



كتاب پیژندنه

د كتاب نوم: احصائيه او احتمالات

خانگه: اداره او منجمنت

مولف: محبوبه مموزی او میره محمد شاه رفیعی

ژبارن: نورالله عمامد

د خار کمپتې:

• محمد آصف ننگ د تختنیکي او مسلکي زده کړو معین

• دیپلوم انجینير عبدالله کوزایي د تعليمي نصاب ریيس

• محمد اشرف وحدت په تعليمي نصاب کې د معینیت د مقام سلاکار

د تصحیح کمپتې:

• محمد احسان احسان

• شیرگل شینواری

د ګرافیک او ډیزاین خانګې مسئول :

ګرافیک او ډیزاین: محمد سلیم خان

چاپ کال: ۱۳۹۲ ملریز کال

تیراژ: ۳۰۰

چاپ خل: لومړی

وېب پانه: www.dmtvet.gov.af

برپښتالیک: info@dmtvet.gov.af

کډ: ISBN ۹۷۸۹۹۳۶۳۰۰۵۱۴

Ketabton.com

د چاپ حق د تختنیکي او مسلکي زده کړو له معینیت سره خوندي دي



ملي سرود

دا وطن افغانستان دی	د اعزت د هر افغان دی
کور د سولې کور د توري	هر بچې بې قهرمان دی
دا وطن د ټولوکوردي	د بلوخو د ازبکو
د پښتون او هزاره وو	د ترکمنو د تاجکو
ورسره عرب، گوجردی	پامیریان، نورستانیان
براهوی دی، ټزلباش دی	هم ايماق، هم پشهيان
دا هيوا به تل خليږي	لكه لمرپرشنه آسمان
په سينه کې د آسيابه	لكه زړه وي جاوبدان
نوم د حق مو دي رهبر	وايو الله اکبر وايو الله اکبر



د پوهنې وزیر پېغام

ګرانو زده کوونکو، محصلانو او درنو بنوونکو!

د یوې تولنې وده او پرمختګ کاملًا همغې تولنې د پیاورو کاري کادرنو، بشري قوي او ماھرو فکرongo په کار او زيار پوري تبلي دي. همدا بشري قوه او کاري متې دي چې د هیواد انکشافي اهدافو ته د رسیدو لارې چارې طي کوي او د یوه نیکمرغه، مرفعه او ودان افغانستان راتلونکي تضمینوي. انسان په خپل وار سره د الله تعالی له جانبه او هم د خپل انساني فطرت له اړخه مؤظف او مکلف دی چې د ځمکې په عمران او د یوه سوکاله ژوند د اسبابو او ایجاداتو د تکمیل لپاره خپل اغیزمن نقش، همدارنګه ملي او اسلامي رسالت ادا کري.

له همدې خایه ده چې د یوه ژوندي او فعال انسان نقش، د خپل ژوند د چاپریال او خپلې اړوندې تولنې په اړه، تل مطلوب او په هیڅ حالت کې نه نفي کېږي او نه هم منقطع کېږي.

په ټول کې د پوهنې نظام او په خاصه توګه د تخنيکي او مسلکي زده کړو معينيت مسوولیت او مکلفيت لري چې د اسلامي ارزښتونو، احکامو او همداراز معقولو او مشروعو قوانینو ته په ژمنتیا سره، د افغانستان په انکشاف کي فعاله، چابکه او موثره ونده واخلي، ځکه دغه ستر او سپیځایي هدف ده رسیدو په خاطر د انساني ډرېت ده، د حرفوی، مسلکي او تخنيکي کادرنو روزنه او پراختیا یو اړین مقصد دی. همدا په تخنيکي او مسلکي زده کړو مzin تنکي خوانان کولی شي چې په خپلې حرفي او هنر سره په سیستماتیک ډول د هیواد انکشاف محقق او میسر کړي.

جوته ده چې په افغانستان کې د ژوند تک لاره، دولتداري او تولنیز نظام د اسلام له سپیڅلوا احکامو خڅه الهام اخیستي، نو لازمه ده چې زمور د تولنی لپاره هر ډول پرمختګ او ترقی باید په علمي معیارونو داسې اساس او بنا شي؛ چې زمور د ګارګر نسل مادي او معنوی ودې ته پکي لومړیتوب ورکړ شي. د حرفوی ډرېت جوړونې تر خنګ د خوانانو سالم تربیت او په سوچه اسلامي روحيي د هغوي پالنه نه یوازي پخپل ذات کې یوه اساسی وجیبه ده، بلکې دا پالنه کولی شي چې زمور وطن پخپلوا پنسو ودروي، له ضعف خڅه یې وژغوري او د نورو له سیاسي او اقتصادي احتیاج خڅه بې ازاد کړي.

زمور ګران زده کوونکي، محصلان، درانه استادان او مربيون باید په بشپړه توګه پوه شي، چې د ودان او نیکمرغه افغانستان ارمان، یوازې او یوازې د دوی په پیاورو متیو، ویبن احساس او نه ستري ګیدونکي جد او جهد کې نغښت او د همدغو مسلکي او تخنيکي زده کړو له امله کیدای شي په ډیرو برخو کې د افغانستان انکشافي اهداف تر لاسه شي.

د دې نصاب له قولو لیکوالانو، مولفینو، ژبارونکو، سموونکو او تدقیق کوونکو خڅه د امتنان تر خنګ، په دې بهير کې د تولو کورنیو او بهرنیو همکارانو له موئري وندې او مرستو خڅه د زړه له کومي منه کوم. له درنو او پیاورو استادانو خڅه رجامدنه هيله کوم چې د دې نصاب په ګټور تدریس او فعاله تدریب سره دې د زړه په قول خلوص، صميمی هڅو او وجوداني پیکار خپل ملي او اسلامي نقش ادا کړي. د نیکمرغه، مرفعه، پرمختالي او ويارمن افغانستان په هيله

فاروق وردګ

د افغانستان د اسلامي جمهوریت د پوهنې وزیر

لړلیک

پانې	سرليکونه	څېړکی
۸-۱	د احصائي تعریف او اصطلاح	لومړۍ
۲۴-۹	د احصائيو خېښو پراوونه	دويم
۴۲-۲۵	د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فریکونسی وېشنه	درېيم
۷۸-۴۳	مرکزي (اوسط) میلان مقیاس	څلورم
۹۰-۷۹	د انحراف یا خورېدو (پراګندګي) مقیاسونه	پنځم

دويم برخه

۹۲-۹۱	مقدمه: احتمالات	
۱۰۴-۹۳	د احتمالاتو مفاهیم	لومړۍ
۱۱۰-۱۰۰	د احتمالاتو د سنجش بنستیز قواعد	دويم
۱۱۸-۱۱۱	د ترکیباتو تیوري	درېيم
۱۱۹	سرچینې او اخیستنې	
۱۲۰	د نسونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام	

مقدمه

له نفوس، تولیدی او صنعتی موسساتو او د یو هیواد له محصولاتو خخه په دقیقه توګه معلومات لرل مبرمه اړتیا ۵۵، چې له دې پرته د هر ډول تولینیزو او اقتصادي پالیسیو طرح او طبیق او د طرحه شوو پلانونو تحقق غیر ممکن وي. د همدي اړتیا له مخي د پرمختګ او ودې په لور گام په گام ویښ او متمدن بشريت د معلوماتو او تخلیص د راټولولو او له هغه خخه د نتیجه اخستلو په غرض له علمي میتودونو او روشنونو خخه استفاده کړي ۵۵. د حساب سیستماتیک مفاهیم او منظم تکامل انسان بريالي کړ تر خو د احصائی او احتمالاتو د علم بنستې کېږدي او د همدي علم په مرسته اوس هم زیاتې ستونزې او مهم مسایل په اقتصادي او تولیزو کارونو کې حلوي. د احصائی او احتمالاتو تیوري چې نن ورځ د زیاتره تعليمي خانګو لکه اقتصاد، کرنې، کمپیوټر د مطالعې ور ګرځول کېږي، توانیدلې د معاصر انسان د تولیزو فعالیتونو ټول اړخونه تر خپلې وړانګې لاندې راولی. په عمومي بهه احصائيه د لوړو ریاضیاتو له یوې خانګې خخه ۵۵ چې د تاریخ له علم سره ډېر لرغونتوب لري.

له احصائی خخه په استفادې کولای شو له محدودو معلوماتو خخه نسبتاً دقیقې نتيجي لاس ته راورو. له دې پلوه متخصصينو احصائيه د هنر د تصميم نيونې په شان په نامعینو شرایطوکې تعریف کړي ۵۵. زموږ ګران هیواد چې د تخنیکي او مسلکي بیا رغونې په حال کې دی، د تخنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د مسلکي او فني کادرنوو او د مؤثر او برياليو اداري کارکوونکو روزنه یې د خپلو دندو له برخو خخه ګرځولي ۵۵ او هڅه کوي چې د ادارې او حسابدارې د انسټیيوتونو له لاري کارکوونکي وروزي تر خو وکړۍ شي په دولتي او خصوصي ادارو کې د کارونو د ادارې او لارښونې په غرض، د کاري پلانونو د جوړونې او سمبالښت دندې سرته ورسوي. نو خکه د هغوي خبریدل د احتمالاتو او احصائي له اساساتو خخه او د هځه په کار اچونه په وړخنيو کارونو کې یو له مهمو اړتیاوو خخه شمېرل کېږي. هيله لرو تر خو ګران محصلين د دغه اثر په مطالعې سره وکولای شي د احصائي د علم په ارزښت خانونه پوه کړي او وکړۍ شي د دندو د سرته رسولو پر وخت له هغې خخه مطلوبه ګتېه واخلي.

په درناوی

د كتاب پوليزه موخه:

- د احصائي تعريف، د احصائيوی پراوونو پېژندل، مرکزي ميلان مقیاس او د انحراف يا خوريدو د مقیاسونو پېژندل.
- د احتمالاتو، د هغوي د بنسټيزو قواعدو او تركيياتو د تيوري پېژندنه.

لومړۍ خپرکي

د احصائي تعريف او اصطلاح

ټولیزه موخه:

د احصائي له اصطلاح او تعريف خخه بشپړه پوهه

د زده کېږي موخې: د دې خپرکي په پای کې محصلین کولای شي لاندې موضوعات تعريف او توضیح کړي:

- په علمي بنه د احصائي مفهوم او د احصائي د علم تعريف
- له ټولنې سره د احصائي د اړیکو مفهوم
- د احصائي تاریخچه
- د اقتصاد او پلان جوړونې په امورو کې له احصائي خخه د استفادې موارد

احصائيه عري کلمه د چې معنا يې د ژوند د اړوندو مسایلو شمارل، نیول او کله هم شمبېل بشکاره کوي. د اقتصاد د پوهانو او د احصائي د نظر خاوندانو په عقیده د Statistic کلمه د status له کلمې خخه مشتق شوې چې، له هغې خخه د قانوني وضعیت او قانونی موقف مفاهيم استنتاج کېږي. سربېره پر دې له نوموري کلمې خخه د حکومت، حالت او وضعیت معنا هم اخيستل کېږي. د status علمي تفسیر د دولت او سیاستوالو د اړتیا ور ارقامو او معلوماتو په کلمې منتج کېږي.

د احصائي د علم په اړه بېلابېل تعريفونه ورکړل شوي، چې ځینې يې محدود مفاهيم او ځینې نور يې پراخ مفاهيم رانګاري، مثلاً یو يې د ارقامو علم او بل يې د یوې پرمختللي یا پرمختګ په لور ټولنې د خصوصياتو د موندلو مطالعې وسیله بشودلي. ځينو د زیاتو طبقاتو

او بپلابلو گروپونو مطالعه، د احصائيه د علم د بشکاره خانگرنو له جمله ځخه ګنلي ۵۵، چې په تولیزو اصولو سره، د کار ور اطلاعات د دولت د کارکوونکو اوسياستوالو د علمي څېرنو د استفادې په غرض ارزښتاك نقش لري. د احصائيه د مفهوم موضوع او اطلاق له کچې یا اندازې څخه عبارت ده یا په بل عبارت هغه څیزونه یا موضوعات، چې د شمار په قيد کې د راتلو امکان و لري او د شمېرلو په مرسته خرگندېدلاي شي د هغه په علمي او پراخه مفهوم کولای شو احصائيه داسي تعريف کړو:

احصائيه د لاندي موضوعاتو په غرض د علم یا علمي طريقو له مجموعي څخه عبارت ده:

۱- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) راټولونه، لنډيز او ترتیب.

۲- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو)خرگندول.

۳- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) مطالعه او تحلیل.

۴- د معلوماتو او شمېرو(اعدادو) نتیجه ګيري، تفسیر او څېرنه .

۵- د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د تصاميمو نیول.

په بل عبارت احصائيه د تحلیل شوو معلوماتو او شمېرو(اعدادو) په نظر د علم یا د علمي میتودونو له مجموعي څخه د تولونې په غرض، په یو یا خو برخو کې د معلوماتو او شمېرو (اعدادو) د خرگندولو او تحلیل له انسجام او د هغه په اړه نتیجه اخیستنې او تصميم نیونې څخه عبارت دی. په علمي ژوند کې د احصائيه له یوې ورځې نه بلې ورځې ته زیات او دایمي اهمیت د انکار ور نه دی او په درملنه (طبابت)، بیالوژي، کیمیا، فزیک او بالاخره د طبیعی علومو په تولو خانګو کې یې د منلو ور اهمیت لاسته راوړی دی. همدارنګه د ذهنی علومو نیمه برخه هم رانځاري. په خانګری توګه په هغو علومو کې، چې د هغوي د بحث ور توکي یا(اجزاوې) بشپړ وي او بشر د تولنې(جمعيت) په توګه په دولتي، کلتوري او اقتصادي ژوند کې خانګړۍ راول لوبووي او د دې علم له مرستې څخه ستړکي نه شي پټولای.

له تولنې سره د احصائيه اړیکې:

د هرې ورځې په تېرېدو سره بشر دننې ژوند مفاهيمو ته اړتیا پیدا کوي، چې د احصائيوي تحلیل شوو معلوماتو پر مخ تینګ ولاړ وي او سربېره پر دې د احصائيوي مډرنو روشنونو بنسټي ایښودنه د احتمالاتو د تیوريو د اساساتو له مخې شوې ۵۵. د علومو په بپلابلو خانګو لکه بیالوژي، طب، اقتصاد، اجتماعيات، بنوونې او روزنې، کرنې او صنعت کې

تل د استفادې ور گرخی. البته له احصائي په خخه په ځينو ځانګو کې له یوې برخې خخه او په نورو ځانګو کې له بلې برخې خخه ګته اخيستل کيږي. له احصائي په خخه د علومو له ځانګو خخه د یوې ځانګې په توګه او له خاصو ميتدونو او روشنونو خخه د یوې ساھې په توګه په لاندې ډگرونو کې په پراخه توګه کار اخيستل کيږي:

- ۱- د کربنې او صنعتي مخصوصاتو د تولید او توضیح په ډگرکې.
- ۲- د نفوسو، کورنيو او وګرو د خصوصياتو په ډگرکې.
- ۳- د مهاجرتونو، مسافرتونو او په هغه پوري د اړوندو حالاتو په ډگرکې.
- ۴- د فزيکي، اقتصادي، تولنيزو بنسټيونو د ودانولو او د هغوي د ساتني او څارني په ډگرکې.
- ۵- د علومو په بېلاپلو ځانګو کې د علمي څېرنو، مطالعاتو او سروې ګانو په ډگرکې.
- ۶- د سياست، رهبري د روشنونو، تاکنو او انساني حقوقو په ډگرکې.
- ۷- د مالیاتو د ټولونې او ترانسپورت په ډگرکې.
- ۸- د ملي او نظامي خدماتو د بنوونې او روزنې او د نفوسو د جلب په ډگرکې.
- ۹- د ساینس او تکنالوژۍ په ډگرکې.
- ۱۰- د بېړنيو حالاتو او چتکو مرستو، بیا رغونې او د اقتصادي پراختیا په ډگرکې.

د احصائي تاريҳچه:

احصائي د دولتونو د اختصاصي علومو، پراختیا او پیدايښت له ځانګو خخه د یوې ځانګې په توګه ارتوالي او انکشاف پیدا کړي او اورده سابقه لري. لرغونو مصریانو، بابلیانو اورومیانو به د سرچینو او نفوسو مفصل ریکاردونه د دولت د کارونو په منظور ساتل. د ارسطو په وخت کې به احصائيه د دولتي، نفوس شمېرنې او ټکتونو په مسایلوكې په کار اچول کیده.

د روم په امپراتوري کې له هغې خخه د کار اخيستلو شواهد شته، د یوناني سکندر پاره احصائيه د اهمیت ور و ۵. د هغه وخت امپراتوري د لومړي خل لپاره د خپل دولت بیلانس سمبال کړ چې، خپل عساکر او بیږي به یې شمیرلي. همدارنګه مصریانو او رومیانو په بېلاپلو مواردو کې له احصائيو روشنونو خخه استفاده کړي ۵۵. د بېلکې په ډول د یوناني فیشاغورث په وخت کې له اوسطو قواعدو او د وسطي حدودو سنجش خخه استفاده شوې ۵۵.

احصائيه په ۱۶ او ۱۷ پييري کې په خانګري توګه د قمار د لوبو د اوښتونکو ترمنځ مروجه و هکه چې هغوي په احتمال او چانس عقيده درلوده او ستونزې او مسایل به يې د هغې زمانې لويو علماوو لکه گاليله(Galila)، کاردينو (Cardano)، برنولي او فرمت (Farmet) ته ویراندي کړل تر خو له هغوي خخه خواب لاس ته راوري. په عين وخت کې د احصائيه زيات پرمختګونه په اروپا کې رامنځ ته شول. لومړي جان گرانت (John Grant) په انګلستان کې د ریاضياتو له لاري د احصائيه په اړه مطالعه وکړه. په طبي احصائيو کې يې بيمې او اقتصاد په نشر ورسول. د نوموري مطالعات وروسته په دقیقه توګه په قاعده کې د لويو اعدادو تر سرليک لاندې د برنولي په مرسته توضیح او تشریح شول او وروسته یو اثر د پیارسون Pearson په مرسته خپور شو.

ديمايتر Demoiter عالم، د لومړي خل لپاره په ۱۷۳۳ کال کې توضیح جوړونه ونوموله. همدارنګه د نجوم په ساحه کې د احتمالاتو د تطبیق قوانین د لاپلاس Laplace او گوس Gouss په مرسته تر سره شوې دي. ۱۹ پييري په پیل کې بلجیمي مشهور منجم او احصائيه پوه ادولت کواتليت د لومړي خل لپاره احصائيو تیوري گانې د علمي څېرنو په سر ته رسولو کې د میتود او روش په توګه د استفادې ور وګرځولې. همدارنګه Vnapps په نوم یو عالم د عمر په بېلابلو وختونو کې د انسانانو د مېرینې په اړه احصائيه جوړه او خپره کړه. گالتن Galton د بیولوژی په ساحه کې د وراشت په علم پوري اړوند مخصوصو مسایلو کې د احصائيو روشنونو تطبیق مروج کړ او انګلیسي احصائيه پوه Ronand فشر Fisher هم د کرنې په ساحه کې د علمي او تحقیقاتي تجربو د طرحې په اړه احصائيه په بشه توګه مروجه او پراخه کړه.

له تاريخي پلوه د احصائيو تیوري خپل پراختيابي پراوونه د زياتو علماوو په مرسته د نړۍ په بېلابلو ځایونو کې وهلي دي. دا یو ستونمن کار دي تر خو د بېلابلو خانګو د پوهانو لست چې د احصائي په پراختيا کې يې مرسته کړي جور کړو! د احصائي د تاریخچې په هکله زیاتوو چې:

- ۱- په چین او لرغونی هند کې د مسیح له میلاد خخه زرکاله ویراندي د نفوس سرشمیرنه او د شتمنيو، مالونو او نفوسو اندازه نيونه منځ ته راغلي ۵۵.
- ۲- له میلاد خخه ویراندي د درې زره کلونو په شاو خوا کې مصریانو، بابلیانو او رومیانو د نفوسو او څمکو ریکارد ساته.

- ۳- له ميلاد خخه ۳۵۰۰ کاله ترمخه په مصر کې د نفوسو سرشمېرنې رواج درلود، په کليميانو(تپيانو) پوري اironند یو كتاب((د اعدادوكتاب)) په نوم چې د سرييو سرشمېرنه د سرتبرو د جلب په مقصد د جنگ لپاره رانغاري.
- ۴- په اتلسمه پيرى کې دولت پيژندنه په پوهنتونونو کې تدریس کېد، دا خانګه يې د Statistics په نوم يادوله، چې وروسته د Arithmetician politics سياسي حساب دانانو په نوم منځ ته راغله.
- ۵- په مصر کې د فرعون په وخت کې نغده کلنګ (خرج) او کلنګ يا خراج له خپله محصولاتو خخه اخيستل کېد، دا کلنګ د خوکلو د منځنيو پيداوارو په اساس محاسبه او وروسته اخيستل کېد.
- ۶- د خلُفای راشدینو او حضرت عمرفارق^(رض) په دوره کې د حمکو تقسيم بندی د خلافت تر نظام لاندې منځ ته راغله. د حکامو د مالونو او جايدادو حساب اخيستنه او حساب ورکونه تر سره کېد.
- دعايق له فتحي سره هم مهاله د خلکو شمېرنه منځ ته راغله. سعد بن وقاص^(رض) د کرنیزو حمکو اندازه کول پیل کړل.
- ۷- انگلیسي رونالد فيشر Ronald Fisher چې تر ۱۹۶۲ کاله ژوندي ؤ، د کرنې په ساحه کې څېښې او د علمي څېښو په برخه کې يې په بې ساري توګه احصائي ته پراخوالی ورکړ. په افغانستان کې له هغې دورې خخه چې، د مستوفيتونو نوم اخيستل کېږي، د حکومتونو معاملات له احصائي سره او د احصائي په کار اچونه د حکومتي (عامه) شتمنيو په راتولونه او سمبال کې خرگندوي.
- په وروستيو کلونو کې احصائيه د یوه دسپلين په بنه منځ ته راغله او په زياتره علمي او نظري خانګو کې يې د ورځې په تېربدو سره ډېر اهميت تر لاسه کړي او د دي پېرى په نيمائي کې د احصائي کورسونه په ترتیب سره د بشونې او روزني، اقتصاد او د روحیاتو په ډیپارتمنتونو کې او اوس د بېلاپلوا هیوادونو د پوهنتونونو په زياترو ډیپارتمنتونو کې تدریس او تعقیبېري. د ۱۳۵۴ ملریز کال له پیل نه را په دي خوا احصائيوي رشتوي مضامين او د احصائي او اكسونومتي خانګه (ډیپارتمنت) د اقتصاد د پوهنځي په چوکات کې منځ ته راغلي، چې د اقتصاد پوهنځي د دي ډیپارتمنت لوړني فارغان د ۱۳۵۶ ملریز کال په پاي کې ټولنې ته وړاندې شول.

له احصائي پ خخه گته اخيستنه او په پلان جوريونه او اقتصاد کي د هغې اهمیت: خرنګه چې مخکي يادونه وشهو د احصائي تاریخي لرغونتوب ډپرو ټپو زمانو ته رسپري، د احصائي پراختيا او د استفادې مواردو هم بېلابېل پراوونه وهلي او اوس هم د ودې په حال کې ۵۵. په لرغونو ټولنو کي احصائيه د نفوس د شمېرلو، د مالياتو ورکړه او د مکلفيتونو د سرته رسولو په مقصد په کار اچول کېده. له حياني احصائي او د نفوسو د احوال ثبت سره مينه له دوو اړخونو زياته شوي. يو له دې اړخه چې د ساري ناروځيو تلفات او شيوع یې په سمه توګه وسنجلو شي او پري پوه شو. او بل له دې اړخه، چې نفوسو د دولت مهم قدرت او عظمت په خاصه توګه نظامي قدرت پېژندل کېده. د حياني (مرینه او زېړپدنې) احصائيو له ثبت او د نفوسو له احصائي خخه وروسته، په اروپا کي زياتره په کليسا ګانو کي د کشيشانو په مرسته په دفترونو کي ليکل کيدي او دولتي خانګو هغه ته اعتبار ورکاوه. همدارنګه په اروپا کي اقتصادي احصائي په خاصه توګه بهري تجارت او قيمت بيه اوسيپنو (فلزاتو) په تدریج سره اهمیت تلاسه کړ. احصائيوي معلومات، چې په غالب ګمان د دولت پت رازونه پېژندل کېدل، په تدریج سره په ورڅانو او جريديو کي خپري او په هر ظای کي ووپشل شوې. د احصائيوي معلوماتو د صحت او اعتبار په اړه لازمي خپرني ترسره شوې. په احصائيه او اقتصاد کي د رياضي او احتمالاتو شاملول د احصائي په زياته پراختيا کي خانګري قدمونه وشمېرل شول. د احصائيوي علماءو لوړۍ نړيواله جلسه په ۱۸۵۳ ميلادي کال کي د احصائي د نړيوال کانګرس تر سرليک لاندې جوره شوه. د نړۍ په زياتره هيوادونو کي احصائيه د مهمې او بنستيزې وسيلي په توګه د پلان جوريونې، کنټرول او خارني په امورو کي استعمالېږي.

زمور په هيواډ کي هم د احصائي مرکزي اداره د عظمي صدارت تر مسقيم اثر لاندې په ۱۳۵۲ کال کي جوره شوه او اوس د یوې خپلواکې ادارې په توګه په خانګري دول د لاندې نړيواله موخو په اړه فعالیت کوي.

۱- د هيواډ له عيني شرایطو سره سم د اړتيا ور علمي سیستم او د احصائيوي تمرکز تأمین او توسعه د علمي او نړيوالو معیارونه سره سم د انکشافي، اقتصادي، ټولنيزو او د ټولو مواردو د پلانونو او پروګرامونو د لارښونې او استفادې د ترتیب په مقصد.

۲- د ادارې، موسساتو او ټولو وګرو د احصائيوي فعالیتونو د علمي او مسلکي لارښونو لپاره نظارت چې، د احصائيوي معلوماتو او ارقامو په راټولولو اقدام کوي.

۳- په ملي سطحه د کمپیوټري خدماتو او فعالیتونو تمرکز او تنظیم.

۴- د میتودولوژی تشبیت، د حیاتي وقایع د احصائی پ ثبت او را تولونه او د هغه تدریجي
عامول يا دودول په ملي سطه.

۵- د هخو پروژو او پروگرامونو د کار د پرمختګ او تطبیق په اړوند چې د دولت په انکشافی
پلانونو کې شامل دي د احصائيو او ارقامو را تولونه - د راپورونو د جوړونې او بررسی په
منظور- او لازم ورآندیزونه په دې برخه کې ذیصلاح مقاماتو ته ورکول.

په لنډ ډول د نن ورځی احصائيه او احصائيوي معلومات د ژوند په ټولو مسایلو کې سر
او کار لري د ارقامو او شمېرو استنتاج، تحلیل، ترتیب او جوړونه په ټولو امورو کې او په
پلان جوړونه کې په عمومي توګه په کار اچول کېږي. د بېلګې په ډول د نفوسو احصائيه،
حیاتي ځانګړې احصائيې، د تجارت احصائيه، بانکي احصائيه، د کانو او صنایعو احصائيه، د
کرنې احصائيه، د مخابراتو او موافقانه احصائيې، د بنیوونې، عامه روغتیا او ټولنیزو خدماتو
احصائيه، ملي احصائيه، د ملي محاسباتو احصائيې او داسي نور.

د لوړی خپرکي د مطالبو لنډیز:

د احصائي تعریف: احصائيه د شمېرو او معلوماتو د راټولونې، لنډیز او ترتیب، او د نتیجه اخستنې د مطالعې او تحلیل او د راټولو شوو معلوماتو او شمېرو په اړه د تصمیم نیونې په غرض د علم یا علمي روشنونو له مجموعې خڅه عبارت ۵۵.

د احصائي مفهوم: احصائيه له کچې یا اندازې خڅه عبارت ۵۵ یا په بل عبارت هغه خیزونه یا موضوعات دی، چې د شمېري په قید کې راویل شي او د شمېرلو په مرسته توضیح کړل شي. د احصائي اړیکې له تولني سره: د بشر نننی ژوند د ورځې په تېربدو سره هغه مفاهیموته اړتیا پیدا کوي چې، په احصائيو تحلیل شوو معلوماتو استوار دي او د علومو په بېلاپلې خانګو کې په کار اچول کېږي. په اقتصاد او پلان جورونه کې د احصائي د استفادې موارد او د هغه اهمیت زیات دی. خرنګه چې مور وویل د احصائي تاریخي لرغونتوب ډپرو تېرو زمانو ته رسپری، چې له احصائي خڅه انکشاف او د استفادې مواردو هم بېلاپلې پراوونه وهلي او تر او سه هم په وده کې ۵۵.

د احصائي تاریخچه: احصائي د علومو له اختصاصي خانګو خڅه د یوې خانګې په توګه انکشاف او پراخوالی پیدا کړي او اورده سابقه لري.

د لوړی خپرکي پوښتنې:

- ۱- په پښتو او انگلیسي کې د احصائي لغوي معنا خه؟ ۵۵
- ۲- د هغه مفاهیمو نوم واخلئ چې د Status له کلمې خڅه اخیستل شوي؟
- ۳- احصائيه په علمي او پراخ مفهوم سره تعریف کړئ؟
- ۴- د احصائي اهمیت په تولو مالی مسایلو کې په عمومي توګه او د پلان جورونې په اړه په لنډ دول ولیکئ؟
- ۵- د احصائي د علمي تاریخچې په اړه لنډ توضیحات ورکړئ؟
- ۶- د احصائي تاریخچه د کابل پوهنتون په اقتصاد پوهنځي کې ولیکئ؟
- ۷- له احصائي خڅه په استفادې د احصائي جورونې دندې تشریح کړئ؟
- ۸- په لرغونو ټولنو کې له احصائي خڅه دکومو مقصدونو لپاره کار اخیستل کېده؟
- ۹- د هغه مهمو علماوو او پوهايو نومونه واخلئ چې، د احصائي د علم په انکشاف کې یې بشکاره ونډه درلوده؟

دوييم خپرکي

د احصائيوي خپرنو پراوونه

تولیزه موخه:

د احصائيوي عمليو او خپرنو د پراوونه پر مفاهيمو پوهېدل

د زده کېپي موخې: په دې خپرکې کې زده کوونکي باید له لاندې موضوعاتو سره آشنايی پیدا کړي:

۱- د احصائيوي عمليو او خپرنو د پراوونه زده کول.

۲- د شمېرو خرګندول د احصائيوي بنو (شکلونو) په وسیله سره.

۳- د احصائيوي جدولونو توضیح او ترتیب کول.

۴- د احصائيوي گرافونو د مفهوم توضیح او انئور کول.

۵- دخطي او غیرخطي گرافونو ترتیبول.

خرنګه چې په مخکني خپرکي کې وویل شول احصائيه له علمي لارو او روشنونو سره او کار لري چې، د هغونه په اساس شمېري او معلومات راټولي، ترتیب، لنډي، تحلیل او خرګندېري او نظر هغه ته نتیجه گيري او تصمیم نیونه کېږي.

د دې عمليو د ترسره کولو لپاره باید لاندې پراوونه ترسره شي:

۱- د موخې ټاکل يا تثبیت چې، خپرنه يا تحقیق په همدي منظور ترسره کېږي.

۲- د تجربې طرحه يا ټاکل.

۳- د شمېرو او معلوماتو راولونه.

۴- د شمېرو او معلوماتو ترتیبول.

۵- نتیجه گيري او تصمیم.

اوسم په لنډه توګه د دې هر یوه په خرګندولو پیل کوو.

د موخی تثبتت يا تاکل:

احصائيوي تحليل په شمپرو او ارقامو پيل کيږي. څېرونکي باید له هرڅه نه د مخه خرګنده کړي چې، د اړتیا وړ شمپرو او معلوماتو د راتولونې په غرض کومه موضوع څېږي. نو په دې اساس هغه باید پوښته او ستونزه په دقیقه او خرګنده توګه طرحه او وتاکي چې، خه ډول شمپري او معلومات د اړتیا وړ دي.

باید خرګنده کړو چې، د احصائيوي پایلو کیفیت او خزنګوالی چې لاس ته رائی د راتولو شوو شمپرو په مناسبوالي او ثقه والي باندې متکي دي چې، په خپل وار سره د طرحې شوې ستونزې په سم تشخيص او طرحې پورې اړه لري.

په احصائيه کې د هغو شمپرو مجموعه چې د یوې طرحې شوې ستونزې په اړه کېدای شي راتولي شي د ټولکۍ(جماعت) په نامه یادېږي. د بېلګې په ډول که د یوې مملکت په قواي کار کې د بېکاري د فيصدي موندنه په یوه تاکلي زمان کې طرحه شوې ستونزه وي، په دې صورت کې ټولکۍ(جماعت)، خپلې ټولې کتنې(مشاهدات) په هماغه مملکت او په هماغه زمان کې د ټولو بېکارو او یا په کار اخته کارګرانو په اړه رانځاري.

باید یادونه وکړو چې یو احصائيوي ټولکۍ يا جماعت د یوې ځانګړې ستونزې په اړه د کتنو (مشاهداتو) مجموعه رانځاري.

د تجربې طرح يا تاکل:

که چېږي د پام وړ ستونزه په دقیقه توګه طرح شوه، څېرونکي باید تصمیم ونيسي چې اړوندو کتنو مجموعه ټوله یا د هځې یوه برخه مطالعه کړي. که چېږي ټول (جماعت) مطالعه کړي په «بولیزشمار» سره او که چېږي تاسې د هغه یوه برخه وويني، اړوند ګړنلاره د «نمونه ګيری» په نوم یادېږي. تولیز شمار عملاً زیات وخت او زیات لګښت غواړي او حتی د هغه تطبيق ځینې وخت د امکان ورنه وي نو د هغه په ځای ناچاره باید د نمونه اخستنې له لارې مطالعه ترسره شي. په نمونه اخستنې کې هڅه کېږي ترڅو د نمونه یې شمپرو په اساس چې، له ټولکۍ (جماعت) خڅه نمونه ګيری شوې ده تصمیم وني يول شي، نو په دې اساس نښه یا سمپل باید له اړوند ټولکۍ(جماعت) خڅه استازیتوب وکړي. د احصائيوي ځانګړې برخې داسي نښې یا نمونې اخيستل، احصائيوي تیوري جورووي او داسي پوښتنې لکه نمونه اخستنې باید تر کومې اندازې لویه وي، خه ډول شمپري باید راتولي شي، دا شمپري خه ډول راتولي شي، چې دا ډول پوښتنې د احصائي په هځې ځانګړې پورې اړوندېږي چې، د ((تجربې طرح)) یا د نښې د طرحې په نوم یادېږي، د نښې طرح باید په

بشپړ دقت سره ترسره شي، پرته له دې نه شو کولای مطلوبې نتيجه اخستنې ته ورسیبرو. د نمونې طرح کېدای شي په بېلابېلوبنېو تر سره شي لکه ناخاپې يا تصادفي نمونه گیری او غیر ناخاپې يا غیر تصادفي نمونه اخستنې، په خپل وار سره اتفاقی نمونه گیری په مختلفو بنې اتفاقی ويشل کېږي. لکه ساده ناخاپې يا اتفاقی نمونه گیری او مقیده ناخاپې يا اتفاقی نمونې طرح کیدای شي په بېلابېلوبنېو تر سره شي. لکه ناخاپې(يا تصادفي) نمونه گیری ونه گیری، یواړخیزه، دوه اړخیزه او خو اړخیزه او مکرره نمونه گیری، همدارنګه غیر اتفاقی نمونه گیری د توپیر لرونکي يا تفاوتي نمونه گیری په بنه په صحیح او ډاد سره نیول کېږي چې هر یو د دغونه گیری لارې د ځانګرو شېګنو يا مزاياوو او نیمګړتیاو لرونکې دې چې تر یوه حده پوري د کتنو يا مشاهداتو په ډول او د احصائيوي سروې په موخي پوري اړه لري

د احصائيوي شمېرو او معلوماتو راتولونه:

د احصائيوي څېرنو درېیم پیاو له طرحي شوې تجربې سره سم د شمېرو او معلوماتو له راتولونې خخه عبارت دی. دا پیاو نظر بل هر یو احصائيوي څېرنیز پیاو ته زیات وخت او زیات لکبست غواړي. او دا پیاو هغه وخت بنو پایلوته رسیږي چې، په دې اړه شخصي په عمومي توګه د معلوماتو ترلاسه کول او د شمېرو راتولونه په دوه بنو تر سره کېږي.

مستقیم او غیر مستقیم:

په مستقیمه بنه څېرنونکي کولای شي شمېري او معلومات د ملاقاتونو، مصاحبو، سروې (نمونوي یا بشپړه) او کتنو يا مشاهداتو له لارو راتولي کوي. په غیر مستقیمه بنه څېرنونکي کولای شي معلومات د مكتوب، پونښتپانو (استعلام)، فورمو، د نشراتو د سرچینو له اخْحليکونو خخه په استفادې او داسي نورو په مرسته لاسته راوري. باید خرګنده کړو چې د شمېرو او معلوماتو په راتولونه کې به نه دا وي تر خو وخت سموالۍ او اقتصاد په نظر کې ونيول شي.

د احصائيوي شمېرو سمبالولو:

د موخي له سمبالولو، تثیت یا تاکلو خخه وروسته، د تجربې يا نمونې طرح او د شمېرو راتولونه باید سمبال، لنده او تصنیف شي. که چېږي راتولي شوې شمېري اوږدې وي باید هغوي د سمبالولو په غرض لنډې کړاي شي. د بېلګې په ډول سمي يا صحیحې شمېري د

۱۰,۱۰۰ او داسې نور په واحدونو لندي (خلاصه) شي، يا اوردو اعشاري خانو ته دي
له امكاناتو سره سم چېرو نېردي لومړي، دويمې او دريمې خانو ته تقرب ورکړل شي.
له لنديز وروسته شمېري باید واضحې او د لوستلو ور ولیکل شي او د آسانولو، به
لوستلو او تحليل په غرض سمبال شي. د شمېرو سمبالول او تصنیف په بېلاپلولارو تر سره
کېدای شي.

که چېږي شمېري د کمیت او اندازې په نظر سمبال او تصنیف شي کومه لري يا سلسه
چې په لاس راخي (د پېښې د بیا وېشنې) يا د فريکونسي وېشنې په نوم يادېږي، چې په
درېم څېرکي بد کې تشریح شوي.

همدانګه که شمېري د زمان يا مهال له مخې سمبال شي، اړوندي لري يا سلسلي به
سرېبره پر جغرافيائي، محطيي، کيفيتی، جنسی او د تولو خصوصياتو د موقعیت او شرایطو
له مخې یوه زمانی لري يا سلسه لنده او خرگنده وي.
د شمېرو خرگندول کېدای شي د احصائيوی بېلاپلولو بنو (شکلونو) لکه جدولونو، ګرافونو
او زياترو هندسي بنو په مرسته ترسره شي. د څېرنو په خلورم پراو کې حینې وخت د
تشریحي يا توصيفي احصائي په نوم هم يادېږي.

نتیجه ګيري او تصمیم:

که چېږي د تول تولکي (جماعت) نمونه يا تجربه راونځاري، یعنې احصائيوی څېرنه په
یوه سروې کې د ګلې شمار په بنه وي، د نظر ور سروې د وروستي پراو تشریحي احصائيه
یعنې خلورم پراو، چې پورته یې پادونه وشهو جوريو. په بل عبارت په خلورم پراو کې د
تولکي (جماعت) خصوصيات او مشخصات توضیح او تشریح شوي او نظر هغه ته د طرح
شوې ستونزې په اړه تصمیم نیول کېږي. په خلاف د دې که چېږي سروې نمونوي وي او
یواخې له مجموعې خڅه یوه برخه غوره کړي، په دې حالت کې تشریحي احصائيه د څېرنې
وروستي پراو نه دی، بلکې د زیاتو مطالعاتو او احصائيوی عملیو غوبښنه کوي. حکه د یوه
تولکي (جماعت) د نمونې له مطالعې او تحليل خڅه موخه د هماغه تولکي (جماعت) په
اړه نتیجه ګيري او تصمیم نیونه ده. نو حکه د نمونوي سروې ګانو په صورت کې د څېرنې او
احصائيوی عملیو وروستي پراو د شمېرو د نمونو په نظر له نتیجه ګيري خڅه عبارت دی.
د احصائيوی بنو (شکلونو) په مرسته د شمېرو خرگندول:

احصائيوی شمېري او معلومات له راټولونې، سمبالونې، یووالی (توحید) او تصنیف خڅه
وروسته باید خرگندې شي، د شمېرو خرگندېدل په عمومي توګه په دوو لارو ترسره کېږي. په
شفاهي يا لفظي ډول او د احصائيوی بنو په وسیله په لیکلې بنه.

احصائیوی بنې (شکلونه) ډبرې دی خوبه عمومي توګه په دوه ډلو وپشنل کېږي:
احصائیوی جدولونه او احصائیوی گرافونه:

احصائیوی جدولونه او د شمېرو جدول بندې:

جدول بندې د پرتلنې او تحلیل په غرض د شمېرو او معلوماتو د سیستماتیک او منظمو سمبالولو خخه عبارت دی. که خه هم احصائیوی جدولونه د موخي او ستونزې د لیکل شوو شمېرو په نظر زیات دی اما په عمومي توګه په دوه ډوله ویشنل کېږي، عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه.

په عمومي جدولونو کې لومړنۍ شمېري یا اصلی شمېري سمبال او لیکل شوي او د عمومي مقصدونو لپاره په کار اچول کېږي، په داسې حال کې، چې د شمېرو او معلوماتو خصوصي جدولونه، سمبال او خلاصه شوې د مشخصو مقصدونو لپاره د استفادې وړ ګرځي. د یوه احصائیوی جدول په سمبالولو او جوړولو کې بايد لاندې تکي په پام کې ونيول شي. عنوان: هر احصائیوی جدول بايد د یوه عنوان یا سرليک لرونکي وي، د جدول سرليک بايد په بشکاره او لنډ ډول او د هغه په پورتنې برخه کې ولیکل شي او بايد درې شيان خرګند کري:
الف- په جدول کې د لیکل شوو شمېرو محتوى او د بحث ور موضوع.
ب- هغه خای چې شمېري رانځاري.

ج- هغه وخت یا مهال چې د هغې په وسیله لیکل شوې شمېري رانځارل شوي دي.
د سرچینې یا اخڅلیک: که چېږي لومړنۍ یا اصلی شمېري د لومړي خل لپاره د څېړونکي په مرسته راتولې شوې وي کېډای شي پرته د اخڅلیک یا سرچینې له یادولو خخه په یوه جدول کې ولیکل شي، که چېږي لیکل شوې شمېري لومړنۍ شمېري نه وي بايد د هغوي سرچینې او مأخذونه د جدول په بشکته برخه کې او له ملن لیک خڅه مخکې ولیکل شي.
یادښت یا ملن لیک: که چېږي په یوه جدول کې لیکل شوې شمېري زیاتې تشریح او توضیح ته د یادښتونو او ملن لیکونو په بنه اړتیا پیدا کړي، دا یادښتونه بايد په وضاحت سره د جدول په بشکته برخه کې خو له اخڅلیک او سرچینې خخه وروسته خای پر خای شي.
د جدول خانې (ستون) او قطارونه: هر احصائیوی جدول خانې (ستونونه) او قطارونه لري چې، د هغوي اندازه په هماغه جدول کې د لیکل شوې موضوع په خرنګوالي، د شمېرو او معلوماتو په اندازې پوري مربوطېږي. د جدول خانې او قطارونه بايد د زیات وضاحت لپاره د فرعی سرليکونو لرونکي وي. که چېږي د خانو او قطارونو شمېر زیات وي بشه به وي، د آسانې د خرګندولو او پرتلنې لپاره تصنیف او نمره بندې شي. خرنګه چې په ۲-۱ جدول کې

لیدل کېرىي خلور خانى دى چې، دويمە خانه پە وار سره پە پنخۇ نورو فرعىي خانو باندى وېشل کېرىي سرېيرە پر دې دا جدول شېر قطارە و نە لرى.

د كچى (مقىاس) واحد: پە جدول كې بايد د مقىاس واحد ياخونە پە خىركىنە توگە د جدول تر اصلى عنوان لاندى او ياخونە تر فرعىي عنوانونو لاندى ولېكلىشى. د بېلگى پە دول خىرنگە چې ۲-۱ د جدول تولى ليكلىشى شەمپېرى پە فيىسى د سره سنجول شوي دى پە دې حالت كې يواخى د مقىاس يو واحد (فيىسى) شتون درلۇد او د جدول تر اصلى عنوان لاندى خىركىنە شوي دى. پە جدول كې بايد د امکان تر حده هىخە وشى ترخو گە واحد پە كار واچول شى، د بېلگى پە دول كە لومەنلىشەمپېرى پە كيلو گرام، تىن، من، پا او داسى نورو چې، تول د وزن مقىاس دى، راتولىشەمپېرى پە كيلو گرام تىن، من، پا او مقىاس باندى لكە كيلو گرام تېدىل او پە جدول كې خىركىنە شي.

پە جدول كې د شەمپېرو ترتىب: پە يوه جدول كې ليكلىشەمپېرى بايد پە وضاحت او پورە دقت سره خلاصە، ترتىب، توحيد او پە اىرونەن جدول كې ولېكلىشى. ترخو د پېتلىنى او تحليل لوستەل آسانە كېرى او اىرونەن شەمپېرى كولاي شو د لاندىنيو بنو خخە د يوې بنى پە توگە ترتىب او چىلبىندى كېرو.

- د الفبا د تورو له اىرخە (مثلاً الف - ب - ج - د - او داسى نور)
- د زمان يا مهال له نظر (لکە ورئ، مياشت، كال او داسى نور)
- د ادارى واحدونو او جغرافىيابىي موقعىيت پە نظر (لکە ولسوالى، ولايت، هيياد، شمال، سوبىل (جنوب) او داسى نور).
- د دموگرافىيى خصوصياتو له نظر (لکە نظر سن، جنس، مورنە ئېلى او داسى نور).
- د فرييكي، بىالوژييكي، تخنيكي او داسى نورو خصوصياتو له نظرە.
- د بل تعامل يا مشخصاتو او خصوصياتو له نظرە.

پە ۱-۲ جدول كې د خانو (ستونو) ترتىب د پېمختىللو هييادونو د خصوصياتو او د هغۇي د جغرافىيابىي موقعىيت پە نظر تر سره شوي خىرنگە چې د جدول قطارونە د زمان يا مهال يعنې ۱۹۶۰-۱۹۸۱ كلونو پە نظر سمبال شوي دى.

غۇنە (مجموع): پە عمومى توگە د يوه جدول خانى او قطارونە د هغە جدول د ليكلىشەمپېرو د مجموعى لرونكى دى، البتە د خانو او قطارونو د شەمپېرو پە مجموع كولو كې د مقياس واحدونە شرط دى. ئىكە نشو كولاي د مقياس تۆپىر لرونكى او بېلابېل واحدونە غۇنە (مجموعە) كېرو. د دې شرط د شتون پە صورت كې د يوه جدول د قطارونو او خانو (ستونو) مجموع معمولاً د هغە د مخالف لوري پە آخر كې سۈدلە كېرىي.

په ۲-۱ جدول کي د خانو او قطارونو د مجموعي اخيستل کوم مفهوم نه لري نو خکه نه د بنودل شوي. باید زیاته کړو که چېږي د جدول شمېر زیات وي هر جدول باید د تراو او موضوع له پلوه نمره بندی شي، د جدول هره برخه په خاصه توګه د جدول د آخری خانو او قطارونو فرعی سرليکونه (عنوانونه) یعنې د مجموعي قطار باید په خرگند ډول خط کشي شي.

پلګه: لاندي جدول په پام کې نيسو.

د هیواد د منسوجاتو د تولیداتو اندازه په ۱۳۸۰-۱۳۸۲ کلونوکي (ارقام په ملیون متر)

پشمۍ يا ورین منسوجات	سندي منسوجات	نخي منسوجات	د جنس ډول کال
0.2448	10.8	26.5	1389
0.2769	6.8	31.9	1381
0.2866	6.8	37.8	1382

۲-۱ جدول د پرمختللو هیوادونو د داخلي مجموعي محصولاتو د ودې روش په ۱۹۶۰-۱۹۷۹ کلونوکي او په کلنۍ فيصدي باندي د ۱۹۸۰-۱۹۸۱ کلونو وړاندوينه.

د پرمختلگ په حال کي هیوادونه	کال					
	۱۹۶۰-۱۹۷۰	۱۹۷۰-۱۹۸۰	۱۹۷۸	۱۹۷۹	۱۹۸۰	۱۹۸۱
3.1	5.2	8.7	4.7	5.5	4.6	0.5
3.1	5.4	9.0	5.4	5.9	5.3	6.2
3.3	5.3	3.2	6.8	4.6	4.8	5.2
2.4	5.2	3.0	4.8	6.3	5.3	5.3
2.6	5.7	7.0	5.3	5.8	6.1	5.9
3.4	5.4	7.0	6.1	5.6	6.3	6.0

سرچینه: د سکرتریت UNCTA خانگی دې د ملي او نړیوالو رسمي شمپرو او سرچینو په اساس ولیدل شي.

احصائیوي ګرافونه: ګرافونه د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ د اړیکو له جولیز (شکلی) خرګندولو خخه عبارت دی. د ګرافونو ډولونه او بنې ډېږي زیاتې دې چې د متحولو په ډول او شمېر، د شمېر په خرنګوالي او د ستونزو په ډول پوري اړوندېږي چې، په بېلاښلو بنو نظر موختو ته په خاصه توګه انځور خرګندېږي. په دې ئای کې خو ډوله ساده ګرافونه او معمولي ګرافونه او چارتونه په وروستي خپرکي کې توضیح کېږي.

خطي ګرافونه: په ډول ګرافونوکې خرنګه چې د هغوی له نوم خخه خرګندېږي د متحولو تر منځ خطی اړیکې دی. د شمېر بدلونونه او تحولات د مستقيمو کربنو په مرسته بشودل کېږي. د بېلګۍ په ډول که چېږي اړیکې د تابع متحول y او خپلواک متحول (تابع کونکي) X خطی وي دا ډول اړیکې معمولاً د مستقيمي کربنې د یوې معادلي په وسیله په لاندې بنه خرګندېږي:

$$Y=a+bx$$

په دې ئای کې b, a ثابت دی، لومړني یې د عمودي قاطع په نوم او دويم یې د ضریب په نوم یادېږي.

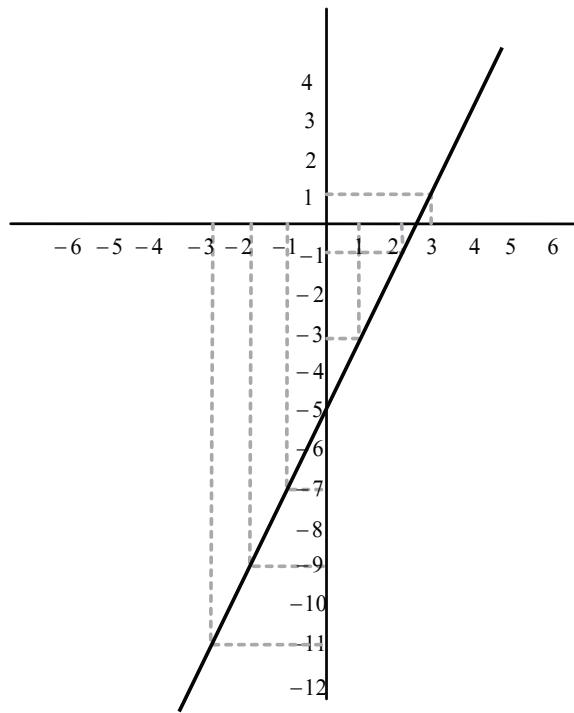
۱ بېلګه- $y=5+2x$ معادلي ګراف انځور کړئ.

د دې معادلي ګراف خرنګه چې په بنه کې بشودل شوی دی کولای شو په دوه لارو انځور کړو.

لومړۍ: د x د توپیر لرونکو ارزښتونو په وضع کولو سره د y ارزښتونه پیدا کوو. دا ارزښتونه د x او y د وضعیه کمیاتو په محورونو کې په لیک نښو (نقطه گذاري) په نښه کوو.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1

خرنګه چې د x او y د ذکر شوو ارزښتونو له هرې جوړي خخه د (x, y) یو تکی جوړیږي. د دې تکو د موقعیت په ټاکلو سره د هغوی په ګراف او نښلولو (اتصال) کې مطلوب مستقيم خط انځور کېږي.



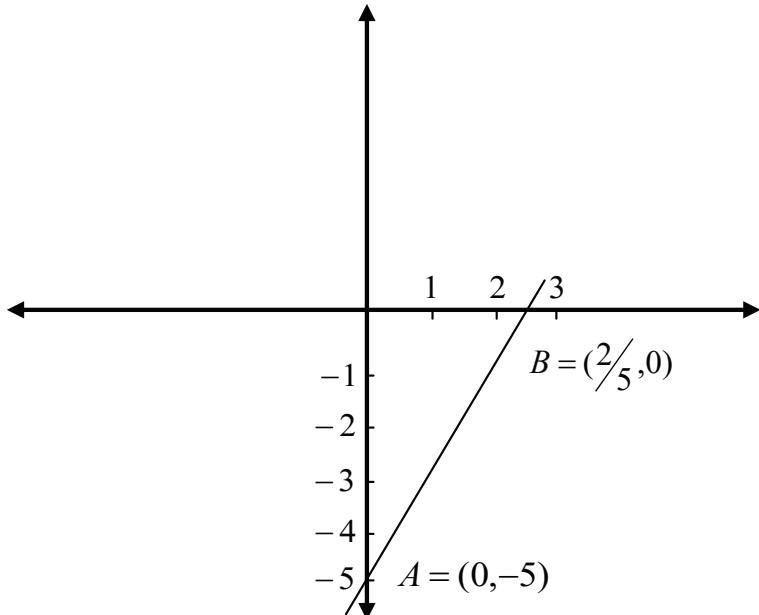
دا معادله ھینې وخت د $y = ax + b$ په بىنه خرگندېرى، چې البته د مفهوم له پلوه له ۲-۱
معادلى سره بې تفاوته ۵۵.

دوييم: خرنګه چې ورکړل شوې معادله د مستقيمي کربنې یوه معادله ده او د اړوند مستقيم
خط د انځورو لو لپاره بسنه کوي ترڅو دوه تکي چې په هغوي کې د x, y په محورونو پوري
اړوند مستقيم خط قطع کوي، وتاکو. یعنې که په يادي شوې معادله کې $x = 0$ وضع شي
 $y = -5$ ده او په لنډه توګه که $y = 0$ وي $x = \frac{5}{2}$ کېږي.
دا دوه تکي $(-50, 0)$ او $(0, \frac{5}{2})$ چې په ګراف کې په ترتیب سره A او B په تورو بشودل
شوې دي. د دغو دوو تکو له نښلېدو څخه او د هغه امتداد ادورو خواوو ته مطلوبه
مستقيمه کربنې انځورو.

که څه هم دواړه يادي شوې طريقيې یوې نتيجه ته رسېبرې خو دويمه طريقه آسانه ده
لې، وخت او لېډه عملیه غواړي. باید زياته کړو چې، په پورتنې مثال کې د x او y تر منځ

اړیکه یوه مستقیمه خطی اړیکه ۵۵ څکه مستقیمه کربنه په سعودی (لورې دونکې) پورې اړونده ۵۵. x ارزښت له زیاتېدو سره ۵ y تابع هم لوړ ارزښتونه اختياروی. په بل عبارت څرنګه چې ۵ x ضریب اشاره یعنې b مثبت دی. x او y له یو بل سره یوه مستقیمه خطی اړیکه لري.

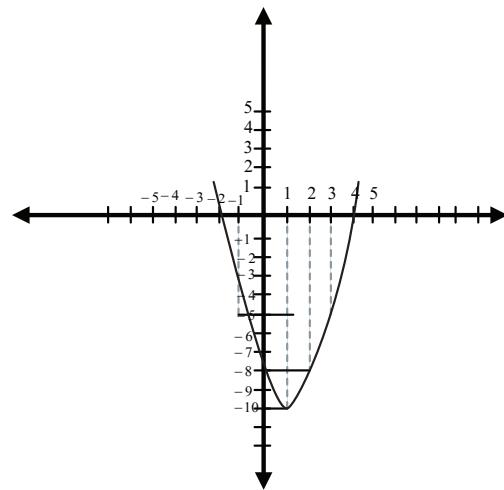
$$Y=2x-5$$



غیر خطی ګرافونه: د احصائیوی معلوماتو د خرگندولو بله بنې د غیرخطی ګرافونو په بنې ۵۵. هغه معادلات چې په دې ډول ګرافونو پورې مربوطېږي له دویمي درجې معادلې $y=ax^2+bx+c$ څخه عبارت دی. له دې ډول معادلاتو څخه حاصل شوي ګرافونه په غیرخطی بنې کې لاس ته رائي. دا ډول معادلات کولای شو د قیمت گذاری یا هم د هغه د معادل جذرونو د پیدا کولو له لارې پیدا کړو.

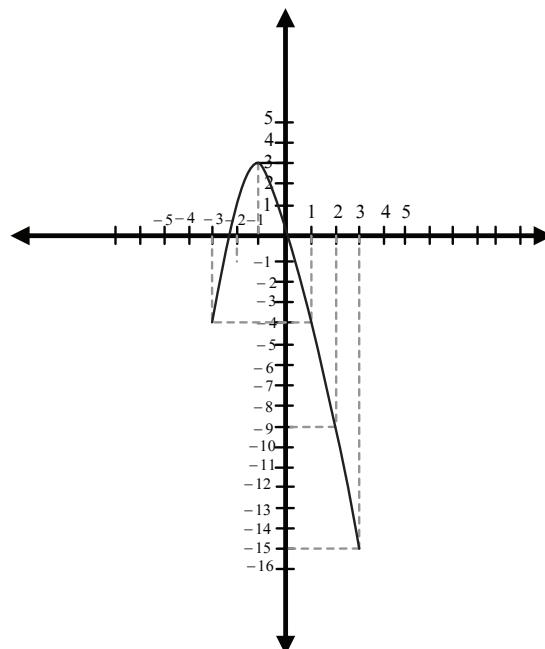
پېلګه: د لاندې معادلې ګراف پیدا کړئ. $y=x^2-2x-8$

X	-2	-1	0	1	2	3	4
Y	0	-5	-8	-10	-8	-5	0



٢ بِلْكَه - تابع گراف انخور کری.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	4	-1	2	-1	-4	-9	-15



دریمه بلهکه: د $y = -8 - 2x + x^2$ معادلی خخه په دې خای کې پوهېرو چې د y د محور منحنی د $y = -8$ په نقطه کې قطع کوي خکه چې $x = 0$ او $y = -8$ کېږي خو د x محور د منحنی د تکو د تشخيص او تثبیت لپاره باید $y = 0$ وضع شي. په دې صورت کې به ولرو.

$$X^2 - 2x - 8 = 0$$

په دې خای کې مجبور يو د دې معادلی جذرونه پیدا کړو. د معادلی جذرونه کولای شو په لاندې طریقو پیدا کړو.

که چېږي په یوه معادله کې د جذرونو تشخيص ساده وي، کولای شو معادله په دوو قوسونو تجزیه کړو داسې چې د دوو مطلوبه اعدادو حاصل د a د عمودي قاطع ارزښت سره مساوی او د هغه د جمع حاصل د b ارزښت سره مساوی شي. د پورتنی معادلی پر بنست کولای شو داسې ولیکو.

$$(x-4)(x+2)=0$$

چې په نتیجه کې $-2 = X_1$ او $4 = X_2$ به وي.
که په نورو حالاتو کې تجزیه په قوسونو باندې ستونزمنه وي په عمومي توګه له لاندیني فورمول خخه استفاده کړو.

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نظر فرمول ته هم د معادلی جذرونه عبارت دي له:

$$X_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$$

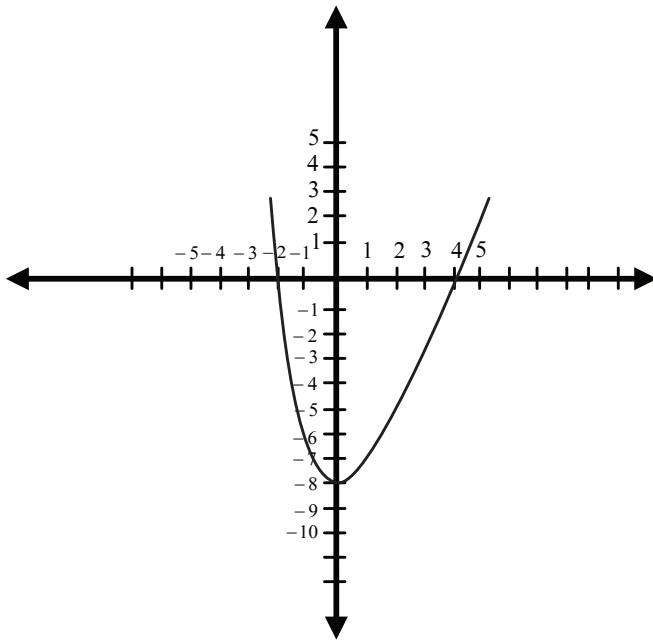
$$X_1 = 4 \quad X_2 = -2$$

د معادلی د جذرونو سرېږه x لپاره متفاوت ارزښتونه وضع کوو د y اړوند ارزښتونه پیدا کېږي.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	10
Y	7	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	72

اوس نظر پورته معلوماتو ته کولای شو د ورکړل شوی معادلی گراف انټور کړو.

$$Y = -8 - 2x + x^2$$



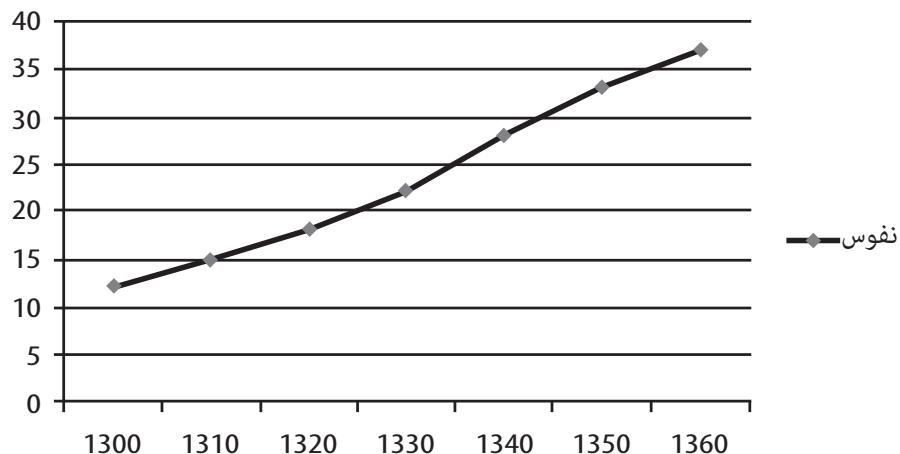
خرنگه چې ليدل کيږي مطلوبه منحنۍ د يوه پارابول په بنېه ۵۵، په پېل کې لوپدونکې (نزولي) $y = -9$ له اصغری ارزښتونو خڅه وروسته د دويم خل لپاره لوړيږي (صعود کوي).
نوټ: که چېږي $d x^2$ ضریب منفي وي د پارابول خوله مخښکته خلاصېږي او که چېږي d^2 ضریب مثبت وي د پارابول خوله مخپورته خلاصېږي.

احصائیوی نور ګرافونه: په احصائیوی ګرافونو کې هم لکه الجبری توابع په عمومي توګه متحولي تابع په عمودي محور کې او خپلواک متحول یا تابع کوونکې په افقی محور کې بنودل کيږي.

پېلګه: د يوه هیواد نفوس په تېرو شپېتو کلونو کې په لاندې ډول ورکړل شوی.

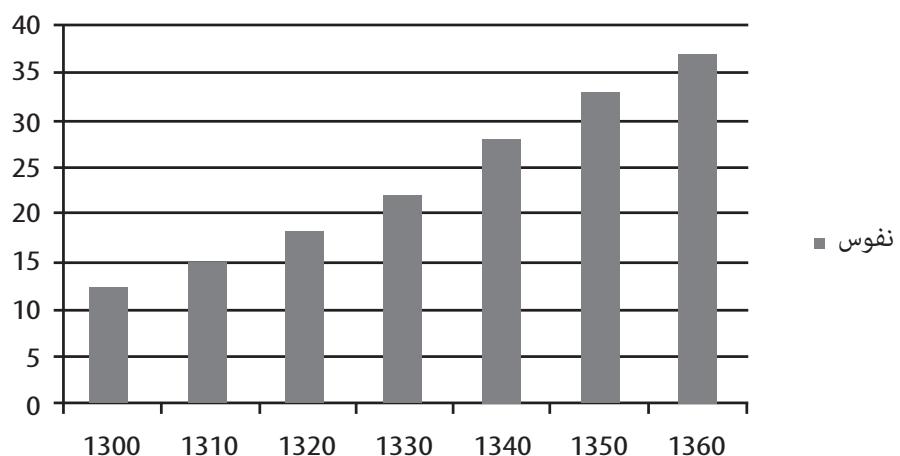
X	1300	1310	1320	1330	1340	1350	1360
Y	12	15	18	22	28	33	37

نفووس

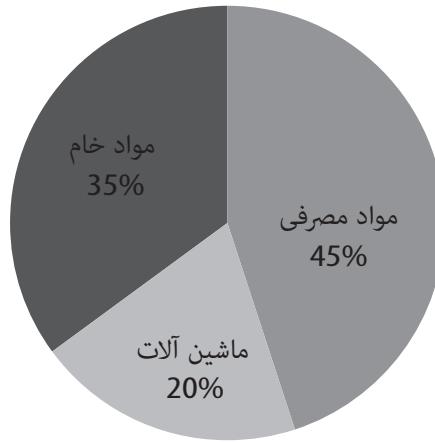


پورتني معلومات کولای شو په بل گراف کې د عمودي مستقيمو کربنو په بنه انځور کړو.

نفووس



پلګه: فرض کړئ د یوه هیواد ۴۵ فیصده واردات مصري موال، ۳۵ فیصده اومه موال، ۲۰ فیصده نور ماشین آلات جوروی دا معلومات کولای شو د یوې دايرې په مرسته خرگند کړو.



يا کولای شو پورتني معلومات په یوه مستطيل يا مربع کې خرگند کړو.



د دويم څېړي د مطالبو لنډيز
د احصائيوي څېړنو پراوونه پنځه دي.

- ۱- د موخي ټاکل يا تشبيت.
- ۲- د تجربې طرح يا ټاکل.
- ۳- د شمېرو او معلوماتو راټولونه.
- ۴- د شمېرو ترتیبول.
- ۵- نتیجه احسنته او تصمیم نیونه.

د احصائيوي بنو په وسيله د شمېرو خرگندول په احصائيوي جدولونو او احصائيوي گرافونو کې شامل دي.

احصائيوي جدولونه د پرتلني او تحليل په غرض د اعدادو او معلوماتو له سيستماتيك او منظمو ترتيبولو خخه عبارت دي.

احصائيوي جدولونه په دوه ډوله دي: عمومي جدولونه او خصوصي جدولونه احصائيوي جدولونه خو ځانګړي ټکي لري:

عنوان يا سرليک، اخچليک او سرچينه، يادبست او ملن ليک، د جدول خاني (ستونونه) او قطارونه، د مقیاس واحد، په جدول کې د شمېرو ترتیب، ټولکه (مجموع).

احصائيوي گرافونه: د دوو يا زياتو متحولو تر منځ د اريکو له جوليز (شكلي) خرگندولو خخه عبارت دي. بنې او شمېري یې زياتي دي، چې د هغوي له جملې خخه خطي او غيرخطي گرافونه معمول دي.

خطي گراف: معادله يې $y=ax+b$

غير خطي گرافونه: معادله يې $y=ax^2+bx+c$

او پرته له دې کولاي شو احصائيوي معلومات په هندسي بنو کې لکه دائره، مستطيل، مربع او داسي نورو کې هم وشيyo.

د دويم څېركي پوښتنې

۱- یو احصائيوي جدول خه ته وايي او باید خه ځانګړتیاوي ولري؟

۲- احصائيوي گرافونه خه دي او د هغوي نوم واخلئ؟

۳- د خطي گراف معادله ولیکئ؟

۴- د (0,4) او (5,0) او (3,-4) او (4,-5) او (0,0) تکي په یو وضعیه کمیت کې نقطه گذاري کړئ؟

۵- د معادلي گراف انځور کړئ؟ $y=2x-4$

۶- د $y=-2x^2-3x+1$ منحنۍ معادله انځور کړئ؟

۷- د یوه بانک ۲۵٪ غونډ (مجموعي) پورونه او بد مهاله پورونه، د هغه 15 فيصده منځ مهاله پورونه او د هغه 60 فيصده نور لنډ مهاله پورونه جوړوي، دا معلومات د یوې دائيري او یوه مستطيل يا مربع په وسيله خرگند کړئ؟

درېیم خپرکي

د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنه او د فريکونسي وېشنه

تولیزه موهه:

د فريکونسي توضیح او تشریح او له هغه خخه د گټې اخيستلو پراوونه:

د زده کېږي موخي: د دې خپرکي په پای کې زده کوونکي له لاندې مفاهيمو سره آشنايي پیدا کوي.

- ۱- د فريکونسي د وېشني مفهوم او تعريف
- ۲- د فريکونسي په وېشنه کې د لومړنيو شمېرو د راتبولونې، یوالۍ(توحید) او انسجام
- ۳- د فريکونسي په وېشنه کې د شمېرو تصنیف
- ۴- د فريکونسي د جدول تخنیکي مفاهيم او اصطلاحات
- ۵- د فريکونسي د وېشني ګرافیکي خرګندونه په تحول، هستوګرام، بارچارت، بارګراف، پای ګراف، د خط ماتي او تصویري ګراف يا سمبولیک ګراف په تحول
- ۶- د احصائيوي ګرافونو گټې

مفهوم: د مسلکي احصائيوي تصمييمونو او نتيجه گيري په راتولو شوو شمېرو، ارقامو او طرحه شوو ستونزو باندې متکي دي. د راتولو شوو شمېرو دوں به په طرحه شوو ستونزو پوري اړوند وي، د شمېرو او معلوماتو په خرنګوالي پوري اړوند د شمېرو تشریحي مقیاسونه او معیارونه کولای شو په دوامداره توګه یا پرته له دې چې د مهال عامل په پام کې ونیسو په خپل وار سره راتول کړو. په راتولو شوو شمېرو سربېره امکان لري يو، دوه یا زیاتره متحوله

را ونځاري. لکه اعداد د یو شمېر وګرو د قد، وزن یا عمر په اړه، د یو شمېر کارګرانو مزد یا اجوره یا د یوه ګروب ماموريونو معاشر، په یوه مضمون کې د یوه تولکي د محصلينو د آزمونې نمرې او داسې نور، ټول اعداد یو متحوله دي. يا اعداد د وګرو په لګښت او عايد پورې اړوند، د محصلينو قد، وزن، د یوې پپرودل شوې متاع قيمت او اندازه، د یوه هیواد واردات او صادرات او داسې نورې بېلګې دوه متحوله اعداد دي.

په زیاتره مواردو کې د دوو یا زیاتو متحولو تر منځ اړیکې په احصائيه کې د بحث وړ گرځي. د یو متحوله اعدادو ويشل او تshireح چې د زمان عامل په هغه کې ذیدخل نه وي، د مقیاس او اندازه گیری دوه ډوله خانګوړې نمرې مني. دا مقیاس د بحث وړ اعدادو له اوسته گیری او انحراف یا پراګندګي خخه عبارت دي.

که چېږي اعداد خرنګه چې مخکې هم وویل شو د هغوي کمیت او اندازې ته په کتو ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پېښېدو (وقوع) بیا وېشنې یا د فریکونسی وېشنې په نوم یادېږي.

د فربکونسی په وېشنې کې د لوړنیو اعدادو راټولونه، توحید او انسجام:
 د شمېرو راټولونه په مستقیمه یا غیرمستقیمه توګه معمولاً په اتفاقی یا په تیت ډول تر سره کېږي، لوړنی اعداد له را ټولونې وروسته باید ترتیب، توحید او لنډې کړي شي تر خو د نتیجه گیري او تحلیل خرګندوند آسانه کړي. د بېلګې په ډول یوه احصائيوی ستونزه داسې طرحه شوې تر خو په یوه بسار کې د کورنیو د کلنی عايد د خرنګوالي په اړه په خاصه توګه خپرنه او تصمیم نیونه ترسه شي. په دې هکله یوه نمونوی سروې طرحه او تطبيق کړي. نظر دې سروې ته ۱۴۲ د کورنیو د عايدتو په اړه معلومات د نمونې په ډول راټولیږي. فرض کړئ چې راټول شوې معلومات هغه اعداد دی چې، د هغه لوړنې بنه ۳-۱ په جدول کې خرګنده شوې ۵۵.

۳-۱ جدول په لوړنې سر کې داسې کوم مفهوم نه شي افاده کولای، البتہ له یو خه دقت خخه وروسته کولای شو ډېر کوچنۍ او ډېر لوی عدد په دې جدول کې تشخیص کړو یا حتی د اعدادو اوسط د مجموع په اخستلو او د هغوي په اندازه باندې تقسیم کړو. له دې خخه زیات نه شو کولای له دغه جدول خخه ګټه واخلو.

3- جدول په 1385 کال کي 142 کورنيو وسطي عايد(زرهانی)						
68000	68031	67785	67480	68047	67050	66029
66071	67092	67488	67800	68060	67046	68070
69500	69537	69482	69456	67471	67880	68997
66100	66144	67812	68089	67513	67120	68110
67819	67531	67136	67152	67200	67170	66952
67246	67750	67960	68990	68976	68927	68853
68820	68450	68302	68200	68150	66210	66290
67204	67177	67830	67540	67850	67548	68151
67168	67851	67177	69937	69202	69150	68950
67940	67752	67440	66930	66217	67740	66931
66341	66336	67217	67548	67850	68217	68291
67878	67550	67230	66400	68910	67920	67730
67412	66920	66402	67710	67922	67910	68870
68841	68800	66914	69836	69453	68778	67901
66867	67381	67680	66840	67320	67680	67877
66730	66827	66810	67320	67664	67860	68641
69609	69650	68333	67891	66532	67247	66600
67571	66709	67250	67584	67800	68398	69734
69242	68600	66802	69210	66700	69120	69200
68470	69172	66750	67281	67609	67830	67849
			67250	67291		

په پورتني جدول کې له ورکړل شوو شمېرو خخه د نېټ او زياتې ګټې اخيستلو لپاره باید هغوي په منظمه توګه ترتیب او لنډې کړو. د هغوي په افاده کولو پوري اړوند د اعدادو د خلاصه کولو یوه لار د ۱۰۰۰ په واحدونو باندې ۵۵. د زياتې آسانې لپاره په ۱۰۰۰ واحدونو باندې د اعدادو له ترتیب او خلاصه کولو خخه وروسته د اعدادو په اعشاري تحلیل او خرنګدولو کې له درې خانو خخه یې دوو خانو ته اختصار پیدا کړي، خرنګه چې د اعشارې دريمه خانې ته د اعشارې دويمې خانې تقرب ورکړل شوی دی. که چېږي په دې تقرب کې د دريمې خانې شمېره له ۵ پنځوشخه کوچنۍ وي له هغه خخه تیرېږو او که دا شمېره له ۵ پنځو خخه لوره وي وروستې شمېره یعنې د اعشارې دويمې شمېري ته د یوه په زياتيدو

ارتقاء ورکول کیری، د بېلگى په چو:

۵ شمېرە په ۶۶،۰۲۹ او ۶۶،۰۳ د شمېرە په ۶۹،۲۴۲ لندىپ (مختصر) شوي دي.

۵-۱ د جدول اعداد له ترتیب او لندىز وروسته په ۳-۲ جدول کي خرگند شوي دي.

باید وواييو چې كولاي شو اعداد په (صعدي) توگه ترتیب کرو، يعني له کوچني عدد خخه پييل او په ترتیب سره په لوړ عدد سره ې پاى ته ورسوو. يا برعکس كولاي شو اعداد په ناقصه توگه ترتیب کرو، خزنگه چې لورې شمېرې لومړي او په ترتیب سره، اعداد يو پر بل پسې ليکو تر خو کوچني عدد ته ورسيرو. ۳-۱ د جدول اعداد البته له لندىز خخه وروسته په يا صعدي چو ترتیب او په ۳-۲ جدول کي ترتیب شوي دي.

3-2 جدول په ۱۳۸۵ کال کي ۱۴۲ کورنیو وسطي عايد (زر افغانی)

66.03	66.91	67.32	67.71	67.90	68.30	69.15
66.07	66.92	67.38	67.73	67.91	68.33	69.15
66.00	66.93	37.41	67.74	67.92	68.40	69.20
66.14	66.95	67.44	67.75	67.92	68.45	6920
66.21	67.05	67.47	67.75	67.94	68.47	69.21
66.29	67.09	67.47	67.78	67.96	68.60	69.24
66.34	67.12	67.48	67.79	68.00	68.64	69.45
66.37	67.13	67.49	67.80	68.03	68.73	69.46
66.40	67.15	67.51	67.80	68.05	68.78	69.48
66.42	67.17	67.53	67.81	68.05	68.80	69.50
66.53	67.18	67.54	67.82	68.06	68.82	69.54
66.60	67.20	67.55	67.83	68.07	68.84	69.61
66.71	67.20	67.55	67.83	68.01	68.85	69.65
66.75	67.22	67.55	67.85	68.11	68.87	69.73
66.78	67.23	67.58	67.85	68.15	68.91	69.84
66.80	67.25	67.61	67.85	68.15	68.93	69.94
66.81	67.25	67.65	67.86	68.17	68.95	
66.83	67.28	67.66	67.88	68.18	68.98	
66.84	67.29	67.68	67.88	68.20	68.99	
66.87	67.32	67.68	67.89	68.22	69.00	
				68.29	69.12	

د شمېرو تصنیف

که چېږي د شمېرو تعداد لړ وي یا د نمونې اندازه کوچنۍ وي، د شمېرو ترتیب ۳-۲ جدول په بنه او د هغه خرگندول به نسبتاً آسان او ګټور وي، خو که چېږي د اعدادو شمېر ډېر زیات یا نمونه یې نسبتاً لویه وي، د شمېرو ترتیب د نوموري جدول په خبر ستمانه کار دی او زیات وخت هم غواړي. سرېپره پر دې له نسبتاً محدودې استفادې پرته نه شو کولای له هغه خخه نور کار واخلو.

نو ځکه لازمه ۵۰ چې شمېري په خلص او لنډ ډول داسې ترتیب شي تر خو د هغه خرگندول آسانه شي او ګډای شي زیات او ژور تحلیل تر سره شي تر خو د شمېرو پیچلی خصوصیت او اړیکې کشف او توضیح شي. د شمېرو د خرگندولو لنډیز او په عین حال کې ساده کول د هغوي د خاصیت او خرنګوالي له لاسه ورکولو پرته، د پیښېدو د بیا وېشني (د فریکونسی د وېشني) اساسی موضوع ۵۵. یعنې شمېري د صنفوونو په بنه چې، ځینې یې د (صنف، پور، ګروپ او ډلي په نوم هم یادېږي) ترتیب شوي. د اړوندو ګتنو (مشاهداتو) او واقعاتو د پېښې یا وقوع (فریکونسی) تکرار او زیاتوالی په هر صنف کې تثیت او وتاکل شي.

په هغه جدول کې چې شمېري په دې بنه ترتیب، تصنیف او خرگندېږي د بیا پېښې جدول (جدول تکرار وقوع) یا د (فریکونسی جدول) په نوم یادېږي.

په لومړنې بنه د ټاکل شوو صنفوونو په نظر د راتولو شوو شمېرو د وېشلو لپاره کولای شو د خط بندی له پانې (یا په عاميانه عبارت له چوب خط) یا د ثبت له فورمې خخه ګټه واخلو. په دې پانه کې لکه ۳-۳ جدول د هر ټولګي په وړاندې هغه شمېري چې په هغه پورې اړوندېږي خط کوو. په بل عبارت د هغو کورنیو شمېر چې، د هغو وسطي عايد په هر ټولګي کې شاملېږي، د هماغه ټولګي په وړاندې خط کوو، له دې خطونو خخه وروسته (دکورنیو تعداد) شمارو او د جدول په بله خانه کې یې په عدد خرگندوو. دا اعداد (د هر ټولګي په وړاندې د ثبت شوو خطونو شمېر) د ټولګي د بیا پېښېدلو (تکرار وقوع) یا فریکونسی خخه عبارت دی.

۳-۳ جدول په ۱۳۸۵ کال کې ۱۴۲ د کورنيو ارو د کلنی وسطي عايد خط بندی پانه

کلنی وسطي عايد (زر افغانی)	چوب خط	کورنيواره اندازه
66.00-6649		10
66.50-66.99		15
67.00-67.49		25
67.50-67.99		40
68.00-68.49		20
68.50-68.99		14
69.99-69.49		11
69.50-69.99		7
		۱۴۲

۳-۴ جدول په ۱۳۸۵ کال کې ۱۴۲ کورنيو ارو دکلني وسطي عايد ثبت پانه

66.00	66.50	67.00	67.50	68.00	68.50	69.00	69.50
66.49	66.99	67.49	67.99	68.49	68.99	69.49	69.99
66.03	66.53	66.05	67.51	68.00	68.60	69.00	69.50
66.07	66.60	66.09	67.53	68.03	68.64	69.12	69.54
66.10	66.71	66.12	67.54	68.05	68.73	69.15	69.61
66.14	66.75	66.14	67.55	68.06	68.78	69.17	69.65
66.21	66.78	66.15	67.55	68.07	68.80	69.20	69.73
66.29	66.80	66.17	67.55	68.09	68.82	69.21	69.84
66.34	66.81	6..18	67.57	68.11	68.84	69.24	69.94
66.34	66.83	66.20	67.58	68.15	68.85	69.25	
66.37	66.84	66.20	67.61	68.15	68.87	69.46	(7)
66.40	66.87	66.22	67.65	68.17	68.91	69.48	
66.42	66.91	66.23	67.66	68.18	68.93		
	66.92	66.25	67.68	68.20	68.95	(11)	
(10)	66.93	66.25	67.71	68.22	68.98		
	66.93	66.28	67.73	68.29	68.99		
	66.95	66.29	67.74	68.30			
		66.32	67.75	68.33	(14)		
(15)		66.38	67.75	68.40			
		66.41	67.78	68.45			
		66.44	67.79	68.47			
		66.47	67.80				
		66.47	67.80	(20)			
		66.48	67.81				
		66.48	67.82				
			67.83				
	(24)		67.83				
			67.85				
			67.85				
			67.85				
			67.86				
			67.86				
			67.89				
			67.90				
			67.91				
			67.92				
			67.92				
			67.94				
			67.96				
			(40)				

په ۳-۴ جدول کې د ثبت د فورمې د سمبالولو طریقه بنودل شوې ۵۵. په دې عملیه کې تولگی په افقی بنې (د جدول د خانو د عنوان په خبر) د جدول په پورتنې برخه کې سمبال شوي دي او هغه شمېرې يا اقلام چې په هر تولگی پوري اړونديږي تر هماګه تولگي لاندې ثبت شوي دي. وروسته د هر تولگي د اقلامو تعداد شمېرل کېري او د هغوي مجموع د هماګه تولگي د اړوندو اقلامو په پاڼي کې د دوو لپنديو په منځ کې ليکل شوي دي، دا مجموعې د هر تولگي فريکونسي جورووي.

که خه هم د ثبت فورمې د خط بندي په پرتله زيات کار غواړي، خو د زيات کار په لرلو سره بشه والي هم لري.

الف- هغه اقلام چې سهواً ثبت شوي کډای شي په آسانۍ سره اصلاح يا نورو اړوندو خانو ته ولپردووي.

ب- که لوړني په تولگي د قناعت ورنه وي کولاي شو هغه په آسانۍ سره د دوهم خل پاره تصنيف کړو.

ج- هغه عدد چې د تولگي په وسط کې خاړي پرڅای شوي، کولاي شو په بشه توګه د هماګه تولگي له اوسته سره پرتله کړو.

په ياد باید ولرو چې کولاي شو د خط بندي پاڼه او د ثبت فورمه نظر لوړنيو شمېرو ته تشکيل کړو. او که شمېرې ترتیب شوې وي کار به په مراتبو سره آسان شي.

د ۳-۳ جدول د خط بندي د پانې پايلې او یا د ۳-۴ جدول د ثبت فورمې اوس کولاي شو د فريکونسي په یوه جدول کې لکه د ۳-۵ جدول خرگند کړو.

۳-۵ جدول په ۱۳۸۵ کال کې د ۱۴۲ کورنيو ارو دکلنی وسطي عايد فريکونسي جدول

دکورنيو ارو اندازه (فریکونسی)	کلنی وسطي عايد (زر افغانی)
10	66.00-6649
15	66.50-66.99
25	67.00-67.49
40	67.50-67.99
20	68.00-68.49
14	68.50-68.99
11	69.99-69.49
7	69.50-69.99
142	

د فريكونسي جدول تخنيكي اصطلاحات او مفاهيم:

خيني تخنيكي اصطلاحات او مفاهيم د فريكونسي د جدول په اړه شته چې لري دا مفاهيم په لاندي توګه توضيح کيږي.

- **تولگي:** په احصائيه کې د دوو عددو په وسیله هر ټاکل شوي واتن لکه 66.49-66.00 یا 69.50-69.99 د تولگي، صنف، پور يا گروپ په نامه يادېږي.

- **د تولگي حدود:** هغه دوه عدد د چې یو تولگي رانګاري د هماغه تولگي حدود نومول کيږي. د تولگي کوچني عدد د بشكتني حد په نوم او لوی عدد د هماغه تولگي د پورتنۍ حد په نوم يادېږي. لکه:

په تولگي کې 66.00-66.49 چې له 66.00 تر 66.49 لوستل کيږي بشكتني حد یې 66.00 او پورتنۍ حد یې 66.49 .55

- **د تولگي سرحد:** د بحث ور تولگي د بشكتني حد او سط او د مخکيني تولگي پورتنۍ حد د بشكتني سرحد په نوم او همدارنګه د دې تولگي د پورتنۍ حد او سط او د وروستني تولگي بشكتني حد د اړوند تولگي د پورتنۍ سرحد په نوم يادېږي. د بېلګې په ډول د 67.00-67.49 په تولگي کې لرو چې:

$$\text{ بشكتني سرحد } = \frac{67.00 + 66.99}{2} = 66.995$$

$$\text{ پورتنۍ سرحد } = \frac{67.49 + 67.50}{2} = 67.4955$$

- **د تولگيو واتن:** د یوه تولگي واتن د هماغه تولگي د بشكتني حد او د مخکيني تولگي د پورتنۍ حد له توپير خخه عبارت دي. د بېلګې په ډول په دوو مخکينيو تولگيو کې د تولگي واتن له 0.50 یا 500 افغانۍ خخه عبارت دي. يعني: په تولگي کې 66.00-66.49 او 66.50-66.99 په نظر کې نيسو.

$$0.5 = 66.50 - 66.00 \quad \text{او} \quad 0.5 = 66.50 - 66.00$$

کولای شو د تولگيو واتن د اوسطونو تر منځ نظر توپير ته هم سنجش کړو.

- **د تولگي پراخ والي:** د تولگي پراخوالی د هماغه تولگي د پورتنۍ سرحد او بشكتني سرحد

ترمنځ له توبیر خخه عبارت دی. د بېلگى په ډول په 67.00-67.49 لرو چې:

$$0.5=67.995-67.495$$

په دې بېلگو کې د تولگيو واتن او پراخوالی په تصادفي توګه له يو بل سره مساوي دي خو دا حالت شاید په ټولو مواردو کې صدق ونه کوي.

- د تولگي فريكونسي: د یوه تولگي فريكونسي د هغو پښو يا واقعاتو او ڪتون يا مشاهداتو له تعداد (تکرار) خخه عبارت دی چې، په هماغه تولگي پوري اړونديږي. لکه په ۳-۵ جدول کې د تولگي فريكونسي 68.00-68.49 له 20 کورنيو وګرو خخه عبارت ۵۵. یعنې د 142 سروي شوو کورنيو وګرو له جملې خخه د هغو 20 کورنيو وګرو ګلنۍ عايد زره افغانۍ دی. 68.00-68.49

- د تولگي منځ: د یوه تولگي وسط يا منځني ټکي يا نقطه د هماغه تولگي د حدودو له اوسط خخه عبارت دی. د بېلگى په ډول د تولگي اووسط يا وسط 67.00-67.49 له 67.245 خخه عبارت دی یعنې:

$$\frac{67.00+67.49}{2} = 67.245$$

د فريكونسي د وبشني گرافيکي خرگندونه: د فريكونسي وبشه کولاي شو، د ګرافونو په مرسته هم خرگنده کرو. د احصائيوی اعدادو او معلوماتو گرافيکي خرگندونه خرنګه چې په مخکني خپرکي کې مطالعه شوه په بېلاپلو بنو او ډولونو ترسره کيږي. د فريكونسي د وبشني د خرگندولو معمولي بنه د بارچارت، هستوګرام يا ستوني ګراف په مرسته وي. بارګراف، پاي ګراف، خط ماتي ګراف، د هغوي تصويري يا سمبوليک ګراف وي. په دې خای کې په لنډه توګه ئې احصائيوی بني او د خرگندولو او انځورولو کړه وره توضیح کيږي.

۱- هيستوګرام: د یوه احصائيوی ګراف یو هيستوګرام يا د فريكونسي هيستوګرام له يو شمېر مستطيلونو خخه جوړ شوي دی خرنګه چې:

a. مستطيلونه په عمودي توګه د (x) پر افقې محور باندې په دې ډول خای پرڅای شوي دي چې، د هغوي عرض د تولگيو د واتن له اندازې سره مساوي او وسط ئېد تولگيو په وسطي ټکي باندې وي.

b. د مستطيلونو ساحه يا مساحت د اړوندو تولگيو له فريكونسيو سره متناسبه دي، دا

حالت البتنه هغه وخت صدق کوي چې، د تولګيو واتن گډ (مشترک) وي پرته له دي باید د مستطيلونو لوړوالی (ارتفاع) برابر کړي شي.

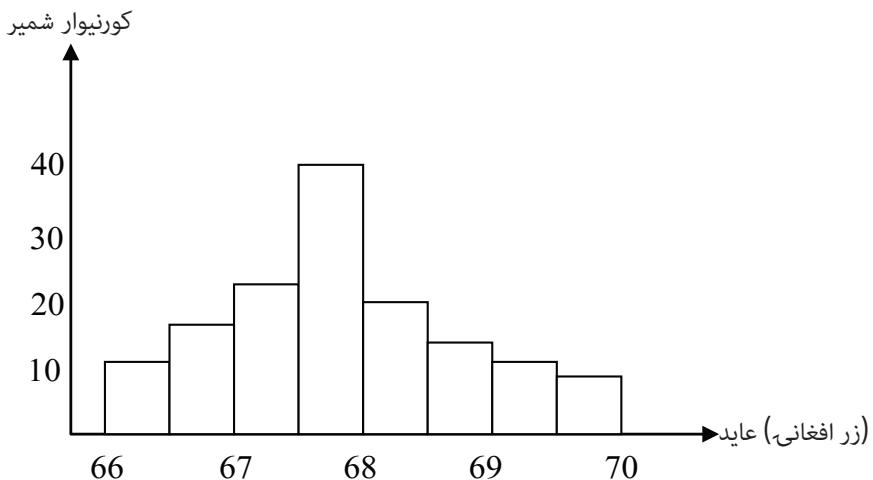
۵. د مستطيلونو شمېر د تولګيو له شمېر سره سم د یوه فريكونسي په ويشهه کې وي. د یوه هيستوګرام په انځور کې باید لاندې تکي په پام کې ونيول شي.

الف- د فريكونسي د وېشني هيستوګرام ۳-۵ جدول په ۱-۳ شغل يا کارکې خرگند شوي دي. د فريكونسي په دي بنې کې تولګي په افقی محور (xمحور) کې وضع شوي دي او د y د محور مقیاس بندي باید له صفر خخه پیل او له قطع کېدو پرته دوام پیدا کړي. ب- په افقی محور کې باید یو واتن د بشپړو تولګيو د نیم یا یوه واتن په اندازه د مستطيل په خوا کې کېښودل شي.

ج- د x افقی محور باید داسې مقیاس بندي شي چې، وکړي شي د اړوندو تولګيو د مستطيلونو پایې پهوضاحت سره وښې، د دی محور مقیاس بندي معمولاً د تولګيو د حدودو پر اساس ترسره کېږي، که شمېرې اوبرډې (متمامدي) وي د یوه تولګي پورتنی حد د وروستني تولګي له شکتنی حد سره برابرېږي. په دې صورت کې د ګراف مستطيلونه له یوبل سره نسبتي وي. که چېړې شمېرې اوبرډې نه وي یعنې غیر متمامدي وي بنې به وي چې د تولګيو شکتنی حد د x په محور کې وښودل شي. په ځینو حالاتوکې یواخې د تولګيو وسطي تکي د افقی محور پر مخ خرگندېږي. (۲-۳) بنې

د- خرنکه چې پورته اشاره وشهو د x محور باید د تولګيو د واتن د گډ والي په صورت کې په مساوي حد ووېشل شي. که چېړې د تولګيو واتن له یو بل سره توپير ولري د محور مقیاس بندي باید له هغوي سره سمه ترسره شي د پېلګې په ډول که د تولګيو واتن توپير ولري باید دا توپير د افقی محور پر مخ پهوضاحت سره وښودل شي. که واتن ۵ او د بل یې ۱۵,۵ یو په دې صورت کې د دویم تولګي واتن د x د محور پرمخ باید د لومړني تولګي د واتن خو برابره وي. په دې حالاتو کې د اصلې فريكونسيو پر خای د فريكونسيو زياتولي یا کثرت خرگندېږي.

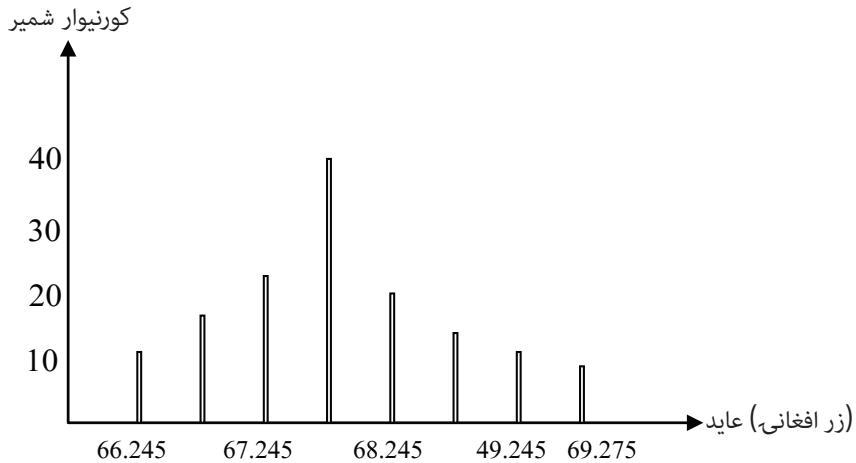
ه- په هيستوګرام کې معمولاً د مستطيلونو اوبردواли د هغوي له عرض خخه زيات وي. خو په ځینو مواردو کې د هغه بالعكس امکان لري یعنې په هغه حالاتوکې چې، د یوه تولګي واتن (د وضع شوو واحدونو په اساس) د هماګه تولګي له اړوندې فريكونسي خخه لوی وي. اړوند مستطيل د هغه له اوبردواли خخه د زيات عرض لرونکي وي.



(۳-۱) بنه په ۱۳۸۵ کال کې ۱۴۲۵ کورنیو کلنی اوسته عايد په هیستوګرام

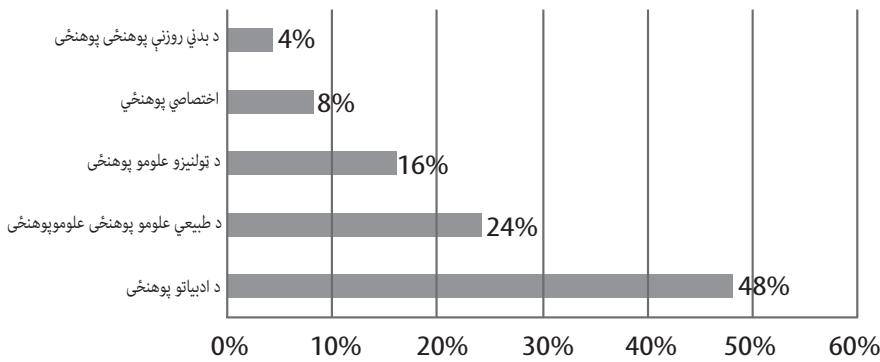
د یادونې ور ۵۵ چې په ۳-۱ بنه کې د هر مستطیل ساحه د ۳-۵ په جدول کې د هر تولگي د فریکونسی له تعداد سره مساوی وي. همدارنګه د پورتنې بني مجموعی ساحه د فریکونسیو له مجموعی سره مساوی وي. په عمومي توګه د یوه هیستوګرام له انځور خخه هغه مهم تکي، چې کیدای شي پرې پوه شو د هر تولگي د واقن د ساحې متناسب والي پر افقی محور باندې د همامغه تولگي د فریکونسی له ويشنې خخه ۵۵. د هیستوګرام د دې خصوصیتونو په نظر کولای شو ووینو چې، د فریکونسی محور خرگندولو. په حقیقت کې د ۲- بار چارت: د یوې فریکونسی د وېشنې د خرگندولو بله لار د بارچارت په مرسته ترسه کېږي. په دې بنه کې ۳-۱۵ بنه کې د مستطیلونو په خای عمودي کربنې رسماړي. د هرې عمودي کربنې ستنه (پایه) په افقی محور کې د تولگي په وسطي تکي باندې خای پرڅای کېږي چې، دهغې اړوندي فریکونسی لوړوالی (ارتفاع) بشي.

زمور د مطالعې ور بېلګه بارچارت، په ۳-۲ بنه کې خرگنده شوې ۵۵. باید یادونه وکړو چې، بارچارت زیاتره د غیر متمادي اعدادو د ګرافیکي خرگندولو په اړه په کار اچول کېږي.

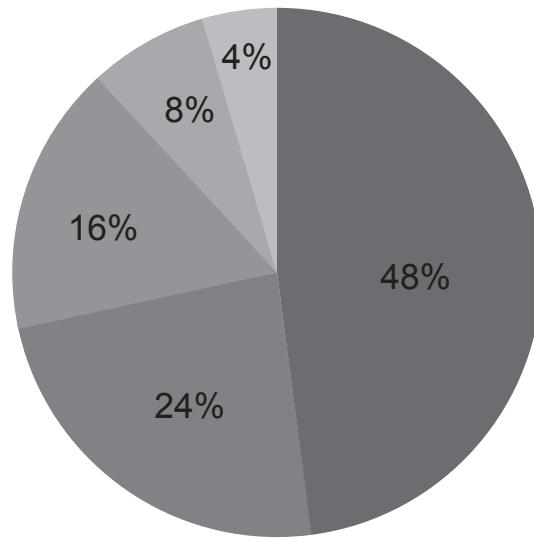


(۳-۲) بنه په ۱۳۸۵ کال کې ۱۴۲ د کورنیو کلنی وسطي عايد بارچارت

-۳- بارګراف BAR GRAPH: بارګراف له احصائيوي گرافونو خخه یو گراف دی چې، د فيضدي په اساس له مجموع خخه انټوريوري. د بېلګې په ډول که چېږي د کابل د شبونې او روزني په پوهنتون کې د ادبیاتو پوهنځي د محصلينو شمېر 48%， د طبیعي علومو د پوهنځي د محصلينو شمېر 24% او د تولیزو علومو د پوهنځي د محصلينو شمېر 16%， د اختصاصي پوهنځي د محصلينو شمېر 8% او د بدني روزني د پوهنځي د محصلينو شمېر 4% وي، دا معلومات له بارګراف خخه په استفادې په لاندې شان خرګندو.



۴- پای گراف هم د فیصدی په اساس له غونډ (مجموع) خخه انځورېږي، چې یوه بشپړه دایره نظر ورکړل شوو فیصدیو ته په پام کې نیول کېږي او پای گراف نظر هماغې وېشل شوې فیصدی ته د دایريې پر سر انځورېږي. په دې روش کې د یو درست (ګل) تشکيل کوونکي اجزاوو فیصدی د دایريې د وړانګې (شعاع) په مرسته چې، مرکزی زاویه یې د جزو له فیصدیو سره متناسبه وي. په دې منظور د پای گراف ورکړل شوې فیصدی په پام کې نیسو.



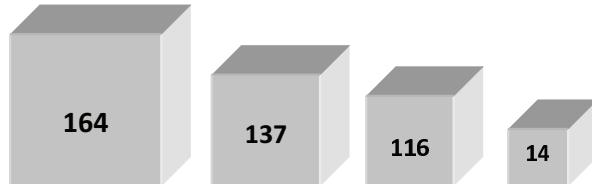
- د ادبیاتو پوهنځۍ 48%
- د طبیعی علومو پوهنځۍ 24%
- د تولنيزو علومو پوهنځۍ 16%
- د اختصاصي علومو پوهنځۍ 8%
- د بدني روزني پوهنځۍ 4%

۵- خط ماتي (شکسته) گراف: خط ماتي گراف د متحولینو ترمنځ د اړیکو د خړکندولو لپاره په کار اچول کېږي. په دې صورت کې دا اړیکه د متحولینو د قیمتونو د مرتبو جوړو په ذريعه د ټکو په بنه د وضعیه کمیاتو د سیستم پر مخښو دل

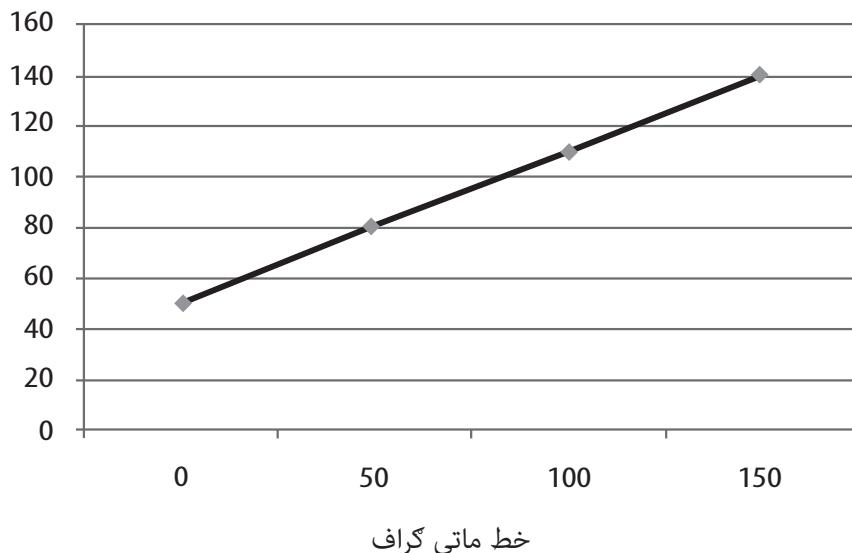
کېرى او وروسته لاسته راغلى تكى د توتە كىشۇ پە مىستە لە يو بل سره نىپلۇو چې د گراف بىنە پە لاس راھى او هغە گراف چې پە دې ترتىب لاسته راھى د خط ماتى گراف پە نوم يادىپرى.

خط ماتى گراف معمولاً هغە وخت د استفادى ور گرخى چې، د يو متحول بىلۇنونە پە زمانى وقفو كې تر مطالعى لاندى نى يول كېرى. لكە د زىرە گراف او داسې نور.

٦- تصویرىي يا سمبولىك گراف **Picto Graph**: پە تصویرىي گراف كې ارقام د سمبولىك كۈچنىو تصویرىونو پە مىستە بىسۇل كېرى. د هر تصویر او سمبول كچە پە رقم پورى اىروندىپرى. لكە د ١٦ د تنو، ١١٦، ١٣٧، ١٦٤ تنو ارقام كولاي شو د مكعباتو پە بىنە نظر كۈچنىو او لويو ارقامو تە پە لاندى توگە ونسىو.



سمبولىك گراف



نسبی او متراکمی (مجموعی) فریکونسی گانې

نسبی فریکونسی: د یوه تولگی نسبی فریکونسی د هماگه تولگی د فریکونسی نسبت د تولو تولگیو د فریکونسی له مجموع خخه عبارت دی او معمولاً په فیصدی خرگندیري، مثلاً د لومړي تولگی نسبی فریکونسی په لاندې معلوماتو کې عبارت ده له:
د صعودي (زياتپدونکې) متراکمی فریکونسی جدول

X	F	متراکمه فریکونسی زیاتپدونکې
34-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
مجموع	$\sum F = 81$	

$$\frac{10}{81} \cdot 100 = 12.34\%$$

متراکمه (مجموعی) فریکونسی: د متراکمو يا مجموعی فریکونسی گانو وېشنه کولای شو په دوو لارو و بشيو، یعنې د صعودي (زياتپدونکو) متراکمې فریکونسی وېشنه او د تیتپدونکې (متناقصې) متراکمې فریکونسی وېشنه.

الف- صعودي (زياتپدونکې) متراکمه فریکونسی: په دې فریکونسی کې له لومړنۍ فریکونسی یا د تولگی له کوچنې فریکونسی خخه پیل شوې. په ترتیب سره د هر تولگی له فریکونسی سره جمع او د اړوند تولگی په وړاندې خای پرخای شوي دي، مثلاً د لومړي تولگی متراکمه فریکونسی په پورته مثال کې 10 دویم تولگی 25، درېپم تولگی 37، خلورم تولگی 54 او په همدي ترتیب تر اووم تولگی 66، 71 او 81 دي او یا اووم تولگی له لومړي خخه تر اومه پوري د تولو فریکونسی گانو مجموع 55.

ب- تیتپدونکې (متناقصه) متراکمه فریکونسی: د متناقصو متراکمو فریکونسی گانو په ترتیبولو کې یا د فریکونسی گانو مجموع د لومړي تولگی په وړاندې خای په خای شوي دي او په ترتیب سره د هر تولگی فریکونسی د پاتې شوو له مجموع خخه

تفریق او د اړوند ټولکي په وړاندې لیکل شوي دي. مثلاً: د لومړي ټولکي تیتبدونکې متراکمه فریکونسی 81 یعنې د فریکونسی ګانو مجموع او د فریکونسی ګانو له مجموع خڅه وروسته، د لومړي ټولکي فریکونسی منفي د دویم ټولکي د متراکمې مجموع په فریکونسی کې لیکل کېږي او په همدې ډول تر اووم ټولکي پورې دوام پیدا کوي.
د متناقصې (تیتبدونکې) متراکمې فریکونسی جدول

X	F	زیتابدونکې متراکمه فریکونسی
34-45	10	81
45-55	15	71
55-65	12	56
65-75	17	44
75-85	12	27
85-95	5	15
95-105	10	10

د درېم خپرکي د مطالبو لنډیز:

- د پښېدو (وقوع) بیا وېشنه (د فریکونسی وېشنه): که چېړي اعداد نظر د هغوى کچې او کمیت ته ترتیب او توضیح شي دغه عملیه د پښېدو بیا وېشني یا د فریکونسی وېشني په نوم یادوي.
- د اعدادو راتبولونه: د فریکونسی په وېشنه کې د لومړنیو اعدادو توحید او انسجام معمولاً په مستقیم او غیر مستقیم ډول په اتفاقی او خپور (پراگنده) توګه تر سره کېږي. اعداد له راتبولونې وروسته ترتیب، توحید او خلاصه کېږي تر خو تحلیل او نتیجه ګیری آسانه شي.
- د اعدادو تصنیف: که چېړي اعداد لپه یا د نمونی کچه کوچنۍ وي د اعدادو ترتیب نسبتاً آسانه دي، که چېړي اعداد زیات او نمونه نسبتاً لویه وي د اعدادو ترتیب په جدول کې آسانه کار نه دي، زیات وخت غواړي او محدوده ګتېه ورڅه اخستل کېږي.
نو څکه اعداد په هغه بنه چې ترتیب، تصنیف او خرګندیړی د بیا پښېدو جدول (د فریکونسی جدول) په نوم یادېږي.

د فریکونسی جدول تخنیکي اصطلاحات او مفاهیم

ټولکي: په احصائیه کې هر ټاکل شوی واتن د دوو عددو په وسیله لکه 66.49-66.00 د ټولکي په نوم یادېږي.

د تولگي حد او حدود: هغه دوه عدد چې يو تولگي رانځاري، د تولگي حد او حدود يادېږي. کوچني عدد د بسکتنۍ حد او لوی عدد د پورتنۍ حد په نوم يادېږي.

د تولگي سر حد: د بحث وړ تولگي د بسکتنۍ حد اوسط او د مخکنۍ تولگي پورتنۍ حد، د بسکتنۍ سرحد په نوم، او د نظر وړ تولگي پورتنۍ حد او د وروستونۍ تولگي بسکتنۍ حد د پورتنۍ سرحد په نوم يادېږي.

د تولگي واقن: د هماغه تولگي د بسکتنۍ حد او د مخکنۍ تولگي د بسکتنۍ حد توپير د تولگي واتن دي.

د تولگي پراخ والي: د تولگي پراخوالی د هماغه تولگي د پورتنۍ سرحد او بسکتنۍ سرحد ترمنځ توپير دي.

د تولگي فريكونسي: د هغو پېښو او کتنو (واقعاتو او مشاهداتو) له تعداد (تکرار) خخه عبارت دي چې په هماغه تولگي پوري اړونديږي.

د تولگي وسط: د یوه تولگي منځني برخه د هماغه تولگي د حدودو له اوسط خخه عبارت دي.

د فريكونسي د پېشني ګرافيکي خرګندونه: کولای شو دھينو ګرافونو لکه: هيسټوګرام، باراګراف، پاي ګراف، خط ماتي او تصویري ګراف يا سمبوليک ګراف په وسیله خرګند کړو.

د دريم خپرکي پونتنې

- ۱- د فريكونسي د پېشني مفهوم په لنده توګه توضيح کړئ؟
 ۲- په هغه کې لاندي ورکړل شوي معلومات

66.00-66.49
66.50-66.99
67.00-67.49
67.50-67.99

- الف- د تولگي حد او حدود وټاکئ؟
 ب- د تولگي بسکتنۍ او پورتنۍ سرحد وټاکئ؟
 ج- تولگي تشخيص کړئ؟
 د- د تولگي پراخ والي وټاکئ؟
 ه- د تولگي او سط تشخيص کړئ؟
 ۳- د یوې کورنې کلنی لګښتونه ورکړل شوي دي، دا لګښتونه د بارگراف او پاي ګراف د احصائيوي ګراف په بنه خرګند کړئ؟
 ۴- د تولگي واتن خه شي دي؟

خلورم خپرکی

مرکزی (اوست) میلان مقیاس

تولیزه موخه:

د اوستونو په مفهوم پوهېدل او د هغوي د خانګو بنې.

د زده کړي موخي: د دې خپرکي په پای کې باید محصلین د حساب د خانګي د اوستونو مفهوم تعريف او توضیح کړای شي.

- ۱- حسابي اوست
- ۲- هندسي اوست
- ۳- هارمونيکي اوست
- ۴- مربعي اوست
- مود (د فريكونسي زياتوالی) د هغو اوستونو په مفهوم پوهېدل چې، وسطي موقعیت لري.
- ميديان (د فريكونسي اوست)
- د کاريټيلونو، سانيلونو او دسيلونو په سنجش او مفهوم پوهېدل

اوستونه: یو شمېر احصائيوي مقیاسونه شتون لري چې، د اوستونو په توګه په کار اچول کېږي. اوستونه د هغوي د رياضي اړخونو له پلوه په دوہ گروپونو باندي وېشل کېږي. هڅه شمېرې چې د حساب د سنجش له نظره د عدد د اوست په توګه راوځي او دویم گروپ چې منځنی موقعیت لري.

لومړۍ گروپ: په لومړني گروپ کې حسابي اوست، هندسي اوست، مربعي اوست او هارمونيکي اوست شامل دي.

دویم گروپ: میدیان (د فریکونسی وسط) مود (د فریکونسی زیاتوالی) او داسې نور رانغاري. باید ووایو چې په زیاتره ئایونو کې یواحې یو مقیاس یا تشریحی مشخصې ته اړتیا لرو، تر خو نظر هغه ته د بلې لړۍ شمېږي مطالعه کړو. دا عدد باید له هغو ټولو اعدادو خخه استازیتوب وکړي چې، د هغې په وسیله تشریح کېږي. په دې منظور نوموری عدد باید ټمایل یا میلان همدارنګه د لړۍ د شمېرو ويشنه د یوه مرکزی یا وسطي ارزښت په خواکې وښي. له دې پلوه استازی عدد د مرکزی میلان مقیاس یا معمولاً د اوسته په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت د یوې لړۍ یا سلسلې اوسته د یوه ارزښت یا یوه عدد خخه دی، چې له ټولو اعدادو خخه استازیتوب وکړي او څرنګه چې دا عدد د لړوالي له پلوه د اړوندو شمېږو د لړۍ یا سلسلې په وسط یا مرکز کې ئځای پرخای کېږي، هینې وخت د مرکزی ګذارش مقیاس په نوم هم نومول کېږي.

څرنګه چې مو وویل مرکزی ټمایل یا د مرکزی میلان مقیاس د بېلا بېلو خانکو لرونکي دی چې زیات معمولي یې عبارت دی له:

1- حسابي اوسته: د ورکړل شوو اعدادو د ټولو ارقامو حاصل جمع د هغوي پر تعداد باندي له تقسيم خخه عبارت دی. که چېږي دحسابي وسط په \bar{X} او ورکړل شوې شمېږي یا ارقام په X_1, X_2, \dots, X_n وښوول شي نو حسابي اوسته مساوی کېږي په:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

د (Σ) (زیگما) علامه (د یونانی لوی توري سیگما یا زیگما) معمولاً د مجموع یا جمع کولو په مفهوم په کار اچوول کېږي.

د بېلګې په ډول که 10 عدده ولرو او هر یو یې په x_i ($i=1,2,\dots,10$) افадه کړو او وغواړو د دغو اعدادو مجموعه پیدا کړو کولای شو ولیکو.

$$X_1 + X_2 + \dots + X_{10} = \sum_{i=1}^{10} X_i$$

بېلګه: د ارقامو حسابي اوسته 3,11,12,13,14,16,17,18 عبارت دی له:

$$\bar{X} = \frac{3+11+12+13+14+16+17+18}{8} = \frac{104}{8} = 13$$

پلګه: که او ه عدد، 2، 7، 8، 5، 13، 15، 20 و لرو د هغه حسابي او سط به عبارت وي له:

$$\bar{X} = \frac{15+2+7+8+5+13+20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

له مؤثر او سط خخه يو د استفاده کولو خصوصي حالات په هغه حالت کې دی چې، د خوستونو آمارو يا ارقامو عمومي او سط د هر سټ د او سطونو په مرسته مطلوب وي. لکه که چېږي \bar{X}_1 او سط n_1 عدد، \bar{X}_2 او سط n_2 په همدي ترتیب بالاخره \bar{X}_n او سط n_k عدد وي تردي شرایطو لاندې عمومي او سط مساوي دي له:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{X}_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

پلګه: د يوه ټولګي د 26 تنو او سطي نمرې 74.7 د همدي ټولګي د 32 تنو نورو او سطي نمرې 85.2 او د همدي ټولګي د پاتې 35 تنو او سط 71.5 د. د ټولګي او سطه نمره محاسبه کړئ.

$$\bar{X} = \frac{26(74.7) + 32(85.32) + 35(71.5)}{26 + 32 + 35} = 77.12$$

پلګه: يو هتي وال 28 کيلوگرامه چاى، يو کيلو گرام په 120000 افغانۍ، 18 کيلوگرامه چاى يو کيلوگرام په 130000 افغانۍ او 48 کيلوگرامه چاى، يو کيلو گرام په 13500 افغانۍ خرڅ کړ، د هر يو کيلو گرام چاى او سط قيمت معلوم کړئ.

$$\bar{X} = \frac{28(120000) + 18(130000) + 48(135000)}{28 + 18 + 48} = 129545.5 Af$$

الف- د او بدي يا متتمادي لري حسابي او سط (دلبندي شوي اعداد): د او بدو تصنیف شوو اعداد او سط خاي کولاي شو له لاندې دربو لارو لاسته راورو.

-a مستقييم ميتود

-b غير مستقييم ميتود يا فرضي او سط

-c د پراویز (مرحله اي) انحراف ميتود

-a په مستقييم ميتود کې د يوې او بدي لري د حسابي او سط سنجش لپاره کولاي شو له لاندې فورمول خخه ګته واخلو.

$$X = \frac{\sum fn}{\sum f}$$

چې په هغه کې X اوست، m د تولگي وسطي تکي، f د تولگيو اړونده فريکونسي بنيي.
پلګه: د سلو تعاويي مغازو د خرڅلار د اندازې په اړه لاندي معلومات په لاس کې شته، د
خرڅلار وسطي اندازه یا کچه معلومه کړئ.
د خرڅلار اندازه (زر افغانۍ)

X	f	M	Fm	$X = \frac{\sum fn}{\sum f}$
5-15	10	10	100	$X = \frac{3200}{100}$
15-25	20	20	400	زرافخانۍ $X=32$
25-35	30	30	900	
35-45	25	40	1000	
45-55	10	50	500	
55-65	5	60	300	
				$\sum fm = 3200$

b- د فرضي اوسته په طريقه: له لاندي فورمول خخه ګته اخيستل کيږي.

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

چې په هغه کې A فرضي اوسته او $\sum d$ مساوي دي له $d=m-A$ سره.
پلګه: پورتنۍ تمرین په پام کې نيسو، د وسطي خرڅلار اندازه د دې ميتوود په مرسته پيدا کړئ.

فرض کړئ چې A یا فرضی اوست مساوی له 30 سره وي.

X	F	M	d=m-A	Fd
5-15	10	10	10-30=-20	-200
15-25	20	20	20-30=-10	-200
25-35	30	30	30-30=0	0
35-45	25	40	40-30=10	250
45-55	10	50	50-30=20	200
55-65	5	60	60-30=30	150
$\sum f = 100$		$\sum fd = 200$		

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \Rightarrow X = 30 + \frac{200}{100} = 32$$

زره

C- د مرحله یې انحراف میتود: په دې روش کې د سنجشونو د آسانۍ لپاره د ټولګیو گډ واتن سنجول کېږي او د هغه نتیجه په گډ واتن کې ضربېږي چې، فورمول یې په لاندې ډول دې.

$$X = A + \frac{\sum fd}{\sum f} \cdot C$$

چې په هغه کې $d=m-A$ او C د ټولګیو گډ واتن بشی فرض کوو چې، A د فرض اوست مساوی له 40 سره وي.

د مخکینې بېلکې ارقام په پام کې ونيسي. د وسطي خرڅلوا اندازه د پورتني فورمول په مرسته سنجش کړئ. د خرڅلوا اندازه (په زر افغانی).

X	F	M	m-A=d	$d \frac{f}{C}$	Fd $\frac{f}{C}$
5-15	10	10	-30	-3	-30
15-25	20	20	-20	-2	-40
25-35	30	30	-10	-1	-30
35-45	25	40	0	0	0
45-55	10	50	10	1	10
55-65	5	60	20	2	10
$\sum f = 100$			$\sum fd' = -80$		

$$A=40$$

$$C=10$$

$$X = A + \frac{\sum fd'}{\sum f} \cdot C$$

$$X = 40 + \frac{-80}{100} \cdot 10 = 40 - 8 = 32$$

۱- هندسي اوسط: هندسي اوسط د m له جذر د n له حاصل ضرب، له کتني او يا ارزښتونو خخه عبارت دي. که په يوه لپري کې دوه عدده شتون ولري، د هغه مربيع جذر او که درې شمېرو لرونکي وي، مکعب جذر او په همدي ترتیب د لپري د ارقامو له تعداد سره سه د هغه جذر اخيستل کيږي. په سمبلوک دول هندسي اوسط د لاندي فورمول په مرسته لاسته رائخي:

$$GM = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots \cdot X_n}$$

چې په هغه کې $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ او داسي نور د لپري بېلا بېل اقلام نبيي. که چېړي د لپري اقلام درې يا له دريو خخه زيات وي د ارزښتونو ضرب کول او د هغه د جذر لاسته راوړل

د یواځي (منفردو) کتنو هندسي اوسط سنجش: د یواځي (انفرادي) کتنو د هندسي اوسط سنجش لپاره له لاندي فورمول خخه ګټه اخيستل کيږي.

$$GM = \frac{\sum \log x}{N}$$

پېلګه: د لاندي کتنو هندسي اوسط پیدا کړئ.

$$N=5 \quad GM = \frac{11.31}{5} = 2.26$$

X	Log X
125	2.09
275	2.43
300	2.47
185	2.26
115	2.06

$$\sum \log x = 11.31$$

پلګه: د 45 او 90 او 180 اعدادو هندسي اوسط او حسابي اوسط پيدا کړئ.

$$\text{حل: } GM = \sqrt[3]{45 \cdot 90 \cdot 180} = \sqrt[3]{729000} = 90 \text{ هندسي اوسط}$$

$$Am = \frac{45 + 90 + 180}{3} = 105 \text{ حسابي اوسط}$$

پلګه: د درې شمېرو 2، 4 او 8 هندسي او حسابي اوسط عبارت دی له:

$$G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \dots X_n}$$

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = 64 = 4$$

$$\bar{X} = \frac{2 + 4 + 8}{3} = \frac{16}{3} = 4.7$$

په عمومي توګه د مثبتو اعدادو د هرې لړۍ یا سلسلې حسابي اوسط د هغه له هندسي اوسط خخه لوی وي. یا دا چې د لړۍ تول اعداد له یوبل سره مساوي وي او که چېږي د لړۍ اعداد تول یو شان برابري وي. د نومورې لړۍ حسابي اوسط او هندسي اوسط هم له یو بل سره مساوي وي. او که چېږي پورتني فورمول د لوګاریتم په بنه افاده کړو د هندسي اوسط سنجش په مراتبو آسانه کېږي یعنې:

$$G = (X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\log G = \frac{1}{n} \log(X_1 \cdot X_2 \dots \cdot X_n) = \frac{1}{n} (\log x_1 + \log x_2 + \dots + \log x_n)$$

$$G = \frac{\sum \log x}{n}$$

پلګه: د 3، 5، 6، 7، 10 او 12 هندسي اوسط پيدا کړئ.

حل:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2) \dots (X_n)} \quad G = (X_1)(X_2)(X_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\log G = \frac{\sum \log x}{n}$$

$$G = \sqrt[7]{(3)(5)(6)(6)(7)(10)(12)} = \sqrt[7]{453600}$$

$$\text{Log } G = \frac{1}{7} \log 453600$$

$$G=6.43$$

او يا کولاي شو وليکو:

$$\begin{aligned}\text{Log } G &= \frac{1}{7} (\log 3 + \log 5 + \log 6 + \log 7 + \log 10 + \log 12) \\ G &= 6.43\end{aligned}$$

b: د لندي (غير متمادي) لري هندسي اوسط سنجش: د لندي (غير متمادي) لري د هندسي اوسط سنجش د لاندي فورمول په مرسته ترسره کېږي:

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

پلګه: په يوه احصائيوي تحقیق يا خپرنه کې په ۹۳ کورنيو کې کلنی عايد په لاندي ډول لاسته راغلی دي.

X	F	LogX	flogX
10000	1	4	4
800	50	2.9	145
400	25	2.6	65
7500	2	3.87	7.74
1000	3	3	9
1500	4	3.17	12.68
1200	3	3.07	9.21
600	5	2.77	31.85
$\sum f = 93$		$\sum f \log X = 266$	

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f} = \frac{266}{93} = 2.9$$

د اوردي (متمامدي) لري هندسي اوست سنجش: د اوردي (مت تمامي) لري د هندسي اوست د سنجش لپاره له لاندي فورمول خخه گته اخيستل کيري:

$$GM = \frac{\sum f \log m}{\sum f}$$

په دي ئاي کي m د ټولگيو وسطي تکي د.

بېلگه: د 50 تنو ماحصلينو د يوه ځانګري مضمون د نورو په برخه کي لاندينې معلومات ورکړل شوي دي، وسطي نمره د هندسي له اوست خخه په استفادې پيدا کړئ.

نمرې	د ماحصلينو شمېر	M	Log m	F Log m
X	F			
0-10	8	5	0.69	5.52
10-20	12	15	1.17	14.04
20-30	20	25	1.39	27.8
30-40	6	35	1.54	9.24
40-50	4	45	1.65	6.6
$\sum f = 50$				$\sum f \log m = 63.53$

$$GM = \frac{\sum f \log m}{\sum f} = \frac{63.53}{50} = 1.27$$

د هندسي اوست د استعمال خاص موارد: هندسي اوست د خرڅلارو، تولیداتو، نفوسو، او د اقتصادي او تجاري نورو وسیلو د زیاتوالی د وسطي فیصدی د پيدا کولو لپاره د استفادې ور ګرځي. د بېلگې په ډول که فرض کړو چې له 1359 کال خخه تر 1367 کال پوري قيمتونه په ترتیب سره 5%، 10% او 15% د قیمت کلنی وسطي زیاتوالی 11% د حسابي اوسته په مرسته وي البته دا دقیقه نه ده بلکې 15.9% د هندسي اوسته په مرسته لاسته راغلي.
۲- هندسي اوست د شاخصونو د منځ ته راتلو لپاره ډيرښه اوسته د.

۳- په هغه مواردو کې چې کوچني اقلام د ستر ډپر دروندوالی لرونکي او لوی اقلام د کوچني
لې دروندوالی لرونکي وي ډپر مناسب اوسته، هندسي اوسته دی.

هارمونيکي اوسط: هارمونيکي اوسط یو ډول اوسط دی چې د استعمال محدود موارد
لري او زياتره وخت په خاصو خايونو کې د احصائيوي اشتباهاټو د مخنيوي لپاره ورڅه
ګتهه اخيستل کيردي. له دې اوسط خڅه معمولاً په وړئ او یا په ساعت کې د تولید شوو
محصولاتو د قيمتونو د لړۍ په تحليل کې ګتهه اخيستل کيردي. د هارمونيک اوسط د یواځې
(منفرد) ګتنو حسابي اوسط د معکوس په توګه محاسبه کيردي.
په دې ترتیب د هارمونيک اعدادو د یوې لړۍ، هارمونيک اوسط عبارت دي له:

$$X = \frac{\sum X}{N} \Leftrightarrow Hm = \frac{N}{\sum \frac{1}{Xn}}$$

$$H = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}^n$$

$$H = \frac{1}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{N}{\sum \frac{1}{X}}^n$$

د بېلګي په ډول د دربو اعدادو 2 او 4 او 8 هارمونيک اوسط پيدا کړئ.

$$H = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{3} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{3}{7}} = \frac{3 \times 8}{7} = \frac{24}{7} = 3.43$$

پېلګه: یوه موټر 100 کيلومتره واتن له 20 کيلومتره سرعت سره، 100 کيلومتره له 25
کيلومتره سرعت سره او 100 کيلومتره له 50 کيلومتره سرعت سره په یوه ساعت کې وھلي
دي، د هغه متوسط سرعت محاسبه کړئ.

حل: موقر 300 کیلومتره واتن په بپلا بپلو سرعتونو سره وهلي دي، چې اړوند وختونه عبارت
دي له:

$$t_1 = \frac{100}{20} = 5h$$

$$t_2 = \frac{100}{25} = 4h$$

$$t_3 = \frac{100}{50} = 2h$$

او متوسط سرعت عبارت دي له:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{100 + 100 + 100}{5 + 4 + 2} = \frac{300}{t_1 + t_2 + t_3} \\ &= \frac{300}{\frac{100}{20} + \frac{100}{25} + \frac{100}{50}} = \frac{3}{\frac{1}{20} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} \\ &= \frac{3}{\frac{5+4+3}{100}} = \frac{3}{\frac{11}{100}} = \frac{300}{11} = 27.2\end{aligned}$$

له هارمونيک اوسيط خخه معمولاً د وسطي سرعت د پيدا کولو لپاره چې، عين واتن په
بپلا بپلو سرعتونو سره وهلي استفاده کېږي.
د یواحې (منفرد) کتنو د هارمونيک اوسيط سنجش: د هارمونيک یواحې (منفرد)
اوسيطونو په یوه لپري کې له لاندې فورمول خخه په استفاده سنجش کېږي چې، په خخه
کې، X_1 او X_2 او X_3 X_n د متحولونو بپلا بپل اقلام وي او N د کتنو يا مشاهداتو
تعداد نبېي.

$$H_m = \frac{N}{\sum \frac{1}{XN}}$$

پلګه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسط پیدا کړئ.

X	$\frac{1}{X}$	N=5
2	$\frac{1}{2}$	
4	$\frac{1}{4}$	$HM = \frac{N}{\sum \frac{1}{X_m}}$
8	$\frac{1}{8}$	
5	$\frac{1}{5}$	$HM = \frac{5}{47} = 4.25$
10	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{40}$
<hr/>		
	$\sum \frac{1}{X} = \frac{47}{40}$	

د لنډي (غیر متمادي) لري هارمونيک اوسط سنجش: په لنډي (غیرمتمادي) لري کې د

هارمونيک اوسط د $HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$ فورمول په مرسته په لاس رائخي.

پلګه: د 120 تنو محصلينو نړۍ په لاندې چول ورکړل شوي دي د هڅه هارمونيک اوسط پیدا کړئ.

F	$\frac{f}{X}$	$\frac{f}{X}$	N=120
20	$\frac{20}{10}$	2	
30	$\frac{30}{20}$	1.5	
50	$\frac{50}{25}$	2	$HM = \frac{\sum f}{\sum fx}$
15	$\frac{15}{40}$	0.37	
5	$\frac{5}{50}$	0.1	$HM = \frac{120}{5.97} = 20.10$
$\sum f = 120$	$\sum \frac{f}{x}$	$\sum \frac{f}{x} = 5.97$	

د اوبردي (متمامدي) لري هارمونيك اوسط سنجش: د اوبردي لري د هارمونيك اوسط سنجش لاره لکه د لندي (غيرمتمامدي) لري په شان ۵۵. یواخيني توپير يې دا دي چې، په X کې د تولگيو وسطي تکي يعني m د استفاده ور گرخي او د هغه فورمول په لاندي دول دي.

$$HM = \frac{\sum F}{\sum \frac{f}{m}}$$

پلګه: د لاندي معلوماتو هارمونيك اوسط پيدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$	$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$
10-20	4	15	$\frac{4}{15} = 0.26$	
20-30	6	25	$\frac{6}{25} = 0.24$	
30-40	10	35	$\frac{10}{35} = 0.28$	
40-50	7	45	$\frac{7}{45} = 0.15$	$HM = \frac{30}{0.98}$

$$50-60 \quad \frac{3}{\sum = 30} \quad 55 \quad \frac{\frac{3}{55} = 0.05}{\sum \frac{f}{m} = 0.98} \quad HM = 30.6$$

پلګه: د لاندې کتنو (مشاهداتو) هارمونیک اوسته پیدا کړئ.

X	F	M	$\frac{f}{m}$
25-35	10	30	$\frac{10}{30}$
35-45	5	40	$\frac{5}{40}$
45-55	15	50	$\frac{15}{50}$
55-65	20	60	$\frac{20}{60}$
65-75	25	70	$\frac{25}{70}$
$\Sigma f = 75$		$\Sigma \frac{f}{m} = 1.448$	

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}} \Rightarrow \frac{75}{1.448} = 5.79$$

مربعي برخه (بخش): د مربعاتو د حسابي اوسته مربع جذر ته د هغوي د خو عددونو
مربعي اوسته ويل کېږي. په بل عبارت د X_n, X_3, X_2, X_1 اعدادو مربعي اوسته عبارت
دي له:

$$QM = \overline{X^2} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n}}$$

پلګه: د اعدادو مربعي اوسته پیدا کړئ.

$$X^2 = \sqrt{\frac{(1)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (5)^2 + (7)^2}{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20} = 4.4$$

مور کولای شو مربعی اوسط هم په بېلو خانگو کې تر بحث او خېرىنى لاندې ونيسو.
- a د يواخې (منفردې) لېرى مربعی اوسط يعنې:

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

بېلگە: د لاندې يواخې (منفردو) اعدادو مربعی اوسط لاسته راوريئ.

X	X^2
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
$\sum X^2 = 90$	

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{90}{5}} = \sqrt{18} = 4.2$$

- b د لنډي (غیرمتمامدي) لېرى مربعی اوسط: د لاندې فورمول په مرسته لاسته راخې.

$$X^{-2} = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{\sum f}}$$

بېلگە: د 20 تنو مھصلينو نھري په لاندې دوول ورکړل شوي دي د هغوي مربعی اوسط لاسته راوريئ.

X	f	X^2	FX^2
5	6	25	150
10	5	100	500
15	4	225	900
20	3	400	1200
25	2	625	1250
$\sum f=20$		$\sum fX^2$	$\overline{X}^2 = \sqrt{\frac{4000}{20}} = \sqrt{200} = 14.14$

- b په يوه اوبرده (متمامدي) لېرى کې مربعی اوسط: په يوه اوبرده (متمامدي) لېرى کې مربعی اوسط د لاندې فورمول په مرسته لاسته راخې.

$$X^2 = \sqrt{\frac{\sum fm^2}{\sum f}}$$

بېلگە: د مخکىن، بېلگى ارقام پە نظر كې ولرئ پە لاندى اوبردى (متمامدی) لرى كې د هخه مربعى اوسط پىدا كىرى.

X	f	m^2	Fm^2
5-15	6	10=100	600
15-25	5	20=400	2000
25-35	4	30=900	3600
35-45	3	40=1600	4800
45-55	2	50=2500	5000
$\sum f=20$		$\sum fm^2=16000$	

$$X^2 = \sqrt{\frac{\sum fm}{\sum f}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1600}{20}} = \sqrt{800} = 28.28$$

مېديان (د فريكونسي وسط)

تر او سە پوري چې كوم اوسطونه مور مطالعه كۈل ھغە سنجىش شوي اوسطونه دى چې، د يوپى نمونى نظر تولو اعدادو يا كتنو (مشاهداتو) تە د مشخصو فورمولونو پە لرى كې محاسبە كىرىي. پە خلاف د دې پە خىنۇ مواردو كې د وېشل شوو اوسطونو پە ئاي د اعدادو يا كتنو (مشاهداتو) وسطي موقفوتو تە لكە مېديان (د فريكونسي وسط) يا مود (د فريكونسي زياتوالى يا كىترت) چې وروستە به مطالعه شى ارتىيا پىدا كىرىي.

د يوپى لرى اعدادو مېديان چې د هغۇي د كميت پە نظر ترتىب شوي، نومورىپى لرى له وسطي (منھنى) عدد خخە عبارت دى، پە بل عبارت مېديان د ھغە عدد لە ازىزىت خخە عبارت دى چې، اروننە لرى پە دوو بىرخو داسې ويشى چې، لې تر لېرە د لرى پىخۇس فيىصىدە اجزاء لېر يا مساوى پە ھغە يالې تر لېرە پىخۇس فيىصىدە د لرى اجزاء مساوى يالە ھغە خخە لوى وي.

د يوپى آمار منخ (وسط) يا چىلىنى (صنف بندى) شوي اعداد د اندازى (صعودىي يانزولى) پە ترتىب پە لاندى بىنه پە لاس راخي.

1- كە چېرى د آمار يارقاڭو اندازە تاق وي پە دې صورت كې د هغۇي منخ (ميانە) لە ھخە منھنى رقم ياخىد خخە عبارت دى چې، د ھغە دوايرو خواوو تە پە مساوى بىنه ارقام ئاي پە ئاي كىرىي. مثلاً د اعدادو منخ (ميانە) پە نزولى بىنه 12، 13، 14، 15، 16، 17، 18، 19 او 20 خخە عبارت دى. د 16 عدد يعنى پىخۇم عدد منھنى (ميانە) دى.

او یا که ۵ تنو عاید په ترتیب سره ۲۵۰۰، ۲۸۰۰، ۳۲۰۰، ۳۴۰۰ او ۴۰۰۰ افغانی وي. د میدیان عاید عبارت له ۳۲۰۰ افغانی خخه دي.

دا باید خرگند کړو چې، د میدیان تثبت بايد له ټولو نه مخکې اعداد ترتیب کړي.
پلګه: د لاندې اعدادو میدیان پیدا کړئ.

6، 8 او 10، 3، 5، 4، 8، 4، 8، 4، 5، 3

پورتني اعداد له ترتیب خخه وروسته په لاندې ډول دي.
10، 8 او 3، 6، 5، 4، 8، 8، 4، 3

د دې اعدادو میدیان له 6 خخه عبارت دي.

که چېږي د یوې لړۍ د اجزاءو تعداد جفت وي، د هغه میدیان د هغو دوو عددونو له
وسط خخه عبارت دی چې، د اړوندي لړۍ په وسط کې واقع شوې ۵۵.
پلګه: د لاندې اعدادو د لړۍ میدیان پیدا کړئ.

11، 9 او 5، 18، 12، 7، 15، 5

له ترتیب خخه وروسته لرو:

5، 7، 9، 11، 12، 15 او 18

په دې پلګه کې تعداد د ۸ اجزاءو دی او د هغوی په وسط کې یو واحد عدد شتون نه
لري بلکې دوه عدد ۵ او ۱۱ ځای پرخای شوي. په دې حالت کې د میدیان ارزښت د هغو
دوه عددونو له اوسط خخه عبارت دی چې، د لړۍ په وسط کې واقع شوې دي.

$$\text{Med} = \frac{9+11}{2} = 10$$

پلګه: د لاندې لړۍ میدیان پیدا کړئ.

4300، 4000، 3400، 3200، 2800، 2500

د دې لړۍ میدیان عبارت دی له:

$$\text{Med} = (3200 + 3400) \div 2 = 3300$$

د یواخې (منفردو) کتنو د میدیان سنجش

په لومړي سر کې به ورکړل شوې کتنې يا اعداد ترتیب کړو. په یوه ګروپ کې د اعدادو
شمېر د (۱) له عدد سره جمع او د هغوی حاصل جمع په (۲) وېشل کېږي د شمېرې خارج
قسمت نبېي چې، په هغه پوري اړوند ارزښت د میدیان له ارزښت خخه عبارت دي.

مثلاً که د یوې کتنې (مشاهدې) د اعدادو شمېر 15 وي ۵ (۱) عدد له ۱۵ عدد سره جمع کېږي او پر ۲ وېشل کېږي او خارج قسمت یعنې ۸ شمېرې نېيې چې، د هغه اړوند ارزښت له میدیان خخه عبارت دي.

د لوی گروپ د گروپونو د سنجش لپاره له همدغه روشنخه ګټه اخيستل کېږي. په یوه گروپ کې چې، د ۲۰۹۹ کتنو یا مشاهدو لرونکۍ وي د هغه میدیان به د ۱۰۵۰ اړوندې کتنې یا مشاهدې له ارزښت خخه عبارت وي $1050 = \frac{2099+1}{2}$ ، چې د هغه فورمول په لاندې دول دي.

$$Med \frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{2099+1}{2} = \frac{2101}{2} = 1050$$

بېلګه: که چېږي د ۷ تنو کارګرانو معاش په ورځ کې ۱۰۰ افغانۍ، ۱۵۰ افغانۍ، ۸۰ افغانۍ، ۱۶۰ افغانۍ، ۹۰ افغانۍ، ۲۰۰ افغانۍ او ۱۰۴ افغانۍ وي، د هغوي د میدیان معاش سنجش کړئ.
حل:

$N=7$

X
1- 80
2- 90
3- 100
4- 104
5- 150
6- 160
7- 200

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

4 د میدیان شمېره ۵۵.

د ۲ میدیان شمېره او د دې لري میدیان چې، په خلورمي شمېرې پوري اړونديږي له ۱۰۴ عدد خخه عبارت دي یعنې د اوو تنو د معاش میدیان له ۱۰۴ افغانیو سره برابر دي.

بېلګه: د لاندې اعدادو په لري کې د هغه میدیان پیدا کړئ.

N=10

$$\frac{N+1}{2} \Rightarrow \frac{10+1}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$$

X
1- 381
2- 391
3- 407
4- 522
5- 591
6- 672
7- 753
8- 777
9- 1490
10- 2488
11-

خرنگه چې ليدل کيږي 5.5 شمېره يعني د 5 او 6 کتنو (مشاهدو) ترمنځ موقعیت دی. نو د ميديان ارزښت د 5 او 6 شمېرو د وسطي ارزښتونو له ارزښت سره برابر دی او کولای شو هغه په لاندې بنې په لاس راوړو.

$$\frac{591+672}{2} \Rightarrow 631.5$$

څرګندېبوي چې 50% ياده شوې لږي مساوي يا له 631.5 خخه لږ ارزښت لري او پاتې 50 مساوي يا له 631.5 خخه زیات ارزښت لري.

د لنډي (غیر متمادي) لږي د ميديان سنجش: د لنډي (غیرمتمادي) لږي د سنجش لپاره لاندې ټکي په پام کې نیول کېږي.
 ۱- لومړي دی د لږي اعداد ترتیب شي.
 ۲- باید متزايده متراکمه فريکونسي پیدا کړل شي.

۳- د ارزښت دې پیدا شي.

$$\frac{\sum F+1}{2}$$

۴- د متراکمې فریکونسی په خانه (ستون) کې هغه مجموعه چې له سره $\frac{\sum F+1}{2}$ مساوی یا هغه رانځاري پیدا او د هغه اړوند متحول ارزښت دې وټاکل شي، دغه ارزښت د میدیان قیمت نبیي.

پېلګه: لاندې معلومات په لاس کې شته د هغه میدیان پیدا کړئ.
متزايده متراکمه فریکونسی د وګرو تعداد د ورځني عايد

CF	F	X
16	16	80
40	24	100
66	26	150
96	30	180
116	20	200
122	6	250
$\sum f=122$		

$$\frac{\sum f+1}{2} \Rightarrow \frac{122+1}{2} = 61.5$$

نو ليدل کېږي چې د هغې متزايدې فریکونسی 66 عدد چې مجموع $\frac{\sum f+1}{2}$ یعنې 61.5 رانځاري او 66 متحول ارزښت له 150 سره برابر دی چې همدغه 150 د 122 تنو د ورځني عايد میدیان دی.

C- د اوبدډی (متمامدی) لپویه د میدیان سنجش: د اوبدډی لپویه د میدیان سنجش لپاره له لاندې فورمول خخه ګتيه اخلو.

$$Med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - CF}{F_{med}} . I$$

په دې فورمول کې L د تولگي بشکتنی حد دی چې، ميديان په کې واقع شوي. CF د متزايدې متراكمو فريكونسي گانو مجموع مخکي د ساده فريكونسي ميديان له تولگي خخه، د ميديان تولگي او I د ميديان د تولگي گد (مشترك) واتن بشيي که چېري تولگي گد واتن لرونکي نه وي د ميديان د تولگي پراخ والي (وسعت) په کار اچول کيږي.

بېلګه: د 281 تنو مياشتني عايد په لاندي ډول ورکړل شوي دي، ميديان يې سنجش کړئ. د ميديان د ارزښت د پيدا کولو لپاره باید لاندي عملې په ترتیب سره ترسه کړو.

۱- متزايده متراكمه فريكونسي ترتیبواو.

۲- د فريكونسي گانو نيمه مجموعه يا $\frac{\sum f}{2}$ په لاس راوړو.

۳- د متزايدو متراكمو فريكونسي گانو خاني (ستون) ته مراجعه کوو او له پورته خخه مخ

بېكته متزايده متراكمه کوچني فريكونسي چې د $\frac{\sum f}{2}$ مجموع چاپپروي او يا له هخه سره مساوي ۵۵، ټاکو. دا فريكونسي زموږ د مطالعې په اړونده بېلګه کې ۱۷۴ دد.

۴- د متزايدې متراكمې فريكونسي له ټاکلوڅخه وروسته چې، $\frac{\sum f}{2}$ رانګاري د هغه اړوند تولگي يعني د ميديان تولگي تثبيتوو زموږ د پام ور په بېلګه کې دا تولگي ۱۳۰۰-۱۱۰۰ او تېيتني حد يې يعني $L=1100$ دی.

۵- له ميديان خخه د مخکي تولگي متزايدې متراكمې فريكونسي مجموع مشخصوو او زموږ د پام ور په بېلګه کې $CF=114$ دی.

۶- د ميديان د تولگي ساده فريكونسي ټاکو چې، زموږ په بېلګه کې د 60 عدد دي.

۷- د تولکيو گد واتن سنجش کوو چې، زموږ په بېلګه کې د تولکيو گد واتن له 200 سره مساوي دي.

۸- پورته په لاس راغلي معلومات په اړوند فورمول کې وضع کوو او د ميديان ارزښت پيدا کوو.

عايد	F	CF	$L=1100$
300-500	1	1	$I=200$
500-700	16	17	$CF=114$

			Famed=60
700-900	39	56	د میدیان تولگی ساده فریکونسی
700-1100	58	114	
1100-1300	60	174	$Med=L+\frac{\sum f}{Famed}.I$
1300-1500	46	220	
1500-1700	22	242	$Med=1100+\frac{281-114}{60}.200$
1700-1900	15	257	$Med=1100+\frac{26.5}{60}.200$
1900-2100	15	272	Med=1100+0.44.200
2100-2300	9	281	Med=1100+88
	281		Med=1188.3

يعني 50% کارمندان مساوي يا له 1188 خخه لبر او 50% نور کارمندان مساوي او له 1188 خخه زييات اخلي.

مود (د فريكونسي زياتوالى): مود د اعدادو په يوه لبره کي له هغه عدد يا ارزښت خخه عبارت دي چې، له بل هر عدد يا ارزښت خخه زييات خرګندېږي. په بل عبارت مود له هغه ارزښت خخه عبارت دي چې زياتره معمول وي. په ځينو لبريو کي امكان لري يو يا خو موده شتون ولري يا حتی پرته له مود خخه وي. لکه د 1 او 2، 3، 4، 5، 6، 7

په لبره کي مود د (4) عدد دي څکه چې له نورو اعدادو خخه زييات خرګند شوي دي په دې څای کي یو مود شتون لري، څکه چې د اعدادو په لبره کي:

2 او 3، 4، 5، 7، 9، 9، 10، 11، 11، 18

په پورته لبره کي دوه موده شتون لري چې له 9 او 11 خخه عبارت دي.

په لاندی لري کي:

3 او 5، 8، 10، 12، 17، 21

په پورته لري کي مود شتون نه لري خکه چې هر عدد یواخې یوخل خرگند شوي دي.
مود په تجاري مسایلو او اقتادي مسایلو کي د کتنې ور رول لري، د بېلګې په ډول د
بوټ جورونې په سرچينو يا شرکتونو کي، د ګنډلو د قالبونو په طرح او ډيزاين کي اړين دي
چې د پښو د تلي د سور (عرض)، د کوري جګوالی په مناسب ډول او د دوی په ډول نور
مناسب شاخصونه په پام کي ونيول شي. له دي نه پرته نوموري شرکت يا فابريکه د پښو د
نمرو او نورو مشخصاتو ته د نه پام له امله له نقص او تاوان سره مخامخ کېږي. له لاندې
فورمول خخه په استفادې کولای شو مود د دفعاتو په یوه وېشنې کي محاسبه کړو.

$$Mode = L + \frac{Fm - F_1}{(Fm - f_1) + (fm - f_2)} . i$$

په دي خاي کي:

L : له پور (طبقي) خخه بشكتني واقعي حد چې، په هځه کي مود خاي لري.

Fm : هځه فريكونسي چې مود په هځه کي خاي لري.

F_1 : د بشكته پور فريكونسي، هماماغه پور چې په هځه کي مود خاي لري.

F_2 : د پورتنې پور فريكونسي، هماماغه پور چې په هځه کي مود خاي لري.

i : د ټولګي توپير دي.

د مود له دي فورمول خخه په استفادې د لاندې دفعاتو وېشنې پیدا کوو.

90-99	20	$L=59.5$
80-89	25	$Fm=304$
70-79	211	$F=190$
60-69	304	$F^1=211$
50-59	190	$f^2=10$
40-49	87	$Mode=L+\frac{fm-f_1}{(fm-f_1)+(fm-f_2)} . i$
30-39	8	$Mode=59.5+\frac{304-190}{(304-190)+(304-211)}$
		$59.5+\frac{1140}{207} \Rightarrow 59.5+5.5=65$

او یا د تصنیف شوو اعدادو مود د لاندې فورمول په مرسته لاسته راقلای شي.

$$\text{Mode} = L_1 + \left(\frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2} \right) \cdot c$$

په دې ئای کې نوموري نسبې یا علايم عبارت دي له:

L_1 : د مود د تولگي سکتنۍ سرحد

Δ_1 : دمود تولگي د فريكونسي توپير د هغه د مخکني تولگي له فريكونسي سره

Δ_1 : د مود د فريكونسي توپير د هغه د وروستني تولگي له فريكونسي سره (پرته له اشارې خخه).

C: د مود د تولگي د واتن کچه

دغه فورمول د 142 کورنيو د کلنی عايد د وېشنې د فريكونسي په جدول کې تطبيق کوو.
لومړۍ باید د مود تولگي په اړونده وېشنې کې وټاکو، د مود تولگي په یوه وېشنې کې له
هغه یوه خخه عبارت دي چې، د چېږي زياتې فريكونسي لرونکې وي.
دا خرګنده د چې زموږ په بېلګه کې خلورم تولگي دی چې، د لوېې فريكونسي یعنې د
40 کورنيوار لرونکې دي.

کلنی وسطي عايد (زر افغانی)

کورنيو ار تعداد

66.00-66.49	11
66.50-66.99	15
67.00-67.49	24
67.50-67.99	40
68.00-68.49	20
68.50-68.99	14
69.00-69.49	11
69.50-69.99	7
	142

د جدول د مطالعې له مخي د مود په تولگي کې یعنې 40 د هغه سکتنۍ سرحد 67.495
زره افغانی دي. د مود د تولگي د فريكونسي توپير له متجانس تولگي سره 16 کورنيواره
دي، 16=(24-40) همدارنګه د مود د تولگي د فريكونسي توپير د هغه له وروستني تولگي

سره 20 دی. د مود د تولگي واتن کچه 0.50 زره افغانی د دی ارزښتونو تطبيق په فورمول کې په لاندې توګه خرگندېږي.

$$L_1 = 67.495$$

$$\Delta_1 = 40 - 24 = 16$$

$$\Delta_2 = 40 - 20 = 20$$

$$C = 0.50$$

$$Mod = L_1 + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C$$

$$Mod = 67.495 + \left(\frac{16}{16 + 20} \right) 0.50 = 67.72$$

د مود ارزښت دا رسوی چې په هماغه کال کې هره کورني زياته اندازه 67.72 زره افغانی، کلني عايد لرونکي 55..

د کارتيلونو، د سيلونو او پرسانتيلونو سنجش

د ميديان تر خنګه نور مقیاسونه هم شتون لري چې، یوه لړۍ په مساوي برخو ويشي چې، له هغوي خڅه یې دېر مهم کارتيلونه، دسيلونه او پرسانتيلونه دي. کارتيلونه(Q): له هغه متحول ارزښت خڅه عبارت دي چې مجموعي فريکونسي په څلورو برخو ويشي.

دسيلونه(D): له هغه متحول ارزښت خڅه عبارت دي چې مجموعي فريکونسي په لسو برخو ويشي.

پرسانتيلونه(P): له هغه متحول ارزښت خڅه عبارت دي چې مجموعي فريکونسي په 100 برخو ويشي.

په هماغه ډول چې د یوې لړۍ یو ټکي په دوو برخو ويشي، د هغې درې ټکي په څلور برخو ويشي. 9 ټکي یې په 10 برخو ويشي او د هغه 99 ټکي په 100 برخو ويشي او په پايله کې یوه لړۍ 3 کارتيله، 9 دسيله او 99 پرسانتيله لري. 1، 2، 3 او ... ارقام چې د هغوي تر خنګ ليکل کېږي هغه مشخص ارزښت چې، سنجش په هغه پوري اروندېږي سبيي يعني Q_1 لومړي کارتيل D اووم دسيل P_{80} اتيایم پرسانتيل سبيي.

د کارتيلونو، دسيلونو او پرسانتيلونو د سنجش لاره د ميديان د سنجش په شان ۵۵ چې، په لنده توګه توضيح کيږي.

د دسيلونو د سنجش لاره د کارتيلونو په خبر د ميديان له برخې سره ورته والي لري یواځې هغه توپير چې شتون لري دا دی چې، په هغه کې لړۍ په ۱۰ مساوي برخو وېشل

$\frac{2}{10}$ کيږي. که د هغوي $\frac{1}{10}$ مطالعه شي د لومړي دسيل په نوم يادېږي، که د هغوي $\frac{2}{10}$ مطالعه شي د دويم دسيل په نوم يادېږي.

د کارتيلونو سنجش: خرنګه چې ميديان یوه لړۍ په دوو مساوي برخو ويشي. کارتيل یوه برخه په خلورو مساوي برخو ويشي او له هري برخې خڅه یې موره ته معلومات راکوي. که چېږي یوه مستقيمه کربنه د خپلو معلوماتو په توګه په پام کې ولرو. کارتيلونه هغه د درې تکو په مرسته په خلورو مساوي برخو ويشي، خرنګه چې لومړي کارتيل 25% خرگندوي او د Q په توري بشودل کيږي او K د کارتيل شمېره نبيي.

دويم کارتيل 50% معلومات خرگندوي.

دریم کارتيل 75% معلومات خرگندوي.

کارتيلونه د Q په توري بشودل شوي او هغه شمېره چې د هغه په وړاندې ليکل کيږي د کارتيل شمېره نبيي. لکه Q_1 لومړي کارتيل او Q_3 دریم کارتيل نبيي.

د فورمول په اساس د هغه د وېشلو طریقه کټ مت لکه د ميديان سنجش دی.

$$Q = L + \frac{\frac{K(\sum f)}{4} - cf}{FQK} \cdot I$$

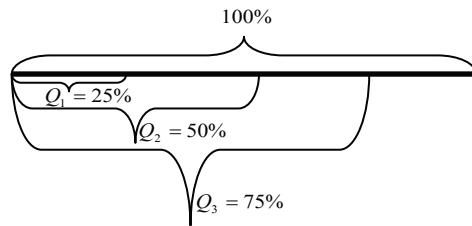
K په دي مساوي کې 1 او 2 تر 3 دي $K=1, 2, 3$

L د ټولګي بشكتنی حد چې کارتيل په هغه کې واقع شوي.

C_F د کارتيل له ټولګي خڅه د مخه د متزايدې متراكمې فريکونسي مجموعه.

FQ د کارتيل د ټولګي فريکونسي

I د کارتيل د ټولګي ګډ واتن



پلگه: د درېیم کارتيل لاندی ورکړل شوی معلومات پیدا کړي.

X	f	CF
10-20	10	10
20-30	12	22
30-40	13	35
40-50	7	42
50-60	18	60
60-70	20	80
70-80	2	82
$\sum f = 82$		

$$K=1,2,3 \quad Q=L + \frac{3(\frac{\sum f}{4}) - cf}{FQ_3}$$

$$L=60 \quad Q = \frac{3(82)}{4} - 61.5$$

$$Cf=60 \quad Q_3 = 60 + \frac{\frac{3(82)}{4} - 60}{20} \cdot 10$$

$$FQ_3=20 \quad Q_3 = 60 + \frac{61.5 - 60}{20} \cdot 10$$

$$I=10 \quad Q_3 = 60 + \frac{1.5}{20} \cdot 10 = 60.75$$

$$Q_3 = 60.75$$

پلگه: د پورته معلوماتو په پام کې نیولو سره لومړۍ کارتيل سنجش کړئ.

$$Q_1 = L + \frac{\left(\sum \frac{f}{4}\right) - cf}{FQ_1} \cdot I$$

$$Q = \frac{\sum f}{4} \Rightarrow \frac{82}{4} = 20.5$$

$$L = 20$$

$$FQ_1 = 12$$

$$I = 10$$

$$Q_1 = 20 + \frac{20.5 - 10}{12} \cdot 10 = 27.5 \Rightarrow 20 + \frac{10.5}{12} \cdot 10 \Rightarrow 20 + 0.875 \cdot 10 \Rightarrow 20 + 8.75 = 28.75$$

$$Q_1 = 28.75$$

د دیسیل سنجش: د سیلونه داسې مرکزی ارزښت دی چې یوه لږی په 10 مساوی برخو ويشي او له هرې برخې خڅه یې د معلوماتو لپاره خرګندونې کوي. فورمول یې په لاندې دول دی. د D توری د دیسیل په مفهوم دی او K د دیسیل شمېره بنېي.

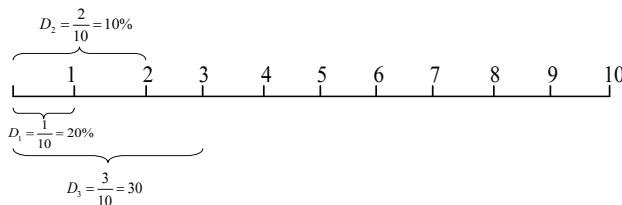
$$D_K = L + \frac{K\left(\frac{\sum f}{10}\right) - cf}{FD_k} \cdot I$$

D د دیسیلونو سنجش

K د دیسیلونو شمېري زموږ لپاره خرګندوی

55 FDK د ټولګي ساده فریکونسی

د دیسیلونو په برخه کې، D_1 لومړۍ دسیل 10% معلومات، D_2 دویم دسیل 20% معلومات او D_3 دریم دسیل 30% معلومات په همدي توګه D_9 نهم دسیل 90% معلومات خرګندوی.



پلگه: لاندی معلومات په پام کې ولرئ د هغه اووم دیسیل سنجش کړئ.

K=7

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81
$\sum f = 81$		

$$D_7 = L + \frac{7(\frac{\sum f}{10}) - cf}{FD_7} \cdot I$$

$$L = 7(\frac{81}{10}) = 56.7$$

$$D_7 = 75 + \frac{56.7 - 54}{12} \cdot 10$$

$$L = 75$$

$$D_7 = 75 + \frac{2.7}{12} \cdot 100$$

$$Cf = 54$$

$$D_7 = 77.25$$

$$FD_7 = 12$$

$$I = 10$$

پلگه: پورتني معلومات په پام کې ونیسی. 40% معلومات خو بېه لري.

K=4

$$X \quad F \quad CF \quad D_4 = L + \frac{4(\frac{\sum f}{10}) - cf}{FD_4}$$

$$35-45 \quad 10 \quad 10 \quad D = 55$$

$$45-55 \quad 15 \quad 25 \quad D_4 = 4(\frac{81}{10}) = 32.4$$

$$55-65 \quad 12 \quad 37 \quad L = 55$$

65-75	17	54	CF=25
75-85	12	66	FD ₄ =12
85-95	5	71	
95-105	10	81	D ₄ =55+ $\frac{32.4 - 25}{12} \cdot 10$
$\sum f = 81$			D ₄ =55+6.16=61.16

د پرسانټيلونو سنجش: يوه لپي په 100 مساوي برخو ويشي او د لپي له هري برخي خخه معلومات لاسته رائي د P توری د پرسانټيل په مفهوم دي او K د پرسانټيل شمېره نبیي. د هغه فورمول عبارت دي له:

$$P_k = L + \frac{k(\frac{\sum f}{100}) - CF}{FP_k}$$

پلګه: لاندي معلومات په نظرکې ولري د هغه 85 پرسانټيل پيدا کړئ.

K=85

X	F	CF
35-45	10	10
45-55	15	25
55-65	12	37
65-75	17	54
75-85	12	66
85-95	5	71
95-105	10	81

$$\sum f = 81$$

$$P_{85} = L + \frac{85(\frac{\sum f}{100}) - CF}{FP_{85}} \cdot I$$

$$P = 85 \left(\frac{81}{100} \right) = 68.85$$

$$L = 85$$

$$I = 10$$

$$FP_{85} = 5$$

$$P_{85} = 85 + \frac{68.85 - 66}{5} \cdot 10$$

$$P_{85} = 90.7$$

د خلورم خپرکي لنډيز:

د مرکزي ميلان مقیاسونه: د یوې لړۍ اوسيط له یوه ارزښت یا یوه عدد خخه عبارت دی چې له تولو اعدادو خخه استازيتوب کوي او خرنګه چې دا عدد د کميته له نظره د اړوندو اعدادو د لړۍ په مرکز یا وسط کې ظای په ظای کېږي ئینې وخت د مرکزي ميلان د مقیاسونو په نوم یادېږي.

1- حسابي اوسيط: د تولو ورکړل شويو اعدادو یا ارقامو حاصل جمع تقسيم د هغوي پر تعداد باندي له حسابي اوسيط خخه عبارت دي.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

د اوږدي (متمامدي) لړۍ حسابي اوسيط د موندلو طريقه دوي لاري لري.

$$a - \text{مستقيم ميتوود: } \bar{X} = \frac{\sum fm}{\sum m}$$

$$b - \text{فرضي اوسيط ميتوود: } \bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

$$c - \text{د مرحله يي انحراف ميتوود: } \bar{X} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$$

2- هندسي اوسط: هندسي اوسط د n ام له جذر د n له حاصل ضرب، له کتنې او يا ارزښتونو خڅه عبارت دي.

$$GM = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_n}$$

a- د یواځي (منفرد) کتنو د هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې دول دي.

$$GM = \frac{\sum \log X}{N}$$

b- د لنډي (غيرمتمامدي) لږي د هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې دول دي.

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

c- د اورد (متمامدي) هندسي اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې دول دي.

$$GM = \frac{\sum f \log X}{\sum f}$$

3- هارمونيکي اوسط: هارمونيکي اوسط يو دول اوسط دي چې د استعمال محدود موارد لري او د منفرد کتنو د حسابي اوسط معکوس په توګه معکوس شوي محاسبه کيري او فورمول يې:

$$HM = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \cdots + \frac{1}{X_n}} \quad HM = \frac{N}{\sum \frac{1}{xn}}$$

a- د یواځي (منفرد) کتنو د هارمونيک اوسط سنجش: د هغه فورمول په دې دول دي.

$$HM = \frac{N}{\sum \frac{1}{Xn}}$$

b- د لنډي (غيرمتمامدي) لږي د هارمونيک اوسط سنجش: فورمول يې په دې دول دي.

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{x}}$$

c- د اوبردي (متمامدي) لري د هارمونيك اوسيط سنجش:

$$HM = \frac{\sum f}{\sum \frac{f}{m}}$$

مربعي اوسيط: د مربعاتو د حسابي اوسيط مربع جذر ته د هغه د خو عددو مربعي اوسيط ويل كيري او يا د X_1, X_2, \dots, X_n اعدادو مربعي اوسيط عبارت دي له:

$$QM = \overline{X}^2 = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}{n}} \Rightarrow \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

a- د يواخي (منفردي) لري د مربعي اوسيط سنجش: فورمول يې په دې دول دي.

$$\overline{X}^2 = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n}}$$

b- د لندي (غير مت تمامي) لري مربعي اوسيط: فورمول يې په دې دول دي.

$$\overline{X}^2 = \sqrt{\frac{\sum f X^2}{\sum f}}$$

c- په يوي اوبردي (مت تمامي) لري کې مربعي اوسيط: فورمول يې په دې دول دي.

$$\overline{X}^2 = \sqrt{\frac{\sum f m^2}{\sum f}}$$

ميديان (د فريكونسی وسط): ميديان د هغه عدد له ارزښت خخه عبارت دي چې اړونده لري په داسي دول په دوو برخو وویشي چې، لبر تر لبره د لري، اجزاء پنځوس فيصده لبر يا له هغه سره مساوي، لبر تر لبره د دريو اجزاء پنځوس فيصده مساوي او يا له هغه خخه لور وي.

a- د یواخی (منفردو) کتنو د میدیان سنجش: فورمول يې په دې دول دي:

$$\frac{N+1}{2}$$

b- د لندي (غیرمتمامدي) لږي د میدیان سنجش: فورمول يې په دې دول دي:

$$\frac{\sum f + 1}{2}$$

c- د اوړدې (متمامدي) لږي د میدیان سنجش: فورمول يې په دې دول دي:

$$med = L + \frac{\frac{\sum f}{2} - cf}{f_{med}}$$

مود (د فریکونسی زیاتوالی): مود په یوه لږي اعدادو کې له هغه عدد يا ارزښت خخه عبارت دي چې له بل هر عدد يا ارزښت خخه زیات خرګندېږي او يا مود له هغه ارزښت خخه عبارت دي چې زیات معمول وي. مود د دفعاتو په یوه وېشه کې داسې محاسبه کېږي.

$$Mod = L + \frac{Fm - f_1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}$$

$$Mod = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) C$$

د کارتیلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت خخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسی په څلورو (4) برخو ويشي.

د دیسیلونو سنجش: له هغه متحول ارزښت خخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسی په لسو (10) برخو ويشي.

د پرسانتیلونو سنجش: د هغه متحول له ارزښت خخه عبارت دي چې مجموعي فریکونسی په سلو (100) برخو مساوی تقسیم کړي.

د خلورم خپرکي پونستني

۱- دوه تنو زده کوونکو په ورخنى آزمويته کې 3، 4، 5، 5، 6، 7، 8، 8 او 9 نمرى تراسه
کړي دي.

a. د پورتنيو نمره حسابي او سط پيدا کړي؟

b. د هغه ميديان او مود پيدا کړي؟

که پورتنۍ هره نمره 5 له عدد سره ضرب شي د نوو (جديدو) نمره حسابي او سط معلوم
کړي؟

۲- د حسابي او سط ورکړل شوي لاندي معلومات، د مستقيمو طريقو او فرضي او سط په
مرسته تقسيم کړئ که چېږي $A=70$ فرض شي؟

X	F
50	15
70	5
80	10
100	18
110	6
150	5

۳- د لاندي کتنو هندسي او سط پيدا کړئ؟

X	F
20000	15
15000	18
10000	2
25000	12
18000	17
12000	13

٤- د لاندی لرى، هارمونىك اوسط پيدا كرئ؟

X	F
25-35	10
35-45	5
45-855	15
55-65	20
65-75	25

٥- لاندی ورکل شوي معلومات په 32 پرسانتيل، اووم ديسيل، 2 کارتيل پيدا كرئ؟

X	F
10-20	10
20-30	12
30-40	13
40-50	7
50-60	18
60-70	20
70-80	2

پنځم خپرکي

د انحراف يا خورپدو (پراګندګي) مقیاسونه

تولیزه موخه:

د انحراف يا خورپدو(پراګندګي) په مفاهيمو پوهېدل

د زده کېي موخي: په دې خپرکي کې به زده کوونکي له لاندې موضوعاتو سره آشنايي پیدا کوي.

۱- انحراف يا خورپدل(پراګندګي) او د هغه په مفهوم پوهېدل.

۲- د پراختیا (وسعت) په مفهوم پوهېدل.

۳- د کارتيلونو (مربعي انحراف) په نظر د انحراف په مفهوم پوهېدل.

۴- د وسطي انحراف په مفهوم پوهېدل.

۵- د انحراف په سر ضریب کې شامل د نسبی انحراف په مفهوم پوهېدل.

انحراف يا خورپدل (پراګندګي):

په تېر خپرکي کې د اوسطونو په اړه اوږد بحث ترسره شو، په هغه ئای کې خرگنده شوه چې اوسطونه په یواختیوب سره نه شي کولای په مناسبه توګه د دفعاتو یوه وېشنه (فریکونسی) تعبیر او هغې ته بدلون ورکړي څکه چې اوسطونه د دفعاتو په مرکزي برخه کې واقع شوي وي او نه شي کولای ووایي چې نمرې نظر اوسطونو ته په خپل منځ کې په کوم ترتیب سره واقع شوي دي، د خو ډولونو اوسطونو د سنجش سربېره نه شي کولای پرته له زیاتو معلوماتو د خورپدو (پراګندګي) د خرنګوالي په اړه قضاوت وکړي. د بېلګې په ډول د شوونځی دوه ډلو زده کوونکو خپلی آزمونې تېرې کړي چې له زده کوونکو خڅه د هرې دلې د دفعاتو وېشنه په جداګانه توګه ترتیب شوي دي، خرنګه چې د دواړو ډلو زده کوونکو

د نمره حسابي اوسيط 67 د. لومري دفعاتو د وبشني لوره نمره 72 او تيته نمره يې 62 55 د دويمو دفعاتو د وبشني لوره نمره 107 او تيته نمره يې 25 55. د لومري وبشني د نمره پراختيا (وسعت) 11 او د دويمې وبشني د نمره پراختيا (وسعت) 83 د. د دي لپاره چې د دفعاتو د وبشني يو بشپر انخور مو خرگند کړي وي د مرکزي موقعیت کچې او د نمره يوې خوربندو ته اړتیا لرو.

د وسطي ارښت موندل د اعدادو د خوربندو يا اندازې له پوهېدو پرته نظر هغه ته د لړ علمي مفهوم لرونکي دي. سربېره په اوستونو بنه 55 د تحول او خوربندو درجه او کچه نظر هغوي ته مطالعه شي.

البهه د اعدادو د تحول او خوربندو (پراګندګي) د سنجش ډېري زياتې لاري شتون لري په عمومي توګه اړوند مقیاسونه په دوه ګروپونو وبشنل کېږي.

- مطلقه انحراف يا خوربندل (پراګندګي)

- نسبي انحرافونه يا خوربندل (پراګندګي)

خوربندل يا مطلقه انحراف د لومري مقیاس په واحد چې په وبشنه کې په کار اچول شوې افاده کېږي، خرنګه چې نسبي انحراف يا خوربندل معمولاً د نسبتونو يا فيصدى په بنې خرگندېږي.

په دي څېرکي کې خلور ډوله مطلقه انحراف يا خوربندل مقیاس معرفي کېږي، د انحراف پراختيا (وسعت) نظر کارتيلونو ته، وسطي انحراف او معياري انحراف، وروسته درې ډوله مقیاسونه د انحراف ضریب يا نسبي خوربندو مطالعه کېږي. د انحراف ضریب، د معياري انحراف ضریب او د انحراف ضریب نظر کارتيل ته.

پراختيا: د خوربندو (پراګندګي) ډېره ساده اندازه پراختيا (وسعت) 55، پراختيا د اعدادو په یوه لړۍ کې د لورې نمرې او تيټې نمرې تر منځ له تفاضل یعنې بنه والي خخه عبارت دي، چې په سمبلوکه بنې په دي ډول بنودل کېږي.

$$R=X_h - X_L$$

په دي رابطه کې R پراختيا (وسعت)، X_N لوره نمره او X_L تيته نمره شي. که چېږي د يوې آزمونې نمرې د دفعاتو د وبشني په بنې راپور ورکړل شوي وي. په دي صورت کې د نمره پراختيا (وسعت) د تيټې او لورې وبشني تر منځ له بنه والي (تفاضل) خخه عبارت دي. پراختيا (وسعت) لکه نوري اندازې د واتن خوربندل شي مثلاً پراختيا (وسعت) د 2، 3، 5، 7، 11، 29 او 35 په اعدادو کې عبارت دي له 35-2=33 خخه. پراختيا (وسعت) په تصنیف

شوو اعدادو کې د کوچني تولگي د بشکته حد او د لور تولگي د پورتنی حد ترمنځ توپير خخه عبارت دي. د بېلگې په دول 142 کورنيو د کلنی عايد پراختيا په 1385 کال کې نظر جدول ته له 3.99=69.99-66.0 3.99 افغانۍ دي.

پراختيا (وسعت) نظر لاندې خو دليلونو ته لړ د استعمال وردي.

۱- د پراختيا (وسعت) برخه یوځې په دوه اعظمي او اصغرۍ ارزښت پوري اړونديږي، چې د اعدادو خورتيا په بشه توګه نه شي توضیح کولای.

۲- د پراختيا(وسعت) ارزښت په زياتره اعدادو یا په غير عادي ارزښتونو کې شدیداً متأثره کېري لکه په دوو لاندې لړيو کې:

3,5,6,7,10,12,15,18

3,8,8,8,99,9,18

د 18-3 پراختيا (وسعت) خرنګه چې لړي بې له ځانه لري د بېلابېلو خوربډلو لرونکې دي.

۱- د پراختيا (وسعت) ارزښت نظر د نمونې اندازې ته له حدده وتلى (فاحش) بدلون پیدا کوي، په پورته يادو شوو دوو لړيو کې که چېږي دوه وروستي يا انتهايي عددونه حذف کړو پراختيا (وسعت) په لومړۍ لړي کې 15-5=10 او په دويمه لړي کې 8-9=1 دي. د کارتيلونو په نظر انحراف (ربعي انحراف): د درېپمي ربعي د ټکو تر منځ نيمائي توپير (75%) او د لومړۍ ربعي تر منځ 25% ربعي انحراف دي، که چېږي درېپمه رباع په $Q_3 - Q_1$ وښيو باید تعريف $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ داسي نه وي او یا دا چې په یوه توزیع یا وېشنې کې د کارتيلونو ترمنځ پراخوالی د درېم او د هغه د لومړۍ کارتيل ترمنځ له توپير خخه عبارت دي. د بېلگې په دول 142 کورنيو د کلنی عايد په وېشنې کې لرو:

$$Q = 67.20 \text{ (لومړۍ کارتيل)}$$

$$Q = 68.41 \text{ (درېپيم کارتيل)}$$

او د کارتيلونو پراخوالی په دي حالت کې عبارت دي له:

$$\text{زر افغانۍ} = 1.21 - Q_3 - Q_1 = 1.21 - 68.41 - 67.20 = 1.21$$

يعني که د 50% ، 142 کورنيو ارو کلنی وسطي عايد چې د وېشنې په منځ (وسط) کې واقع شوي دي 1.21 زرو افغانیو په اندازه تحول وکړي. (د 1.21 زره افغانیو په اندازه انحراف شتون لري).

ربيعی تکي د نمره په معیار باندې درې تکي وي چې د نمره وېشنې يا توزیع په خلورو مساوی برخو ويشي او هره برخه، د نمره د مساوی تعداد لرونکي دي. ربيعی تکي د Q_3 ، او Q_1 سمبولونو په مرسته بشودل کېږي چې د 75%， 50%، او 25% په ترتیب دي.

د Q د محاسبې لپاره لومړۍ باید Q_1 او Q_3 محاسبه شي او بیا دي د Q_2 د قیمت وتاکل شي. Q_1 او Q_3 کت مټ لکه 50% او یا Q_2 محاسبه کېدای شي یواخي کوم توپیر چې شتون لري هغه دا دي چې په منځنې يا میانه محاسبه کې د $\frac{N}{2}$ پرخای او د Q_1 د محاسبې لپاره او $\frac{3N}{4}$ د محاسبې لپاره په کار اچول کېږي یعنې:

$$Q_1 = L + \frac{\frac{n}{4} - F}{f} \cdot i$$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{3n}{4} - F}{f} \right) \cdot i$$

په پورتنې فورمول کې د هماغې طبقي تر بشکتنې حده د دفعاتو وېشنې د چې ربعت د هغه په د ننه کې خای لري. I د طبقي د واتن اندازه ۵۵. F د دفعاتو د جمع حاصل تر هغې طبقي پوري چې ربعي په هغې کې خای لري او f د طبقي اصلی دفعات دی چې ربعي په هغې کې شتون لري.

وسطي انحراف:

وسطي انحراف يا انحراف اوسط ته خزنګه چې له نوم خڅه یې بنکاري د یوې لړۍ د انحراف حسابي اوسط يا د اعدادو مطلقه توپير نظر یو وسطي ارزښت ته لکه له حسابي اوسط يا ميديان خڅه عبارت دي. که خه هم په عمل کې حسابي اوسط زياتره د یو وسطي ارزښت په توګه په کار اچول کېږي خو د تیوری له پلوه د اعدادو د انحراف مجموع نظر ميديان ته لړه اندازه ۵۵، (البته مطلقه توپير) بنه د چې په سنجش کې انحراف استعمال شي. په هر حال هغه ډول اوسط چې د وسطي انحراف په سنجش کې په کار اچول کېږي باید خرگند شي.

وسطي انحراف په تصنیف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې \bar{X} وسطي ارزښت وي د لاندینې فورمول په مرسته وېشل کېږي.

$$MD = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{n} = \frac{\sum |X|}{n} = \frac{\sum |d|}{n}$$

په دې خای کې MD وسطي انحراف، x د يوې لړۍ یا سلسلې اعداد، \bar{X} حسابي اوسته، n د اعدادو یا کتنو (مشاهداتو) اندازه او d یا $X_1 - \bar{X}$ = X_1 د مطلقه ارزښت (پرته له اشارې خخه) افاده کوي.

عمودي کربنې (خطوط) مطلقه ارزښت (پرته له اشارې خخه) افاده کوي.

پلکه: د 2,3,6,8,11 د اعدادو وسطي انحراف پیدا کړئ.

لومړۍ : باید د شمېرو حسابي اوسته سنجش شي:

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{2+3+6+8+11}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

وروسته د اعدادو مطلقه انحراف نظر اوسته ته محاسبه کوو.

$$MD = \frac{|2-6| + |3-6| + |6-6| + |11-6| + |8-6|}{5}$$

$$MD = \frac{14}{5} = 2.8$$

يعني ورکړل شوي اعداد د 2.8 په اندازه له حسابي اوسته خخه انحراف لري، وسطي انحراف کولاي شو نظر ميديان ته هم سنجش کړو:

$$AD = \frac{\sum |X - Med|}{n}$$

مثالاً: په پورته اعدادو کې ميديان 6 دی خرنګه چې $\bar{X} = Med$ په دې مثال کې دواړه دوله وسطي ارزښت مساوی دي.

همدارنګه وسطي انحراف په تصنیف شوو اعدادو کې کولاي شو د لاندینيو فورمولونو له جملې خخه د یو فورمول په مرسته سنجش کړو.

$$MD = \frac{\sum f |X - \bar{X}|}{f} = \frac{\sum f |d|}{\sum f}$$

$$MD = \frac{\sum f|X - med|}{\sum f} = \frac{\sum f|d|}{\sum f}$$

په دواړو پورتنيو فورمولونو کې f د تولګيو فريکونسي، X د تولګي وسط، \bar{X} او med په ترتیب سره حسابي اوست او د اړوندې وېشنې میديان دي.
د وسطي انحراف سنجش نسبتاً ساده او عام فهمه دی اما د استعمال موارد يې محدود دي. د وسطي انحراف استعمال د کوچنيو نمونو په اړه په هغه صورت کې چې دقیق او جامع تحلیلونو ته اړتیا نه وي ګټور دي په تصنیف شوو اعدادو او لویو نمونو کې په ندرت سره استعمالیږي.

معياری انحراف يا استندرد انحراف:

معياری انحراف د نمره د خورېدنې (پراګندګي) د درجې له دېرو مهمو او استعمال شوو مشخص کوونکو خخه دی چې په خپلواکه توګه د تولګي (جمعیت) خورېدنه (پراګندګي) د نمونې د خورېدنې له پوهې خخه دا چې له هغه خخه تولګي (جمعیت) غوره کړل شوي دي را ایستلای شي.

معياری انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وریانس خخه عبارت دي او یا معياری انحراف د انحرافاتو مربع جذر دي.

معياری انحراف او وریانس په یو سلسله اعدادو کې د لاندې فورمولونو په مرسته سنجش کېږي.

$$G^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

$$G = \sqrt{\frac{(X - \bar{X})^2}{n}}$$

په دې فورمول کې G (د یونان د ژې کوچنی توري د سیگما په نوم) معiarی انحراف او G^2 واریانس افاده کوي، د بېلکې په ډول د 2,3,6,8,11 اعدادو واریانس او معiarی انحراف په لاندې ډول لاسته رائحي.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{30}{5} = 6$$

$$G^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2 + (11-6)^2 + (8-6)^2}{5} = \frac{54}{5} = 10.8$$

$$G = \sqrt{G^2} = \sqrt{10.8} = 3.29$$

دویمه بېلگە: پە يوه صنفي آزمونىنە كى زده كۈونكۈ لاندى ئىملى لاسته راويرى دى.

4,6,8,10,12

د دغۇ ئىملى د معيارى انحراف ماحسابە خىرگىنده ٥٥، د نومۇرو ئىملى انحرافى ماحسابە پە لاندىنىي جدول كى ئېسەتلىك شويمى ٥٥.

X	X=X-X ²	X ²
12	12-8=4	16
10	2	4
8	0	0
6	-2	4
4	-4	16
$\Sigma X=40$	$\Sigma X=0$	$\Sigma X^2=40$

$\bar{X} = \frac{40}{5} = 8$

كە چېرىي د ΣX^2 او N قىمتونە د معيارى انحراف پە فورمول كى وضع كېرو نو وې لە.

$$S = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{40}{5}} = \sqrt{8} = 2.814$$

د تصنىف شوو اعدادو معيارى انحراف ھم كولاي شو پە خو لارو سنجىش كېرو پە هەخە صورت كى چې د تۈلگىي وسط او اىروندى ئىرىكۈنىي گانى پە كار واچۇو، كولاي شو لە لاندىنىي فورمول خەستەدا وکېرو.

$$G = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{X})}{\sum f}}$$

په دې خای کې f فريکونسي، X د تولگي وسط او \bar{X} د اړوندې وېشنې حسابي او سط دی، $d=X-\bar{X}$ وضع شوی دی.

که چېږي د اعدادو انحراف د A د یو فرضي او سط په توګه وسنجول شي یعنې $d=X-A$ وي نو و به لرو.

او که انحراف د تولگيو د موقعیت په نظر یعنې د تولگي د واتن په واحدونو خرگند ټرو د تولگيو د ګډ واتن په صورت کې لیکو چې:

$$G = \sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd'}{\sum f} \right)^2}$$

په دې خای کې d د تولگي د واحد واتن په نظر انحراف او C د تولگيو ګډ واتن دی. پورتنی فورمول د تصنیف شوو اعدادو د معیاري انحراف د موندلو لنده او اغېزمنه لار ۵۵. په لاندیني جدول کې د 142 کورنيو ارو د ګلنې عايد په وېشنې کې پورتنی فورمول د تولگي د واتن په واحدونو په لنډه طریقه تطبیق ټرو.

فریکونسی	ګلنې وسطي عايد	d	Fd	Fd^2
زر افغانی	f			
66.00-66.49	11	3	33	99
66.50-66.99	15	2	30	60
67.00-67.49	24	1	24	24
67.50-67.99	40	0	0	0
68.00-68.49	20	1	20	20
68.50-68.99	14	2	28	56
69.00-69.49	11	3	33	99
69.50-69.99	7	4	28	112
مجموع	142		22	470

$$G=C \cdot \sqrt{\frac{\sum fd'^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd'}{\sum f} \right)^2}$$

$$=0.5 \sqrt{\frac{470}{142} - \left(\frac{22}{142} \right)^2} \Rightarrow 0.5(1.81) - 0.15$$

(زر افغانی)=0.83

نسبی انحراف: کولای شو دوه یا زیاتې لرى (سلسلې) د اروندو لریو د اعدادو د خوربىنى (پراگندگى) د خرنگوالى د پوهېدو په غرض چې د پوره یا تقریباً ورته اوسطونو لرونکي وي پرتله (مقايىسه) کرو، په ئىنۇ حالتو كې بېلا بېلى وېشنى بېل يا متفاوت اوسطونه لرى او يا په بېلا بېلو واحدونو باندى خېڭىدىرىي. په دې حالت كې د هغۇي د معيارى انحراف پرتلە نامىكەنە وي د بېلكى په ڈول د طب د ڈاكترانو د كلنى عايد د وېشنى معياري انحراف 1500 افغانى او د پوهنتون د استادانو 1000 افغانى وي په دې به دلالت ونه كېرى چې انحراف د طب د ڈاكترانو په عايد كې د 150 سلنې په اندازى، انحراف د پوهنتون د استادانو په كلنى عايد كې وي يواحى په هغە حالت كې کولاي شو تعېيركرو چې په دواiro گروپونو كې د كلنى عايد اوسط مساوي وي. كە د لومېنى گروب د كلنى عايد اوسط مثلاً 75000 او د دويمى 36000 وي د استادانو په عايد كې نسبى انحراف نظر د طب د ڈاكترانو عايد تە زيات دى. په حقىقت كې د انحراف د دوو مطلقه ارسېتنونو په منخ كې توپىر له متفاوتە اوسطونو سره په يواحىتوب (تنهايى) سره د پرتلې اساس نە شي كېدای. د مقىاسونو په دې حالت كې باید مطلقه انحراف په نسبى انحراف تىدىل شى، تر خو د اروندو وېشنى د پرتلې امکان مىسر شى.

په دې خاى كې درې ڈولە د نسبى انحراف مقىاس مطالعه كېرىي.

دانحراف ضرېب - د وسطى انحراف ضرېب - د ڪارتيلونو د انحراف ضرېب

د نسبى انحراف لە مقىاسونو خەخە يو مقىاس چې په عمل كې زيات په كار اچول كېرىي د نسبى انحراف ضرېب دى، دا ضرېب معمولاً په V افاده كېرىي او پر حسابى اوسط باندى د معيارى انحراف لە نسبت خەخە عبارت دى يعنى:

$$V = \frac{\text{معيارى انحراف}}{\text{حسابى اوسط}} = \frac{G}{X}$$

بىلگە: د طب د ڈاكترانو او د پوهنتون د استادانو د كلنى عايد په اىرە د انحراف ضرېبونە عبارت دى لە:

$$V_1 = \frac{1500}{75000} = 0.02\% \text{ يا } 2\%$$

$$V_2 = \frac{1000}{36000} = 0.028 \text{ يا } 2.8\%$$

د بلې خورېدنې نسبی مقیاس چې ډېر زیات معمول دی د وسطي انحراف د ضریب په نوم یادیېري چې لاندې په V_a باندې اعاده شوي دی چې پر حسابي اوسته باندې له وسطي انحراف خخه عبارت دي.

$$V_a = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسته}} = \frac{MD}{\bar{X}}$$

په یوه وېشنه کې د \bar{X} حسابي اوسته او د MD وسطي انحراف د هغه طریقو په اساس چې مخکې مطالعه شوي پیدا ڪړو. د (V_a) د وسطي انحراف ضریب هم په هغوي کې وېشو او په نسبت یا معمولاً په فيصدۍ یې خرگندوو د پېلګې په ډول په 11,8,6,3,2 پنځو عددونو کې خرنګه چې مو مخکې ولیدل.

$$\bar{X} = 6$$

$$MD=2.8$$

د وسطي انحراف ضریب: په دې اعدادو کې عبارت دي له:

$$V_a = \frac{MD}{\bar{X}} = \frac{2.8}{6} = 0.0466 \text{ یا } 46.6\%$$

دانحراف ضریب نظر کارتيلونو ته چې لاندې په V_q باندې افاده شوي د هغوي په مجموعې باندې د دریم کارتيل او لومړي کارتيل د توپیر له نسبت خخه عبارت دي یعنې:

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د پېلګې په ډول د 142 کورنيوارو وسطي کلنی عايد په وېشنه کې.

$$Q_3 = 68.41$$

$$Q_1 = 67.21$$

$$V_q = \frac{68.41 - 67.21}{68.41 + 67.21} = \frac{1.20}{135.62} = 0.009 = 0.9\%$$

په لنده توګه باید ووايو چې دوه یا زیاتې وېشني د انحراف او خورېدنې له پلوه یواځې

هغه وخت پرتله کولای شو چې د کټ مې اوسته یا تقریباً د کټ مې اوسته لرونکی وي او په ورته (مشابه) واحد باندې افاده شوي وي پرته له دې باید د نسبی انحراف مقیاسونه په کار واچول شي.

د وېشنو د پرتلنې (مقایسې) پر وخت باید خپله مقیاس په کار واچول شي او نشو کولای V_q یوه وېشنه يا V_a او V_s له بلې وېشني سره پرتله کړو.

د پنځم څرکي د مطالبو لنديز

$$\sum |X - \bar{X}| = \sum |X| = \sum |d|$$

معياري انحراف (ستندرد انحراف): معياري انحراف د بل مهم مقیاس مربع جذر یعنې وريانس خخه عبارت دي او یا معياري انحراف د انحرافاتو مربع جذر دي.

$$G = \sqrt{\frac{(X - \bar{X})^2}{n}} \quad \text{واريانس}$$

$$G^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}$$

نسبی انحراف: د نسبی انحراف ضریب درې دولة مقیاسونه په لاندې دول دي:

۱- د نسبی انحراف ضریب: پر حسابي اوسته باندې د نسبی انحراف له نسبت خخه عبارت دي.

$$V_q = \frac{\text{نسبی انحراف(معياري)}}{\text{حسابي اوسته}} = \frac{G}{\bar{X}}$$

۲- د وسطي انحرافي ضریب: پر حسابي اوسته باندې له وسطي انحراف خخه عبارت دي.

$$V_s = \frac{\text{وسطي انحراف}}{\text{حسابي اوسته}} = \frac{MD}{\bar{X}}$$

۳- د انحراف ضریب نظر کارتيلونو ته: د هغوي په مجموع باندې د دريم کارتيل او لومړي کارتيل د توپير له نسبت خخه عبارت دي.

$$V_q = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

د پنځم څېرکي پونستنې

- ۱- نسبي مطلقه انحراف خه شى دى او په خو ډوله سنجش کېږي؟
- ۲- د نسبي انحراف ضريب په خو ډوله دى، هر یو یې له فورمول سره واضح کړئ؟
- ۳- انحراف یا خورېدل په یو لپي (سلسله) اعدادو کې خه مفهوم لري واضح یې کړئ؟
- ۴- معياري انحراف تعريف کړئ او په خو طریقو سنجش کېږي؟
- ۵- انحراف نظر کارتيلونو ته واضح کړئ؟
- ۶- وسطي انحراف فورمول په تصنیف شوو اعدادو کې په هغه صورت کې چې \bar{X} وسطي ارزښت وي، ولیکئ؟

دوييمه برخه

احتمالات

مقدمه

پر امکاناتو، یقین او باور نه لول هغه مفاهیم دی چې انسانان تل له هغه سره او کار لري او هر انسان د خپل د راتلونکي او پېښو (حوادثو) او اتفاقاتو په اړه چې د هغه په چاپېریال کې به ورپېښ شې، ذهن کې اندیښنې او فکرونه لري.

نو خکه د احتمال مفهوم او د هغه په کار اچونه په ورځنيو اجراتو کې د بشريت له تاریخ او تمدن سره تراو لري او له احتمال خخه د ګټې اخيستلو یو له مواردو خخه په لوبو کې دی او له دې چې لوبي (3500) کاله مخکې له میلاده سابقه لري او د هماګه یوځایي لوبو له پیل خخه د بري او ناكامي له احتمال خخه یو لوري ته خبرې شوي او همدارنګه د لرغونی یونان د ستر پوه ارسسطو په ليکنو کې د احتمال کلمه استعمال شوي ۵۵.

خو د احتمال تیوري په ننې بنې د پاسکال او فرما له کارونو خخه پیل شوې ۵۵، خرنګه چې پاسکال د ترکیباتو د تیوري د لومړنيو اصولو (ترکیبی آنالیز) بنیست کېښود او د فرما په مرسته یې هغې ته پراختیا ورکړه او د احتمالاتو په مسایلو کې یې په ضمني توګه په کار واچاوه. وروسته دا ډګر د قدر ور علماوو لکه کاردان، ګالیله، چیشیف، برنوی او لاپلاس له لوري اندازه شوي دي. د احتمال د تیوري تطبیق د کلموګروف په مرسته د احتمال د تیوري په نوم په کال 1933 کې بشپړ شوې چې د احصائي د علماء د منلو ور ګرځید.

د نن ورځې د احتمال تیوري په ډپرو مسلکي او تخصصي خانګو کې لکه انجينيري، منجمنت او د نفوس په شمېرنه کې د استعمال موارد لري چې د موضوع د اهمیت پر اساس احتمال د تھنیکي او مسلکي زده ګړو د بېلا بېلو خانګو په تعلیمي پلانونو کې لکه د کمپیوټر تکنالوژي او هم د ادارې او حسابدارۍ انسټیتوت په موجوده خانګو کې شاملي دي.

د دې برخې د تدوين او تولونې موخه د ارينو او لازمو معلوماتو او اطلاعاتو رسول هخو محصلينو ته دې چې د دولسم تولگي له فراغت خخه وروسته د ادارې او منجمنت په برخه کې يو دوه کلنې تعليمي دوره تېروي، تر خو و کولای شي د يو منیجر او د اداري امورو د فعال کارمند په توګه په دولتي او خصوصي برخو کې دنده تر سره کړي.

دا يو خرگند حقیقت دې چې دا اداري کارمند او منیجر د وخت له غوبښتو او هوكرو سره سم مکلف دي تر خو د ارقامو په ټولونه او تدوين کې د احصایي د بشپړولو او يا د پراختیابي (انکشافی) پلانونو د طرحې لپاره ځانګړې دندي سرته رسوي او د کارونو وروستي پرمختګونه او تکاملي لاري د ورځنيو دندو د سرته رسولو پر وخت په پام کې لري چې دغوا موخو ته رسپدل په مسلمه او قطعي توګه د احتمالاتو د عمومي تیوري په زده کړه او د هغه په تطبیق باندي مکلف دي.

خرگنده ۵۵ چې د احتمالاتو په تیوري کې يو پراخ مبحث او زيات شمېر موضوع ګانې او مطلوبونه شامل دي چې په دې لنډيز کې د ټاکل شوو ساعتونو په پام کې نیولو سره به د ټولو يا لبرو مطلوبونو تشریح او توضیح کول نا ممکنه وي، نو خکه هڅه شوې ده تر خو هرڅه چې زیات او له ټولو خخه اريں وي او د ادارې او منجمنت د ځانګو محصلينو لپاره ګټور دي په موجوده پروګرام کې شامل شي.

د دې برخې عمومي موخه :

د اداري کارکوونکو له خوا د احتمالاتو د تیوري تطبیق په اقتصادي او تولیزو اتفاقاتو کې.

لومړۍ خپرکۍ

د احتمالاتو مفاهیم

تولیزه موخه:

د احتمالاتو د موخو او مفاهیمو تعریف او توضیح.

د زده کېږي موخي: د دې خپرکې په پای کې له محصلینو خڅه هیله کېږي ترڅو:

- د پدیدو احتمالات توضیح کړي.

- د پدیدو ډولونه توضیح کړي.

- تصادفي او قطعي احتمالات دې تفکیک کړي.

- تصادفي تجربې دې توضیح کړي.

- په احتمالاتو کې دې خینې مهم او اساسی مفاهیم توضیح کړي.

د احتمال کلمه په عاميانه ژبه کې د ګمان او اټکل بشکاره کول او غالباً د ممکن په معنا په کار ورل کېږي او نظری او غیر عملی اړخ لري، لکه نن امکان لري یا احتمال د دې دی چې باران و اوري او یا د ارجنتاین د تیم لپاره د بري چانس د فوتیال په نړیوالو مسابقاتو کې ۸۰% دی.

خو په علمي ژبه کې د احتمال کلمه د ریاضي په خاصه معنا کارول شوې ۵۵ چې د هغې معنا د یوې اتفاقی تجربې د یوې ځانګړې پایلې د بشکارېدو یا نه بشکارېدو د ډاد یا اطمینان درجه ۵۵. د احتمال ریاضيکي مفهوم د هغه د عاميانه مفهوم برعکس یو کمیتی مفهوم دی چې د اعدادو او ارقامو په مرسته افاده شوی او د معاصر و ریاضیاتو له میتودونو خڅه په استفادې د تشخیص او ارزونې ور ۵۵ او د ډاډ او اطمینان درجه د اتفاقی تجربو د پایلوا

له بىكارپدو يا نه بىكارپدو خخه معمولاً د فيصدى په ارقامو، عام کسر او يا اعشاري کسر باندي بشودل کيوري. د پېښو (اتفاقاتو) تجربو د خرگندو شوو ارقامو پايلې تل دوه لاندي مشخصې لري.

۱- د يوې اتفاقی تجربې له ممکنه پايلو خخه د يوې پايلې د بىكارپدو يا نه بىكارپدو احتمال بايد له صفر خخه لوی او له يو خخه کوچنۍ وي.

۲- د يوې اتفاقی تجربې له ممکنه پايلو خخه د يوې پايلې د بىكارپدو احتمال او يا نه بىكارپدو احتمال بايد له يوه سره مساوي وي.
که:

(A) د يوې اتفاقی تجربې له ممکنه پايلو خخه يوه پايله وي.

د پايلې د بىكارپدو احتمال وي.

د پايلې د $P(A)$ د پايلې د $P(A^{\complement})$

نو

$$1) \quad 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$2) \quad P(A) + P(A^{\complement}) = 1$$

که چېري د A د پايلې د بىكارپدو چانس او يا نه بىكارپدو چانس له يو بل سره مساوي وي،
نو کولاي شو د A د پايلې د بىكارپدو او يا نه بىكارپدو احتمال په کميتي توګه په لاندي
دول افاده کړو:

$$P(A) = P(A^{\complement})$$

$$P(A) = P(A^{\complement}) = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$$

له پورته مطلب خخه نتيجه اخيستل کيرې که چېري د پېښو (اتفاقاتو) د بىكارپدو او
يا نه بىكارپدو لپاره مساعد او نامساعد حالات شتون ولري، نو په دي اساس د پېښو
(اتفاقاتو) له پېښپدو خخه هر يو نامساعده حالت و نه لري د هغه د مساعد والي احتمال
(1) دي او که حادثه مساعد حالت و نه لري د حادثې د مساعد والي احتمال صفر دي.

بېلګه: که چېري په يوه قطي کې 10 سڀني مرۍ، 5 توري مرۍ او 3 سري مرۍ موجودې
وي او يوه مرۍ په اتفاقی توګه له قطي خخه وباسو.

$$P(B) = \frac{5}{18}$$

الف- د توري مرئ احتمال

$$P(R) = \frac{3}{18}$$

ب- د سري مرئ احتمال

$$P(W) = \frac{10}{18}$$

ج- د سپيني مرئ احتمال

$$P(G) = \frac{0}{18}$$

د شني مرئ احتمال

د احتمال احصائيوي اوکلاسيك مفاهيم د هغه له رياضيكي مفهوم سره فرق کوي خرنگه چې:

۱- که چېري د A د يوې اتفاقي پېښې د بشكارېدو احتمال په (P(A)، د A د اتفاقي پېښې د مساعدو پايلو تعداد په N(A) او د A د اتفاقي پېښې د ممکنه پايلو تعداد په N(S) وشيyo، نو کولاي شو د احتمال کلاسيك مفهوم د لاندي فورمول په مرسته خرگند کرو.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

له دي فرضيي سره سم که چېري يو تولگي (جمعيت) تر احصائيوي مطالعې لاندي راخي بايد محدود وي او د اتفاقي تجربو له پايلو خخه هر يو بايد د بشكارېدو مساوي چانس ولري او اما له دي چې:

۲- په زياته وختونو کې هغه تولگي (جمعيتونه) چې تر احصائيوي مطالعې لاندي راخي د هغوی د عناصر د تعداد غير محدود او يا دېر زيات وي، نو خکه د تولگي (جمعيت) د جورو شوو عناصر د بشكارېدو قواعد غير ممکن وي او پوره معلومات د هغه د بشكارېدو يا نه بشكارېدو په اړه په واک يا اختيار کې نه وي چې د يوې اتفاقي پېښې د بشكارېدو يا نه بشكارېدو دا رنګه حالات د هغه د کلاسيك په مفهوم توضيح کېدلاي نه شي. د A د اتفاقي پېښې د بشكارېدو يا نه بشكارېدو احتمال په دي حالت کې د نسيبي فريكونسي په مرسته تشخيص کېږي. که د A د اتفاقي پېښې مطلقه فريكونسي په F(n) او د A د اتفاقي پېښې نسيبي فريكونسي په F(A) خرگنده کرو. نو کولاي شو د A د اتفاقي پېښې نسيبي فريكونسي د رياضي له پلوه په لاندي ډول افاده کرو.

$$F(A) = \frac{F(A)}{n}$$

که چېري د n نموني حجم ورو ورو لوی شي او په پاڼي کې لایتناهی ته نبردي شي، د اتفاقی پېښې نسبې فریکونسی ورو ورو یو سرحدی ارزښت ته نبردي کېږي چې که هڅه د اتفاقی پېښې د بنکارېدو احتمال یو اټکلې ارزښت ومنو په لاندې چول یې افاده کوو.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(A) = \frac{F(A)}{n} = P(A)$$

پورتني فورمول د احتمال اقتصادي مفهوم توضیح کوي.

بېلګه: د ادارې او حسابدارۍ انسټیتوټ په یوه ټولګي کې 100 تنه محصلین دي، که 60 تنه نجوني او پاتې نور هلکان وي او یو تحصیلي بورس دې ټولګي ته ورکړل شوی وي او یو تن محصل په اتفاقی توګه نوموري بورس ته معرفې شي خومره احتمال لري چې:

الف- په دې بورس کې یوه نجلې کاندیده شي.

ب- یوه نجلې په دې بورس کې کاندیده نه شي.

ج- د ټولګي اول نمره دې په دې بورس کې کاندید شي.

حل : د احتمال د کلاسيک مفهوم سره سم موبه لرو:

الف-

$$\left. \begin{array}{l} N(S) \\ N(A) \\ N(B) \\ N(A) \end{array} \right\} \longrightarrow P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{60}{100} = 0.6 = 60\%$$

$$P(B \bar{ }) = 1 - P(B) = 1 - 0.6 = 0.4 = 40\%$$

ب-

$$N(A_1) = \frac{N(A_1)}{N(S)} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$$

ج-

بېلګه: یوې فابریکې د برق سامان او لوازم تولید کړي او وړاندې له دې چې تولیدات یې بازار ته وړاندې شي، د تختنیکي کیفیت له پلوه تر احصائیوی آزمایښت لاندې راخي.

یوه نمونه د 1200 سایزو په واحد د تصدی له ورخنیو تولیداتو خخه په اتفاقی توګه پورته شوي، داسې بنېي چې 1100 واحده یې له نمونې سره سم او 100 واحده یې د تاکل شوي نورم سره سم نه دي. په تولیداتو کې له نورم سره سم 200 واحده یې لومړۍ درجه تولیدات، 300 واحده یې دويمه درجه تولیدات او پاتې نور یې دريمه درجه تولیدات دی که چېږي یو واحد په اتفاقی توګه پورته شي او تر احصائيوی کتنې (مشاهدي) لاندې راشي خومره احتمال لري چې:

- الف- تولید له نورم سره سم بشکاره شي.
- ب- نمونه له تولیداتو سره د نورم په خلاف پېښېږي.
- ج- اخیستل شوي واحد د لومړۍ درجې تولیداتو خخه وي.
- د- نمونه په دويمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.
- ه- نمونه په دريمه درجه تولیداتو باندې پېښ شي.

حل:

$$n=1200$$

$$F(A)=1100$$

$$F(A_{\overline{2}})=100$$

$$F(A_1)=200, F(A_2)=300$$

$$F(A_3)=600$$

$$\text{حل: عمومي فورمول } F(A)=\frac{F(A)}{n}$$

$$F(A)=\frac{1100}{1200}=0.91=91\% \quad \text{الف-}$$

$$F(A_{\overline{2}})=\frac{100}{1200}=0.09=9\% \quad \text{ب-}$$

$$F(A_1)=\frac{200}{1200}=0.16=16\% \quad \text{ج-}$$

$$F(A_2)=\frac{300}{1200}=0.25=25\% \quad \text{د-}$$

$$F(A_3)=\frac{600}{1200}=0.5=5\% \quad \text{ه-}$$

تصادی تجربه: د ځینو تجربو پایلې له مخکې خخه په پوره ډول په ګوته شوي وي، مثلاً کله چې یوه ډبره وغورخوو دا ډبره په ځمکه لوپړي او یا که یوه اندازه او بوا ته حرارت ورکړو، کله چې د او بوا د حرارت درجه د سانتي گرپد سلو درجو ته ورسیپوی او بوا په بخار بدليپري خو د دي په وړاندې نوري تجربې شتون لري چې، موب نه شو کولاي د هغوي پایلې مخکې له مخکې په دقت سره وټاكو او یواحې له تجربې وروسته د هغوي پایلې په ګوته کېږي او دا ډول تجربو ته تصادی تجربې واي، لکه:

1- که چېږي د پیسو یوه سکه هوا لور ته واچوو دا سکه د بسکته کېدو پر وخت پر مخ یا پر شا (شېر او خط) کښيني. په بل عبارت د سکې په غورخولو کې امکان لري دوې نتيجې لاسته راشي شېر یا خط چې دا مطلب یواحې وروسته د سکې له ناستې خخه د سطحې پرمخ کولاي شو ووايو چې سکه پر مخ ناسته ده او یا په شا، نو ځکه ویلای شو چې: د تصادی تجربو مطالعه چې ممکنه نتایج نبیي، د احتمالاتو د تیوري د بنسټ په اندازې پېژندل شوې ده او همدارنګه د مطلب د ساده کېدو لپاره فرض کېږي چې، د لاسته راغلو پایلو تعداد به د متناهي (محدودو) تصادی تجربو خخه وي.

نمونه یي فضاء: که چېږي $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ له یوې تصادی تجربې خخه ممکنې پایلې وي.

$$S = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \text{ Set}$$

نوم او نمونه یي فضاء لوستل کېږي، له S خخه هر عنصر له نمونه یي فضاء خخه یو ټکي یاخاڼۍ نومول کېږي د پېلګې په ډول:

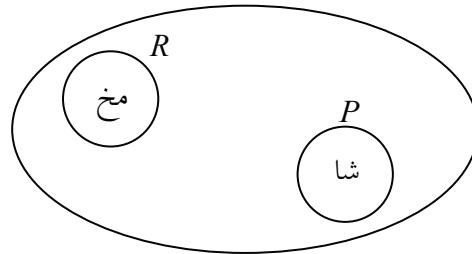
پېلګه: یوه سکه هوا ته اچول کېږي. دا سکه په بسکته راتلو کې د (R) پر مخ یا د (P)

$$P \neq S \text{ کښيني، مجموعه: } S = \{P, R\}$$

ټولې ممکنې مجموعې چې دا تجربه نبیي د تصادی تجربې د نمونه یي فضاء په نوم نومول کېږي او د R او P له عناصرو خخه هر یو د نمونه یي فضاء د یو ټکي په نوم لوستل کېږي.

نوټ: یو متناهي ست د حقيقی اعدادو د انتروالونو په بنه، د تړلې نمونې د هندسي احجامو او اشکالو د نمونې فضاء جوړوي.

پېلګه: یو مکعب چې شپږ مخه لري د ناستې پر وخت به له یوه خخه تر شپږ مخه ولري.



نمونه يي فضاء په نوم لوستل کيري. دا مجموعه شپور عنصره لري
تصادي پښه (پيش امد): خرنگه چې مخکي مو وليدل د يو مكعب په تويدو سره د
نمونې فضاء برابره ده له:
 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

که چېري په دې تجربه کې له دوو اړخونو خخه د يوه پر مخ کېدل چې د هغې پر مخ
جفت عدد ليکل شوي وي. زموږ مطلوب وي د $A = \{2, 4, 6\}$ مجموعه چې د مطلوب تولې
پايلې شبيي د يوې تصادي پښې (پيش امد) په نوم لوستل کيري خرنگه چې:

$$A \subset S$$

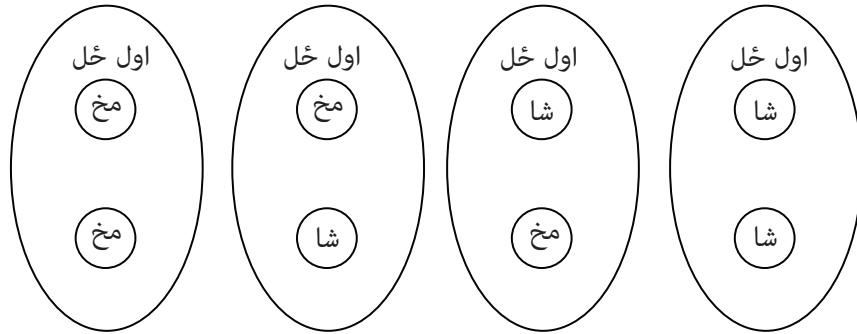
نو ويلاي شو چې هر فرعی ست له نمونه يي فضاء خخه يوه پښه (پيش امد) په
بل عبارت، که چېري S د تصادي تجربې د نمونې فضاء وي، A يوه تصادي پښه (پيش امد)
لوستل کيري يواخې او يواخې.
 $A \subset S$

تعريف: په يوه تصادي تجربه کې د فرعی ست تصادي پښه (پيش امد) عبارت د هغې
تجربې له نمونه يي فضاء خخه ده. په بل عبارت، که چېري S د تصادي تجربې د نمونې فضاء
وي، A يوه تصادي پښه (پيش امد) لوستل کيري، يواخې او يواخې
 $A \subset S$
او همدارنګه ويلاي شو چې:

که له يوې تصادي تجربې خخه يوه پښه (پيش امد) ټاکل شوي وي، د دې تجربې په
هر خل سره رسولو سره ويل کېدي چې د A پښه واقع شوي ده کله چې نتیجه لاسته راغله
د غږي (عضو) دې وي.

لکه: يوه سکه دوه خله هواته اچول کيري، نمونه يي فضاء او تصادي پښه (پيش امد)
چې د مخ بنکارېدل په دووه واره اچولو کې يا د شا بنکارېدل په دووه واره اچولو کې عبارت
دي ولیکئ.

حل: دا سکې د ناستې په وخت کې له دې بنو خخه به يوې بنې ته مخ ولري.



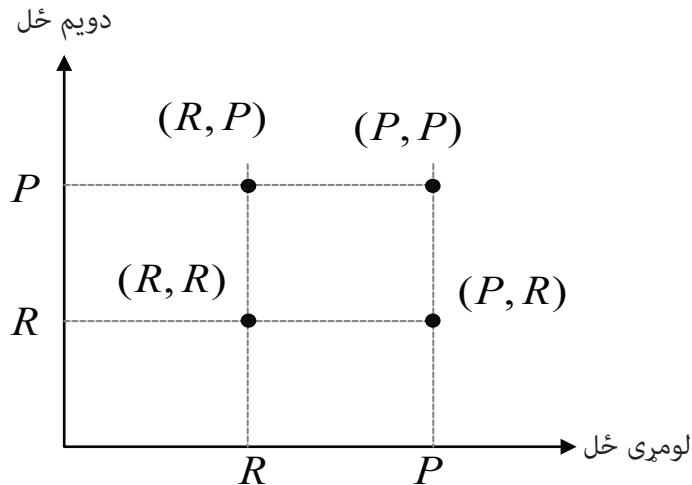
که چېرې د سکې د مخي د راتګ نتیجه په R او د شا د راتګ نتیجه په P وښيو. د پایلو
مجموعه د هر خل اچولو لپاره برابره ده له:

$$A = \{R, P\}$$

هغه خه ته په پام سره د دیکارتی په حاصل ضرب کې د A یوه مجموعه په خپله دي کې
ويل شوي ده بېلا بېل حالات چې سکه په دوه خل کې ممکنه ده له یو بل سره پر ځمکه
کښيني او یا په بل عبارت د دې تجربې نمونه یې فضاء برابره ده له:

$$S = \{(R, R), (R, P), (P, R), (P, P)\}$$

د نمونه یې فضاء د لاسته راولو لپاره کولای شو د قايم د مختصاتو له سیستم خخه هم
استفاده وکړو.



په دې تجربه کې د A تصادفي پېښه (پيش امد) یعنې دوه خله په مخ راتگ يا دوه خله په شا راتگ عبارت دی له:

د A پېښه د S له نمونه يې فضاء خخه فرعي ست دی چې په پورته بنه کې بشودل شوي ۵۵.

احتمال: له مخکينيو توضیحاتو سره سم اوس کولای شو احتمال په دقیقه او مشخصه توګه تعريف کړو. که چېږي تصادفي پېښې ته کوم عدد نسبت ورکړل شي او د هڅه په مرسته د هځې پېښې د پېښیدو چانس وسنջوو، لومړۍ فرض کېږي چې د نمونې د فضاء د عناصر و تعداد متناهي وي او همدارنګه دا عناصر بېل وي او د نمونه يې فضاء د ټولو عناصر د بشکارېدو چانس برابر وي. د بېلګې په ډول:

۱- د یوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يې فضاء عبارت ده له:

$S=(R, P)$

د دې نمونه يې فضاء د عناصر و تعداد متناهي دی او مساوي په ۲ دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصر د بشکارېدو چانس له یو بل سره مساوي وي او د نمونه يې فضاء د ټولو عناصر د بشکارېدو چانس برابر وي. د بېلګې په ډول:

۱- د یوې سالمې سکې په اچولو سره نمونه يې فضاء عبارت ده له:

$S=(R, P)$

د دې نمونه يې فضاء د عناصر و تعداد متناهي دی او مساوي په ۲ دی له بل پلوه دا عناصر بېل دي او د دې عناصر د بشکارېدو چانس له یو بل سره مساوي وي.

۱- د یوه سالم مکعب په اچولو کې نمونه يې فضاء شپږ غږي لري.

$S= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

او له عناصر و خخه د هر یو عنصر د بشکارېدو چانس مساوي دی.

د نمونه يې فضاء او د تصادفي پېښو د مفهوم په خرګندېدو سره کولای شو احتمال تعريف کړو.

تعريف: که د نمونه يې فضاء د عناصر و تعداد محدود وي او د دې عناصر د بشکارېدو چانس مساوي وي د هرې تصادفي پېښې احتمال لکه A چې په P(A) سره بشودل کېږي مساوي دې په:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

د عناصر و شمېر
د عناصر و شمېر

خونګه چې $0 \leq n(A) \leq n(S)$
او $0 \leq P(A) \leq 1$ وي به.

يعني د هري پښې احتمال د صفر او يوه ترمنځ عدد دي يا په بل عبارت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

د مساعدو حالتونو تعداد
د ممکن ه حالتونو تعداد

بېلګه: يو مکعب يو خل غورخوو که د B پښنه (پیش امد) د طاق عدد له بشکارپدو خخه
عبارةت وي موب لرو:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 5\}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

بېلګه: د $\{a, b, c\}$ د مجموعې ټول درې توريز تركيبيات دي د بېلا بېلو کارتونو پر مخ
وليکل شي، داسي چې هر يو تركيب د يو کارت پر مخ وي له گدولو ورسته، يو کارت د قرعې
په توګه پورته کوو. احتمال د دي چې د b توري د دي کارت پرمخ وي خه دي.
حل : د $\{a, b, c, d\}$ د مجموعې درې توريز تركيبيات عبارت دي له:

$$S = \{abc, acd, abd, bcd\}$$

که چېري A مطلوبه پښنه (پیش امد) وي موب لرو:

$$A = \{abc, abd, bcd\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

په پایله کې احتمال يې برابر دي له

د لوړی خپرکې د مطالبو لنډېز

د احتمال کلمه د یوې اتفاقی تجربې د بنکارېدو یا نه بنکارېدو د ډاډ د درجې په معنا ده او احتمال په مطابقت کې د کمیاتو او مشخصه اعدادو په مرسته د معاصره ریاضیاتو په فورمولونو سره خرگندولای شو.

خزنګه چې د یوې ممکنه نتیجې د بنکارېدو یا نه بنکارېدو احتمال تل له صفر خخه لوی او له یوه خخه کوچنی وي. په واقعیت کې د مساعده او نا مساعده حالاتو د اتفاقاتو د پېښیدو امر د احتمال (probability) په نوم یادیږي. د کلاسیک له مفاهیمو سره سم احتمال د ممکنه نتایجو پر تعداد باندې له مساعدو نتایجو او تعداد خخه عبارت دی یعنې

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

خو احتمال له احصائیوی مفهوم سره سم، د یوې حادثې نسبی فریکونسی مساوی کېږي د حادثې د مطلقه فریکونسی د دفعاتو له تعداد سره.

د احتمالاتو په تیوري کې د قطعی او ثابتو پدیدو او تصادیق پدیدو له مفاهیمو سره مخامنځ کړو، که چېږي د هرې حادثې نتیجې له مخکې خخه معلومې وي د قطعی پدېدو په نوم یادیږي او که د یوې حادثې د تجربې نتیجې له مخکې خخه معلومې نه وي د پدیدې یا تصادیق تجربې په نوم یادیږي.

د تصادیق تجاربو مطالعه د احتمالاتو د تیوري بنست جوړوي. د یوې تجربې له نتایجو شخه مجموعه (ست) د ټونې د فضاء په نوم یادیږي. خزنګه چې د یوې ټونې د فضاء هر فرعی ست د یوې تصادیق پېښې (پیش امد) بنکارندوی دی.

د لوړی خپرکي پونستني

- ۱- د لوبو یو درجن قطعې په نظر کې نيسو چې (52) پانې ولري. که د خښتې رنګ A ونوموو په اتفاقې توګه د یوې پانې د انتخابولو په اثر د (A) بشکاره کېدل عبارت دي له:
- ۲- په یو تولګي کې له سل تنو محصلينو خخه آزمونه اخیستل کېږي چې په نوموري تولګي کې (35) تنه یې نجوني او پاتې نور یې هلکان دي، د یوه محصل د آزمونې پارچه په اتفاقې توګه پورته کوو احتمال د دې چې پارچه په چاپوري اروندېږي ځومره دي؟
- a. په یوه جنې پوري؟
b. یو تن هلک پوري؟
- ۳- په یو پاکتې کې دوه د سلو افغانیو نوتونه، خلور د پنځسو افغانیو نوتونه، لس د شلو افغانیو نوتونه او شل د لسو افغانیو نوتونه په غیر منظمه توګه ځای په ځای شوي دي، د هغوي له جملي خخه یو نوت په اتفاقې توګه غوره کېږي.
- ۴- یوه کورنۍ درې اولاده غواړي، احتمال د دې چې:
c. درې واړه اولاده هلکان وي خو دي؟
d. په دريو اولادو کې یو هلک وي خو دي؟
- ۵- په یوه کڅوره کې ۵ سري مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، موب دوه مرۍ پر له پسې له کڅورې خخه وباسو (پرته دخای له ټاکلو) معلوم کړئ چې:
e. احتمال د دې چې دوه مرۍ سري وي خو دي?
f. احتمال د دې چې د لوړنۍ رنګ سور او د دویمه رنګ شین وي خو دي.

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}, P(A)=\frac{n(A)}{n(S)} \leftarrow n(s)=C_1^8 \cdot C_1^7$$
 لارښونه
- ۶- په یوه کڅوره کې ۵ سري مرۍ او درې شنې مرۍ شتون لري، له دې کڅورې خخه دوه مرۍ پرله پسې وباسو (د ځای له ټاکلو سره) معلوم کړئ چې احتمال د دې چې:
g. دواړه مرۍ سري وي خو دي?
h. لوړنۍ مرۍ سره او دویمه شنه وي خو دي?

$$n(S)=\begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

دوييم خپرکي

د احتمالاتو د سنجش بنستييز قواعد

تولیزه موخه:

د خپلواكه او مشروطه اتفاقاتو په محاسبه کې د جمع او ضرب له قاعدي خخه گته اخيستل.

د زده کېږي موخې: زده کوونکي باید د دې خپرکي په پاي کې وکولای شي تر شو:

- د جمع قاعده تعريف کړي.
- د ضرب قاعده تعريف کړي.
- خپلواک حوادث محاسبه کړي.
- مشروط حوادث محاسبه کړي.

د بېلا بېلو برخو په خپننو کې لکه په اتفاقي حادثاتو پورې اړوند د احصائي مسایل، د بشکارېدو یا نه بشکارېدو احتمال یواځې یوه اتفاقي حادثه د بحث ور نه ده بلکې په زیاراته مواردو کې د بشکارېدو یا نه بشکارېدو احتمال دوه یا خو اتفاقي حادثې هم د علاقې وړ وي. هغه قواعد چې د هغه په مرسته د دوه یا خو اتفاقي حادثو د بشکارېدو احتمال سنجش کېږي، د اتحاد د قواعدو (د جمع قاعدي) په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د یو څای بشکارېدو یا خو اتفاقي حادثو احتمال سنجش کېږي، د احتمال د تقاطع قواعد (د ضرب قاعدي) په نوم یادېږي او دواړه قاعدي د نوې رياضي د نښو (عاليمو) او سمبولونو (ستونو) په اساس فورمول بندي کېږي.

په احتمالاتو کې د جمع قاعده: مخکې له دې چې د جمع قاعده توضیح شي ضروري ګنډ کېږي تر خو د اتفاقي حادثو په مفهوم پوه شو.

خپلواکه (مستقله) اتفاقی حادثه: خپلواکه ناخاپي پیښې هغه پیښې دی چې ۵ يوې ناخاپي پیښې خرگندیدنه د بلې ناخاپي پیښې په خرگندیدو پورې تړلې نه وي. په بل عبارت د يوې پیښې د خرگندېدو احتمال د بلې پیښې د خرگندېدو احتمال متأثره نه کري د بېلګې په ډول. که په يوه لوښي کې (۱۰) داني مردکي په بشپړه توګه يو له بل سره ورته (مشابه) موجودې وي، که چېږي دوه مردکي په اتفاقی حادثه کړل شي، د دې احتمال چې په لومړي څل دويم نمبر مردکي او په دويم څل پنځم نمبر مردکي پورته کړل شوي مساوي دي. که د دويم نمبر مردکي بشکارېدل د A د اتفاقی حادثه په توګه او د پنځم نمبر مردکي بشکارېدل د B د اتفاقی حادثه په توګه ومنو نو د A د اتفاقی حادثه او د B د اتفاقی حادثه احتمال د رياضي له پلوه تر پورتنيو شرایطو لاندې په لاندې بنې افادة کيږي.

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)} = \frac{1}{10} \quad P(B) = \frac{N(B)}{N(S)} = \frac{1}{10}$$

په خپلواکه (مستقله) اتفاقی حادثه کې د جمع قاعده: که چېږي A او B دوه اتفاقی او خپلواکه حادثه له يو بل خخه داسې وي چې د دواړو حادثو بشکارېدل د امکان وړ نه وي په دې صورت کې احتمال د دې چې يو له دغو دوو اتفاقی حادثو خخه بشکاره شي عبارت دي له:

$$(AVB) \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

که چېږي خپلواکه اتفاقی حادثه له دوو حادثو خخه زياتې وي په دې صورت کې د نومورو حالاتو اتحاد په لاندې توګه معلومېږي.

$$\begin{aligned} P(A_1 \vee A_2 \vee A_3 \dots A_n) &\Leftrightarrow P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots \cup A_n) \\ &= P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots P(A_n) \end{aligned}$$

او دا مطلبونه هغه وخت د امکان وړ دی چې A,B دوه اتفاقی حادثه وي، چې د هغوي یوځای بشکارېدل د امکان وړ وي. په داسې مواردو کې احتمال د دې چې په يوه اتفاقی تجربه کې لبر لبره يو له دوو اتفاقی حادثو خخه A یا B بشکاره شي عبارت دي له:

$$P(AVB) \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ \text{یا په } P(AVB) = 1 - P(A \bar{\cup} B \bar{\cap})$$

که چېږي درې غیر خپلواکې اتفاقی حادثه په نظر کې وي، پورتنۍ فورمول په لاندې بنې بدليږي:

$$P(A \cup B \cup C) \Leftrightarrow P(A \cup B \cup C)$$

$$= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C)$$

په لندہ توګه کولای شو ولیکو:

پلګه: که $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$

$$\left. \begin{array}{ll} \text{a- } P(A^{\complement})=? & \text{a) } P(A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ \text{b- } P(B^{\complement})? & \text{b) } P(B^{\complement}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \\ \text{c- } P(A^{\complement} \cup B^{\complement}) & \text{c) } P(A \cup B) = P(A \cap B) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \\ \text{d- } P(A^{\complement} \cap B^{\complement}) & \text{d) } P(A^{\complement} \cap B^{\complement}) = P(A \cup B^{\complement}) = 1 - P(A \cap B) \\ & = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = \\ & = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \right) = \frac{71}{120} \end{array} \right\}$$

په احتمالاتو کې د تقاطع (ضرب) قاعده:

a- دوه حادثو ته خپلواکه (مستقل) وايي که چېرې د يوې پېښې د بلې پېښې په احتمال کې کومه اغیزه ونه لري په دې صورت کې کولای شو ولیکو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

پلګه: فرض کړئ د يو تن محصل د کامیابی احتمال د ۱۳ تولګي د دویم سمسټر د ریاضیاتو په مضمون کې (A) حالت ۴۰ فیصده او د همدغه محصل د کامیابی احتمال د اقتصادي جغرافیې په مضمون کې (B) حالت ۸۰ فیصده وي، خومره احتمال لري چې په دواړو مضمونو کې کامیاب شي؟

$$P(A \wedge B) \Leftrightarrow P(A \cap B) \Rightarrow P(A) \times P(B) = 0.4 \times 0.8 = 0.32 = 32\%$$

يادونه: که چېري د خپلواکه حادثو تعداد له دوو حادثو خخه زيات وي د ضرب د قاعدي فورمول په لاندې توګه پراختیا پیدا کوي.

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \dots \wedge A_n) \Leftrightarrow P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \dots \cap A_n) \\ P(A_1) \times P(A_2) \times P(A_3) \dots P(A_n)$$

b- په ځینو مواردو کي د حوادثو او واقعاتو پېښیدنه له یو بل خخه خپلواکه نه دي بلکې د یوې حادثې پېښیدنه د بلې حادثې په پېښیدنې پوري تړې (مقیده) او مشروطه وي، یا په بل عبارت د A حالت هغه وخت پېښېږي چې یو بل حالت لکه (B) پېښه شوي وي. د A د حادثې د پېښیدنې احتمال د B حالت په پېښیدنې مشروط کني او د $P(A/B)$ نسبې په مرسته بې خرگندوي دغه احتمال د مشروط یا (Conditional Probability) په نوم یادوي او ليکي.

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} \text{ یا } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

اما د شرطي احتمال د محاسبې لپاره له لاندې فورمول خخه ګته اخيستل کيږي.

$$P(A/B) = P(B) \cdot P(A/B) \text{ یا } P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right)$$

بېلګه: په یوه پاکټ کې خلور دانې د سرو زرو (طلا) سکې او دوه دانې د سپینو زرو (نقرې) سکې ایښو دل شوي دي، که یوه سکه په اتفاقی دول وتاکل شي دې احتمال چې $\frac{4}{6}$ نومورې سکه به طلا وي $\frac{2}{6}$ وي، فرض کوو چې نومورې سکه طلا وي $\frac{4}{6}$ به وي، او د دويم خل لپاره پاکټ ته نه غورڅول کېږي او دويمه غوره کړل شي دې احتمال چې دويمه هم

طلا وي له $\frac{3}{6}$ خخه عبارت دي، په نتیجه کې دې احتمال چې د شپړو نومورو سکو له جملې خخه لومړۍ او دويم دواړه طلا وي عبارت دي له:

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

پلګه: د لوبوو د قطعو له يو درجن خخه ۳ پانې يو پر بل پسې تاکل کېږي او د دويم خل لپاره د قطعې منځ ته غورڅول کېږي، د دي احتمال چې لومړۍ، دويمه او دريمه به طوس وي څومره دي؟

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50}$$

يادونه: دو هادثې چې د هغوي هم مهاله پېښدنه امكان و نه لري نا سازگاره حادثې ورته ويل کېږي.

د دويم خپرکي د مطالبو لنډيز:

هغه قواعد چې د هغې په مرسته د دوو يا خو اتفاقی حادثو د بشکارپدو احتمال سنجش کېږي د جمع د قواعدو په نوم او هغه قواعد چې د هغې په مرسته د يو ځای د بشکارپدو د دوو يا خو اتفاقی حادثو احتمال سنجش کېږي د احتمالي ضرب د قواعدو په نوم ياديږي چې، دوازه قاعدي د نوې رياضي د نښو او سمبولونو (د ست د تيوري) په اساس فورمول بندی کېږي.

که چېږي د يوې اتفاقی حادثې بشکارپدل د بلې اتفاقی حادثې په بشکارپدو تړلې (مقیده) نه وي د خپلواکه اتفاقی حادثې په نوم ياديږي چې، په داسې حالاتو کې د مطالعې وړ پدیدو بشکارپدل، د نورو حادثو بشکارپدل نه اغېزمن کوي.

اما په ټینو ځایونو کې د حادثو او واقعاتو پېښدنه له يو بل خخه خپلواکه نه وي بلکې د يوې حادثې پېښدنه د بلې حادثې په پېښدنه باندې تړلې (مقیده) او مشروط وي، نو که د حادثې پېښدنه د B د حادثې په پېښدنه مشروط وي، دا ډول احتمال د مشروط احتمال په نوم ياديږي.

د دوو حادثو پېښدنه چې هم مهاله امكان و نه لري ناسازگاره حوادث جوړوو.

د دویم خپرکی پونستنی

- ۱- ثابت کړئ چې $(n^2) = n!.n!$
- ۲- په یوه صندوقچه کې (۳۰) دانې مردکي شتون لري چې، د هغوي له جملې خخه (۱۰) دانې یې سره، (۵) دانې یې شنه او (۱۵) دانې یې سپین دي. احتمال یې داسې پیدا کړئ چې له صندوقچې خخه د یوه مردکي په ایستلو کې به مردکي کوم رنگ وي.
- ۳- ممتحن د (۲۵) پونستنو له جملې خخه درې پونستنی غوره کوي، کوم احتمال به شتون ولري چې محصلين به د کومو دريو پونستنو په اړه له (۲۰) پونستنو خخه حدس ووهی.
- ۴- د دوه قطيو په منځ کې د برق يو شمېر ګروپونه شتون لري، خرنګه چې په لومړي قطيو کې د (۱۲) ګروپونو له جملې خخه يو دانه یې ناقص او همدارنګه په دویم قطيو کې د (۱۰) دانو له جملې خخه يو دانه یې هم ناقص دي. احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې، که له لومړي قطيو خخه په کيفي ډول يو ګروپ واخیستل شي او په دویم قطيو کې کېښودل شي، هم ناقص دي.

$$P(B_{\text{ش}}) = \frac{1}{12} \quad P(B) = \frac{11}{12}$$

- ۵- ټولې پرزا چې د یوې دستګاه په مرسته تولیدېږي او په هغه کې يو فيصد زيان شتون لري، ۳۰٪ فیصده یې چې د دویمی دستګاه په مرسته تولیدېږي دوه فیصده زيان لري او ۲۰٪ فیصده چې د دریمی دستګاه په مرسته تولیدېږي په هغه کې ۵.۱٪ فیصده زيان شتون لري. مساوي احتمال به خو وي که پرזה له دستګاه خخه زیامنې تولید شي.

$$P(A) = P(B_1).P_{B1}(A) + P(B_2).P_{B2}(A) + P(B_3).P_{B3}(A)$$

- ۱- د لوبو د ۳۶ قطعو له منځ خخه په کيفي توګه درې قطعي اخیستل کېږي، احتمال یې په هغه صورت کې پیدا کړئ چې د درې اخیستل شوو قطعو له جملې خخه لپو تر لپه يو له هغه خخه طوس وي.

$$P(A) = 1 - P(A), \quad P(A) = \frac{C_{32}^3 \cdot C_3^0}{C_{36}^3} \quad \text{لارښونه:}$$

درېیم خپرکي

د ترکيباتو تيوري

تولیزه موهه:

پیش بیني شوو موخو ته د رسیدو په غرض د پدیدو ترکیب، بدلون او ترتیب.

د زده کړي موخي: هيله کيردي تر خو زده کوونکي د دې خپرکي په پاي کې وکرای شي:

- ۱- د بدليدو يا تبديل مفهوم توضيح کري او د بحث ور پدیدې دې په مناسبه توګه تبديلي کري.
- ۲- د ترتیب مفهوم دې توضيح کري او د بحث ور پدیدې دې په مناسبه توګه ترتیب کري.
- ۳- ترکیب دې د احتمالاتو له تيوري سره سم توضيح او د پدیدو حوادث دې ترکیب کري.

د ترکيباتو د محاسبې لپاره د احتمالاتو دوه عمه او بنستيز اصله شتون لري چې، د جمع له قواعدو (د اتحاد قاعده) او ضرب قاعدي (تقاطع) خخه عبارت دي چې په دويم خپرکي کې په لنډه توګه توضيح او تshireح شوې دي، خو دا قواعد په شمبېلوا کې د ضرب له اصل سره او په شمبېلوا کې د جمع له اصل سره توپير لري، څکه د اتحاد او تقاطع قواعد پر حوادث او اتفاقی احتمالاتو تړي دي چې، پر له پسې متصل يا منفصل وي، خو د شمبېلوا او ضرب لپاره د جمع په قواعدو کې مور له موجوده او مشخصه پدیدو او واقعيتونو سره سر او کار لرو چې هغوي ته له خپلې غوشتنې او ارادې سره سم نظم او ترتیب ورکولای شو.

په شمبېلوا کې د جمع اصل: که چېږي n د خپلواکې عملې جمله په، P_1 , P_2 , P_3 , P_n د يوې پښندنه وي په $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ په بېلا بېلو بنو تر سره کېداي شي.

بلکه: له خلور رنګه ټوکر (تور، سپین، سور او شين) خخه کولای شو خو بيرقه جور کړو داسي چې هر بيرق له دوو رنگونو خخه لې رنګ ونه لري.

حل:

$$P_1 = 4 \cdot 3 = 12$$

د دوه رنگه بيرقونو تعداد

$$P_2 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

د درې رنگه بيرقونو تعداد

$$P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

د خلور رنگه بيرقونو تعداد

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

د تولو بيرقونو تعداد

په شمبولو کې د ضرب اصل: که چېږي د عمليه د $P_n, P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ په بېلا بېلو بنو پېښې شي دغه عمليې په هم مهاله توګه د $P = P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \dots \cdot P_n$ په بېلا بېلو بنو ترسره کېداي شي.

بېلګه: له خلور تنو انګليسانو، پنځه تنو فرانسویانو او دوه تنو مصریانو خخه خو درې کسیزه کمیسیونونه چې د نومورو استازو لرونکي وي جورپدای شي.

حل: د کمیسیونونو تعداد:

$$P = 4 \cdot 5 \cdot 2 = 40$$

ترتیبونه (Arrangements): هغه بېلا بېل حالات چې n شي، په مرتبه توګه د یو بل خنګ ته خای په خای کېداي شي د هغوي د بېلا بېلو ترتیبونو په نوم یادیږي او د دې ترتیبونو تعداد عبارت دي له:

$$P(n,n) = n!$$

په بل عبارت د ست له عناصر و خخه د هر محدود منظم ست ته ترتیب ویل کېږي.

خرنګه چې په افاده کې A_n^k $n=k$ وضع شي نو:

$$P_n = n! = A_n^k$$

بېلګه: د درې توري په خو بنو د یو بل خنګ ته خای په خای کېداي شي.

$$P = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

بېلګه: د 2,4,6 او 8 له ارقامو خخه خو خلور رقمي عدده کولای شو جور کړو دا سې چې د اعدادو ارقام نه وي تکرار شوي.

$$P(n,n) = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

بدلونونه (Permutations): هغه بېل حالات چې r شي، له بېلا بېل n شي خخه ($r < n$) د یو بل په خنګ کې مرتب کېداي شي. د n شى د r په r بدلونونو په نوم یادیږي او د هغوي تعداد عبارت دي له:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$$

پلگه: یو توپیر لرونکی درې رنگه بيرغ په هغه صورت کې چې زمود په لاس کې موجوده مواد له پنهو رنګونو خخه جوړ شوي وي جورولای شو داسي چې د توکر درې رنگه په افقي شان د بيرغ عرض جورووي او له رنګونو خخه سور رنگ حتمي وي.

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

- (۱) یادونه- ليدل کيږي چې د خصوصي حالت ترتیب له بدلون خخه دی کله چې $r=n$ وي.
 (۲) یادونه- که چېري n شي د دايري پر مخ مرتبه شي د دايروي بدلونونو په نوم یاديږي او د هغه ترتیبونه عبارت دی له ${}^{(n-1)}$

ترکیبونه (Combinations): هغه بپلا بېل حالات چې (r) شي، د n شي له ترتیب خخه پرته له دې چې په پام کې و نیول شي بېل تاکل کيږي د n شي r په ترکیبونو په نوم یاديږي او د هغوي تعداد عبارت دی له:

$$\left[\begin{matrix} n \\ r \end{matrix} \right] = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots((n-r+1))}{(n-r)!r!} \quad r < n$$

$$\left[\begin{matrix} n \\ 0 \end{matrix} \right] = 1 = \left[\begin{matrix} n \\ n \end{matrix} \right]$$

واضح د چې

د سمبول په ئاي د $C(n,r)$ او C_r^n سمبولونو خخه هم گته اخيستل کيږي چې، په دې فورمول کې r فرعی ستونه عضوي r له یو ست خخه عضوي n نسيي.

وروسته د پورتنيو توضیحاتو پر بناؤ ويلی شو چې د r شي یو ترکیب له بېل يا متمايز n شي خخه عبارت دی r د شي غوره کول له دې خیزونو (اشیاوو) خخه پرته له دې چې په یو ځانګړي ئاي کې ئاي پرئاين شي په مجدده توګه او پرته له دې چې د هغوي ترتیب په پام کې و نیول شي.

نو ليدل كيري كه په بدلون کي ترتيب راغلي وي، خيزونه (اشياء) بدل کرو يو نوي
حالت لاسته راهي خرنگه چې د خيزونو خاى په خاى کول په تركيب کي نوي حالت منج
ته نه راوري او له بل پلوه په بدلون او تركيب کي انتخاب په نظر کي نيوں كيري. په داسې
حال کي چې په تركيب کي د انتخاب ترتيب په نظر کي نه نيوں كيري او د تركيب مفهوم
د اريکي يا رابطي په توګه د طبيعي اعدادو ترمنج توضيح کوي.

بېلگه: په يوه کغوره کي (۳) سري مرۍ، (۵) سپينې مرۍ او (۸) شنې مرۍ دي. په خو
لارو کولاي شو (۲) سري مرۍ، (۱) سپينه مرۍ او (۲) شنې مرۍ غوره کړو.
حل: بايد دا په پام کي ولرو چې هر رنگه مرۍ له يو بل خخه توپير لري نو مطلوبه
كميت عبارت دي له:

$$\binom{3}{2} \binom{5}{1} \binom{8}{2} = \frac{3!}{2!!} \cdot \frac{5!}{1!4!} \cdot \frac{8!}{2!6!} = \frac{3.5.8.7}{1.1.2.1} = 420$$

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{(9-5)!5!} \cdot \frac{9!}{4!5!} = \frac{9.8.7.6.5.4.3.2.1}{4.3.2.1.5.4.3.2.1} = 144$$

تکاري تركيبونه: له تکرار سره تركيب: د يوه ست د عناصر و په ټاکلو کي د ست خينې
عناصر خو ئالي تکاريپوي د بېلگي په ډول ۵، ۴، ۳ او ۵ له اعدادو خخه خو درې رقمي
عدده کولاي شو ترتيب کړو. که چېږي يو یا عين عدد خو ئالي تکرار شي نو $5^3 = 125$ کيري.
نو په دې اساس تکرار لرونکي ترتيبونه د $A_n^m = n^m$ د فورمول په مرسته خرگندېږي.
بېلگه: خو درې رقمي عدده کولاي شو ۱ او ۲ په رقمونو ولېکو.

$$8=2^3$$

بېلگه: خو بېلا بېل خلور رقمي عدده کولاي شو له صفر، ۱ او ۲ اعدادو خخه ترتيب کړو
که چېږي د اعدادو تکرار مجاز وي.

حل: له درې ورکړل شو عددونو خخه خلور رقمي اعداد جوړولاي شو په دې شرط چې
هغه اعداد چې کین لوري ته یې صفر خاى په خاى کېږي منفي شي.

$$A_3^4 - A_3^3 = 3^4 - 3^3 = 81 - 27 = 54$$

بدلبدل يا تکرار: د n شي د بدلبذو تعداد سبيي، خرنگه چې په هغه کي يو د P دفعه
او بل q دفعه له خيزونو (اشياؤ) خخه تکرار شوي وي عبارت دي له:

$$\frac{n!}{P!q!} \text{ یا } P_{n_1, n_2, \dots, n_m} = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_m)!}{n_1! n_2! \dots n_m!} = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!}$$

که چېري $n!$ بدلونونه انتخاب شي او د دې ست عناصر تکراري وي، بدلون له تکرار سره له n خخه کوچنی دی.

بېلگە: د کلمې بېلا بېل خو توري کولاي شو له هغو تورو خخه چې د (Matematuka) کلمه جوره شوي ھد واخلو.

حل: $n_5=1$, $n_4=1$, $n_3=2$, $n_2=3$, $n_1=2$, $n_6=1$, $n_0=0$ نو لرو:

$$P(n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6) = \frac{10!}{2!3!2!1!1!1!} = 151200$$

بېلگە: د کلمې خو توري کولاي شو د BABBY له کلمې خخه جوره کرو.

حل: په دې ئای کې $5!=120$ د B_1, A, B_2, B_3, y له تورو خخه تبدیل لرو چې په هغو کې درې B بېل يا متمايزشوي چې شپر لاندې بدلونونه جورولاي شو.

$B_1 B_2 B_3 Ay$, $B_1 B_3 B_3 Ay$, $B_2 B_1 B_3 Ay$, $B_2 B_3 B_1 Ay$, $B_3 B_1 B_2 Ay$, $B_3 B_2 B_1 Ay$

$$P_{5,3} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

او د 6 عدد مساوي دی له $3!$ سره.

ترکیب له تکرار سره: فرض کوو د $\{a, b, c\}$ ست ورکړل شوي وي او له هغه خخه (۵) عنصره ترکیب له تکرار سره جور کرو لکه $aabbcc$ بنه او د $11 \cdot 11 \cdot 1$ سمبولیک خرګندېږي، دا خرګندېدل داسې توضیح کېږي چې، a د دویم ھل لپاره تکرار شوي دی (۱۱) وروسته له هغې چې a شتون نه لري، (۰) وروسته له صفر خخه b د ۱۱ په بنه او همدارنګه بل b شتون نه لري او د صفر په مرسته بېلېږي. په آخر کې د C (۱) توري شتون لري.

$$P_{5,3-1} = \frac{(5+3-1)!}{5!(3-1)!}$$

حُكْمَهُ چی:

$$C_n^m = P_{mn-1} = \frac{(m+n-1)}{m!.(n-1)!}$$

$$C_{m+n}^m = C_{m+n}^{n-1} \quad \text{يا}$$

پلکه: د پرچون خرخونکي په يوه دوکان کي لس ډوله پست کارته شتون لري، په خو ډوله کولای شو له ۱۲ او ۸ پست کارتونو خخه ترکيب جود کړو په دې شرط چې ۵ پست کارت په غوره کولو کي تکرار مجاز وي.

$$C_{10}^{-12} = \frac{(12+10-1)!}{12!(10-1)!} = 293930$$

$$C_{10}^{-8} = \frac{(12+8-1)!}{8!(10-1)!} = 24310$$

بېلگە: پە يوھ تۈلگى كېچى لىرى، شېر تەنە يې نىينە او خلۇر تەنە يې سېخىنە دى د n طریق تعداد چى:

- a له دې زدھ کوونکو خخه دې یوه خلور عضوي کمپتې غوره کړي.
 - b یوه خلور عضوي کمپتې، دوہ نزینه او دوہ نسخينه دې غوره کړي.
 - c ټولګۍ دې وکړای شي رئیس، د رئیس مرستیال، خزانه دار او منشي غوره کړي.

حل:

$$C(10,4) = \binom{10}{4} = 910$$

-b) طریق 2 نرینه تاکل کیری او 4 نسخینه
 $\binom{4}{2}$ طریق 2 نرینه تاکل کیری او 4 نسخینه $\binom{6}{2}$ تاکل کیری نو:

$$\binom{6}{2} \binom{4}{2} = 90$$

۵- په دې پوشنډه کې ترکیب په نظرکې نه دی بلکې ترتیب په نظر کې دی بنا:

$$n = P(6,4) = A_6^4 = 360$$

$$\binom{9}{5} = \frac{9!}{(9-5)!5!} = \frac{9!}{4!5!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 144$$

بِلْكَه: 144

د درېم خپرکي د مطالبو لنډيز

هځه بېلا بېل حالت چې n شی په مرتبه توګه د یو بل په خنگ کې خای په خای کېدای شي د هغوي د بېلا بېل ترتیب په نوم یادیږي او د ترتیبونو تعداد د فکتوریل په مرسته لاسته راتلای شي، د بېلګې په ډول کولای شو د n شی ترتیب د دې فورمول په مرسته لاسته راوړو.
 $P(n,n)=n!$

تبدیل: هغه توپیر لرونکي حالات چې r شی، له n شي خخه ($r < n$) د یو بل په خنگ کې مرتب کېدای شي او د بدلونونو تعداد د لاندې فورمول په مرسته لاسته راخي.

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

همدارنګه ترتیب له تکرار سره، تبدیل له تکرار سره او ترکیب له تکرار سره په احتمالاتو کې د استعمال موارد لري.

ترکیب: هغه بېلا بېل حالات چې (r) شي، د n شي له ترتیب خخه پرته له دې چې په پام کې و نیوں شي بېل ټاکل کېږي د n شی، r په r ترکیبونو په نوم یادیږي.

د درېم خپرکي پونستنې

- ۱- له ۱۱ توكه کتابونو خخه په خو بېلا بېلو بنو کولای شو پنځه توكه يې په الماری کې مرتب کړو.
- ۲- د teeth له کلمې خخه خو پنځه توريزې نمونې کولای شو ولیکو.
- ۳- خو یوولس توريزې نمونې د MISSISSIPPI له کلمې خخه جوربدلای شي.
- ۴- له یو دولس کسیز لست خخه خو پنځه کسیز بېل گروپونه کولای شو غوره کړو.
- ۵- له یو گروپ خخه چې له ۶ نرینه او ۵ بشئینه خخه جور شوي وي، خو پنځه کسیزه کمیتې چې ۳ تنه نرینه او ۲ تنه بشئینه غري ولري، د تاکلو ور دی.
- ۶- د افغانستان د کلمې توري په خو ډوله ترتیب کېدای شي.
- ۷- اوه دانې منې د درې تنو ماشومانو ترمنځ داسې چې د هغوي مشر ته درې دانې او نورو هر یوه ته دوه، دوه دانې ورسیپري په خو ډوله ترتیب کېدای شي.
- ۸- له لس تنو محصلینو خخه خو دوه کسیز گروپونه جورېدای شي.
- ۹- که چېږي یوه سکه خلور څلې پورته واچول شي.
 - a. ممکنه فضاء مطلوبه .۵۵
 - b. په خو حالته کې دوه څلې په مخ رائحي.
 - c. په خو حالته کې درې څلې په مخ رائحي.

سرچینی او اخیستنی

د احتمالاتو برخه

- ۱ جلیلی مرزا، ریاضیات جدید، ۱۳۷۰،
- ۲ غوری ، محمد انور، ریاضی عمومی، ۱۳۸۴
- ۳ موحد حبیب الله ، تیوری احتمالات، ۱۳۸۵،
- ۴ پوهاند غلام سنایی و پهندار ذکیه، حل مسائل احتمال ۱۳۸۶

د احصایی برخه

- ۱ اصیل، مراد علی، تیوری احصائیه
- ۲ غوری، محمد انور، ریاضی عمومی
- ۳ حمیدی، عبدالباقي ، احصائیه
- ۴ لکچرنوت پوهنځی اقتصاد، ۱۳۸۶-۱۳۸۷

د بنوونیز نصاب د پراختیا د ریاست پیغام

د پوهنې وزارت د تختنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د بنوونیز نصاب د انکشاف ریاست د تولنې دعینې او بنکاره ضرورت په درک کولو سره چې د محصلینو او شاگردانو د درسي کتابونو په برخه کې یې تختنیکي او مسلکي رشتې درلودې او لري یې، په لومړي سرکې یې تصمیم ونيو، چې په بنوونیزو پلانونو او درسي مفرداتو باندې بیاکتنه وکړي او ورپسې بیا د شاگردانو او محصلینو د درسي کتابونو د تالیف لپاره مبادرت او کوشین وکړي. د خدای(ج) په فضل او مرحمت سره او د ادارې او حسابداري خانګې د بنوونکو په میرانې او همت سره د ادارې او حسابداري درسي کتابونه تالیف شول تر خو په وریا ډول د شاگردانو او محصلینو په واک او اختيار کې ورکړل شي.

د علم او معرفت له ټولو لوستونکو، علاقمندانو، د ادارې او حسابداري د مکاتبو له بنوونکو، گرانو شاگردانو او د تختنیکي او مسلکي زده کړو د چارو له متخصصینو او همدا شان له ټولو څېرونکو او شنوونکو خڅه صمیمانه هیله کېږي، چې د دې کتابونو په مطالعې سره چې په لومړي خڅل د بنوونکو او د ادارې او حسابداري خانګې د مسلکي غرو له لوري تالیف او تدوین شوي دي. د مسلکي، تختنیکي او علمي مطالبو او مفاهيمو د خرنګوالي په هکله خصوصاً د هځوی املای او انشایي اشتباهاهو په اړه هموږ ته لارښوونه وکړي، ترڅو په راتلونکي کې وکړای شو، په همدي او نورو برخوکې گرانو شاگردانو ته له دې خڅه به، غوره، ګټور او ارزښتناکه موضوعات وړاندې کړو.

همدا شان له گرانو شاگردانو او محصلینو خڅه هیله کوو ترڅو د دې کتابونو د مطالعې او استفادې پر مهال د هیواد اقتصادي ستونزې، فقر او وروسته پاتې والي په نظرکې ونيسي او د کتابونو په ساتنه کې کوشين او زیار وباسې، ترڅو د ډېرو شاگردانو او محصلینو د ګټې وړ وګرځي.

پته: د پوهنې وزارت - د تختنیکي او مسلکي زده کړو معینیت د تعلیمي نصاب د انکشاف ریاست - د کتابونو د تالیف او د درسي ممدو موادو د برابرولو عمومي مدیریت.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library