو بېلګې	
د مخلوطونو ډولونه	بیلګې
جامد په جامد کې	الیاژونه
جامد په مایع کې	مالګه په اوبو کې
جامد په ګاز کې	کاربن په دود کې
مایع په مایع کې	الکول په اوبو کې
مایع په جامد کې	کرستالي اوبه
مایع په ګاز کې	د اوبو بړاس په هوا کې
ګاز په مایع کې	ګاز لرونکي څښاکونه
ګاز په جامد کې	په پلاتین کې هایدروجن
ګاز په ګاز کې	هوا

د بېلابېلو مرکباتو مالیکولي فرمولونه

- ❖ اوبه: H_2O
- ❖ اوزون: O_3
- ❖ کاربن دای اکساید: CO_2
- ❖ کاربن مونو اکساید: CO
- ❖ سلفر دای اکساید: SO_2
- ❖ امونیا: NH_3
- ❖ د مالګې تېزاب(هایدروکلوریک اسید): HCl
- ❖ مرکیوریک کلورایډ(سوبلیمه): $HgCl_2$
- ❖ سلفوریک اسید(د ګوګړو تېزاب): H_2SO_4
- ❖ فاسفوریک اسید: H_3PO_4
- ❖ نایټریک اسید(د ښورې تیزاب): HNO_3
- ❖ کاربونیک اسید: H_2CO_3
- ❖ سلطاني تېزاب: $HNO_3 + 3HCl$
- ❖ سودیم هایدرواکساید(د کاسټک سوډا): $NaOH$
- ❖ چونه چې اوبه وربه رسېدلې نه وي: CaO
- ❖ د چونې ډبره: $CaCO_3$
- ❖ چونه چې اوبه ورته رسېدلې وي: $Ca(OH)_2$
- ❖ پوتاشیم سیانایډ: KCN
- ❖ د خوړو مالګه(سودیم کلورایډ): $NaCl$
- ❖ باروت(سودیم نایټریټ): $NaNO_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ پوتاشیم کاربونیټ: K_2CO_3

❖ پوتاشیم سلیکیټ: K_2SiO_3

❖ د ګلوبر مالګه: Na_2SO_4

❖ امونیم سلفاید: $(NH_4)_2S$

❖ مقناطیس (مګنیټایټ): Fe_3O_4

❖ کلسیم هایدروکسي کلوراید: $CaOHCl$

❖ ګچ: $CaSO_4 \cdot 2H_2O$

❖ نیل توتیا: $CuSO_4 \cdot 5H_2O$

❖ شنه توتیا: $FeSO_4 \cdot 7H_2O$

❖ د فوسیجن ګاز: $COCl_2$

بیلابیل ایونونه

❖ سلفیټ: SO_4^{2-}

❖ سلفایټ: SO_3^{2-}

❖ تیو سلفیټ: $S_2O_3^{2-}$

❖ بای سلفیټ: HSO_4^{1-}

❖ فاسفیټ: PO_4^{3-}

❖ فاسفایټ: PO_3^{3-}

❖ بای فاسفیټ: HPO_4^{2-}

❖ نایټریټ: NO_3^{1-}

❖ نایټرایټ: NO_2^{1-}

❖ امونیم: NH_4^{1+}

❖ کاربونیټ: CO_3^{2-}

❖ بای کاربونیټ: HCO_3^{1-}

❖ هایپو کلوریټ: ClO^{1-}

❖ کلورایټ: ClO_2^{1-}

❖ کلوریټ: ClO_3^{1-}

❖ پر کلوریټ: ClO_4^{1-}

❖ اسیټیټ: CH_3COO^{1-}

❖ کرومیټ: CrO_4^{2-}

❖ دای کرومیټ: $Cr_2O_7^{2-}$

❖ سیانایډ: CN^{1-}

❖ تیو سیانایډ: SCN^{1-}

❖ هایدرو اکسایډ: OH^{1-}

❖ اوکزالیټ: $C_2O_4^{2-}$

❖ پرمنګنیټ: MnO_4^{1-}

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ ارسنیت: AsO_4^{3-}

❖ هایدرونیم: H_3O^{1+}

❖ پراکساید: O_2^{2-}

❖ بروميت: BrO_3^{1-}

د کیمیا ځینې فرمولونه

❖ کتلوي کثافت: $D_m = \frac{m}{V}$

❖ د ګاز مولي کثافت: $D_{mol} = \frac{m(mol)}{V_{STP}} = \frac{\text{مولي کتله}}{\text{د یو مول حجم}}$

❖ وزني کثافت: $D_w = \frac{W}{V}$

❖ مخصوصه وزن: $SG = \frac{\text{د مادي کثافت } D}{\text{د ستندرډ مادي کثافت } D'}$

❖ د اتومونو کتله د $10^{-22} - 10^{-24}kg$

یا $10^{-25} - 10^{-27}kg$ کمیت تر منځ شتون لري.

❖ د اتومي کتلې واحد: $1amu = 1.661 \cdot 10^{-27}kg$

❖ اتومي وزن: $A = P^+ + N^0$

❖ اتومي نمبر (د پروتونونو شمېر): P^+

❖ اصلي مدار کې د الکترونونو اعظمي تعداد: $Z = 2n^2$

❖ اصلي مدار کې د اوربتالونو اعظمي تعداد: $O = n^2$

❖ د مخالف العلامه ایوني ذرو تر منځ د جذب قوه:

$F = K\frac{q_1q_2}{\varepsilon^0 r^2}$ (ε^0 د محلل د ډای الکتریک ثابت)

❖ د مولونو تعداد: $n = \frac{m}{M} = \frac{\text{کتله}}{\text{مالیکولي کتله}}$

❖ د بایل قانون: $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$

❖ د چارلز قانون: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

❖ د ګیلوسک قانون: $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$

❖ د ګازاتو د ترکیب قانون: $\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$

❖ د اوګدرو اصل: $\frac{n}{V} = k$

❖ د ایډیال (خیالي) ګازاتو معادله: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$

❖ د ګازونو مالیکولي کتله: $M = \frac{mRT}{PV}$

❖ د ګازونو د مخلوط سیستم ټول فشار: $P_{Total} = \frac{n_{Total}RT}{V}$

❖ د ګراهام د مالیکولي خپریدنې قانون د دوو ګازونو لپاره:

$\frac{V_A(Diffusion)}{V_B(Diffusion)} = \frac{\sqrt{M_B}}{\sqrt{M_A}}$

❖ د تیزابو معادل ګرام وزن: $EQ_{Acid} = \frac{M}{\text{د } H \text{ تعداد}}$

❖ د القلیو معادل ګرام وزن: $EQ_{Base} = \frac{M}{\text{د } OH \text{ تعداد}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د مالګو معادل ګرام وزن: $EQ_{Salt} = \frac{M}{\text{د فلز تعداد} \times \text{د فلز ولانس}}$

❖ په مرکب کې د یوه عنصر فیصدي: $\frac{\text{اتومي وزن} \times \text{تعداد} \times 100}{\text{د مرکب مالیکولي وزن}}$

❖ وزني فیصدي: $W'\% = \frac{gr \text{ د منحله مادې مقدار} \times 100}{\text{د محلول مقدار په ګرام}}$

❖ حجمي فیصدي: $V\% = \frac{\text{د منحله مادې مقدار} \times 100}{\text{د محلول مقدار}}$

❖ مولي برخه: $N_1 = \frac{n_1}{n_1+n_2+\cdots+n_i}$

❖ کتلوي برخه: $W_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ د کتلوي فیصدي برخه: $W_1\% = \frac{m_1 \cdot 100}{m_1+m_2+\cdots+m_i}$

❖ مولریتي: $M = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V}$

❖ د مولریتي غلظت: $C_M = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Moler}{M \cdot V}$

❖ د نارملیتي غلظت: $C_N = \frac{m \cdot 1000ml \cdot Narmal}{EQ \cdot V}$

❖ د مولل غلظت: $C_m = \frac{m \cdot mol \cdot 1000gr \cdot molal}{M \cdot m'}$

M د حل کیدونکې مادې مالیکولي کتله، m' د محلل کتله

❖ مولر محلول= د منحله مادې مقدار+کافي اوبه=Liter!

❖ د تیتر غلظت: $C_T = \frac{\text{حل کیدونکې ماده په ګرام}}{\text{حل کیدونکې ماده په ملي لیتر}}$

❖ تیتریشن(خنثی کول): $C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$

❖ د الکترولیت محلول نو ازموتیک فشار: $P = iCRT$

i د وانت هوپ ضریب، R د ګازاتو ثابت: $R = 8.31 \frac{Joul}{mol \cdot K}$

❖ د هایدروجن د ایون غلظت: $PH = -\log[H^+]$

❖ د (OH) د ایون غلظت: $POH = -\log[OH^-]$

❖ په تیزابي محلول کې (محلول تیزابي دی):

$POH > 7, [H^+] > 10^{-7}M, PH < 7, [OH^-] < 10^{-7}M$

❖ په القلي محلول کې:

$POH < 7, [OH^-] > 10^{-7}M, PH > 7, [H^+] < 10^{-7}M$

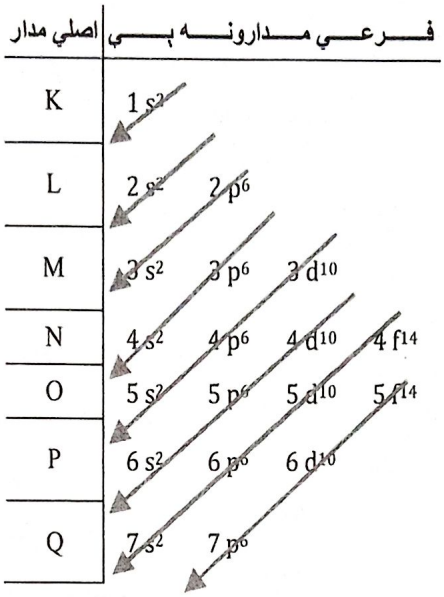
❖ په خنثی محلول کې (محیط خنثی دی):

$PH = POH = 7, [H^+] = [OH^-] = 10^{-7}M$

❖ په هر محلول کې: $PH + POH = 14$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کلچکوفسکي قاعده او په اصلي او فرعي مدارونو کې د الکترونونو دوښ قاعده



$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 4f^{14}$
$5d^{10}\ 6p^6\ 7s^2\ 5f^{14}\ 6d^{10}\ 7p^6$

فرعي مدار	د الکترونو شمیر	اوربتالونه
s	2	1
p	6	2 3
d	10	5
f	14	→ 7

عضوي کیمیا

sp هایبرید یزیشن:

❖ د s برخه او p برخه مساوي یعني (1/2) ده.

❖ دا هایبرید په استلین کې موجود دی.

❖ د اړیکو ولانسي زاویه (180°) ده.

sp^2 هایبرید یزیشن:

❖ د s برخه (1/3) او p برخه (2/3) ده.

❖ دا هایبرید یزیشن په غیر مشبوع هایدروکاربنونو خصوصاً د اتلین په کورنۍ کې موجود دی.

❖ د اړیکو ولانسي زاویه پې (120°) ده.

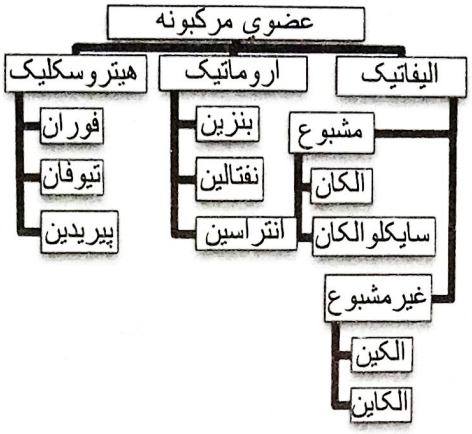
sp^3 هایبرید یزیشن:

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ د s برخه (1/4) او p برخه (3/4) ده.

❖ دا هایبرید یزیشن په مشبوع هایدروکاربنونو کې موجود دی.

❖ د اړیکو ولانسي زاویه ېې (109.5^{o}) ده.



د ځینو الکانونو کیمیاوي فرمولونه

❖ میتان:	CH_4
❖ ایتان:	C_2H_6
❖ پروپان:	C_3H_8
❖ بیوتان:	C_4H_{10}
❖ پنتان:	C_5H_{12}
❖ هګزان:	C_6H_{14}
❖ هپتان:	C_7H_{16}
❖ اوکتان:	C_8H_{18}
❖ نونان:	C_9H_{20}
❖ دیکان:	$C_{10}H_{22}$
❖ ان دیکان:	$C_{11}H_{24}$
❖ دو دیکان:	$C_{12}H_{26}$
❖ ترای دیکان:	$C_{13}H_{28}$
❖ تیترا دیکان:	$C_{14}H_{30}$
❖ پنتا دیکان:	$C_{15}H_{32}$
❖ ایکوزان:	$C_{20}H_{42}$
❖ پنتاکونتان:	$C_{50}H_{102}$
❖ هکتان:	$C_{100}H_{202}$

د عضوي مرکباتو عمومي فرمولونه

❖ الکانونه:	C_nH_{2n+2}
❖ الکینونه:	C_nH_{2n}
❖ الکاینونه:	C_nH_{2n-2}

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ سایکلو الکانونه:	C_nH_{2n}
❖ الکایل رادیکال:	C_nH_{2n+1}
❖ بنزین:	C_nH_{2n-6}
❖ نفتالین:	C_nH_{2n-12}
❖ انتراسین:	C_nH_{2n-18}
❖ ډاینونه:	C_nH_{2n-2}
❖ الدوز:	$C_nH_{2n}O_n$
❖ کاربوهایدریتونه:	$C_n(H_2O)_m$
❖ الکول:	$R-OH$
❖ هلاید (X=Br, Cl, F, I):	$R-X$
❖ الدیهاید:	$R-CO-H$
❖ کیتون:	$R-CO-R$
❖ عضوي تیزاب:	$R-COOH$
❖ ایتر:	$R-O-R$
❖ ایستر:	$R-COO-R$
❖ تیو ایتر:	$R-S-R$
❖ امین:	$R-NH_2$
❖ امایډ:	$R-CO-NH_2$
❖ مرکپتان(تایول):	$R-S-H$
❖ سلفو:	$R-SO_3H$
❖ نایترو:	$R-NO_2$
❖ سیانایډ:	$R-CN$

د بیلابیلو عضوي مرکباتو کیمیاوي فرمولونه

❖ کلورو میتان(میتایل کلورایډ):	CH_3Cl
❖ دای کلورو میتان:	CH_2Cl_2
❖ کلوروفارم(ترای کلورو میتان):	$CHCl_3$
❖ تترا کلورو میتان(کاربن تترا کلورایډ):	CCl_4
❖ دای کلورو دای فلورو میتان:	CCl_2F_2
❖ ایتلین:	C_2H_4
❖ استلین:	C_2H_2
❖ میتانول:	CH_3OH
❖ ایتانول:	C_2H_5OH
❖ دای میتایل ایتر:	CH_3-O-CH_3
❖ دای ایتایل ایتر:	$C_2H_5-O-C_2H_5$
❖ دای میتایل کیتون:	$CH_3-CO-CH_3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

❖ فارمیک اسید:	$HCOOH$
❖ اسیتیک اسید:	$CH_3 - COOH$
❖ کلورواسیتیک اسید:	$CH_2Cl - COOH$
❖ بنزوییک اسید:	$C_6H_5 - COOH$
❖ اکزالیک اسید:	$(COOH)_2$
❖ مالوتیک اسید:	$HOOCCH_2COOH$
❖ پالمتیک اسید:	$C_{15}H_{31} - COOH$
❖ اولئیک اسید:	$C_{17}H_{33} - COOH$
❖ ستاریک اسید:	$C_{17}H_{35} - COOH$
❖ دای میتایل ایستر:	$CH_3 - COO - CH_3$
❖ میتایل تایول:	$CH_3 - S - H$
❖ فارم الدیهاید:	CH_2O
❖ اسیت الدیهاید:	$CH_3 - CHO$
❖ بنز الدیهاید:	$C_6H_5 - CHO$
❖ بنزین:	C_6H_6
❖ نفتالین:	$C_{10}H_8$
❖ انتراسین:	$C_{14}H_{10}$
❖ فینول:	C_6H_5OH
❖ تولوین:	$C_6H_5CH_3$
❖ انیلین:	$C_6H_5NH_2$
❖ بنزالدیهاید:	C_6H_5CHO
❖ نشایسته(څو قیمته قندونه):	$(C_6H_{10}O_5)_n$
❖ گلوکوز او فرکتوز:	$C_6H_{12}O_6$
❖ سکروز(بوره):	$C_{12}H_{22}O_{11}$
❖ لکتیک اسید:	$C_2H_6O_3$
❖ ایتلین گلایکول:	CH_2OHCH_2OH
❖ پالمتیک اسید:	$C_{15}H_{31} - COOH$
❖ ستیاریک اسید:	$C_{17}H_{35} - COOH$
❖ فینول فتالین:	$C_{20}H_{14}O_4$
❖ صابون:	$C_{17}H_{35}COONa$
❖ اسکاربیک اسید:	$C_6H_8O_6$
❖ تروپین:	$C_{17}H_{35}NO_2$
❖ مورفین:	$(C_{17}H_{19}NO_3)H_2O$
❖ نیکوتین:	$C_{10}H_{14}N_2$
❖ کلسیم کارباید:	CaC_2

(c) ketabton.com: The Digital Library

- سلفونیک اسید: $C_6H_5SO_3H$
- د ترپینونو بسیط فرمول: $C_{10}H_{16}$
- پایرایدین: C_5H_5N
- اسپرین: $C_9H_8O_4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جيولوجي (Geology)

د منرالونو ځانګړتياوې

1- بايد جامد وي.

2- بايد طبيعي وي.

3- بايد غېرعضوي وي.

4- بايد کيمياوي خالصه ماده وي کيدی شي عنصر يا مرکب واوسي.

5- بايد کرستال وي.

منرالونه په لاندې ډلوويشل شوي دي

1- خالص عناصر، لکه: سره زر، سلفر او الماس.

2- سلفايدونه، لکه: پايرايت (FeS_2) او ګالينيت (PbS).

3- اکسايدونه او هايدروکسايدونه، لکه: هيماتايت (Fe_2O_3).

4- کاربناتونه، لکه: کلسيت ($CaCO_3$).

5- هالايدونه، لکه: هاليت ($NaCl$).

6- سلفاتونه، لکه: ګچ ($CaSO_4 \cdot 2H_2O$).

7- فاسفاتونه، لکه: اپاتيت .

8- سيليکاتونه، لکه: فلدسپارونه ($KAlSi_3O_8$).

کلکوالی (سختي)

د ماووس جدول پر بنسټ کلکوالی	
1	تالک
2	ګچ
3	کلسيت
4	فلوريت
5	اپاتيت
6	ارتوکلاز
7	کوارتز
8	توپاز
9	کوراندم
10	الماس
معياري کلکوالی	
2.5	د ګوتې نوک
3.5	مسي سکه
4.5	د اوسپنې توته
5.5	د ښيښې توته
6.5	پولادي چاقو

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ځینې منرالونو کیمیاوي فرمولونه

❖ کوراندم:	Al_2O_3
❖ بوکسیت:	$Al_2O_3 \cdot H_2O$
❖ کیولایت:	$Al_3F_{14}O_5$
❖ مولایت:	$Al_6O_{13}Si_2$
❖ بریل:	$BeAl_2Si_6O_{18}$
❖ کلسیت:	$CaCO_3$
❖ فلورایت:	CaF_2
❖ دولومیت:	$CaMg(CO_3)_2$
❖ ګچ:	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
❖ کادموسیلایت:	$CdSe$
❖ سیریانیت:	CeO_2
❖ سیزیم میتا تیتانیت:	Cs_2TiO_3
❖ اسکولایت:	Cr_2O_3
❖ ملخیت:	$Cu_2CO_3(OH)_2$
❖ کوویلایت:	CuS
❖ چالکوسایت:	Cu_2S
❖ دای جینایت:	Cu_9S_5
❖ چالکوپایرایت:	$CuFeS_2$
❖ کیوبانیت:	$CuFeS_3$
❖ ارسینوپایرایت:	$FeAsS$
❖ سیدیرایت:	$FeCO_3$
❖ لیمونایت:	$FeO_2H \cdot nH_2O$
❖ هیماتایت:	Fe_2O_3
❖ مګنیتایت:	Fe_3O_4
❖ پایرایت:	FeS_2
❖ فیالایت:	Fe_2SiO_4
❖ ارتوکلاز(فلدسپار):	$KAlSi_3O_8$
❖ کریولایت:	Na_3AlF_6
❖ البیت:	$NaAlSi_3O_8$
❖ هالیت:	$NaCl$
❖ ګالینیت:	PbS
❖ کوارتز:	SiO_2
❖ تالک:	ZnO
❖ سفالیرایت:	ZnS

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیولوژي (Biology)

د پروکاریوت او یوکاریوت حجرو توپیرونه			
ګڼه	ځانګړتیاوې	پروکاریوت	یوکاریوت
1	مایتوکاندریا	نه لري	لري
2	اندوپلازمیک ریټیکولم (ER)	نه لري	لري
3	کلوروپلاست	نه لري	لري
4	ګلجي اجسام	نه لري	لري
5	هستوي غشأ	نه لري	لري
6	ریبوزوم	لري خو کوچنۍ	غټ وي
7	میتوسیس	نه لري	لري
8	حجروي دیوال	نه لري	نباتي حجرې پې لري

د حیواني او نباتي حجرو توپیرونه			
ګڼه	ځانګړتیاوې	حیواني حجره	نباتي حجره
1	حجروي دیوال	نه لري	لري
2	پلاستید	نه لري	لري
3	سنتروزوم	لري	نه لري
4	واکیول	کوچني او زیات	یو او لوی
5	هسته	د حجرې په منځ کې	د حجرې په یوې خوا کې
6	د تېلوفېز په پای کې حجروي ویش	د ژوروالي په واسطه ویشل کیږي	د حجرې په منځ کې سلولوزي دیوال منځ ته راځي

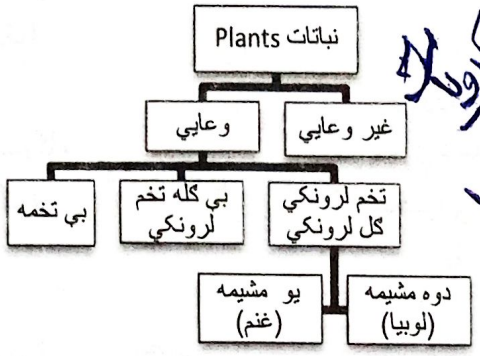
د حجرې بیلابیل پروتوپلازمیک او دندې یې		
ګڼه	د حجرې پروتوپلازمیک	فزیولوژیکي دندې یې
1	پلازمایي غشا	نیمه قابل نفوذ، د موادو جذب او کنترول
2	هسته	د DNA ترکیب، د جنیتیکي او ارثي

(c) ketabton.com: The Digital Library

		خواصو لیږدونه، د حجرې د بیولوژیکي فعالیتونو کنترول
3	هسته ګی	د RNA ترکیب، د پروټین ترکیب
4	مایتوکاندریا	د حجرې تنفس، د انرژۍ تولید
5	رایبوزوم	د پروټین ترکیب
6	اندوپلازمیک ریټیکولم	د موادو لیږدونه، خوځښت، پروټین جوړول
7	لیزوزوم	هضمي انزایمونه لري، پروټیني مواد تجزیه کموي
8	سنتریول	د حیواني حجرو په ویشلو کې برخه اخلي
9	پلاستیدونه	په نباتي حجرو کې موجود دي، خوراکي توکي جوړوي، مختلف رنګونه تولیدوي او مواد زیرمه کوي
10	ګلجي اجسام	د حجرې ترشحي فعالیت، د قندونو ترکیب

د ژوندیو موجوداتو د طبقه بندی اووه پوړونه		
1	عالم	Kingdom
2	فایلم	Phylum
3	ټولګی	Class
4	اردر	Order
5	کورنۍ	Family
6	جینس	Genuse
7	نوعه	Species

(c) ketabton.com: The Digital Library



د وينې کرويات(د ټولې وينې 45% دي)		
ډول	په يو ملي ليتر کې شمير	دندې
سره کرويات	5 تر 6 ميليونو	د اکسيجن او غذايي موادو لېږدول
سپين کرويات	7 تر 10 زرو	د ميکروبونو پر وړاندې د بدن دفاع
دمويه صفحات	150 تر 500 زرو	د وينې پرن کيدل

هغه ناروغۍ چې د بکتريا او ويروسونو په واسطه منځته راځي			
نوم	د بدن هغه برخې چې زيان وينې	د ناروغۍ عامل	د ناروغۍ نښې
ايډز	د وينې سپين کرويات	ويروس	ټوخی، د اشتها کموالی، ډنګرېدل، تبه، د سينې درد او بلغمو کې وينه
توبرکلوز	سږې	بکتريا	د پوستکي ژيړوالی، تبه ، کانګې، سرخوړی او د ځيګر په برخه کې درد
هيپاټايټس	ځيګر	ويروس	د لاړو د غدو

(c) ketabton.com: The Digital Library

(ويروسي ژيړی)			پرسيدل او تبه
بوغوټ(کله چرک)	د لاړو غدې	ويروس	سرخوړی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
ګوزڼ(د ماشومانو فلج)	عصبي حجرې، مغز او نخاع	ويروس	سرخوړی، ملا او غاړې د عضلاتو سختوالی، د غړو فلج
سينه بغل	سړې	بکتريا، ويروس او آن ځينې محرک ګازونه	تبه، د ملا په برخه کې درد، ټوخي او بلغم
تيتانوس	تپ	بکتريا	فلج، خو په زيات حالت کې د مړينې لامل کيږي

A-E-D-K

A-E-d-K ويټامينونه

په شحمو (غوړو) کې منحل ويټامينونه

ويټامين	سرچينه(منبع)	په بدن کې ېې دندې	په بدن کې ېې د کموالي زيان	په بدن کې ېې د زياتوالي اغېزې
A	لبنيات، ځيګر، هګۍ، ګازرې او سره بانجان	د سترګو په لېد او د پوستکي په سلامتيا کې مرسته کوي	شبکوري، د پوستکي وچېدل او د بدن مقاومت کميدل	پښتورګو، هډوکو او ځيګر ته زيان رسېدل، سرخوړی، کانګې او د لېد خرابوالی
D	لبنيات، د هګۍ ژيړو او د کب غوړي	له بدن سره د کلسيم او فاسفورس په جذب او مصرف او د بدن په وده کې مرسته کوي	د هډوکو کږېدل په تېره بيا په ماشومانو کې او په لويانو کې د هډوکي نرمي (پوکي)	بې خوبي، د زړه سستوالی، په معده، کولمو، او اعصابو کې ناراحتي
E	نباتي غوړي، وچې مېوې	د حجرو د غشا ساتنه او ځېنې نورې	د وينې د سرطان شونتيا (امکان)	پوره معلوم نه دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

	لکه:بادام، پسته، غوزان۔	دندې۔		
K	سابه، چای او غوښې	د وینې د پرن کېدو په وخت کې د پروتین په جوړونه کې عمده رول لري	د تېې کېدو په وخت کې د زیاتې وینې بهېدل	ځیګر به زیان رسېدل او د وینې کموالی
په اوبو کې منحل ویتامینونه				
B_1 (Thiamin)	موم پلي، دانې او سابه	د کاربوهایدریت په میتابولیزم کې برخه اخلي او د زړه او اعصابو د دندو په سرته رسولو کې مرسته کوي	د بري بري ناروغۍ لامل کیږي پدې حالت کې ناروغ په عصبي ناراحتیو اخته کیږي او د زړه د سکتې خطر پېدا کیږي	معلوم نه دی
B_2 (Ribo Flavin)	لبنیات، غوښه، هګۍ سابه	د پوستکي صحت او د انساجو په ترمیم کې مرسته او د میتابولیزم په تعاملاتو کې برخه اخلي	د پوستکي د ناروغیو سبب کیږي	معلوم نه دی
B_3 (Niacin)	غوزان، غوښه، کچالو، سره بانجان او نور۔	پوستکی سالم ساتي او د کاربوهایدریتونو په میتابولیزم کې اساسي رول لري	د پېلاګرا Pellagra ناروغۍ لامل کیږي	د بدن، پښو او لاسونو پرسېدل او ځیګر ته زیان رسوي
B_6 (Pyridoxin)	غوښه، کېله او سابه	د امینو اسیدونو په میتابولیزمي تعاملاتو کې مرسته کوي	عضلاتي او عصبي ناراحتي	د پښو بې حسي، د لاسونو نه همغږي او د مغزي اعصابو غېر طبیعي کېدل
B_{12} (Synaccobalamin)	غوښه، لبنیات شېدې	د وینې د سرو حجرو په جوړولو کې مرسته	د وینې کموالی او عصبي ناراحتي	معلوم نه دی
C (Ascorbic Acid	د سټروس د کورنۍ میوې، ګلپي، سره بانجان او کچالو	د اوریو ساتنه او د بدن د مقاومت د زیاتوالي لامل کیږي	سکروي ناروغۍ	د معدې او کولمو ناروغي، د بدن د معافیت سیستم کمزوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جین تخنیک په مرسته جوړ شوي درمل د امریکا په متحده ایالاتو کې			
ګڼه	مواد	د تولید کال	کارول یې
1	انسولین	1982 م	شکري ناروغۍ
2	د وینې د څټه کیدو فکتور	1983 م	هیموفیلي ناروغۍ
3	ایکومیبیواکس HB	1986 م	د هیپاټایټس B واکسین
4	سوماتو تروپین	1987 م	د ودې د هورمون کمښت
5	اکتیوازي انزایم	1987 م	د زړه ودریدل
6	ارتروپونین	1988 م	د وینې کموالی

ضیایي ترکیب (Photosynthesis):

$$CO_2 + 6H_2O + \text{د لمر رڼا} \xrightarrow{\text{کلوروفیل}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

د نخامیه غدې هورمونونه			
ګڼه	هورمون	د هدف انساج	اغیزې یې
1	ACTH (Acreno Cortico Tropic H.	ادرینال غدې	د کورټیزول د هورمون ترشح یا نور سترویډ هورمونونه د ادرینال د کارټکس څخه
2	FSH (Follicle Stimulating H.	تخمدانونه او خصبې	د نارینه او ښځینه ګمیټونو انکشاف او د جنسي غدو فعالیت تنظیموي
3	LH (luteinizing H.)	تخمدانونه او خصبې	د تخمې اچولو په وخت کې د تخمې ازادیدل له تخمدانونو او خصیو څخه د جنسي هورمونونو ترشح تحریکوي
4	Prolactin	د شیدو غدې	د شیدو غدو ته انکشاف ورکوي او په تیونو کې د شیدو تولید تحریکوي
5	GH (Growth H.)	د هر انساج د تایروییډ هورمونونو ازادیدل	د کرپندوکو، هډوکو او عضلاتو وده تحریکوي
6	TSH (Thyroid Stimulating H.)	تایروییډ غده	د تایروییډ غدې پواسطه، د تایروییډ د هورمونونو ازادیدل تحریکوي

(c) ketabton.com: The Digital L ary

7	ADH (Anti-Diuretic H.)	پښتورګي او د وينې رګونه	له پښتورګو څخه د اوبو بيا ځلې جذب او د وينې د رګونو انقباض تحريکوي
8	Oxytocin	د شيدو غدې او رحم	د رحم انقباض او د شيدو ترشح کوي

د مونوهایبرید تزویج لپاره د پونیټ مربعګاني

که چېرې (2) نباتات د قد لپاره دوه مختلف الیلونه ولري (هیتروزایګوس وي) د پونیټ د مربعګانو له مخې ېې د جینوټایپ تناسب (1:2:1) دی خو د فینوټایپ له نظره ېې ¾ لوړقد او ¼ تیټ قد دي.

ښځینه جینونه → / نارینه جینونه ↓	F	f
F	FF	Ff
f	Ff	ff

پای

(c) ketabton.com: The Digital Library

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library