Ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library


| | |
|---|---|
| د کتاب نوم | احصائیه |
| لیکوال | پوهاند محمد بشیر دودیال |
| خپرندوی | ننګرهار طب پوهنځی |
| ویب پاڼه | www.nu.edu.af |
| چاپ خای | سهرمطبعه، کابل، افغانستان |
| چاپ شمیر | ۱۰۰۰ |
| د چاپ کال | ۱۳۹۲ لومړی چاپ |
| دکتاب ډاونلوډ | www.ecampus-afghanistan.org |

دا کتاب د افغان ماشومانو لپاره د جرمني کمپنۍ (په جرمني کې د Eroes کورنۍ یوې خیریه ټولنې) لخوا تمویل شوی دی.

اداري او تخنیکی چاري یې د افغانیک موسسې لخوا ترسره شوي دي.

د کتاب د محتوا او لیکنې مسؤلیت د کتاب په لیکوال او اړونده پوهنځي پورې اړه لري. مرسته کـــوونکي او تطبیق کوونکي ټولنې په دې اړه مسولیت نه لري.

د تدریسي کتابونو د چاپولو لپاره له موږ سره اړیکه ونیسی:

ډاکتر یـــحـــیی وردک، د لوړو زدکړو وزارت، کابل

دفتر: ۰۷۵۶۰۱۴۶۴۰

ایمیل: textbooks@afghanic.org


د چاپ ټول حقوق له مؤلف سره خوندي دي.

ای اس بي ان: ISBN:978 993 6200 227

ننګرهار طب پوهنځی

# احصائیه

پوهاند محمد بشیر دودیال

۱۳۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

## د درسي کتابونو د چاپ پروسه

قدرمنو استادانو او ګرانو محصلينو !

د افغانستان په پوهنتونونو کې د درسي کتابونو کموالی او نشتوالی له لويو ستونزو څخه ګڼل کېږي. يو زيات شمير استادان او محصلين نوي معلوماتو ته لاس رسی نه لري ، په زاړه ميتود تدريس کوی او له هغو کتابونو او چپترونو څخه ګټه اخلی چې زاړه دي او په بازار کې په ټيټ کيفيت فوتو کاپي کېږي.

د دې ستونزو د هوارولو لپاره په تېرو دوو کلونو کې مونږ د طب پوهنځيو د درسي کتابونو د چاپ لړی پيل او تر اوسه مو ۱۱۲ عنوانه طبي درسي کتابونه چاپ او د افغانستان ټولو طب پوهنځيو ته استولي دي.

دا کړنې په داسی حال کې تر سره کېږي چې د افغانستان د لوړو زده کړو وزارت د (۲۰۱۰-۲۰۱۴) کلونو په ملي ستراتيژيک پلان کې راغلي دي چې:

*«د لوړو زده کړو او د ښوونې د ښه کيفيت او زده کوونکو ته د نويو، کره او علمي معلوماتو د برابرولو لپاره اړينه ده چې په دري او پښتو ژبو د درسي کتابونو د ليکلو فرصت برابر شي د تعليمی نصاب د ريفورم لپاره له انګريزی ژبې څخه دري او پښتو ژبو ته د کتابونو او درسی موادو ژباړل اړين دي، له دې امکاناتو څخه پرته د پوهنتونونو محصلين او استادان نشي کولای عصري، نويو، تازه او کره معلوماتو ته لاس رسی پيدا کړي».*

د افغانستان د طب پوهنځيو محصلين او استادان له ډېرو ستونزو سره مخامخ دي. نويو درسي موادو او معلوماتو ته نه لاس رسی، او له هغو کتابونو او چپترونو څخه کار اخيستل چې په بازار کې په ډېر ټيټ کيفيت پيدا کېږي د دې برخې له ځانګړو ستونزو څخه ګڼل کېږي. له همدې کبله هغه کتابونه چې د استادانو له خوا ليکل شوي دي بايد راټول او چاپ کړل شي. د هيواد د اوسنی حالت په نظر کې نيولو سره مونږ لايقو ډاکټرانو ته اړتيا لرو ترڅو وکولای شي په هيواد کې د طبي زده کړو په ښه والي او پرمختګ کې فعاله ونډه واخلي. له همدې کبله بايد طب پوهنځيو ته زياته پاملرنه وشي.

## د لوړو زده کړو وزارت پيغام

د بشر د تاريخ په مختلفو دورو کې کتاب د علم او پوهې په لاسته راوړلو کې ډېر مهم رول لوبولی دی او د درسي نصاب اساسي برخه جوړوي چې د زده کړې د کيفيت په لوړولو کې مهم ارزښت لري. له همدې امله د نړيوالو پيژندل شويو ستندردونو، معيارونو او د ټولنې د اړتياوو په نظر کې نيولو سره بايد نوي درسي مواد او کتابونه د محصلينو لپاره برابر او چاپ شي.

د لوړو زده کړو د مؤسسو د ښاغلو استادانو څخه د زړه له کومې مننه کوم چې ډېر زيار يې ايستلی او د کلونو په اوږدو کې يې په خپلو اړوندو ځانګو کې درسی کتابونه تأليف او ژباړلي دي. له نورو ښاغلو استادانو او پوهانو څخه هم په درنښت غوښتنه کوم ترڅو په خپلو اړوندو برخو کې نوي درسي کتابونه او نور درسي مواد برابر کړی څو تر چاپ وروسته د ګرانو محصلينو په واک کې ورکړل شي.

د لوړو زده کړو وزارت دا خپله دنده بولي چې د ګرانو محصلينو د علمي سطحې د لوړولو لپاره معياري او نوي درسی مواد برابر کړي.

په پای کی د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کميتی او ټولو هغو اړوندو ادارو او کسانو څخه مننه کوم چې د طبي کتابونو د چاپ په برخه کې يی هر اړخيزه همکاري کړې ده.

هيله منديم چې نوموړې پروسه دوام وکړي او د نورو برخو اړوند کتابونه هم چاپ شي.

په درنښت

پوهاند ډاکتر عبيدالله عبيد

د لـــوړو زده کـــړو وزير

کابل، ۱۳۹۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

خو بیا هم کیدای شی د کتاب په محتوی کی ځینی تیروتنی او ستونزی وجود ولری ، نو له دی امله له درنو لوستونکو څخه هیله مند یو تر څو خپل نظریات او نیوکی د مولف او یا ژمونږ په پته په لیکلی بڼه را ولیږی، تر څو په راتلونکی چاپ کی اصلاح شی.

د افغان ماشومانو لپاره د جرمنی کمیتی او دهغی له مشر ډاکتر ایروس څخه ډیره مننه کوو چی د دغه کتاب د چاپ لګښت یی ورکړی دی. دوی په تیرو کلونو کی د ننګرهار طب پوهنځی د ۲۰ عنوانه طبی کتابونو د چاپ لګښت پر غاړه درلود.

په ځانګړي توګه د جی آی زیت (GIZ) له دفتر او (Center for International Migration and Development) CIM یا د نړیوالی پناه غوښتنی او پرمختیا مرکز چې زما لپاره یې په تېرو درېو کلونو کې په افغانستان کې د کار امکانات برابر کړی دي هم مننه کوم.

د لوړو زده کړو محترم وزیر ښاغلي پوهاند ډاکتر عبیدالله عبید ، علمی معین ښاغلي پوهنوال محمد عثمان بابری، مالي او اداري معین ښاغلی پوهنوال ډاکتر ګل حسن ولیزي، د ننګرهار پوهنتون د رییس ښاغلی ډاکتر محمد صابر، د پوهنتونو او پوهنځیو له ښاغلو رییسانو او استادانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ لړی یې هڅولی او مرسته یې ورسره کړی ده.

همدارنګه د دفتر له ښاغلو همکارانو څخه هم مننه کوم چې د کتابونو د چاپ په برخه کې یې نه ستړی کیدونکی هلی ځلی کړی دي.

ډاکتر یحیی وردګ، د لوړو زده کړو وزارت
کابل، مارچ ۲۰۱۳
د دفتر تیلیفون: ۰۷۵۲۰۱۴۲۴۰
ایمیل: textbooks@afghanic.org
wardak@afghanic.org

تراوسه پورې مونږ د ننګرهار، خوست، کندهار، هرات، بلخ او کاپیسا د طب پوهنځیو او کابل طبی پوهنتون لپاره ۱۱۲ عنوانه مختلف طبي تدریسي کتابونه چاپ کړي دي. د ننګرهار طب پوهنځی لپاره د ۲۰ نورو طبي کتابونو د چاپ چارې روانې دي. د یادونې وړ ده چې نورې چاپ شوي کتابونه د هیواد ټولو طب پوهنځیو ته په وړیا توګه ویشل شوي دي.

ټول چاپ شوی طبی کتابونه کولای شی د www.ecampus-afghanistan.org ویب پاڼی څخه ډاونلوډ کړی.

کوم کتاب چې ستاسی په لاس کې دی زمونږ د فعالیتونو یوه بېلګه ده. مونږ غواړو چې دې پروسې ته دوام ورکړو تر څو وکولای شو د درسي کتابونو په برابرولو سره د هیواد له پوهنتونونو سره مرسته وکړو او د چېتر او لکچر نوټ دوران ته د پای ټکی کېږدو. د دې لپاره دا اړینه ده چې د لوړو زده کړو موسساتو لپاره هر کال څه نا څه ۱۰۰ عنوانه درسی کتابونه چاپ کړل شي.

د لوړو زده کړو د وزارت، پوهنتونونو، استادانو او محصلینو د غوښتنې په اساس په راتلونکی کی غواړو چې دا پروګرام غیر طبي برخوته لکه ساینس، انجنیري، کرهنې، اجتماعی علومو او نورو پوهنځیو ته هم پراخ کړو او د مختلفو پوهنتونو او پوهنځیو د اړتیا وړ کتابونه چاپ کړو.

**له ټولو محترمو استادانو څخه هیله کوو، چې په خپلو مسلکي برخو کې نوي کتابونه ولیکي، وژباړي او یا هم خپل پخوانۍ لیکل شوي کتابونه، لکچر نوټونه او چېټرونه ایډیټ او د چاپ لپاره تیار کړي. زمونږ په واک کې یې راکړي، چې په ښه کیفیت چاپ او وروسته یې د اړوندې پوهنځی، استادانو او محصلینو په واک کې ورکړو. همدارنګه د یادو شویو ټکو په اړوند خپل وړاندیزونه او نظریات زمونږ په پته له مونږ سره شریک کړي، تر څو په ګډه پدې برخه کې اغیزمن ګامونه پورته کړو.**

**له ګرانو محصلینو څخه هم هیله کوو چې په یادو چارو کې له مونږ او ښاغلو استادانو سره مرسته وکړي.**

د یادونې وړ ده چې د مولفینو او خپرونکو له خوا پوره زیار ایستل شوی دی، تر څو د کتابونو محتویات د نړیوالو علمی معیارونو په اساس برابر شی

(c) ketabton.com: The Digital Library



احصائیه د علمی تجربو د ډیزاین سره نژدی اړیکی لري، نو ځکه مولف د دواړو لپاره داسې مفردات په پام کې ونیول چې هیڅ مسئله تکراري رانشي او نه هم کومه برخه هېره شي او دواړه کتابونه چاپ ته وسپارل شول. هغه مثالونه چې په کتاب کې راغلي، د احصاییې دعلم تولو برخو کې د تطبیق او تعمیم وړي.

ډیره ضروری ده چې د DAAD پروګرام له هغې پاملرنې څخه مننه وکړم چې خاصتا د طب د پوهنځیو لپاره یې د درسی کتابونو د چاپ په برخه کې کړې دی ، همدارنګه له بناغلی دوکتور یحیی وردک څخه مننه کوم چې ددغه کتاب چاپ ته یې خانګړې پاملرنه وکړه.

لازمه بولم له ډیر قدرمن استاد پوهاند دوکتور الحاج محمد ظاهر ظفرزی څخه په خانګړې توګه تشکر وکړم چې د ډیرو زیاتو مصروفیتونو سره سره یې کتاب و کوت او یو مساعد تقریظ یې ولیک.

هیله ده د دغه کتاب بیا چاپ دلوستونکو پرله پسې تقاضا ته مثبت ځواب ووایي او د پخوانیو نسخو کمښت جبران کړي.

په درناوی

پوهاند محمد بشیر دودیال

۱۳۹۷/۷/۱۲



## مخګینی خبرې

په معاصر وخت کې د علومو په برخه کې د بشریت لاسته راوړنې د څومره والي او د څرنګوالي له پلوه په ګړندي ډول پرمخ روانې دي، د ببلا ببلو څانګو علمي نتایج، څېړنې او د پوهنیزو څانګو اومایل شوي فرضیې او تیوري د چاپ شویو او تالیف شویو اثارو په بڼه خپریږی، چې په دې ډول سره څانګړې پوهنې (اختصاصې علوم او مضامین) را منځته شوي دي، په دې لړ کې په زیات شمېر څانګیزو پوهنو کې تیوري او تاکلي تجربه شوې، پیژندل شوي میتودونه موجود دي، چې د اړوندې څانګې مینه وال او څېړونکي دغو علمي اثارو او ادبیاتو ته دماخذ په توګه مراجعه کوی.

اکاډمیک مراکز، پوهنتونو نه او علمي موسسې دعلمي اثارو خپروونکي دي، اوس چې دغه لړی په نوره نړۍ کې په ګړندي ډول روانه ده، موږ په خپل هیواد کې لا اوس هم په ملي ژبه د تالیف شویو درسي کتابونه (تکست بوکونو)، نورو علمی اثارو او معتبرو اخځونو له کمښت سره مخامخ یو. د دغې ریږې دببلا بیلو څانګو څېړونکو ته خندونه پېښ کړي دي، په تیره بیا د پوهنتونونو درسي پروسه کې د استونزه لا زیاته لیدل کیږي، خو ددی په وړاندې په ملي ژبو د درسي کتابونو لیکل دغه ریږه له منځه وړی، که دغه پروسه په علمي مراکزو کې ګړندي شي، زموږد علمي مراکزو ، پوهنتونونو او اکاډمیکو موسساتو علمي غنا ته به یو لوی خدمت وي.

احصائیه د طب، فارمسی، کرنې، اقتصاد او د کرنې پوهنځیو یو مهم درسی کتاب دی، په تېره بیا د احصائیې اهمیت د ریسرچ د علمي تجربو په برخه کې ډېر مهم دی. دهمدغه اهمیت له مخې د دغه کتاب په تالیف لاس پورې شو، احصائیه د طب، طبیعی علومو، فارمسی او کرنی پوهنځیو کی یو مهم مضمون دی. د تشریحی او استنباطی احصائیی میتودونه د ساینسی علومو په برخه کی د کارولو ډیر زیات موارد لری. په دغه کتاب کې به ممکن یو شمیر مثالونه د طب په ساحه کی، یو شمیر د کرنې او اقتصاد په ساحه کی او یو شمیر به د ښوونی او روزنی په برخه کی وی، خو مهمه دا ده چی دمیتودونو تطبیق او دمسئلی حل په هره څېرنه کی یو شان ترسره کیږی، یعنی د یوی برخی مثالونه بلی ته هم په کار تلای شی، په دی توګه احصائیه یو عمومی دسپلین دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



مؤسساتو لپاره يې يو غوره اخځ او ښه لارښود ګڼم . د دغه کتاب په خپرېدو سره به زمونږ د اکاډميکو مؤسساتو لويه ستونزه حل شي ، د ريسرچ لاړي به روښانه او څيړونکي به د خپلو علمي تحقيقاتو بنسټ په دغه کتاب کښې د ښودل شويو ميتودونو او روشونو سره سم کيږدي.

د خوشحالۍ خبره ده چې DAAD پروګرام او په ځانګړې توګه ډاکټر صاحب يحيى وردک په دې وروستيو څو کلونو کښې د افغانستان د طب د پوهنځيو لپاره د درسي او درسي مرستيال کتابونو د چاپ په برخه کښې پوره هلې ځلې کړي دي او د مايکرو ميډيا د نوي پروګرام په برابرولو سره يې د يوه اغېزمن تدريس په خاطر ګټور عملي ګامونه اوچت او درسي پروسه کښې يې اسانتياوې راوستي دي.

د درانه استاد پوهاند محمد بشير دودیال زيار د درسي کتابونو په تأليف او په ټېره بيا د احصائيې د ډېر ضروري او ګټور کتاب په تأليف کښې د يادونې وړ دی.

محترم پوهاند محمد بشير دودیال د درسي کتابونو د تأليف او خپرولو د غورځنګ مخکښ دی. زه دغه کتاب په علمي ډګر کښې يوه ډېره ګټوره علمي زېرمه بولم چې په هر وخت کښې به اکاډميک مؤسسات ، استادان او څېړونکي ورڅخه استفاده کوي. په پای کښې درانه استاد قدرمن دودیال صاحب ته په علمي ډګر کښې د لازياتو بريالیتوبونو هيله لرم ، ده ته د الله ﷻ له لوی دربار څخه د روغتيا دعا کوم.

په درنښت

الحاج پوهاند دوکتور محمد ظاهر ظفرزی

د طب پوهنځي استاد - ۱۸/۴/۱۳۹۲



## تقریظ:

احصائيه (Statistics) يو له ډيرو مهمو مفاهيمو څخه دی، چې د علمي څېړنې (Research) په ترسره کولو کې مهم رول لري. احصائيوي ميتودونه او روشونه د علمي راپورونو په جوړولو کې هم لومړني وسايل دي. دغه دسپلين د نړۍ په تولو پوهنتونونو او علمي مرکزونو کې ځای لري ، په تيره بيا په ساينسي ځانګو لکه طب، فارمسي، کرنې او د طبيعي علومو په برخه کې څيړونکي خامخا احصائيوي ميتودونو ته اړ دي. البته نن ورځ احصائيه په اقتصاد ، ښوونه او روزنه او سلوکي علومو (اروا پوهنه) کې هم خپل ارزښت لري.

له بده مرغه موږ تر اوسه پورې د احصايې په برخه کې په پښتو ژبه پوره اندازه درسي کتابونه نه لرل، دادی له نيکه مرغه د دغه کتاب په تاليف سره دغه کمښت هم جبران شو او وروسته تردی به موږ د طب پوهنځې لپاره هم د احصايې يو چاپ شوی کتاب ولرو.

د احصايې دغه کتاب تول (۱۱) څپرکي لري ، چې په پيل کې په عمومي توګه د احصائيې پېژندنه ، احصائيه او ارقام (Data) ، د احصائيې دوه برخې ، احصائيوي جدولونه ، جدول جوړول (Tabulation) او ګرافونه راغلي دي په نورو څپرکيو کې مرکزي او د خپرواليو ميلانونه له مثالونو سره توضيح شوي دي البته دغه مثالونه په بېلابېلو برخو کې دي. شپږم څپرکی د احتمالاتو تيوري تشريح کوي. شاخصونه (Index Number) او زمانـــــي سلسلې (Time Series) د کتاب په اتم او نهم څپرکی کې راغلي دي. دا لومړۍ ځل دی چې په پښتو ژبه دغه دوه موضوعات تشريح شوي دي. (Sampling) چې د علمي تحقيق لپاره يوه ډېره مهمه موضوع ده د کتاب په لسم څپرکی کې توضيح شوې ده. خو غوره خبره داده چې له ډېر پيچلي شکل څخه را ايستل شوی او زمونږ خپل هېواد کې زمونږ خپلو ضرورتونو سره سم بيان شوې ده . نمونوي مشاهدات هم په (Random) او هم په (Quota) يعنې چانسي او قضاوتي دواړو ډولونو ښودل شوي دي چې تر اوسه پورې مونږ په پښتو تأليفاتو کې دا موضوع هم نه وه څېړلې او نه مو هم د (Sample) او (Universe) د ارتباط او حکم کولو د طرز مسئله پوره واضح کړې وه. د احصائيې د کتاب د دغه څپرکی ښه والي دا دی چې د (Sampling) څلور مهمې لارې (طريقې) پکښې توضيح شوي دي چې زمونږ څوان څېړونکی هغه د خپل تحقيق لپاره غوره کولای شي . ميلان او پيوستون (Regression & Correlation) چې د دوو متحولينو د ارتباط څرنګوالی ښيي ، يوه بله پيچلي موضوع ده ، چې په دغه کتاب کې له حل شويو مثالونو سره په ډېره ساده توګه بيان شوې ده.

زه په خپل وار د دغه کتاب چاپ يو غوره ګام بولم ، نه يواځې دا چې د دغه کتاب خپرېدل د ننګرهار پوهنتون د طب پوهنځي لپاره ، بلکې د هېواد د تولو پوهنتونونو او د لوړو زده کړو

(c) ketabton.com: The Digital Library



# لیکلړ


| سرلیک | مخ |
|---|---|
| سریزه | ۱ |

## لومړی څپرکی

## عمومیات

۱:۱- د احصایې اصطلاح او تعریف ۴
۱:۲- د احصایې لنډه تاریخچه ۵
۱:۳- د احصایې اهمیت ۹
۱:۴- احصایه او د علومو نورې ډیلاډیلې څانګې ۱۰
۱:۵- د ځینو مشابهو علومو او څانګو سره د احصایې توپیر ۱۲
۲:۱- د احصایې دوه برخې ۱۳
۲:۷- احصایه، ارقام او د هغو اړیکې ۱۵

## دویم څپرکی

## د ارقامو راټولول، ترتیب، جدولونه او ګرافیکي ارایه

۲:۱- د ارقامو راټولول او ښودل ۱۷
۲:۲- د ارقامو ترتیبول ۱۸
۲:۳- جدولونه او د جدول جوړونه ۱۸
۲:۴- د ارقامو ګرافیکي ارایه ۲۰
۲:۴:۱- د ګرافونو ډولونه ۲۱
تمرینات ۲۸

## دریم څپرکی

## د دفعاتو د وېش جدول، هستوګرام او پولیګان

۳:۱- د دفعاتو یا فریکونسي وېش ۲۹
۳:۲- د فریکونسیو وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او ۲۹
۳:۳- د صنف بندي نتیجه ۳۱
۳:۴- د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه ۳۳




## تقریظ

لکه چې پوهېږو زمونږ تحصیلي موسسې او د زده کړې مراکز په پښتو او دري ژبو کې درسي کتابونه ډېر کم لري، یو شمېر کتابونه د ناوړه پېښو له امله ضایع شوي دي، ددې په خاطر چې دغه تشیال (خلا) ډکه شي، بویه چې په خپلو ژبو کافي مواد ولرو، ترڅو محصلین د زده کړې په وخت مشکل سره مخامخ نه شي او د استادانو زیات وخت په دیکتي تېر نه شي.

دا دی په دې لړکې د ننګرهار پوهنتون لپاره محترم پوهاند محمد بشیر دودیال د احصائیې لپاره یو په زړه پورې کتاب تالیف کړی، زه د دغه کتاب د لیکلو له امله ورته مبارکي وایم او هیله لرم د شاګردانو لپاره ډېر مفید واقع شي.

محترم استاد د کتاب په بشپړولو کې یقیناً ډېر زیار ګالللی، په هغه کې یې مهم ګټور موضوعات خصوصاً هغه څه چې د علمي تحقیق لپاره بنسټیز حیثیت لري راوستي دي. کتاب په یوولسو (۱۱) څپرکیو کې او څلورو (۴) ضمیمو سره بشپړ شوی دی او هر څپرکی خپل تمرینات لري، کوشش شوی، د هر څپرکي په پیل کې د مربوطه موضوع تیوري بیان شي، بیا اصلي موضوع له مثالونو سره شرحه شي. هیله ده دغه کتاب د یوه باارزښته معنوي پانګې په توګه د ننګرهار پوهنتون ته ګټور تمام شي.

په درنښت

پوهاند دوکتور غلام حسن زابلی

د کابل پوهنتون د وترنري علومو د پوهنځي استاد

(c) ketabton.com: The Digital Library



۱:۴:۳- د طبقه بندي د ولونه ..... ۳۳
۲:۴:۳- په ارقامو کې فاصله یا رنج ..... ۳۴
۳:۴:۴- د صنفونو تړاکل ..... ۳۴
۵:۳- د پولیګان او هستوګرام ترسیمول ..... ۳۸
تمرینات ..... ۴۱

## څلورم څپرکی

## د مرکزي میلان مقیاسونه

۱:۴- اوسط ..... ۴۲
۱:۱:۴- حسابي اوسط ..... ۴۳
۴:۲:۱- هندسي اوسط ..... ۴۷
۳:۱:۴- د اوسط ځانګړنې (مشخصات) ..... ۴۸
۲:۴- میانه ..... ۴۹
۳:۴- مود ..... ۵۱
۱:۳:۴- د ساده حسابي اوسط، مود او میانې اړیکې او ..... ۵۲
۴:۴- یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د ..... ۵۴
مقیاسونو د ښېګڼو او نیمګړتیاوو پرتله ..... ۵۵
تمرینات ..... ۵۹

## پینځم څپرکی

## د انحراف درجې یا د خپروالي میلانونه

۱:۵- فاصله ..... ۶۱
۲:۵- کوارتیل انحراف ..... ۶۳
۳:۵- وسطي انحراف M.D ..... ۶۳
۴:۵- میزاني انحراف او ..... ۶۵
۱:۴:۵- په لنډې طریقې سره د میزاني انحراف سنجش ..... ۶۸
۲:۴:۵- د ui په مقیاس د میزاني انحراف سنجش ..... ۷۰
۳:۴:۵- د میزاني انحراف او ورینسي مشخصات ..... ۷۱
تمرینات ..... ۷۳



## شپږم څپرکی

## د احتمالاتو تیوري

۱:۶- د احتمالاتو مفهوم ..... ۷۴
۱:۱:۶- په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول ..... ۷۷
۲:۶- تبادیل ..... ۷۹
۳:۶- تراکیب ..... ۸۳
۴:۶- حادثات د نمونو فضا او احتمال ..... ۹۰
۵:۶- د یوې حادثې احتمال ..... ۹۸
۶:۶- د یوې حادثې د احتمال د سنجش کولو مرحلې ..... ۹۸
۷:۶- اتحاد او تقاطع ..... ۱۰۴
۸:۶- مکملې حادثې ..... ۱۰۸
۹:۶- د مکملو حادثاتو ..... ۱۰۹
۱۰:۶- د جمع قاعده او ..... ۱۱۰
۱۱:۶- شرطیه احتمالات ..... ۱۱۳
۱۲:۶- د ضرب قاعده ..... ۱۱۸
تمرینات ..... ۱۲۸

## اووم څپرکی

۱:۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني ..... ۱۲۹
۲:۷- یو طبیعي منحني او د هغه ځانګړنې ..... ۱۳۹
۱:۲:۷ – د طبیعي منحني په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش ..... ۱۴۴
۳:۷- د ارقامو باینومیل وېش او ..... ۱۴۷
تمرینات ..... ۱۵۷

## اتم څپرکی

## شاخصونه

۱:۸- د شاخصونو مفهوم ..... ۱۵۸
۲:۸- د شاخص اهمیت ..... ۱۵۹
۳:۸- د شاخصونو د سنجش طریقې ..... ۱۵۹

(c) ketabton.com: The Digital Library



۱:۳:۸- د حقیقي مقدار نسبي شاخص ..... ۱۲۱
۲:۳:۸- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص ..... ۱۲۳
۳:۳:۸- وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص طریقه ..... ۱۲۵
۴:۸- د شاخصونو د سنجش په برخه کې د پام وړ تکي ..... ۱۲۹
تمرینات ..... ۱۷۲

## نهم څپرکی

## زماني سلسلې

۱:۹- تعریف او مفهوم ..... ۱۷۳
۲:۹- د زماني سلسلو اهمیت ..... ۱۷۳
۳:۹- د زماني سلسلو توکي یا اجزاء ..... ۱۷۵
۴:۹- د زماني سلسلو تحلیل ..... ۱۷۹
۱:۴:۹- د زماني سلسلو تعدیل او ..... ۱۷۹
۵:۹- د اوږدې مودې خطي میلان د حرکت سنجش ..... ۱۸۰
۲:۹- د زماني سلسلو د موسمي حرکاتو سنجش ..... ۱۹۲
۱:۲:۹- د موسمي شاخصونو او حرکت څخه د ..... ۱۹۵
۷:۹- د زماني سلسلو د دوراني او غیر منظمو حرکاتو سنجش ..... ۱۹۲
تمرینات ..... ۲۰۱

## لسم څپرکی

د نمونې اخیستلو تیوري ..... ۲۰۳
۱:۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل یعنې څه؟ ..... ۲۰۳
۲:۱۰- نمونوي مشاهدات ..... ۲۰۴
۳:۱۰- د نمونوي مشاهدو راتولولو لارې ..... ۲۰۶

## یوولسم څپرکی

## میلان او پیوستون

۱:۱۱- د میلان او پیوستون ساده ارایه ..... ۲۱۲
۲:۱۱- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب ..... ۲۱۵
۳:۱۱- د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله ..... ۲۱۹



۴:۱۱- د پیوستون ضریب ..... ۲۱۹
تعریف ..... ۲۱۹
۵:۱۱- د تشخیص ضریب ..... ۲۲۴
تمرینات ..... ۲۲۹
ماخذونه ..... ۲۳۰
ضمایم ..... ۲۳۱

(c) ketabton.com: The Digital Library



## سریزه

د بشري تولنو اوس مهالي پرمختګونه، تولنیزه هوساینه، د تولیدي پروسې اسانه کېدل او د تولیدي عملیې اغېزمنتیا، د روغتیا ښه کېدل، د یوه واحد د مولدیت د سطحې پوره اوچتول او نور مادي او معنوي ترقیات د علمي څېړنو له برکته ګنلای شو. علمي څېړنو نه یوازې د تولید تخنیک، ټکنالوژۍ او طبیعي پدیدو په هکله د ډېرې غوره پایلې ترلاسه کېږي، بلکې انساني مهارت او د بشري ځواک په پوهه کې یې هم غوره اغېزه کړې، په دې ډول علمي څېړنې هم په تولنیزو پوهنو او هم تجربي علومو (طبیعي علومو) کې خپل ارزښت زیات کړی په علمي تحقیق کې احصائیوي تیوري او مېتودونه بنسټیز رول لري، له بلې خوا سره له دې چې د علومو په لوی ډګر کې د دیفرینسیاسیون (Differenatiation) او انټیګراسیون (Integeration) پروسې په ژوره توګه څه ښه والی او څه ګډوالی او تړونونه راپیښ کړي، خو په دې ټوله اوږده پروسه او چلند ښه لګه کې د احصائیې د مېتودونو اهمیت په خپل ځای دی. د احصائیې رول او اهمیت نه یوازې په تولنیزو علومو، بلکې ساینسي یا طبیعي علومو کې هم جوت دی؛ ښکاره خبره ده چې تولې ښکارندې د مقیاسونو او د کمي او کیفي خصوصیاتو د وحدت لرونکي دي، د یوې ښکارندې کیفیت څرنګوالی هغه وخت ښه روښانه کېدای شي، چې په کمي درجو او اندازو د افادې، سنجش او اړاپې وړوي، انسانانو نن ورځ د هر څه لپاره مقیاسات، اندازې، درجې، وزنونه او د محاسبې معیارونه تاکلي، چې دا ټول په اعدادو او ارقامو اندازه کېږي او د ژوند د چاپېریال ټول کیفي او کمي بدلونونه او تحولات په ارقامو او اعدادو ښودل کېږي. په علمي څېړنو کې د دغو عددونو، وزنونو، مقیاسونو، تحولاتو او درجو د راټولولو، تنظیم لنډیز، تحلیل او تفسیر لپاره احصایې ته اړیو. په عددي ډول سره احصائیه د چاپېریال څخه د اعدادو راټولول او ثبت، هغه تحلیل او څېړې، ان دا چې له هغو څخه د آینده لپاره پېش بیني ګانې ترسره کوي



(د احتمالاتو د تیورۍ په بنسټ) دغه ارقام مقایسه کوي (د شاخصو په ذریعه) هغه د وخت په موده کې تفسیر او څېړي (زماني سلسلې)، د سیمو په مقایسه یې تنظیموي (جغرافیوي سلسلې) او له هغو څخه روښانې پایلې، په ډېر کم وخت کې په ډېره ساده بڼه (د ګراف او جدولونو په ذریعه) ارایه کوي، خصوصا چې نن ورځ انسان د داسې ګنو، پېچلو او د کمیت له پلوه ډېرو لویو اعدادو سره سروکار لري، نو د دومره لویو او ګنو اعدادو او ارقامو د څېړنې تفسیر او اړاپې، د هغو د تنظیم او نورو چارو لپاره د احصایې مېتودونو ته ضرورت دی. سوال رامنځته کېږي چې ولې ورځ په ورځ د ارقامو تحلیل ته ضرورت او اړتیا زیاتېږي او ولې د پخوا په مقایسه ارقام دومره ګڼ او پېچلي شول؟

باید ووایو چې انسان د هغه ذکاوت او پوهې له امله چې الله تعالی ورته ورکړی، د فوق العاده ذهني استعداد لرونکی او متجسس موجود دی، د علمي-تخنیکي ذرایعو په کمک دده هڅې د ځمکې له تل (عمق) څخه نیولی بیاد کهکشان، ټول لمریز نظام او د کیهان تر ډېرو لرې څنډو رسېدلی، نو طبعاً دومره لوی بُعد کې د ارقامو یوه ګنه ګونه او پېچلتیا پېښېږي، له بلې خوا انسان صرف د هغو اجسامو سره پخوا سروکار درلود، چې اقلا د 1,40mm څخه لوی وو، انسان په عادي ډول په سترګو نه لیدل او دده په لنډ چاپېریال کې لاسبري لاندې وو، خو نن ورځ یې د ببلابېلو وسایلو، امکاناتو او اسبابونو په کمک وکولای شول چې له تصوره وتلې کوچنۍ ذراتو او له ګومان او حدس لرې واټنو کې اجسام وګوري، دا د ارقامو د زیاتوالي، ګڼوالي او د مقیاسونو د لاپېچلتیا بل لامل ګرځېدلی، د ببلګې په ډول الکټرونې میکروسکوپونه چې کوچنۍ ذرات په میلیونونو ځله لوی ښکاره کوي، همدارنګه تحلیلي اوزان چې د میلي ګرام میلیونونه ځله کوچنی وزن اندازه کوي، همدارنګه اپتکي اندازه کوونکي مقیاسونه؛ لکه کرونو متر، ولت متر، ویلسون کمري، ډیری حساسې تلې او نور وسایل چې پرته له هغو څخه د معاصرو علومو څېړنې هیڅ ممکن نه دی. په دغو وسایلو سره د راټولو شویو ارقامو حجم ډېر لوړ کمیت کې وي، نو ځکه د هغو د تحلیل لپاره خاصو احصائیوي مېتودونو ته اړیو، پرته له دې موږ په علمي مسایلو کې دې ته هم اړیو چې د ګنو ارقامو د کمي تحلیل په پای کې د یوې کیفي منطقې د پایلې ترلاسه کولو لپاره د قیاس او اسقراء له لارې له منفرد و او جدا پدیدو، عامو نتایجو او له کل څخه د جز په هکله فکر وکولای شو.

تجربي طبیعي» علوم د هغو په پراخه مفهوم سره د هغه شمېر پرکتیکي او نظري عملیاتو او مفکورو تیوریکي او عملي اړخونو باندې لاسبری او پوهه (اګاهي) ده، چې له هغه طریقه انسان د

(c) ketabton.com: The Digital Library



خپل چاپېریال(د ځمکې د مخ او اتموسفیر) بیولوژیکي سیستم د ګڼ شمېر پېچلو غیر بیولوژیکي عواملو او شرایطو (ځینې وخت د غه عوامل او شرایط سره متضاد هم وي) په اړه د ژوند او خپلې بقا په خاطر منابع استفادې لاندې راولي له خبل چاپیریال سره خپلې **اړیکې تنظیموی او قوانین یې په خپله ګټه کاروی.**

طبیعي علوم او د ځارویو روزنې او وترنري علوم د ګڼ شمېر طبیعي پدیدو، ارقامو، مقیاسونو او اوزانو سره سروکار پیدا کوي، د همدې منظور په خاطر د علومو د دیفرنیسیاسیون پروسې په لړ کې د عمومي احصائیوي تیوري ترڅنګ چې تشریحي احصاییه ده، بله برخه یې داستنباطي احصایې په نوم هم یادولای شو، چې په تاکلو مېتودونو په زراعت کې د ارقامو د کمي تحلیل، تنظیم، لنډیز او طبقه بندي څخه کیفي پایلې ترلاسه کوي او د هغې له مخې اړوند سنجشونه او نتیجې په لاس راکوي، نو ځکه احصائیه په ساینسي پوهنو کې ټولې ښکارندې د ارقامو او شمېر په ژبه راته څرګندوي.



# لومړی څپرکی

## عمومیات

### ۱.۱ – د احصایې اصطلاح او تعریف

احصایه یوه عربي کلمه ده، چې له (احصاء) څخه اخیستل شوې ده او مانا یې شمېرل او ګڼل دي په دري ژبه کې (شمردن) او (امار ګرفتن) ددې مترادف ده، په انګلیسي کې (Statistics) بلل کېږي، چې له لاتیني Status لغت څخه یې منشاء اخیستې ده، چې د دولت لپاره د ضرورت وړ او د ټولنې په اړه دلازمه ارقامو او معلوماتو په مانا وه، د ببلګې په ډول د نفوسو او پوځي ځواک شمېر او اندازه، د مالیاتو د ټولولو ارقام او داسې نور. خو اوس دغه اصطلاح بېلابېل مفاهیم لري. له دې امله چې دعادي انسانانو پخواني فعالیتونه ډېر محدود وو او ارقام ټولول او ثبتول یواځې د دولت کار و، نو ځکه ورته (status) شول، یعنې دولت یا د دولت چارد.

نن ورځ هم په انګلیسي ژبه کې State دولت ته ویل کېږي (سره له دې چې نورې مانا ګانې هم لري، لکه ایالت، وضع، حالت، شرط او بیانول)، خو د تسمیې وجه یې هماغه ده، چې لرغونو زمانو کې صرف دولت له ارقامو او اعدادو، شمېر او شمېرلو سره سروکار درلود او بس.

د تاریخ په شهادت کله چې لومړني دولتونه د ملوک الطوایفي په بڼه رامنځته شول، دوی اړ وو چې د مالیو ټولولو، د خپلو جنګي افرادو، آسونو، استخدام او نورو چارو لپاره ارقام په لاس کې ولري په دې ډول شمېر ټولونه او احصایه یوازې د دولت کار و، نو ځکه خلکو ورته Status نومونه موجه بلله، یعنې هغه کار چې دولت ورته ضرورت لري، نو له هغه راهیسې دا اصطلاح په Statistics بدله او نن یې هم موږ استعمالوو.

د احصایې لپاره بېلابېل تعریفونه شوي، چې د ټولو محتوا تقریباً سره ورته او مشابه ده.

په ساده او معمولي مفهوم سره احصایه د ارقامو او شمېرنو هرې هغې مجموعې ته ویل کېږي، چې د چاپېریال او پنځ یا د انسانانو ټولنیزو اقتصادي، سیاسي او نورو فعالیتونو او ښکارندو په اړه وي. د پنځ او چاپېریال په برخه کې د اورښت، تودوخې د درجې، د یوې ونې د پانو، د بوټو د ودې د اندازې ببلګې او د ټولنیزو فعالیتونو په برخه کې د یو هېواد د وزګارو او په کار بوخته وګړو شمېر، د کالنې سړې سرګټې، د سواد دسلوالې، د ناروغیو اندازې، واردات او صادرات او نورو ارقامو او شمېرنو ببلګې ذکر کولای شو، چې د همدې ډول شمېرنو مجموعې ته احصایه وایو، خو په یو مشخص مفهوم سره احصایه هغه شمېرنې دي، چې د نورو شمېرنو څخه استازیتوب وکولای شي، یعنې د نمونې په توګه غوره شي او څه کیفي څرګندونې

(c) ketabton.com: The Digital Library



یقیناً چې دا ډېره ابتدايي شېوه او طرزو، په دې ډول ابتدايي او خالص معلومات او شمېرنې د دولتونو له خوا ترسره کېدل، خو د ټولنو له پرمختګ سره سم او د ټولنيزو نورو چارو د پرمختيا سره په موازي ډول احصايي هم پرمختګ وکړ، مثلاً په روم کې د سيرويوس توليوس له زماني وروسته د قانون سره سم وګړ شمېرنه هر پينځه کاله وروسته ترسره کېدله، دغه روش د وسيلان تر وخته دوام درلود، البته غلامان دغه سرشمېرنه کې نه حسابېدل، بلکې اصيل وګړي نفوسو کې شمېرل کېدل. په منځنيو پېړيو کې دغې بڼې بدلون وموند او د نفوسو په هکله او ان د هغو د اجتماعي خصوصياتو د ثبت په هکله بېلابېلې شمېرنې پيل شوې.

دغو شمېرنو هغه وخت صرف تشريحي بڼه لرله، مثلاً په پاريس کې له ۱۳۰۰-۱۲۹۲م کلونو کې د ځمکو، بشري ځواکونو او مالیه ورکوونکو وګړو په هکله دغه ډول تشريحي ارقام په نسبتاً دقيق ډول ثبت او راتولېدل. په فرانسه کې د ګمرک مالیو راتولول په ۱۳۲۴م کال کې د هغو د مقدار د ثبت سره يوځای په احصايه او شمېر ثبت کولو کې يو نوی ګام و، همدارنګه په انګلستان کې د درېيم ادوارد د سلطنت په وخت کې (۱۳۱۲-۱۳۷۱) د مالیو ثبت او د مالیه ورکوونکو وګړو د شمېر ثبت صورت نيولی، جالبه خبره ده، چې دولتونه په اضطراري حالت کې هم د شمېر او احصايي او د ارقامو ځېرنې اهميت ته متوجه شوي وو، مثلاً د (مارک ګرافن) د جنګ په وخت کې په ۱۴۴۹م کال کې د نورنبرګ په ښار کې د خوراکي موادو د وېش لپاره احصايه راتوله شوه او په ۱۴۷۳م او ۱۴۷۷م کلونو کې په اشتراسبورګ کې احصايه تطبيق شوه، ان دا چې د کليساګانو په کتابونو کې د زېږېدنو او مرينو د پېښو ثبت کېدل پيل شول، په فرانسه کې د ۱۴ لويي له وخته يعنې له ۱۲۴۵م کاله راد ېخوا دقيقه احصايه پيل شوه، ان دا چې د پنځلسم لويي په وخت کې په فرانسه کې د مالیې وزير (نيکر) په ۱۸۰۲م کال کې د احصايي لومړنی دفتر تاسيس کړ، خو په انګلستان کې په دقيق ډول د احصايېو او شمېرنو ثبت چې د مرينو پېښې هم ولري، صرف د ۱۵۳۲م کال څخه راد ېخوا پيل شوې، په اولسمه پېړۍ کې په انګلستان کې د بهرنۍ سوداګرۍ احصايي رواج وموند، ورپسې په ۱۷۰۱م کال کې په نيمګړي ډول د نفوسو سرشمېرنه پيل شوه، خو په ۱۸۰۱م کې يې منظم شکل غوره کړ، دا وخت د اروپايي هېوادونو برعلاوه په متحده ايالاتو کې هم احصايي ته پاملرنه وشوه، د بېلګې په ډول د دغه هېواد د اساسي قانون سره سم چې اوس هم اعتبار لري، هر لسو کلونو کې د نفوسو سرشمېرنه صورت نيسي، دا په ۱۷۹۰م کال کې راپيل شوه، په سويډن کې په ۱۷۸۴م کې په ناروې او دنمارک کې په ۱۷۹۰م. کال کې او په هالنډ کې په ۱۳۸۰م کال کې احصايوي تحليلونه او سرشمېرنې رواج شوې. زمونږ په ګران افغانستان کې هم لومړنی احصايي د دولت پورې اړه لرله او له ډېر پخوا څخه معمول وه، د اريائيانو لرغونی مرکز، بخدي کې د هغه وخت پاچايانو ته د خپلو سيمو او قلمرو نفوس



وګړای شي، په دې ډول احصايه د هغو ټولو مېتودونو او لارو- چارو مجموعه ده، چې د مقداري يا کمي ارقامو او معلوماتو د راټولولو، صنف بندی، تنظيم، لنډيز او ارائې لپاره کارول کېږي.

Yule او Kendall وايي: د ډېرو زياتو اړتياوو د ټاکلو لپاره په ټاکلو حدودو کې د کمي ارقامو څېړنې ته احصايه ويلای شو.

پروفيسور باولي وايي: احصايه د تحقيق او څېړنې په برخه کې د ديتاوو او ارقامو عددي تشريح او تفسير دی او Croxton او Cowden ليکي: احصايه د عددي ديتاوو او شمېرونو راټولول، ښوونه، ارائه، تحليل او تفسير دی.

که چېرې د پورته تعريفونو دغه اخري برخه يې لرې څنه نوره هم وشنو، نو وايو چې احصايه په لومړي ګام کې اطلاعات (ارقام)، معلومات او مشاهدې راټولوي، همدغه ارقام (Data) خام مواد دي، چې بيا تنظيم کېږي، په لنډيز سره ارائه او داسې په واضح ډول تشريح کېږي، چې د هغو ښوونه، تعبير او تفسير اسانه کېږي. په دويم ګام کې احصايه څېړونکي سره مرسته کوي، چې د خپلو څېړنو نتايجو ته وسعت ورکړي، د ارقامو ترمنځ بېلابېلې اړيکې ورته څرګندې او لازم استباط وکولای شي او د خپلو معلوماتو او اطلاعاتو د تحليل او تجزيې لپاره احصايېوي تيوري او مېتودونه وکاروي. د احصايې سروکار له اعدادو او ارقامو سره دی.

## ۲،۱ - د احصايې لنډه تاريخچه:

احصايه د انساني ټولنو د لومړي دولت په اندازه لرغونتوب لري، کله چې مصر، روم او بابل کې لومړني دولتونه په ډېر ابتدايي شکل جوړ شول، دا وخت له ميلاد څخه ۳۰۵۰ کاله مخکې کلونه وو، چې دوی په خپلو قلمروونو کې د دولتي چارو د ضرورت له مخې د نفوسو او نوروو منابعو په هکله شمېرنې ترسره کولې، داسې شواهد په لاس کې شته چې په چين کې له ميلاد څخه ۲۰۰۰ کاله مخکې د نفوسو سرشمېرنه ترسره شوه، له ميلاد څخه ۱۰۱۷ کاله مخکې د حضرت داود (ع) په وخت کې د اوسنۍ فلسطين شاوخوا د نفوسو سرشمېرنه وشوه، البته د هغه وخت سرشمېرنه ډېره ابتدايي او ساده بڼه لرله او د ننورځې د سرشمېرنې په شان نه وه، چې د کاغذ پرمخ يې ليکل، له نږدې مشاهدات ترسره کول، د مخصوصو ديموګرافيکي فورمو ډکول او بيا په هغو د ځينو رياضيکي عملیو لکه جمع کول او نور نه ترسره کېدل. د بېلګې په ډول د پارس پاچا د خپل لښکر د شمېر د معلومولو لپاره امر وکړ چې بايد هر سرتېری د يو ټاکلي ځای څخه له تېرېدو وروسته هلته يوه ډبره وغورځوي، وروسته د همدغو ډبرو له مخې د لښکر شمېر څرګند ېده.

يا د سکيف پاچا د سکيف د قلمرو د نفوسو د معلومولو لپاره امر وکړ چې هر يو اوسېدونکی بايد د خپلې نېزې (پيکان) څوکه راوړي، د دغو له مخې ټول نفوس څرګند ېده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



څرګندو، وروسته بیا د لویو لویو ښارونو شمېر د عسکري قواوو د تاکلو لپاره تر سره کېده، خو په معاصر شکل سره د لومړي ځل لپاره د کورنیو چارو د وزارت له خوا په ۱۳۳۱هـ.ش. کال کې د نفوسو سرشمېرنه د احصایې مرکزي اداري د احصایوي معاصرو مېتودونو مطابق رسماً پیل شوه، په ۱۳۵۲هـ.ش. کال کې دغه سیستم نور هم بشپړ شو، چې په ذکورو بر علاوه اناث هم وشمېرل شول، وروسته په ۱۳۵۸هـ.ش. کال کې د احصایې مرکزي اداري د احصایوي معاصرو روشونو سره یوه بشپړه احصایه ګیري وکړله، نن ورځ زمونږ د هېواد ګڼ شمېر ځانګو کې احصایوي مېتودونه مروج دي او احصایوي سیستم فعال دی، په کمپیوتر او دیجیتال وسایلو سره د دفترونو په سمبالتیا سره نن ورځ هره اداره خپل دیتا بیس لري، چې د اداري ټول احصاییوي معلومات پکې ثبت وي، یعنې احصایه نن ورځ د علمي ارزښت ترڅنګ د مدیریت یو مهارت بلل کېږي.

د احصایې د تاریخچې په مطالعه کې باید د هغو علماوو او پوهانو نومونه هرو مرو واخلو، چې د دغه علم په برخه کې یې د قدر وړ خدمات کړي؛ د تیوریکي او سیستماتیکي احصایې پرمختیا اساساً د ریاضي علومو په برخه کې د پېشرفت له امله واقع شوې، د لومړي ځل لپاره په لرغوني یونان کې د فیثاغورث له خوا د وسطي حد او اوسط سنجش ترسره شو. Geronimo Cardona (۱۵۰۱ځخه تر ۱۵۷۰م)، Blais Pascal (۱۶۲۳–۱۶۶۲م) هغه لومړني ریاضي پوهان وو، چې دوی د احصایې په برخه کې د احتمالاتو په تیوري کار وکړ، په وار سره Pierred Fermat (۱۶۰۱–۱۶۵۵م) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول Bernoulli (۱۷۰۰–۱۷۸۲م) ځینې نوي احصایوي قواعد وښودل، خو په ځانګړي ډول B.Demoivre (۱۶۶۷–۱۷۵۴م) کې د طبیعي منحني معادله کشف کړه او دا یې په بشپړ ډول شرحه کړه، همدارنګه CarlGuss (۱۷۷۵–۱۸۷۴م) کې بلجیمي نامتو عالم Adlof Quetelet (۱۷۹۲–۱۸۵۵م) علمي تحقیق (Research) کې د احصایې مېتودونه وکارول. ادولف کیویت لیت په ګڼ نفوس کې د اوسط تیوري ته انکشاف ورکړ او له اوسط څخه انحراف په سنجش کې یې د ښوویدنې (Error) او خطا د اندازې د معلومولو تیوري شرحه کړه، کیویت لیت د معاصرې احصایې بنسټ اېښودونکی بلل کېږي. مشهور نجوم پوه لاپلاس (۱۷۴۹–۱۸۲۸م) د لمریز نظام او ګڼ شمېر ستورو په هکله نجومي شمېرنې، د احتمالاتو په تیوري تشریح او احصایې قوانین یې په بریالي ډول تطبیق کړل، په احصایه کې سیاستوالو هم خپله دنده ترسره کړې، مثلاً په المان کې د کورفرست فیدرش ویلیهم (۱۷۲۰–۱۷۸۸م) په امر د ټولنې د ګڼو عامه لست برابر شو، د هغه په امر د نفوسو ښپلاښپل خصوصیات د احصایو مېتودونو مطابق وسنجول شول او په ۱۷۱۹م



کې د لومړي ځل لپاره د ټول نفوس ګڼ خصوصیات د احصایې په کومک وښودل شول، په المان کې براندبورګ پروس د احصایې د علم یو مشهور عالم و

کله چې د نولسمې پېړۍ په پای کې د بیالوژۍ په ښلاښلو ځانګو کې خصوصاً په وراثت کې نوي معلومات تر لاسه شول، دې برخه کې ګڼ شمېر پوهانو احصایوي مېتودونه وکارول، په ۱۸۵۹م کې چارلز داروین خپل علمي اثر د The Origin of Species عنوان لاندې ولیکه، نو په دې کې یې د ښلاښلو جنسونو د تکامل څرنګوالی شرحه کړ، د داروین یو شاګرد Frencies Galton (۱۸۲۲–۱۹۱۱م) د ژویو او ژوندیو اجسامو د بشپړېدو په برخه کې احصایوي مېتودونه وکارول، انګرېزي عالم ګالتن د بیولوژۍ په ډګر کې او فرانسوي عالم کورنوټ Cournot د اقتصاد په ډګر کې د لومړي ځل لپاره د احصایې تیوري په پراخه اندازه وکاروله او د هر مسایل یې په کې شرحه کړل، په دې ډول ګالتن د بیومیتري د ځانګې د بنسټ اېښودونکي په څېر وپېژندل شو.

Karl Pearson (۱۸۵۷–۱۹۳۶م) هغه عالم و، چې د احصایوي مېتودونو انکشاف ته یې پوره پاملرنه وکړه، د دغې پېړۍ په پیل کې چې په مجموع کې په علومو کې نوی غورځنګ رامنځته شو، نامتو احصایه پوه او عالم Ronld Fisher (۱۸۹۰–۱۹۶۲م) نویو احصایوي روشونو او له هغې جملې د شاخصونو د سنجش په برخه کې د هر ښه ګټور نظریات ورکړل، انګلیسي عالم فیشر خصوصاً د کرنیزې احصایې او د علمي تجاربو د طرحې په هکله د هر کار وکړ، خو نورو علماوو د هغه نظریات نورو ټولنیزو علومو کې هم وکارول.

په دې ډول لیدل کېږي چې احصایه د خپلې تاریخي بشپړتیا په سیر کې نه یوازې ښه بشپړه شوه، بلکې ښلاښلو ډګرونو کې یې خپل اهمیت ثابت کړ او دا چې احصایې د اروا پوهنې څېرنو کې ځان ته لاره پرانیسته، مشهور امریکایي اروا پوه J. M. Cattle James او د هغه شاګرد L. E. Thorn dike د ښوونې او روزنې د اروا پوهنې په ډګر کې د احصایې د هر مېتودونه وکارول، همدوی په امریکایي پوهنتونو کې د احصایې تدریس پیل کړ، په دې ډول د پورته ذکر شویو پوهانو په هڅه او زیار احصایه شلمې پېړۍ ته داخله شوه او وروسته یې د یوه مستقل دسپلین په توګه په اکاډیمیکو مراکزو، پوهنتونو او څېرنیزو موسسو کې ځای وموند، چې مېتودونه یې د راز راز تحلیلونو او علمي تحقیقاتو اساس وبلل شول او په هره ځانګه کې یعنې له اقتصاد نیولې، بیالوژۍ، کېمیا، طب، اروا پوهنې او کیهاني مطالعاتو پورې وکارول شوه او په کرنه کې هم خصوصاً کرنیز تحقیق کې ځانګړی اهمیت او رول لري، په دې ډول احصایه یو لرغونی علم دی، کوم معلومات چې ارایه کوي، په ځانګړو روشونو یې تحلیل او څېړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## ۱، ۳ – د احصایې اهمیت:

په نني عصر کې د بشري جوامعو په ژوند کې تول کیفي او کمي تحولات په ارقامو ارایه کېږي او هغو ته ببلابېل مقیاسونه او اندازې وضع شوي دي، د علومو په پرمختګ، د بشري پوهې په زیاتوالي او د تولیدي او ټولنیزو فعالیتونو د ډګر په بیساري پراختیا سره نوبه او پراخو ساحو ته د علومو په لا پراخېدو سره، ارقام د مقدار له پلوه ډېر پیچلي شول او د هغو ترمنځ اړیکې کرکیچنې شوې، چې د دغو اړیکو تحلیل، لنډیز او شرحه کولو ته کلکه اړتیا موجوده ده.

په طبابت، بیولوژۍ، کېمیا، میټرولوژي، صنعت، کرنه، ایسټرانومي فزیک او نورو ګڼ شمېر څانګو کې مونږ اړیو، چې کتلوي مشاهدات، پلټنې، تحلیلونه او نور د استقراء په روش د مطالبو حل، پېشبیني ګانو او نورو ته لاس وغځوو، له همدې امله د ببلابېلو څانګو احصایې لکه اداري احصایه، اقتصادي احصایه، د ټولنیزو ډګرونو، د ښوونې او روزنې او اروا پوهنې، د کرنې، د سوداګرۍ او نورو برخو کې احصایې رامنځته شوې او احصایه په همدغو برخو ووېشل شوې، په دغو ټولو ډګرونو کې د علمي تحقیق او څېړنې ارزښت ورځ په ورځ زیات شوی، له بلې خوا د علومو په برخه کې پرمختیا، د اقتصادي پرمختیا سره نېغ په نېغه اړیکې لري، نو بشر وکولای شول د علومو او تجربې پوهې (Science) څخه په استفادې د اقتصادي او اجتماعي پرمختیا لورو مدارجو ته ورسېږي او احصایه زمونږ د ټولنیز او طبیعي چاپېریال حقایق، ارقام او د اجتماعي پرمختیا واقعیتونه په خپلو خاصو روشونو تحلیل، ارایه او تجزیه کوي او هغه د ضرورت وړ معلومات مونږ ته تنظیم او برابروي، چې له هغو څخه مونږ استنباط، استقراء او پېشبیني کولای شو او ان دا چې مونږ ته د ښوېدنې په سوچ د دقت او عدم دقت تفهیم او تخلیص هم کوي او مونږ د همدې مقاصدو له پاره ارقامو او د هغو تحلیل ته اړیو.

د لارډ کیلون (Lard Kelvin) له نظره زمونږ معلومات تر هغه وخت کافي او د منلو وړ نه دي، ترڅو چې هغه د احصایوي اثباتونو په واسطه تائید او ثقه شوي نه وي، دی وایي: کله چې مونږ د یو څه په هکله خبرې کوو، نو هغه یوازې هغه وخت ښه اظهارولای شو، چې د هغو د مقیاسونو او شمېرنو په هکله وپوهېږو او د هغو ارقامو په واسطه یې وښیو چې پرې واقف یو، پرته له هغه مو معلومات کم دي او دا غیر رضایت بخښونکی او ناکافي حالت دی.

طبعاً په علمي مسایلو کې احصایه ډېر زیات داسې امکانات چمتو کوي، چې د هغه مهم یې دا دي چې د ګڼ شمېر ښکاروندو ترمنځ او د ببلابېلو واقعیتونو په لړ کې اصلي اړیکې، د اړیکو علت د یو شمېر حادثو او تظاهراتو ترمینځ روابط او یو پر بل د هغو اغیزې، د هغو د موجوده حال د انکشاف او نورو مسایلو په اړه په ډېرو ښو توضیحاتو او امکاناتو پوهېږو او دا راته



څرګندوي، چې دلته موږ دا پیدا کولای شو، چې ایا د کومو اړیکو او امکان څخه باید کار واخلو او کوم یې رفع او دفع شي، کوم ارتباطات په کومو مېتودونو پراخه شي او د احصایېوي تیوري او مېتودونو له مخې غلط او صحیح یو له بله ببلولای شو، په دې ډول د ځمکې او له هغې څخه د بهر ډېر پراخ اتموسفیر او ان دا چې د کیهان له اجزاوو، ځانګړنو او نورو څخه خبرېږو او په لاس کې موجودو وسایلو سره سم هغه د ځان په ګټه استعمالوو. خصوصاً د احصایې اهمیت په ریسرچ کې ډېر زیات دي دا ځکه چې د معاصرو علومو یوه ځانګړنه همدا ده، چې په هغو کې تحلیل، د ارقامو ارزیابي او شمېرنه یو جوت ځای لري، ارقام په څېرنه کې دا دنده لري، چې په ټولو پروسو کې کمي درجه بندي رامنځته کړي او د مفاهیمو په یوې مجموعې سره (تابع، تعدد، ګروپ، وسط، لوړ حد، ټیټ حد، له کل څخه د جز په ډول د نمونې یا سمپل غوره کول او نور) د هغو له ټول وسعت څخه یو مجرد استنباط په لاس راکړي او برعکس له محدودو شمېرنو (نمونې، صنف، مود...) څخه له جزء څخه د کل په لور د استقرایي روش یوې پایلې ته ورسېږو، د ارقامو په ارایې سره د یوې پېښې شرح کاملاً منطقي بڼه نیسي، ځکه کله چې په صحیح او دقیقو ارقامو یوه پدیده اثبات شي، نو طبعاً له غلطي خالي وي، د احصایې بل اهمیت دا دی چې اشیا، پدیدي، پروسې او ببلابېلې متقابلې اغیزې نه یوازې په اعدادو شرحه کوي، بلکې هغه په ببلابېلو نورو شکلونو لکه مودلونو، قالبونو، توابع، ګرافونو سمبولونو، جدول او نورو باندې هم راته ښیي، په داسې حال کې چې خپل دغه کیفي والي سره کمي خصوصیت محفوظ ساتي، همدا روش د علمي تحقیق بنسټ جوړوي او دا رابنیي او د شرحې غوره بڼه ګڼل کېږي، چې نه جبران کېدونکي ارزښتونه لکه وخت، ځای، مالي لګښت او نور هم ترممکنه حده ژغوري.

د کرنې او مالداري په ساحه کې د ریسرچ د ترسره کولو، د فارمونو ځمکو د تولیداتو د ځاروېو د صحت د شاخصونو، د ونو – بوټو او ځاروېو د نمویې دورې په جریان کې د سلسلو د توضیح، د کرنیزو ببلابېلو متحولینو او توابعو ترمنځ د رابطې د تشریح او نورو لپاره احصایوي تیوري او مېتودونه د مهمې وسیلې حیثیت لري، په کرنه کې احصایه نه یوازې د محاسبوي او تخنیکي ارقامو د تحلیل لپاره بلکې د علمي تجاربو د طرحې په برخه کې هم د خورا اهمیت وړ ده.

## ۱، ۴ – احصایه او د علومو نورې ببلابېلې څانګې

په اوس مهال کې د علومو په هر ډګر کې کمي او کیفي مشخصات د معینو اوزانو په ذریعه ټاکل کېږي احصایې د علومو په برخه کې مربوط کمي مشخصات وورسته له تنظیمولو خلاصه کوي، هغوی کې نظم ایجاد او په لنډ ډول یې ارایه کوي او د پام وړ کیفي پایله ورڅخه په لاس راوړي او په دې ډول ټوله علمي پروسه او چلند ببلګه کې نظم، تسلسل او په بنه ډول د یوې

(c) ketabton.com: The Digital Library



منطقي پايلي افاده ممکنه کوي په دې ډول ګورو چې علوم، خصوصاً احصايه انتزاعي او مطلقه څانګه نه ده، بلکې دوی زيات شمېر مواردو کې يو بل سره شريکه او متداخله ساحه لري، مثلاً د اقتصاد په برخه کې ټول د اقتصادي پېشرفت شاخصونه، د توليد، عرضې او تقاضا قيمت او نورو اړوند ارقامو ترسره کېدل د احصايې په واسطه اجرا کېږي، د پلان جوړونې پېش بيني شوې او حقيقي تطبيق شوي اجزاوې د احصايوي مېتودونو په واسطه څرګندېږي، د ارتياوو او بېلابېلو زېرمو ترمنځ روابط، د توليد او توزيع ترمنځ روابط، د توليدي پروسو ترمنځ روابط او نور د احصايې په واسطه حل کېږي. په نجوم او استرانومي کې، په کيهاني څېړنو کې د (Astronomy) د ساحې د لرې واټن لرونکو رقمونو او فواصلو د ارزيابي او پېچلو ارقامو سره د صفرونو شمېر تر دولسو او له هغه هم زيات وي، کله چې دومره اعداد محاسبه کوو، نو احصايوي روشونو ته اړ کېږو چې هغه بسيط شي او ښه تنظيم شي، ان دا چې (Least squares) مېتودونه د لومړي ځل لپاره يوه استرانومي عالم کشف کړي او د سيارو د حرکت څخه ارقام يې چې کرل او د څو څو مشاهدو څخه يې هغه نتايج ومونډل او د استرانومي په برخه کې يې د نورمال خط تخنيک وکاراوه، په نجومو کې د ځمکې څخه د نورو ستورو د فاصلې معلومول په احصايوي لارو او طريقو ممکن شول. په ميترولوجي کې احصايوي مېتودونو په پارومتريک، فشار سنجولو، د هوا رطوبت سنجولو، د براسونو سلوالۍ د ښودلو او په دې ډګر کې د ارقامو د ترند د مطالعې لپاره کارول او استعمالېږي. په کرنه، وترنرۍ او طب کې ټولې حياتي پروسې، د نمو په جريان کې کمې بدلونونه، خاصتا د بيوستاتيستک د څانګې کار دی، ان دا چې د ورينس سنجش د يوه مهم مېتود په ډول او د زماني سلسلو د تحليل مېتودونه په حياتي پديدو کې چې نمويې يا وده يې ډېره بڼه لري او ارقام مستقيما د وخت تابع وي، زښت زيات اهميت لري، دحيه اجسامو کمي او کيفي بدلونونه او په هغو کې د تاکلو عواملو اغيزې او د هر عامل رول او د هغو د هر يوه فرق او مستقيم اثر مونډل د احصايې په کمک اجرا کېږي. د تجربې علومو په ډګر کې ټولې علمي تجربې د خطي پروګرامونو په واسطه حل کېږي لنډه دا چې په ساينسي پوهنو کې مطالعه د احصايې له تطبيق پرته پرمخ نه شي تلای. احصايه په اروا پوهنه او سلوکي علومو کې څانګرې اهميت لري، ځکه رفتاري سلوک او کړه وړه په يوه وګړي کې د داسې مطالعې غوښتنه کوي، چې پرته د مقداري نتايجو له تحليل څخه پرمخ نه ځي، اکثره مهارتونه په ښوونه او روزنه کې په مقداري ډول ارزيابي کېږي. د هرې برخې نمرې په حسابي اوسط سنجول کېږي، د زده کوونکي د هوش ازمايل په يوه څانګرې څانګه کې د همبستګي د ضريب په واسطه ممکنه ده، د سلوکي ازمويښو د پايلو ثقه والی د احصايوي مېتودونو په واسطه ممکن کېږي.



همدارنګه د رويې د روش د تاکلو لپاره موږ اړيو په کوچنۍ ګروپ (نمونه) کې تجارب وکړو او هغه بيا په لويو ګروپونو (ټول نفوس) تطبيق کړو، په دې ډول نه يوازې د علومو طبيعي څانګو کې بلکې ټولنيزو څانګو کې هم د احصايې رول ډېر زيات دی. په کېمیا کې د کېمیاوي تعاملاتو، ارجاعي پديدو او نورو اړيکې په احصايوي مېتودونو حل او فصل کېږي، دغه راز احصايه له بيولوژي سره ډېرې نژدې اړيکې لري او د بيولوژي د تيوريو په پرمختيا کې يې ډېره ونډه اخيستې ده، ګالتون (۱۸۲۹-۱۹۱۱م) د داروين لمسی، بيولوژيکي بدلونونه او تبدلات د احصايوي مېتودونو په رڼا کې مطالعه کړل او د همدې منظور لپاره يې يو د بايومتری لابراتوار پرانيست. د پروفيسر کارل پيرسن په وينا د ارثي خواصو لېږد بدل او تخمه ږېزي د احصايې مېتودونو په بنسټ ولاړه ده، د مندل تيوري ګاني ښيي چې د څانګړي ګروپ خصوصيات او د هغو ترمنځ اړيکې په جنتيک کې د احصايوي مېتودو په وسيله پېژندل کېږي. په بيالوژيکي تجاربو کې د ورينس د تحليل او نمونه ګيرۍ مېتودونه د ډېر اهميت وړ دي. په طب کې له ۱۷ مې زېږديزې پېړۍ راهيسې حياتي پېښې او د انساني مزاج حوادث په احصايوي تحليلونو روښانه کېږي، په دې ډول ګورو چې احصايه د علومو په ډګر کې کوم تجريدي مضمون نه دی، بلکې ګڼ شمېر علومو سره متداخل خصوصيات لري.

## ۱،۵ - د ځينو مشابهو علومو سره د احصايې توپير

په سطحي نظر او عام مفهوم سره په ډېرو څانګو داسې ګومان کېدای شي چې له احصايې سره هيڅ فرق نه لري، په تېره بيا کله چې مونږ د احصايې په لنډه تاريخچه کې وکتل، چې د نفوسو شمېرنه او د ارقامو ټولول مو احصايه وګڼله، خو د وخت په تېرېدو بعضو څانګو مستقله پرمختيا ومونده او سره بېلې شوې، يعنې نن ورځ هغه څانګه چې د نفوسو تحليل او د نفوسو امارو اوڅانګړنو سره سر او کار لري، هغې ته ډيموګرافي وايي، نو ځکه ډيموګرافي د احصايې سره اساساً فرق لري، هيڅ شک نشته چې په سرشمېرنه او د نفوسو (*) تحليل کې احصايوي تيوري او مېتودونه بنسټيز ارزښت لري، خو د خپل هدف او د مطالعې د ډګر له مخې بايد

(*) په خپله د نفوس اصطلاح (Population) هم د احصايې او ډموګرافي له نظره فرق کوي، د ډموګرافي په څانګه کې نفوس يو عادي مفهوم دی او د هغو شمېر وګړو څخه عبارت دی، چې يو معين وخت کې، يوه خاص جغرافياوي قلمرو کې ژوند کوي، لکه د افغانستان نفوس، د ډهلي نفوس، د غور نفوس او نور... اما په احصايه کې د نفوس اصطلاح عام مفهوم لري او ټولو هغو ارقامو ته ويل کېږي، چې له مطالعې او څېړنې لاندې وي او د مطالعې لپاره راټول شوي وي، دې کې د بوټو، څارويو، حشرو، د حرارت درجه او نور ټول ارقام راځي احصايوي جمعيت دوه ډوله دی، يو يې محدود نفوس يا جمعيت (Finite)، مثلاً د کابل د پغمان د منو حاصلات او بل يې بې نهايت نفوس يا جمعيت (Infinite)، مثلاً په منو کې (چې ممکن يوازې د کابل د پغمان يا ټول افغانستان او ان د ټولې دنيا منې په بر کې ونيسي) د پخېدو د وخت سنجش، په هغو کرد وسپنې مقدار او نور مثالونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هیڅکله احصایي سره اشتباه نه شي، دغه توپیر او فرق د دموګرافي له پېژندنې څخه په جوت ډول پېژندلای شو، علما دیموګرافي په لنډ ډول داسې تعریفوي: دیموګرافي په محدود مفهوم سره، د نفوسو د ترکیب، وېش، اندازې او بدلونونو سره تماس نیسي او په پراخ مفهوم د نفوسو عام څرنګوالی لکه سن، قومیت، شغل، اسکان او نور خصوصیات لکه عمر، مدني حالت او نور ثبت او شرحه کوي.

همدارنګه ریاضي هم د اعدادو او ارقامو سره سروکار لري، خو باید په یاد ولرو چې د ریاضي منطق، د ارقامو د محاسبو اجرا ده، نه د ځینو واقعیتونو تحلیل، تنظیم او ارایه یقیناً د احصایې علما وایي چې احصایه د ریاضي د علم تطبیقي ډګر دی، مګر ریاضي د خپل هدف له مخې له احصایې سره ډېر فرق لري، چې هغه د شمېرلو استعداد، د مسایلو په حل کې منطقي تفکر او په خاصو روشونو په مجرد ډول د اعدادو محاسبات ترسره کول دي.

د علمي تجاربو طرحه هم ظاهراً د احصایې سره مشابه ښکاري، حال دا چې د علمي تجاربو طرحه داسې یوه کرنلاره ده او د عملي پلټنو یوه مجموعه ده، چې یوه فرضیه ثابته یا رد شي، د څو متحولو ترمنځ فرض شوي روابط ثابت او روښانه شي او په نهایت کې د هغو تولو مراحلو، چلند ببلګو او موخو یوه اډانه ده، چې څېړونکي یې په پام کې لري، په بل عبارت د علمي تجاربو طرحه هغه کتنې او ازمایښتونه دي، چې په هغو سره څېړونکي په فرضي ډول د یو وضعیت او د تصوراتو او واقعیتونو ترمنځ اړیکې او ارتباط وښیي، یقیناً دې کې احصایوي مېتودونه لکه مشاهدات او د هغو ثبت او راتولول، د هغو منطقي صف بندي او بیا په واضحه او لنډ ډول او په قناعت بخش ډول (د جدول او ګرافونو په واسطه) د هغو ارایه په دې کې اساسي رول لري، خو دلته د احصایې مېتودونه او تیوري هیڅکله د تجاربو د طرح سره یو شان نه دي. همدارنګه حسابداري چې نن ورځ په اکثرو هېوادونو کې د انسټیټیوت په سطحه مستقل دسپلین دی، صرف د محاسبوي امارو د فن څخه عبارت ده، حسابداري د احصایې پېچلو مېتودونو او څو څو طریقو سره کار نه لري، بلکې د یوه فن په سطحه باتې کېږي.

په دې ډول سره له دې چې زرګونه کاله وړاندې هره شمېرنه، امار او عدد تولونه او د ارقامو جمع آوري به چې پخوا د دولت له خوا د ځانګړیو موخو او ارتیاوو لپاره ترسره کېده، احصایه بلل کېده، خو د علومو په څانګو څانګو کېدو (Differetiation) سره او د همدې پروسې په لړ کې احصایه له مشابهو څانګو څخه تمایز وموند او څانګړی تعریف ورته غوره شو.

## ۲،۱- د احصایې دوه برخې

احصایه د یوې موضوع او مشخص مضمون باوجود باید په دوو برخو یعنې تشریحي احصایې (Descriptive Statistics) او استنباطي احصایې Infrential Statics باندې ووېشو.



تشریحي احصایه، د احصایې هغه برخه ده، چې د عددي ارقامو مهم خصوصیات او بڼې د ټاکلو مفاهیمو او مېتودونو په واسطه شرحه او په لنډیز سره رابنیي. په دغې برخې کې عموماً د احصایې توصیفي روشونه Descriptive methods لکه د ارقامو صنف بندي، ګرافونه، د ارقامو د دفعاتو څرګندول، موډ، میانه، اوسط او شاخصونه کارول کېږي په بله وینا: تشریحي احصائیه د عددي او ګرافیکي میتودونو په استعمال سره د ارقامو دسیټ څخه داسې انځور پیدا کوي چې د ارقامو په سیټ کې موجوده معلومات دهغې په واسطه ښه واضح او په ښه توګه ارایه شي.

همدارنګه استنباطی احصائیه داسې هم تشریح کولای شو: د ارقامو د یولوي سیټ لپاره د ارقامو د نمونې څخه په استفادې د تخمین کولو، تصمیم نیولو، پیشګویي اونورو نتیجه ګیریو په خاطر د څانګړوروشونو په کارولو او له هغو څخه یوه روښانه نتیجه اخیستل دی. په راتلونکي برخه کې به په دواړو تشریحي او استنباطي احصائیو بحث وکړو.

استنباطي احصایه د ارقامو د یوې ګڼې مجموعې (نفوس یا Population) د خصوصیاتو د استنباط د تړلاسه کولو لپاره ځینې چارې، چلند، ببلګې او پروسیجرونه دي، چې د تولو ارقامو څخه د نمونې (Sample) په ډول خلص معلومات په لاس ورکوي. په دې برخه کې احتمالات، د احصایوي فرضیو ازمایښت، د نفوسو پارامتر[*] او نور راځئ چې دغه برخه کې عموماً د احصایې ارتباطي روشونه (Correlation methods) لکه د پیوستون ضریب یا Correlational Coefficint، د خطایا ښوېدنې موندل او نور او همدارنګه استنباطي روشونه (Infarential Methods) راځي.

به استنباطي روشونو کې هره هغه نتیجه چې د نمونې یا کوچنی شمېر ارقامو څخه په لاس راځي او بیا هغه په تول نفوس یا په ګنو ارقامو تطبیق او تعمیم کوو تول همدې کې راځي، چې دا بیا د محقق او څېړونکي یا مطالعه کوونکي هدف او د کار ساحې پورې اړه لري، چې ایا ده د کوم مقصد لپاره کومه نمونه غوره کړې او غواړي د نمونې د کوم خصوصیت له مخې په تولو راتولو شویو ارقامو حکم وکړي.

**د استنباطي احصایې پېنځه عناصر:**

۱. په نظر کې نیول شوي ارقام یا مشاهدات.

۲. یویا څو متحوله (په مشاهداتو کې د شاملو واحداتو خصوصیت) کوم چې د څېړلو په موخه انتخابېږي.

---

(*) د ګڼ شمېر اعدادو یا نفوس مشخصات چې د نمونې اخیستو یا نورو مېتودونو په واسطه اتکل کېږي او ښودل کېږي د Parameter په نوم یادېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



واسطه د یوه تېر وخت په مقایسه د هغو د بدلون فیصدی ارائه کوي، دلته ګورو چې ارقام د احصایېوي تحلیل لپاره ثبت او راټول شوی دی، دغه ډول ارقام د احصایېوي ارقامو په نوم یادولای شو.

اوس له پورته توضیحاتو او مثالونو څخه څرګنده شوه، چې د احصایې او ارقامو ترمنځ توپیر شته، یا په بل عبارت هغه ارقام چې راټولېږي د خپل هدف له مخې سره توپیر لري، ځینې وخت ارقام صرف د یوه واقعیت په توګه یاداشت کېږي، ثبت او بیا خپرېږي، خو ځینې وخت د یوه خاص هدف د وضاحت او ټاکلې موخې او د یوه تحلیل د ترسره کولو لپاره، نو ځکه موږ امار، ارقام او ثبت شوي شمېرنې په درېیو ډولونو وېشلای شو: *تخنیکي، محاسبوي او احصایېوي* ارقام.

تخنیکي ارقام صرف د هغو پېښو، مسایلو، تخنیکي اسبابو، تولیدي موادو او نورو حوادثو ارقام دي، چې معمولاً تخنیک او تکنالوژي پورې اړه لري. دې ډېلګې په توګه دمیکرسکوپونو، امبولانسونو، چېرک ټونو، جنراتور یا نور تولوتخنیکی وسایلو یاداشت کول، د روغتون دشتمنی ثبتول، د اسبابونو جمع اوقید په اداری پرسونل پورې یا مثلاً یوه فارم کې د موجودو تراکتورونو، شاوولونو، ګرېډرونو، کمباین، تخم پاش، محلول پاش او د هغو د ملحقاتو یاداشت چې د فارم د شتمنی په توګه ثبت دی، یا د غواګانو د روزنې د یوه فارم د تکنالوژیکي وسایلو او تجهیزاتو کار او د هغو د تخنیکي استفادې څرنګوالی او داسې نور چې دا ارقام تخنیکي مربوطه راجسترونو او اسنادو کې لیکل شوي وي.

محاسبوي ارقام هغو ارقامو ته ویل کېږي، چې د حسابداری، مزد او حق الزحمې او نورو فعالیتونو اسنادو کې لیکل کېږي، یا د مادي او پولي لګښتونو عوایدو یا د تولیداتو د خرڅلاو او نور ارقام چې دا ټول په پای کې جمع کېږي، مجموعي مصارف، مجموعي عواید، خالص عواید، یا د هر نفر د کار د وخت له مخې د هغه د مزد او معاش اندازه او داسې نور محاسبات ورڅخه څرګندېږي، خو احصایېوي ارقام لکه چې وویل شول، د تحلیلي هدف لپاره، د لنډیز، تنظیم او په اسانه ډول د هغو د شرحې او له هغو څخه د یوې نتیجې د استنباط لپاره ترسره کېږي، خو باید ووایو چې د دغو درېیو وارو ارقامو ترمنځ ارتباط او هماهنګي شته او احصایه له دغو ټولو استفاده کولای شي، مثلاً کېدای شي تخنیکي ارقام راټول شوي وي، د محاسبې او حسابداری څانګه هماغه ارقام څانته د محاسبو لپاره وکاروي، بیا وروسته د احصایې څانګه له هغو د خپل مقصد سره سم تحلیل وربانډې ترسره کړي، لنډه دا چې ارقام د احصایې لپاره اساس او بنسټ جوړوي او پرته له ارقامو احصایېوي فعالیتونه بې اثره وي.

د عامه خدماتو په سکتور کې موږ د ګڼ شمېر طبیعي، اقتصادي، ټولنیزو او نورو حوادثو او ارقامو سره سروکار لرو، مثلاً د لمر تودوخه، د اورښت اندازه، د خاورې PH، د یوه فارم د



۳. د چمتو شویو ارقامو یا مشاهداتو د واحداتو څخه جوړه شوي نمونه.
۴. په نمونه کې د موجودو معلوماتو په بنا د نفوس په اړوند نتیجه ګیري.
۵. د نتیجه ګیري (استنباط) په خاطر د اطمینان د درجې سنجش، خو د تشریحي احصایې عنصر صرف دارقامو او اعدادو هغه مجموعه ده چې د هغو کمي خصوصیات غواړو تشریح کړو.

## ۱،۷ – احصایه، ارقام او د هغو اړیکې

تر اوسه پورې موږ همېشه د احصایې له مفهوم سره جوخت په مترادف ډول ارقام ذکر کړي او ممکن داسې تصور وشي چې احصایه یعني مطلقاً اعداد او ارقام، حال دا چې یو څو ژور مطالب د توضیح وړ دي. ارقام او اعداد (Data) د احصایې یا احصایېوي تحلیلونو لپاره صرف خام مواد دي، صرفاً د ارقامو یا اعدادو یوه سلسله او مجموعه هیڅکله بشپړه احصایه نه ده، که څه هم ممکن موږ ورڅخه نیوکه زیات شمېر مسایلو کې د ارقامو یوه مجموعه یا د اعدادو یو سیټ د احصایې په توګه وګڼو، خو دا علمي بنسټ نه لري، بلکې دلته باید کیفیتاً اعداد او احصایه تفکیک شي.

ممکن د چاپېریال د طبیعي پېښو، تولنیزو مسایلو، د تولید، ښوونې او روزنې، معایناتو، دواکسین تطبیق، دامپولونو شمېر، محصولات، لګښت او داسې نورو مسایلو په برخه کې ارقام په اسنادو کې درج شي او یا هم اصلاح درج نه شي او همداسې بې ثبت او قید پاتې شي، مثلاً یو روغتون د خپلو نارغانو ټول ریکارډ ثبتوی، د نسان د عمر اووزن دواړو زیاتیدل او دهغو ثبت د ارقامو په واسطه، د درملو د تاکلی دوز د اغیز ثبت او ښودل د ارقامو په واسطه، په اوسط ډول د ناروغیو د شیوع اندازه ثبتول، یا هم د تولید او خرڅلاو یوه اقتصادي عملیه په هیڅ یوه سند کې ثبت نه شي، نو دغه پدیده بې اثره پاتې کېږي، خو که یوه فارم د یوې اونۍ په جریان کې ۲۰۰۰ دانې هګۍ تولید کړي او هغه بې مغازه کې خلکو ته عرضه کړي چې د تولید او اقتصادي عملیې دغه ارقام د تولید او خرڅلاو مربوطه اسنادو کې ثبت شي، په دې ډول عملیه کې دا جریان د یوه اثر په ډول باقي پاتې کېږي، همدا اخري بېلګه د شمېر نیولو په نوم یادېږي، چې بېلا بېلې پېښې اسنادو کې ثبت کېږي. ځینې وخت د پېښو، اجناسو، وسایلو، عوایدو، خرڅلاو او نورو حوادثو او کیفیتونو موضوع صرف د یو کیفیت په ډول یاداشت کېږي، مثلاً که چېرې یو روغتون د کال له پیل نه تر پای پورې تول لګښت یاداشت کړي، خو برخلاف ځینې وخت بېلا بېلې پېښې د ځینو خاصو اهدافو لپاره ثبت کېږي، مثلاً د یوه ولایت د کوپراتیفونو ریاست د بېلا بېلو اجناسو قیمت په مربوطه سیمه کې د خپلو اړوندو مامورینو په واسطه ثبت او محفوظوي او د دفترونو ته یې راټولوي، بیا د محاسبوي اجراتو څخه وروسته یې د هغو اوسط سنجوي، وروسته بیا د شاخصونو د سنجش د مېتود په

(c) ketabton.com: The Digital Library



تولید اندازه، د یوه ولایت د کرنیزو ځمکو ساحه، د یوه کلي د اوسیدونکو شمېر، په بهرنۍ سوداګرۍ کې د تجارتي محصولاتو وړنده او ګڼ شمېر نور مثالونه، خو په دې کې د احصایې رول په علمي تحقیق او د علمي تجاربو په طرحه کې خورا مهم دی، په علمي پروسه کې د ارقامو دري واړه ډولونه ډېر معمول دي.



# دویم څېرکی

## د ارقامو راټولول، ترتیب، ډولونه او ګرافیکي ارایه

### ۲،۱- د ارقامو راټولول او ښودل Collection & Presentation of Data

د یوې علمي څېړنې لپاره او ددې هدف په خاطر چې مورد نظر ارقام شرحه او له هغو څخه لازمه پایله ترلاسه (استنباط) شي، لومړی اړیو چې مربوطه ساحه کې مشاهدات، ارقام یا Data موجود اوسي، ددې مقصد لپاره موږ ارقام راټولوو او هغه ښیو چې ایا کوم ارقام دي چې مربوطه احصایېوي تحلیل وړاندې پرمخ بیایو؟ په دې ځای کې تقریباً یوه اوږده پروسه ضرور ده، یعنې له احصایېوي پلوه د یوې پدیدې مطالعه او په هغې د تحقیق سرته رسولو، معلوماتو (ارقامو او اعدادو) ته ضرورت لري، نو د دغو معلوماتو د څرګندولو لپاره احصایېوي مشاهداتو (Statistical Observation) ته اړیو، خو د بې هدفه او هر ډول ارقامو راټولول احصایېوی مشاهده نشو بللای، بلکې احصایېوي مشاهده، منظمه او علما تنظیم شوي وي، چې دا یو ډېر دقیق او پر زحمت کار دی، یعنې لومړی خو مشاهدات باید د معین پرابلم لپاره چې ښایي دا په کلکه په نظر کې ونیول شي، چې ایا د مورد نظر پرابلم لپاره په مجموعي ډول ارقام پروسیس لاندې ونیول شي او که د ډېرو ګڼو ارقامو څخه یوه کمه اندازه (نمونه) غوره کړل شي؟

که ټول ارقام راټولېږي، نو کومه خبره نشته، اما که ارقام د نمونې په توګه ثبت کېږي، باید په نظر کې ولرو چې آیا نمونه ګیري باید مقیده او څینې شرطونو پورې تړلې وي او که آزاده او تصادفي نمونه ګیري وي، چې د نمونې غوره کول محقق او څېړونکي پورې اړه لري، چې باید د تحقیق د اصولو سره سم وي، د نومورې پروسې لپاره لاندې لارې موجودې دي:

#### الف: د لومړي لاس معلومات

I. مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي د مرکو، نمونوي سروې ګانو، شخصي معلوماتو او نورو لارو څخه ارقام ثبت او جمع کوي، چې دا یو ډېر د حوصلې کار دی، چې باید ټوله مورد نظر ساحه وپوښي.

II. غیر مستقیم مشاهدات: دلته څېړونکي معلومات د لیکونو، استعلامونو، پوښتنلیکونو (Question Naires) او ځانګړو فورمو له لارې راټولوي. د احصایې پوهان منفرده کتنې Enumerators او د سیمه ییزو منابعو څخه کتنه Collection through Local Resources هم د لومړي لاس معلوماتو کې شمېرې، خو هېره دې نه وي چې اوس هم لا دغه راټول شوي ارقام صرف خام اعداد (raw data) دي، چې نور بعدي اجراات او پروسیجر غواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



**ب: د دویم لاس معلومات**

دلته معلومات مثلا د بانک د خپرونو، د کلینیکونو له دفترونو، د روغتونو له ارشیف، د احصایې له مرکزي اداري، دمالیې وزارت، له اخبارونو، راډیوګانو، مجلو، څېړنیزو مراکزو او نورو څخه ترلاسه کېږي.

## ۲،۲ – د ارقامو ترتیبول

کله چې هدف (پرابلم) وتاکل شو، اعداد راټول او وښودل شول، نو دغه لومړني راټول شوي اعداد باید خلاصه او په لنډیز سره ترتیب شي، مثلاً هغه ارقام چې د اصل هدف څخه ډېر لرې وي او په ټولو مشاهداتو کې ډېر کم واقع شوي وي، د تحلیل په پایله دومره اغیزه نه لري، کېدای شي له هغو صرف نظر وکړو، ډېر اوږده صحیح اعداد په ۱۰، ۱۰۰ یا ۱۰۰۰ رالنډ او افاده کولای شو، یا هم کېدای شي څو څو اعشاري له امکان سره سم رالنډې او لومړی یا دویمې اعشاري ته تقریب ورکړو.

په ګڼ شمېر مشاهداتو کې همجنسه مشاهدات په بېل بېل ګروپ کې ترتیب کېږي، که چېرې ارقام د کمیت له مخې صنف بندي کېږي، نو دې ته د دفعاتو د وېش Frequency Distribution سلسله ویل کېږي او که چېرې ارقام د یو تاکلي وخت (ورځو اوونیو، میاشت، کلونو...) سره په موازي ډول ترتیب شوي وي، زماني سلسلې (Time Serese) رامنځته کوي، همدارنګه ارقام د جغرافیوي او محیطي کیفیت، جنس، سن او نورو له مخې هم ترتیب کېږي، کله مو چې ارقام یو څه ترتیب کړل، کولای شو هغه په بېلا بېلو احصایوي بڼو او اشکالو لکه جدول او ګراف سره وښیو.

په احصایه کې د جدول په واسطه د ارقامو ارایه یو ډېر معمول شکل دی، چې د اصل ارقامو سره یوځای د هغو نور خصوصیات او احصایوي تحلیلونه هم ځایوي، د همدغو جدولونو څخه په اسانۍ نتیجه او موخه یا مورد نظر پایلې تعمیم او په لاس راځي.

## ۲، ۳ – جدولونه او د جدول جوړونه (Tables & Tabulation)

احصایوي جدولونه د څېړنې لاندې پدیدو د عددي مشخصو د ارایې او ښودنې یو ډېر ښه او مناسب شکل دی، جدول د خپل ظاهري شکل او بڼې له مخې افقي او عمودي خطونه دي، افقي کرښې د جدول کتارونه (Raws) او عمودي کرښې د جدول ستونې (Columns) بلل کېږي، هر جدول د ارقامو د راټولولو او له هغو څخه د احصایوي مېتودونو په واسطه د پام وړ نتایجو او تحلیلونو د ترلاسه کولو د پروسې ترمنځ یوه منځوي وسیله بلل کېږي، جدول لکه د جملې په شان د پیل (مبتداء) او پای (خبر) لرونکی وي، د جدول مبتداء موضوع بیانوي او د خبر برخه یې د



مبتداء د توضیح کوونکي علایم دي، د یوه جدول عمومي بڼه داسې ښودلای شو، داسې چې د یوه جدول لپاره د هغه هره برخه په وضاحت سره بیان شوې ده:

Tab. No ( ) ... Title ...

د جدول نوم یا عنوان ( ) د جدول نمره

| د کنډې عنوان Box Head | د ستونونو سرلیکونه Columns Captions | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Stub کنده | | | | | | |
| | | Units هر جز(*) | Body د جدول متن | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

منبع یا لمن لیک: Foot Notes or Source:

د جدول په کنده کې د هر کتار عنوان لیکل کېږي، د هر عنوان په پای کې پای ټکی نه ایښودل کېږي، کله چې اعداد په جدول کې په سیستماتیک ډول د مقایسې، تحلیل او لنډیز لپاره درج کېږي دې عملیې ته جدول بندي ویل کېږي. جدول بندي باید داسې وي چې هر چاته د پوهېدو وړ، ډېر خلص، واضح او صریح اوسي او جدول د اضافي تفصیلاتو څخه خالي وي باید پورتنۍ عنوانونه (د ستونونو عنوانونه) د څنګنیو عنوانونو (د کتارونو د نومونو) سره په دقیق ډول توپیر ولري، او تکرار په کې ونه لیدل شي، نېسه به وي چې لوی اعداد تر ممکن حده پورې لنډ شي، مثلاً که ارقام ۵۰۰۰، ۸۰۰۰، ۱۰۰۰۰ وي همدومره کفایت کوي چې ۵، ۸، ۱۰ ولیکو، خو د ستون په سر په یو قوس کې باید ولیکل شي، چې (ارقام په زرو)، په جدول کې باید مقیاسونو ته څانګړی ستون وضع شي. د اعدادو یویز، سلیز او زریز کورونه په یوه قطار کې راوستل شي، د جدول په متن کې باید قطعاً تش ځای پرې نښودل شي، که استثناء کوم عدد او رقم موجود نه و، نو هلته (...) دري ټکي او که اصلاً اصلي پدیده هیڅ نه وه، نو دش (-) په کې کېښودل شي، که چېرې رقم ډېر کوچنی او د ذکر کولو وړ نه و (ر.) باید ولیکل شي، خکه تشه (خالیګا) یوه اشتباه رامنځته کوي او جدول بندي ناقصه کوي، که چېرې کوم چوکاټ د ډکولو نه و، هلته دې د (x) علامه کېښودل شي، موږ د جدول خپلې بېلګې په نورو څېرکیو کې عملاً کار کوو، که چېرې جدول ډېر اوږد وي، خصوصاً د جدول عمودي عنوانونه یا د کتارونو شمېر له یوې پاڼې لاس کې

(*) د ستونونو او کتارونو په تقاطع کې چې کوم اعداد راځي، هغو ته جز، Unites، حجره، Cell یا چوکاټ ویل کېږي، دري واړه درست دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

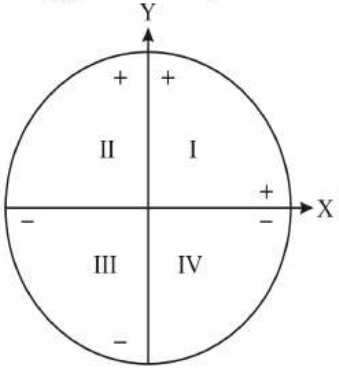


موجودي پانې څخه زیات وي، نو بنه په وي چې د ستونو نو عنوانونه په (۱، ۲، ۳، ۴...) نمرو نښه او راتلونکو پانو کې عین ستون په خپله اړونده نمره وښودل شي، ډېر به بنه وي که چېرې اعداد په درې درې ګروپي اعدادو ډول ولیکو (خصوصاً که اعداد لوی وي) مثلاً د ۲۲۸۱۲۴۵ پرځای د واضح بڼه ۲۲۸ ۱۲۴ ۵۷۲ بنه ایسي او که د کتارونو، عنوانونو او نومونو په مورد کې کوم خاص قید او مبتود نه وي، بنه به وي یا د الفبا په ترتیب، یا د مقام د اهمیت له مخې مثلاً (د صدارت مقام، د عامه روغتیا وزارت، د ولایت د صحت د ریاست مقام...) په بڼه یا په کومه بله منطقي، مناسبه بڼه یا د وخت په اساس لکه کال، ورځ ساعت او نورو بڼو جدول بندي شي، د جدول بندي د وضاحت لنډیز او نظم هغه ډېرې ښې ښکګنې دي، چې نن ورځ جدولونه نه یوازې احصایوي تحلیلونو، علمي تحقیق او طبیعي علومو کې، بلکې ټولنیزو علومو او آن تجارتي اعلانو، د درملتونونو یامغازو لوحو او نورو ځایونو کې هم معمول شوی دی، تجارتي مقالو، ګمرکي اسنادو او نورو کې ګڼ شمېر مواردو کې جدول دود موندلی، نو ځکه د جدول بندي په اصولي او علمي طرز پوهېدل یو اهم ضرورت دی.

## ۲، ۴ - ۵ ارقامو ګرافیکي ارائه

لکه چې ومو لیدل جدولونه د احصایوي ارقامو د تنظیم، لنډیز او ارائې لپاره یوه ډېره ښه وسیله ده، خو ځینې وخت د هغو د لازیات وضاحت او لنډیز لپاره چې حتی د لوستلو ضرورت یې هم نه وي، اړتیا او ضرورت پېښېږي. موږ یوه داسې وسیله لرو چې ارقام د لیدلو په واسطه وربانديې ښیو، چې له ټکیو، کرښو، سطوحو او جیومټریکي بڼو او سمبولونو څخه جوړه او په عامه معنی سره د ګرافیکي ارائې، ګرافیکي توضیح، ګرافیکي تصویر یا هم ګرافیکي نمایش Graphical Representation په نوم یادېږي.

ګرافونه په دوو بڼو رسمېږي: یو یې د ګراف Graphs بڼه او بل یې د دیاګرامونو Diagrams په بڼه په ګرافونو کې ارقام د خط یا منحني یا Curve په شکل رسمېږي، خو دیاګرام بیا د څو کرښو او بعدونو لرونکو بڼو په شکل رسمېږي چې د دوو یا څو متحولینو ترمنځ رابطه ښکاره کوي، ګرافونه د جدولي ارائې د روش ادامه ده، یعنې هم جدول د ګراف په واسطه ترسیم کولای شو، په ګراف کې تابع متحول په عمودي محور (Y) او مستقل متحول په افقي محور (X) باندې ښودل کېږي، دا اصلاً هماغه د هندسې دایرې څلور ربعي دي، خو له دې کبله چې کرنیز اقتصاد او په مجموع کې د کرنې او مالداری په سکتور کې اکثرا پدیدې عیني






او د مثبت قیمت لرونکي دي، نو د هندسي دایرې شمال مشرقي یا د بڼي لاس پورته ربعه یا (I) حجره باندې رسمېږي، چې دلته هم X او هم Y مثبت قیمت لري، که چېرې منفي قیمت موجود هم وي، نو ګراف د دغې ربعې کینې پورته خوا او یا هم بڼي ښکته خواته رسمېږي (ادامه مومي) مثلاً که چېرې د تولید په مراحلو کې تولیدي عامل یو یو واحد داسې ور اضافه کړو چې بالاخره داسې وخت را ورسېږي، چې کله که اغیزه کوونکی فکتور لوړ حد ته رسېږي همدا وخت اغیز منونکی صفر کېږي او له دې نورو اضافه والي یعنې صرف د یوه بل واحد زیاتول منفي قیمت نیسي، نو دا وخت د میلان کرښه د (X) محور څخه ښکته راځي او دا د منفي قیمتونو معنی افاده کوي.

## ۲، ۴، ۱ - د ګرافونو ډولونه

د احصایوي معلوماتو د ګرافي تصویر لپاره د ګراف بېلا بېل ډولونه معمول دي، خو هغه یې چې اکثراً معمول دي او یو څه بسیط هم دی هغه په ډېر لنډ ډول دا دي:

### الف - خطي ګراف

دغه ګراف کې د مستقل او تابع متحولینو د قیمتونو له مخې لومړی د ابتدایي نښو په واسطه قیمتونه نقطه ګذاري کېږي، وروسته بیا دغه نقطي یو بل سره وصل او یوه کرښه په لاس راځي، دې ته Liner Digrams یا One – Dimensiona Digram هم وایي، د بېلګې په توګه به په هېواد کې د ۱۳۵۷، ۱۳۷۷ او ۱۳۶۸ ل کلونو په جریان کې د چیچک د واکسین تولید جدول او ګراف وښیو.

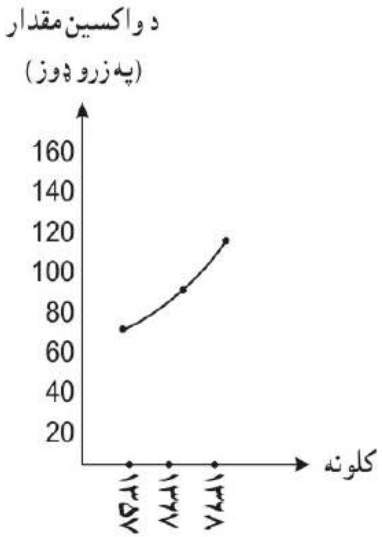
(۳-۱) جدول: په درېو غوره شویو کلونو کې د چیچک د واکسین تولید.

| کلونه | د واکسین مقدار (په زرو ډوز) |
|---|---|
| ۱۳۵۷ | ۷۷،۱ |
| ۱۳۷۷ | ۹۰،۰ |
| ۱۳۶۸ | ۱۲۳،۰ |

منبع: سالنامه احصایوي ۱۳۶۸ کال وزارت احصایه مرکزي

(c) ketabton.com: The Digital Library






۱،۳ شکل: په درېیو کلونو کې د واکسین د تولید خطي ګراف ارایه

## ب: استوانه یي یا مستطیل ډوله ګراف

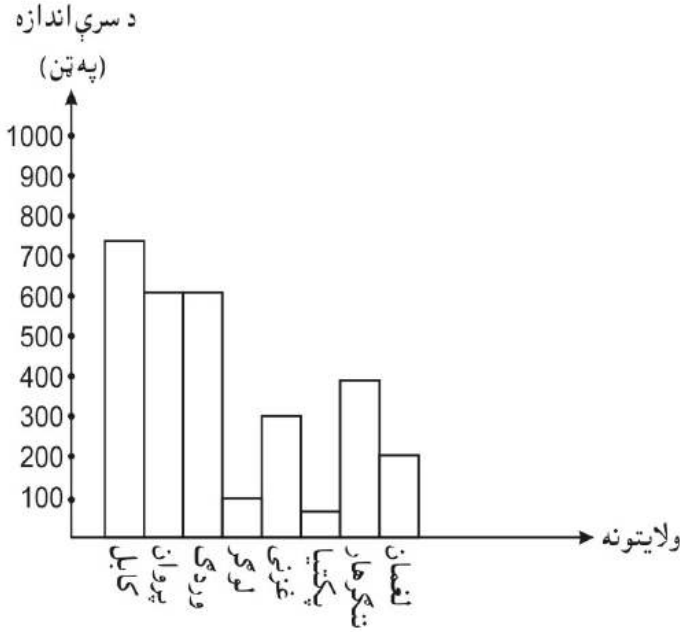
دغه ډول ګراف چې د Bardiagram یا Bar Chart په نوم هم یاد ېږي، په کې ېلا ېلا کمیتونه د ستونونو په ېنه د ارقامو سره سم په ېلا ېلو ارتفاعاتو رسمېږي، په دغه شکل ګراف کې مقایسه په ډېر ښه ډول ترسره کېږي، مثال:

(۳-۲) جدول: په ۱۳۶۸ کې د افغانستان د کېمیاوي سرې شرکت د تصدي له لارې د کېمیاوي سرو وېش په ېلا ېلو ولایاتو کې

| ولایات | د سرې وېش (په ټن) |
|---|---|
| کابل | ۷۳۸ |
| پروان | ۶۳۱ |
| وردګ | ۶۳۱ |
| لوګر | ۷۳ |
| غزنی | ۲۵۹ |
| پکتیا | ۳۶ |
| ننګرهار | ۴۱۲ |
| لغمان | ۱۲۷ |

منبع: سالنامه احصاېیې، ۱۳۶۸ کال






پورته ګراف کې ډېر په څرګند ډول ښکاري چې هر ولایت په مقایسوي ډول سره څومره سره استعمال کړي، ځینې وخت متحولین دوه یا درې اجزا لري، کېدای شي په مستطیل کې هر جز په ېلا رنګ وښیو، دې ته مرکب مستطیل ګراف Component Barchart وایي، مثلاً لاندې جدول او ګراف کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا په ۱۳۶۸ کال کې د تراکتورونو او واټرپمپونو د خرڅلاو اندازه ګورو:

(۳-۳) جدول: په ۱۳۶۸ کال کې د کرنې د پراختیا بانک له خوا د پلورلو شویو ترکتورونو او واټرپمپونو شمېر.

| کلونه | د خرڅو شوي، ماشینو نوعیت | |
|---|---|---|
| | تراکتور | واټرپمپ |
| ۱۳۵۷ | ۴۳ | ۱۱ |
| ۱۳۶۷ | ۱۴۴ | ۷ |
| ۱۳۶۸ | ۱۰۶ | ۲۹ |

دا ډول مرکب اعداد په استوانه یي ګراف کې داسې ښیو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې په فیصدي او درجو سره یې سنجش په لاندې طریقو کېږي:

الف) په درجو:

$$\text{Degrees}: \frac{\text{Part}}{\text{Total}}.360$$

مثلا

$$\frac{50}{150}.360 = 120$$

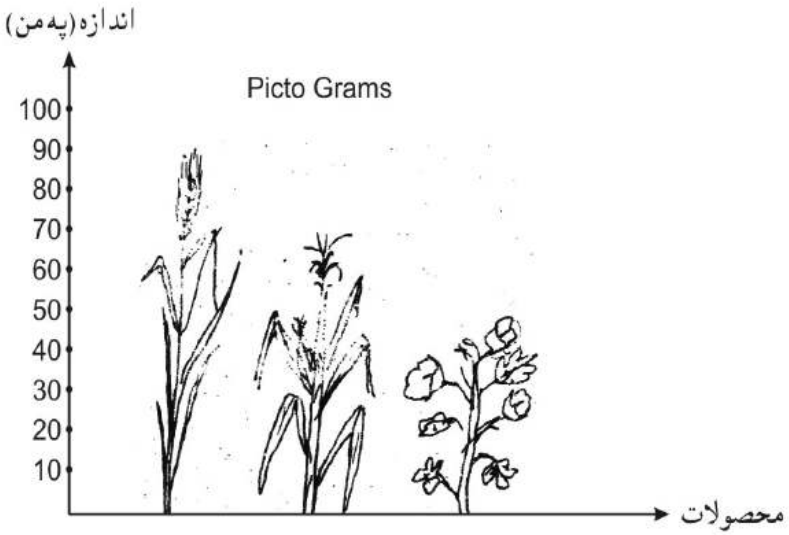
دلته 150 د ټولو محصولاتو د لګښت مجموعه 360 د دایرې محیط او 50 د غنمو لګښت دی.

ب) په فیصدي: $\text{Percentager}: \frac{\text{Part}}{\text{Total}}.100$

مثلاً: $\frac{50}{150}.100 = 33.9$

## د – تصویري یا سمبولي ګراف

تصویري احصایوي ګراف Picto Grams کې ارقام د کوچنیو او سمبولیکو تصویرونو په ذریعو ښودل کېږي، دلته ارقام ډېر په واضح، مشخص او نه هېرېدونکي ډول ښودل کېدای شي، د هر تصویر یا سمبول اندازه په مربوطه رقم پورې اړه لري (یو فرضي مثال): له یوې کروندې څخه ۸۰ منه غنم، ۲۰ منه جوار او ۴۰ منه پومبه حاصل اخیستل شوی، ددې ارایه داسې کېدای شي:

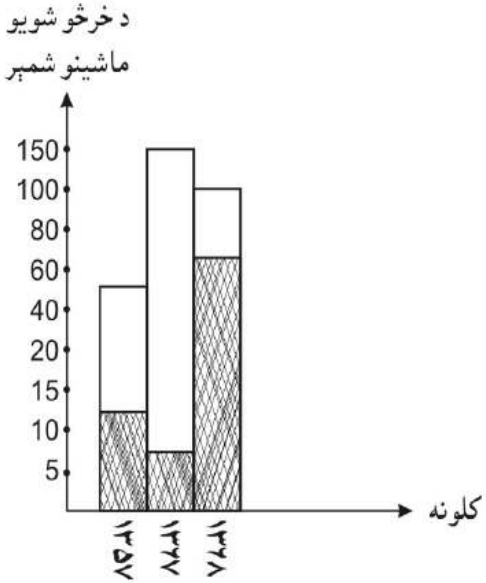





**مشخصه (خانګړې) نښې:**

تراکتور

واټرپمپ

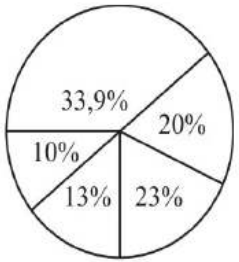



## ج – دایروي ګراف

له دې کبله چې دا ډول ګراف د هندسي دایرې په کومه ربع او د متحولو محورونو په منځ کې نه رسمېږي، بلکې دایروي شکل لري او هر هغه رقم چې تر څېړنې لاندې دی، د خپلې برخې سره سم په کې خلول کېږي، نو ځکه ورته دایروي ګراف Pie Digram نوم ورکړ شوی، چې برخه ییز دیاګرام یې هم بولي، په دې ګراف کې د څو پدیدو مجموعه له خپلې فیصدي سره سم په لاندې ډول کېدای شي وښیو:

(۳-۴) جدول: د یوې ورځې په جریان کې د یو فامیل د غذایي موادو لګښت.

| مواد | لګښت (په زر افغانۍ) | د هر جز برخه (په درجو) | فیصدي % |
|---|---|---|---|
| غنم | ۵۰ | ۱۲۰ | ۳۳،۹۳ |
| غوښه | ۳۰ | ۷۲ | ۲۰،۰۰ |
| مېوه | ۲۰ | ۴۸ | ۱۳،۰۳ |
| بوره | ۱۵ | ۳۶ | ۱۰،۰۰ |
| غورې | ۳۵ | ۸۴ | ۲۳،۳۳ |
| مجموعه | ۱۵۰ | ۳۶۰ | ۱۰۰ |

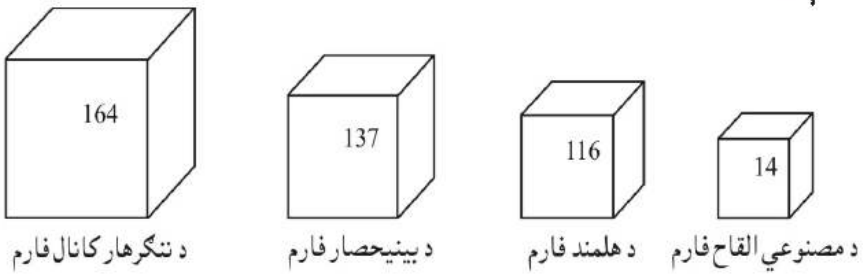



Pie Digram

(c) ketabton.com: The Digital Library



په پورته ډولونو بر سېره، د احصایېوي ګرافیکي ارایې ځینې نور شکلونه هم شته، لکه مکعبي ارایه یا Cubic Representation دي کې مربوطه ارقام د خپل لوړوالي او کوچنیوالي له مخې په مکعب شکل ښودل کېږي، مثلاً په ۱۳۲۸ کال کې د هېواد د ځلورو مهمو فارمونو د غواوو شمېر داسې ښیي:




منبع: سالنامه احصایېوي (۱۳۲۸ل)

ځینې وخت په فیتوي شکل ځینې وخت هستوري ګرام، ځینې وخت په ولاړو مربعي شکلونو هم ګرافونه رسم کېږي.

Historigram

پورته شکل چې د هستوري ګرام یوه بېلګه ده، معمولاً د رادار دستګاه، تلویزیوني معایناتو، ګنو دیموګرافیکي تحلیلونو، انجینري چارو او نورو برخو کې کارول کېږي او د دې لپاره خاصې ګرافیکي پانې شته، چې د مخصوصو علایمو له ثبت وروسته مربوطه کرښه



وړاندې رسم او ترلاسه کېږي، دا د ګنو ارقامو یا په میکانیکي ډول او وسایلو رسمېدونکیو چارو لپاره د کارولو موارد لري د دغو وروستیو ډولونو کارول دومره عام نه دی، ان دا چې ځینې یې ډېر اسانه او د فهم وړ هم نه دي، نو ځکه یې شرح ضرور نه ده.

په دې ډول ګورو چې دیاګرام په یوه هندسي بڼه د ارقامو اړول دي، دغه احصایېوي معلومات د هندسي منحني ګانو په ذریعه ښودل کېږي، چې پېچلتیا له منځه وړي او یو مهم او اصلي شکل منځته راوړي.

## د ګرافونو ګټې

۱. ګراف یا احصایېوي دیاګرام ارقام په زړه پورې او په اسانه بڼه د پوهېدو وړ ګرځوي، دغه شکلونه د لوستلو ضرورت نه لري او پر مغزو ستومانوونکي اغېزه نه کوي.

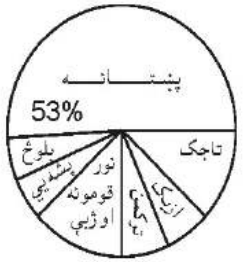
۲. له دې کبله چې ګرافونه مېخانیکي بڼه لري، په فوري ډول ذهن ته سپارل کېږي او موضوع ژر له یاده نه وځي، یعنې ډېر اغېزمن دي، پرته له هغه موږ مجبور یو معلومات په مېخانیکه توګه ضبط کړو، چې دا ډېر وخت نیسي.

۳. ګراف د دیتاوو او ارقامو په هکله ډېر صحیح او دقیق فهم ارایه کوي، مثلاً د یوه هېواد په سیمو، کلیو او بېلا بېلو بنارونو کې مېشت نفوس که په دایروي ګراف کې وښیو او د دایرې هره برخه معینه فیصدي او د کلیو او بنارونو تفکیکي معلومات ولري، نو د ټول هېواد نفوس په ډېر کم وخت کې د پوهېدو وړ ګرځي، غیر له هغه باید څو څو ورځې دا معلومات شرحه او بیا اوږدونکي ته مغز کې کېنول شي، چې دا ډېر خسته کن دی.

۴. ځینې وخت په ریسرچ او علمي څېړنه کې عمده هدف مقایسه کول وي، چې دغه هدف په ګرافونو ډېر بڼه ترسره کېږي.

۵. دیاګرام او ګراف د وخت او کارکوونکو د سپما سبب کېږي.

د افغانستان د نفوسو جوړښت (ترکیب)



(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات

۱. له یوه فارم څخه په ۱۳۷۸ کال کې ۳۰ منه غنم، ۲۰ منه وریجې، ۴۵ منه جوار او په ۱۳۷۹ کال کې همدا محصولات په وار سره ۲۸، ۲۱ او ۴۲ منه ترلاسه شوي، په یو ساده ډول دا ارقام ترتیب او جدول بندي کړئ، بیا یې د خطي ګراف په ذریعه ترسیم کړئ.

۲. له یوه ښوونځي څخه په ۱۳۷۵ کال کې ۲۲۱ تنه له ساینس څانګې او ۲۰۰ تنه د اجتماعیاتو له څانګې په ۱۳۷۷ کال کې ۱۸۸ له ساینس او ۱۱۰ له اجتماعیاتو څانګې فارغ شوي، دغه ارقام په مرکب مستطیلي ګراف کې وښایاست.

۳. له یوه فارم څخه په ۱۳۸۰ کال کې ۱۲۵ تنه وریجې، ۲۰ تنه پوښه، ۱۱۵ تنه غنم، ۸۸ تنه جوار او ۱۰ تنه ګڼي حاصلات اخیستل شوي، دغه محصولات په دایروي ګراف کې له فیصدي سره یو ځای وښایاست.



## دریم څپرکی

## د ارقامو د دفعاتو د وېش جدول، هستوګرام او پولیګان

### ۳.۱- د دفعاتو یا فریکونسي وېش (Frequency Distribution)

کله چې د احصایېوي تحلیل لپاره معلومات (ارقام) راټول شي، دغه ارقام کوم نظم نه لري او نه هم کومه روښانه نتیجه څرګندوي، نو باید چې لومړی ارقام د ښه نظم او ترتیب کېدو په خاطر ګروپ ګروپ یا په صنفونو ووېشل شي.

په جدول کې د دغو لومړنیو یا (Ungruop Data) اعدادو د یوه سیت او مجموعې ترتیبول له یوې خوا دا ښیي چې ارقام په ګروپونو یا صنفونو وېشل شوي، له بلې خوا دا باید وښودل شي، چې ذکر شویو هر صنف او ګروپ پورې څو مشاهدې اړه لري په دې ډول د جدول په واسطه د ارقامو صنف بندي او بیا د هر صنف د فریکونسیو ښودل، د دفعاتو د وېش په نوم یادېږي. طبعاً په صنفونو کې تنظیم شوي یا صنف بندي شوي ارقام هغه پدیدې، مقیاسونه او حادثات او مورد نظر څه دي چې د مشاهدو په ترڅ کې راټول شوي، خو دا باید وښودل شي چې پر هر صنف کې مشاهدات څو ځله راغلي؟ نو ځکه د هر صنف مربوطه فریکونسي په یو صنف پورې د مشاهدو تکرار یا د واقع کېدو شمېر څرګندوي، چې دې ته د پېښو یا مشاهدو واقع کېدل یا تکرار وایي.

### ۳.۲- د فریکونسي په وېش کې د لومړنیو ارقامو انسجام او تنظیمول

د یو احصایېوي تحلیلي جدول د جوړولو لپاره لومړی ارقام پر صنفونو وېشل کېږي او د جدول په اول ستون کې پر له پسې راځي، چې په احصایه کې د صنفونو د ستون په سر معمولاً (X) سمبول ږدي یا د ارقامو عنوان پرې لیکو، ورپسې بل ستون د دفعاتو یا فریکوینسیو دي، چې په (Y) ښودل کېږي، په دې ډول صنفونه د احصایېوي جدول (مبتداء) بلل کېږي او بیا ورپسې نور ستونونه د (خبر) حیثیت لري. اخری ټول تحلیلونه او د نورو ټولو پوښتنو حل د (X) او (Y) ستونو په اساس کېږي.

د ارقامو د وېش په صنفونو باندې د هغو د کمي او کیفي څانګړنو له مخې کېدای شي د ګډو وډو خامو ارقامو Row Data څخه یو لازم برداشت وکړای شو، دلته به یوه بېلګه راوړو:

په یوولایت کې د ۵۰ کلیو د مالدارانو څاروي، د طاعون د ناروغۍ د کنټرول لپاره کتنې لاندې ونیول شول، په پای کې له نومورو مشاهداتو څخه دا پایله لاس ته راغله:

(c) ketabton.com: The Digital Library



په درېیو کلیو کې د ناروغۍ هیڅ علایم نه وو، په څلورو نورو کلیو کې یو څاروی په شپږو نورو کلیو کې دوه څاروي او بالاخره د ټولو ۵۰ کلیو له ارقامو څخه دغه لاندني تنظیم او صنف بندي شوی جدول په لاس راغی:

(۱،۳) جدول: د ناروغۍ د لیدلو له مخې د ۵۰ کلیو طبقه بندی په هغو کې د ناروغۍ د لیدل کېدو په اساس

| د کلیو شمېر | په ناروغۍ اخته څاروي |
|---|---|
| ۳ | ۰ |
| ۴ | ۱ |
| ۶ | ۲ |
| ۷ | ۳ |
| ۱۰ | ۴ |
| ۶ | ۵ |
| ۶ | ۶ |
| ۵ | ۷ |
| ۳ | ۸ |

پورته ګورو چې داسې کلي هم وو، چې هیڅ ناروغي په کې نه وه، خو داسې کلي هم وو چې (۸) څاروي دې مهلکې ناروغۍ نیولي و، داسې کلي هم و چې پینځه یا شپږ څاروي په ناروغۍ اخته وو. په دې ډول په دغه پورته جدول کې هر ستون یو عدد لري، یعنې په Array بڼه یا یو ارخیزه دي، نو ځکه ډېر اوږد شکل لري، کولای شو ارقام په څو صنفونو او یا د یوه ستون اعداد دوه کتاره جوړ او جدول خلاصه (لنډ) شي. دا ۵۰ کلي په درېیو صنفونو وېشو: اول صنف، چې ډېر کم د ناروغۍ علایم لري، یو یا دوه یا هیڅ، دویم صنف هغه کلي چې ۵-۶ څاروي یې ناروغ دي، خو دریم هغه چې (۸) څاروي په کې ناروغ دي، نو جدول داسې جوړوو:

(۲،۳) جدول: په ناروغۍ د اخته څارویو له مخې د ۵۰ کلیو صنف بندي

| کلي (F) | په ناروغۍ اخته څاروي (X) |
|---|---|
| ۱۳ | د ډېرو لږ ناروغه څارویو ګروپ |
| ۲۳ | د متوسطو ناروغه څارویو ګروپ |
| ۱۴ | د ډېر زیات ناروغه څارویو ګروپ |

$\Sigma = 50$

یا ټول



## ۳،۳ د صنف بندۍ نتیجه Effect of Grouping

سره له دې چې په صنفونو باندې د اعدادو وېشل د معلوماتو د ډېروالي مخه نیسي، خو بیا هم دا کار له موږ سره ډېر کومک کوي، چې ګڼ شمېر معلومات رالنډ او په کم ځای کې وخایول شي، د ببلګې په ډول:

سره له دې چې پورته د جدول په دویم ګروپ کې ۲۳ کلي په متوسط ډول ناروغ څاروي لري، خو دا نه دي څرګند چې هر کلی څو څو ناروغ څاروي لري، په دې ډول زموږ معلومات کم شول، خو بالمقابل په عمومي ډول ۵۰ کلي په درېو ګروپونو داسې ښودل شوي چې یو ګروپ کم ناروغ، دویم متوسط او درېیم ډېر زیات ناروغ څاروي لري، نو دا په لنډیز او ښه افاده غوره اغیزه کوي، خصوصاً کله چې ارقام ډېر ګڼ او پېچلي وي، یقیناً موږ پوهېږو چې بیوستاتیستکس داسې څانګه ده، چې په هغې کې ګڼ مقیاسونه، پېچلي ارقام او په ډېرو لوړو اعدادو ارایه کېدونکي پدیدو سره سروکار لري، نو خامخا موږ اړ کېږو چې ارقام د هغو د ځینو ځانګړنو مطابق صنف بندي کړو، صنف بندي Classification ځینې مشخصات رامنځته کوي چې دا دي:

**الف:** په جدول کې هر صنف خپل حدود یا دوه خواوي لري، د صنف حدود Class Limits هماغه د صنف د دوو اړخونو اعداد دي، چې په پیل او پای کې یې قرار لري، چې یوه ته یې د صنف ټیټ حد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ حد ویل کېږي، د ببلګې په توګه په (۲،۳) جدول کې د لومړي صنف حدود (۰) او (۲) دي، صفر د لومړي صنف ټیټ حد او (۲) د لومړي صنف لوړ حد دی، همداسې ورپسې د دویم صنف حدود ۳ او ۵ او د درېیم صنف حدود ۶ او ۸ دي.

**ب:** هر صنف خپلو دوو خواوو ته تاکلي پولې لري، چې صنفي سرحد یا Class Boundries بلل کېږي، دا هماغه اعداد دي چې یو صنف له بل څخه بېلوي، چې یو ته یې د مربوطه صنف ټیټ سرحد او بل ته یې د مربوطه صنف لوړ سرحد وایي، صنفي سرحد د مخکینۍ صنف لوړ حد او د وروستني صنف د ټیټ حد ترمنځ عدد دی، نو ځکه لیکو:

$$\text{صنفي سرحد} = \frac{\text{د لوړ صنف ټیټ حد} + \text{د ټیټ صنف لوړ حد}}{2}$$

لکه په لاندې مثال کې:

د لومړي صنف لوړ سرحد $\frac{3+2}{2} = 2.5$

د دویم صنف لوړ سرحد $\frac{3+6}{2} = 5.5$

همداسې ترپایه..

(c) ketabton.com: The Digital Library



یو صنفي سرحد د دوو صنفونو ترمنځ ګډ وي، ددغې مشخص شرط دا دی چې د ټولو صنفي پولو ترمنځ واټن په یو برابر وي، پرته له هغه صنف بندي نیمګړې ده. صنفي سرحدات د صنفي حدودو په مقایسه اکثره صرف تیوریکي ارزښت لري. دا ځکه چې عملاً سرحدونه د دوو صنفونو ګډ عدد ښکاري، لکه ۲،5 چې هم په لومړي صنف پورې اړه لري او هم په دویم صنف پورې او بل دا چې کېدای شي په اصل مشاهدو کې ځینې وخت داسې عدد وجود ولري، چې د صنفي سرحد سره برابر وي، نو د داسې مشاهدې تاکل چې ایا کوم صنف پورې باید وترل شي عملاً ناشونې ده.

ج: د صنف نیمایي یا وسط Mid – Point of a Class هغه عدد دی، چې د صنف اعداد په پوره مساوي دوو برخو ویشلوي، په عمل کې دغه قیمت د مربوطه صنف د تیټ او لوړ حد د جمع حاصل په دوو وېشو، د بېلګې په ډول په (۳،3) جدول کې صنفي وسطونه داسې په لاس راځي:

| | |
|---|---|
| $\frac{0+2}{2}=1$ | په لومړي صنف کې |
| $\frac{3+5}{2}=4$ | په دویم صنف کې |
| $\frac{6+8}{2}=7$ | په دریم صنف کې |

صنفي وسط په احصایوي تحلیلونو کې د مربوطه صنف د نمونې یا نماینده (استازي) Class Mark په توګه غوره کېدای شي.

ه: د صنف بندي شویو اعدادو بله مشخصه دا ده، چې ټول صنفونه یې په مساوي اندازه عرض لري، چې د مربوطه صنف د تیټ سرحد او لوړ سرحد له حاصل تفریق څخه ترلاسه کېږي، دې ته صنفي عرض یا د صنف وسعت یا پراخوالی وایي، چې Class Interval هم ورته ویل کېږي، مثلاً په (۳) جدول کې صنفي عرض داسې مومو:

C=5.5-2.5=3

باید ووایو چې د صنفي سرحدونو صنفي وسط او صنفي عرض لپاره کوم تاکلی فورمول نشته، بلکې هغه څه چې موږ دلته وکارول هغه د صنف بندی د مشخصاتو د څرګندولو لپاره ځینې ساده لارې او قاعدې وي، چې د موضوع د وضاحت لپاره مو راوړې، دا ټول مشخصات په لاندې جدول کې راغلي: (۳،۳) جدول: د صنف بندي شویو ارقامو مشخصات

| صنفونه X | صنفي سرحدونه Class boundaries | صنفي وسطونه Mid. Point | صنفي عرض Class Intervals |
|---|---|---|---|
| 0-2 | -0.5-2.5 | 1 | 3 |
| 3-5 | 2.5-5.5 | 4 | 3 |
| 6-8 | 5.5-8.5 | 7 | 3 |



لکه چې په (۳،۳) جدول کې ګورو په ټولو صنفونو کې صنفي عرض سره یو برابر او مساوي دی، مثلاً لومړی صنف کې ۰، ۱، ۲ اعداد، په دویم صنف کې ۳، ۴، ۵ او همداسې تر پایه په ځینو مواردو کې چې ضرورنه ده چې په جدول کې دا ټول مشخصات درج کړو، خو د جدول بندی د پوهېدو لپاره ضرور دی چې زده شي.

## ۳،۴ - د اعدادو طبقه بندي او د هغو ډولونه

په لومړي نظر موږ اعداد د هغوی د تحلیل د مقصد له مخې په دوو ډولونو طبقه بندي کولای شو: یو ډول یې د اعدادو د ظاهري کیفي ځانګړنو له مخې ده، بل یې د هغوی د مقداري ځانګړنو له مخې، دلته به هر یو وګورو.

### ۳،۴،۱ - د طبقه بندي ډولونه Types of Classification

دا باید په یاد وساتو چې د یو تحقیق د اجرا لپاره یا د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو په ترڅ کې د یوه احصایوي تحلیل او د ارقامو ځخه د مورد نظر پایلې د موندلو لپاره هره ترسره شوې مشاهده، هر عدد او رقم خپل ځانګړی او منفرد خصوصیت لري او هر یو د خپل خپل مشخص صنف له مخې راټول شوي وي، یوه انفرادي دېتا ممکن دوه خصوصیات ولري، چې د توصیفي یا کیفي او مقداري یا کمي څخه عبارت دی.

توصیفي یا کیفي هغه صنف بندي ده، چې مشاهدې د یو کیفیت له مخې صنف بندي شي، مثلاً د یو فارم شیدې ورکوونکي اوشیدې نه ورکوونکي غواوې یا د سرو منو اصلاح شوي او محلي ډولونو، د ژېرو منو ډولونه او نور چې دا د یوه کیفیت (څرنګوالي) له مخې په برخو او کلاسونو طبقه بندي شوي وي.

مقداري یا کمي طبقه بندي[*] هغه ده چې مشاهدات د عددي او رقمي مقیاسونو له مخې لکه د قد د اندازې، وزن، شمېر او نورو له مخې طبقه بندي شوي وي.

ځینې وخت په طبقه بندي کې خلاص یا ناټرلي صنفونه هم وي، دا هغه صنفونه دي چې یو حد یې تاکلی نه وي، لکه په لاندې فرضي مثال کې:

(*) په بایوستاتستیک ساحه کې ځینې پدیدې نا پایداره یا بدلېدونکي Variable خواص لري، نو داسې مشخصه د Discrete Variable په نوم یادېږي، لکه د پانو نمو، د چرګوړو وده او نور چې پرلپسې بدلون مومي او د نامربوطو قدمو په واسطه طبقه بندي کېږي، مثلاً د یوه بوټي اندازه نمویي موسم کې ۴،۵ – ۶،۵ فټ، چې د همدې ترمنځ یاداشت کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



K: د صنفونو شمېر او n د ټولو مشاهدو له شمېر څخه عبارت ده، د محاسبې لپاره عادي لوګاریتم د ۱۰ په بیس یا قاعده نیول کېږي (دغه ډول د لوګاریتم جدول د کتاب په پای کې په درېیمه ضمیمه کې راغلی). د بېلګې په ډول که چېرې موږ ۱۰۰ مشاهدې ولرو، نو د هغو د صنفونو شمېر داسې مومو:

K=1+3/3 Log(100)

له دې کبله چې د لسو په بیس د ۱۰۰ عادي لوګ، ۲ دی نو لیکو:

K=1+3.3 Log(2)=1+6.6=8
K=6.7 or 8 class

دغه فورمول موږ ته د یو عمومي لارښود حیثیت لري، موږ کولای شو په همدې ډول نور اعداد ولیکو، باید څېړونکي کوښښ وکړي چې صنفونه ډېر کم غوره نه کړي، ځکه دا وروسته بیا د ورینس سنجش کې لازمه پایله او موخه په لاس نه ورکوي، بهتره به وي د صنفونو شمېر ډېر زیات هم غوره نه شي. د صنفونو شمېر د ارقامو د فاصلې سره مستقیماً، خو د صنفي عرض سره معکوساً رابطه لري، له همدې حقیقت څخه کولای شو چې په یو مناسب شمېر صنفونه غوره کړو.

ددې لاره داسې ده چې لومړی د ټولو ارقامو Range محاسبه کوو، بیا داسې یو عدد ټاکو چې که چېرې د پام وړ صنفونو له شمېر سره ضرب شي، نو همدغه عدد مطلوب صنفي عرض دی.

صنفي عرض کېدای شي طاق یا جفت وي، خو د طاق په صورت کې صنفي وسط Mid Point یو غیر کسري عدد کېږي، خو که جفت وي، نو Mid Point اعشاریه لرونکي عدد کېږي، چې دا ډول اعشاریه لرونکی عدد په نورو وروستیو محاسباتو کې ضرب، تقسیم او جمع کولو کې مشکلات ایجادوي بلکه د پام وړ خبره دا ده چې ښه به وي که د هر صنف لوړ حد د بل صنف د ټیټ حد څخه بېل عدد وي، که چېرې داسې صنف بندي وشي لکه:

۵، ۲۲-۵، ۵۵
۵، ۷۷-۵، ۲۲
۵، ۸۸-۵، ۷۷

په دې ډول صنف بندي کې صنفي حدود یو بل څخه جلا نه دي، بلکې عین اعداد یا د دوو صنفونو ترمنځ ګډ دي، نو دا نه سره ښلېږي. لنډه دا چې د ارقامو راټولول Presentation of Data. او صنف بندي Classification یې یو اساسي ګام دی، چې باید په ډېر دقت ترسره شي، پرته له هغه نورو تحلیلي عملیاتو کې شک او اشتباه رامنځته کوي، کله چې د جدول په لومړي ستون کې صنفونه په لازم شمېر جوړ شول، ورپسې دویم ستون کې د هر صنف مربوطه مشاهدې شمېرو او د مربوطه صنف مقابل کې یې لیکو. دغه لیکل کېدای شي په یوه نښه (خط) سره وي، چې له بشپړو شمېرلو وروسته یې بیا په بل ستون کې په عدد لیکو، یا هم کېدای شي په سیده



(۳، ۴) جدول: د یو کلي د اوسېدونکو شمېر او صنفبندي د استخدام له مخې

| توصیفي څانګړتیا | F | X |
|---|---|---|
| د ښوونځي او له هغه مخکې دوري نفوس | 236 | 18-له 6 کلن کوچنی |
| د کار ځواک | 300 | 18-60 |
| متقاعدین | 92 | له 60 کلنو لوړ-60 |

په پورته مثال کې د لومړي صنف ټیټ او د درېیم صنف لوړ حد یو پرانیستی (خلاص) حد بلل کېږي، چې تاکلی عدد (مشاهده) نه لري.

### ۳، ۴، ۲ - په ارقامو کې فاصله Range

د یوه احصایېوي تحلیل او علمي تحقیق د ترسره کولو لپاره چې کله د اعدادو یوه مجموعه راټولېږي، فاصله عبارت له دې څخه ده چې د مشاهدو ترټولو لوی عدد او تر ټولو کوچنی عدد یو بل څخه تفریق شي، یعني مطالعې لاندې اعدادو کې د لوی او کوچني عدد تفاوت او یا فرق د فاصلې څخه عبارت ده، مثلاً موږ له یوې ساحې څخه لاندې اعداد راټول کړي:

۸، ۱۲، ۵، ۹، ۱۰، ۱۱، ۵، ۷، ۱۰

په دغو اعدادو کې فاصله داسې مومو:

په دغو اعدادو کې د هر لوی عدد ۱۲ او کوچنی عدد په کې ۵ دی، یو له بله یې منفي کوو ۷ په لاس راځي، خو باید په یاد ولرو چې د وسیعې ساحې د ګڼ شمېر اعدادو او مشاهدو فاصله یو څه پېچلی او ممکن کوم لوی عدد راووځي.

### ۳، ۴، ۳ - ه صنفونو د شمېر ټاکل

کله چې موږ غواړو د ارقامو په یوه مجموعه کې د صنفونو شمېر وټاکو دا کوم معین روش او قاعدې پورې اړه نه لري، بلکې د محقق کار پورې مربوط ده، که چېرې په ارقامو کې د صنف پراخوالی یا صنفي عرض لوی او پراخه غوره شي، نو د صنفونو شمېر کم وي، خو که چېرې صنفي عرض کوچنی وي، د صنفونو شمېر زیات او په دې ډول صنفي عرض او د صنفونو شمېر یو بل سره معکوسه رابطه لري. ددې لپاره ستریج روال (Sturge. R.) یوه عمومي قاعده پېشنهاد کړه، چې بهتره به وي د صنفونو د شمېر په ټاکلو کې له هغې څخه کار واخلو، ده په فورمول کې دوه ثابت اعداد چې یو یې د مشاهدو شمېر د عادي لوګاریتم کېږي او بل یې (۱) دی شامل دي، چې فورمول یې دا دی:

K=1+3.3 Log(n)

په پورته فورمول کې:

(c) ketabton.com: The Digital Library



ډول یې په عددو لیکو، خو که چېرې مشاهدات په ساحه (فارم کرونده، ځنګل، څرځای، مارکیټ یا بل داسې ځای) کې وي، نو د هرې مشاهدې په لیدلو یوه نښه وکړو یا یو کوچنی خط وکاږو، د بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او بلې مشاهدې په لیدلو بل خط او همداسې دوام ورکړو، که عدد لیکو نو د بل ځل مشاهدې په لیدلو سره د لومړنۍ مشاهدې پاکول او لیکل شوي عدد کې بدلون راوستل مشکلات پیښوي، نو نښه به وي چې په ساحه کې لومړی په جدول کې د هر صنف مقابل کې یو یو خط کښوډل شي، دې ته چوب خط یا Tally طریقه وایي، وروسته چې کله محقق دفتر ته ځي، هلته Tally په اعدادو اړوي، موږ دلته همداسې یوه بېلګه راوړو:

مثال: په یو ولایت کې د پنځوسو بېلابېلو غوره شویو سیمو هغه بزګران چې اصلاح شوي نسلي چرګان یې ترلاسه کړي او روزنې لاندې یې نیولي دي:

14, 25, 31. 32, 10, 22, 15, 19, 10, 36, 43
35, 37, 38, 24. 26, 28, 29, 20, 19
23, 15, 17, 19, 19, 14, 24, 24
25, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 26
23, 24, 22, 32, 30, 25, 26, 28, 34, 29, 22
27, 12, 22

د صنفونو د شمېر د معلومولو لپاره لرو چې:

K=1+3.3 Log(n)
K=1+3.3 Log(50)=1+3.3(1.7)≈7

اوس په جدول کې (۷) صنفونه تشکیلوو، ورپسې لومړی په Tally او بیا په اعدادو د هر صنف دفعات (Frequency) شمېرو:

(3،4) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو پنځوسو کلیوالو صنف بندي

| صنفونه X | دفعات | Frequency |
|---|---|---|
| | Tally | Freq. or No of Formers |
| 10-14 | III | 3 |
| 15-19 | 𝍸 II | 7 |
| 20-24 | 𝍸 IIII | 9 |
| 25-29 | 𝍸 𝍸 𝍸 | 15 |
| 30-34 | 𝍸 𝍸 | 10 |
| 35-39 | IIII | 4 |
| 40-44 | II | 2 |
| | N=50 | |



خو په اکثرو احصایېوي تحلیلونو کې د جدول د لنډیز په خاطر Tally طریقه نه کارول کېږي، لکه چې ګورو پورته جدول کې په ارقامو کې:

Range=43-11=33
Range=33
Class Interval=19.5-14.5=5
K=7

نو: 7x5=35

د ۳۵ عدد د فاصلې له عدد یعنې ۳۳ څخه ډېر لږ فرق لري، نو همدا مناسبه صنف بندي ده.

په دویم قدم کې فریکوینسي یعنې د هر صنف مربوطه مشاهدات سنجول شوي، چې د هغو مجموعه یعنې Fi=50 شوه، یعنې دا ډول مشاهدات شمېرل شوي او د قناعت وړ ده، برسېره پردې د جدول بندي ټول مشخصات لکه صنفي حدود (چې یو بل سره ګډ نه دي) صنفي عرض (چې ټولو صنفونو کې یو برابر دي) او صنفي وسط واضحاً موجود دي او د محاسبې وړ دي. ځینې وخت د علمي څېړنې پر وخت دا ضرورت پېښېږي چې دا څرګنده شي، چې آیا کوم یو صنف ډېر لوی دفعات لري؟ ددې لپاره موږ د تجمعي دفعاتو فېصدي سنجوو، همدارنګه که وغواړو صنفي وسطونه Mid. Pts وټاکو، نو هغه درېیم ستون کې محاسبه او درج کوو، همدارنګه صنفي سرحدات او نورو ټول سنجش او درج کېدای شي، په لاندې ډول:

(۳، ۵) جدول: د اصلاح شوي نسل چرګانو د صنف بندي مشخصات

| X | F | % of Fi | Mid Pts | Adjusted Class bou |
|---|---|---|---|---|
| 10-14 | 3 | 6 | 12 | 9.5-14.5 |
| 15-19 | 7 | 14 | 17 | 14.5-19.5 |
| 20-24 | 9 | 18 | 22 | 19.5-24.5 |
| 25-29 | 15 | 30 | 27 | 24.5-29.5 |
| 30-34 | 10 | 20 | 32 | 29.5-34.5 |
| 35-39 | 4 | 8 | 37 | 34.5-39.5 |
| 40-44 | 2 | 4 | 42 | 39.5-44.5 |
| | N=50 | 100% | | |

که چېرې د تحلیل څخه دا هدف ترلاسه کول هم وي، چې د هر صنف مربوطه مشاهدې څخه پورته څو مشاهدې دي؟ یا د هر صنف څخه ښکته څو مشاهدې دي، یعنې که وغواړو تجمعي دفعات ومومو، نو هغه په دوو بېلابېلو ستونونو کې ښکاره کوو، په لاندې ډول:

(c) ketabton.com: The Digital Library



(۲،۳) جدول د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیوالو د صنف بندي تجمعي دفعات

| X | F | د مربوطه صنف څخه پورته دفعاتو فیصدي | | د مربوطه صنف څخه ښکته دفعاتو فیصدي او اندازه | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | اندازه | فیصدي | اندازه | فیصدي |
| 10-14 | 3 | 50 | 100% | 0 | 0% |
| 15-19 | 7 | 47 | 94% | 3 | 6% |
| 20-24 | 9 | 40 | 80% | 10 | 20% |
| 25-29 | 15 | 31 | 62% | 19 | 38% |
| 30-34 | 10 | 16 | 32% | 34 | 68% |
| 35-39 | 4 | 6 | 12% | 44 | 88% |
| 40-44 | 2 | 2 | 4% | 48 | 96% |
| | | 0 | 0% | 50 | 100% |

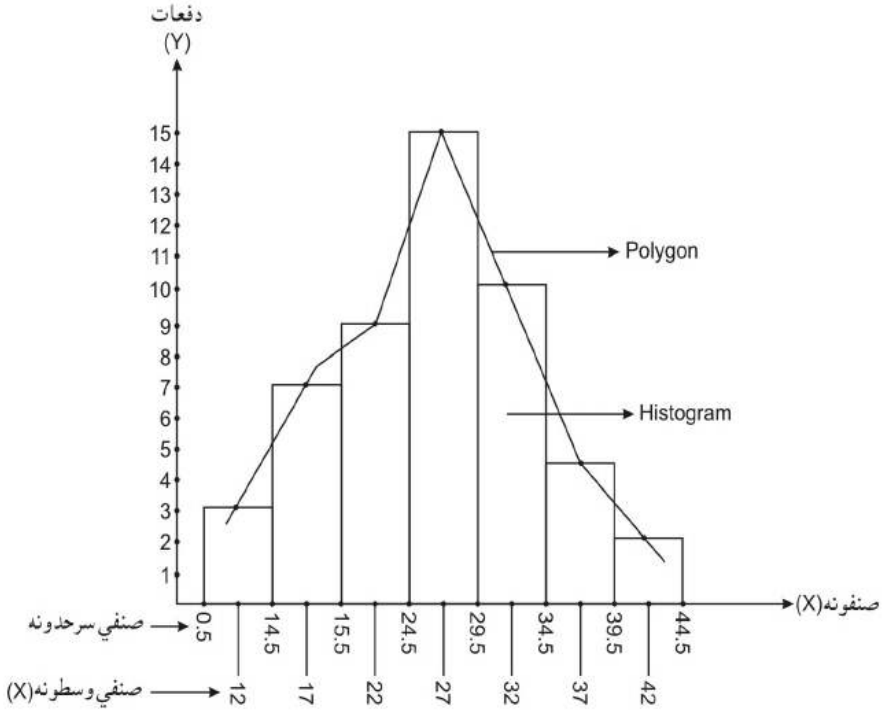
## ۳، ۵ – د پولیګان اوهستوګرام ترسیمول

لکه چې مخکې وویل شول، ګراف هغه وسیله ده چې موږ ته معلومات په ډیر لنډ ډول ارایه کوي، ددې لپاره چې د مشاهدو تحلیل په واضحه توګه په کم وخت کې څرګند شي، په جدول کې تحلیل شوي ارقام د هغو دفعات او فیصدي او نور مسایل د ګراف په واسطه ښودلای شو، که چېرې د دفعاتو ارقام د مستطیل په بڼه Bar Chart سره وښیو، دې ته Histogram او که د منحني په ډول یې رسم کړو، دې ته Polygon وایي. په دې ډول ګرافونو کې صنفونه د افقي محور (x) دپاسه او دفعات د عمودي محور یا (Y) دپاسه ښودل کېږي.

لومړی د (X) محور د صنفونو د شمېر په اندازه په مساوي برخو قیمت ګذاري کوو، یعنې مربوطه ننبې وریاندې ډډو او په مساویانه برخو یې وېشو، هره ننبه صنفي پوله یا سرحد ښیي او د دغو ننبو منځ Mid Points ښکاره کوي د (Y) محور د دفعاتو د شمېر په اندازه په مساوي برخو وېشو، ورپسې یې ګراف رسمو.



(۱،۳) شکل




**د ارقامو ه صنف بندي یو حل شوی مثال:**

لاندې ارقام په جدول کې داسې صنف بندي کړئ، چې صنفي عرض (۲۰) او د صنفونو تعداد (۷) وي؟

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 106, | 107, | 76, | 82, | 109, | 107, | 115, | 93, | 187, | 95, | 123, | 125, |
| 111, | 92, | 86, | 70, | 126, | 68, | 130, | 129, | 139, | 119, | 115, | 128, |
| 100, | 186, | 84, | 99, | 113, | 204, | 111, | 141, | 136, | 123, | 90, | 115, |
| 98, | 110, | 78, | 185, | 162, | 178, | 140, | 152, | 173, | 146, | 158, | 194, |
| 148, | 90, | 107, | 181, | 131, | 75, | 184, | 104, | 110, | 80, | 118, | 82 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



Frequency Distrubation of Weights of 60 Apples.

| Weight | Entries | Frequency |
|---|---|---|
| 65-84 | 76, 82, 70, 68, 84, 78, 75, 80, 82 | 9 |
| 85-104 | 93, 95, 92, 86, 100, 99, 90, 98, 90, 104 | 10 |
| 105-124 | 106, 107, 109, 107, 115, 123, 111, 119, 115, 113, 111, 123, 115, 110, 107, 110, 118 | 17 |
| 125-144 | 125, 126, 130, 129, 139, 128, 141, 136, 140, 131 | 10 |
| 145-164 | 162, 152, 146, 158, 148 | 5 |
| 165-184 | 178, 173, 181, 184 | 4 |
| 185-204 | 187, 186, 204, 185, 194 | 5 |
| Total | | 60 |

یا په بل شکل:

| X | F |
|---|---|
| 65-84 | 9 |
| 85-104 | 10 |
| 105-124 | 17 |
| 125-144 | 10 |
| 145-164 | 5 |
| 165-184 | 4 |
| 185-204 | 5 |

$\Sigma F = 60$



## تمرینات

۱. د سلو تنو چرګانو روزونکو کلیوالو د هرې ورځې د راتولو شویو هګیو شمېر په لاندې ډول ورکړل شوی.

36, 32, 41, 41, 22, 27, 35, 29, 45, 30, 45, 33, 27, 44, 31
36, 31, 29, 43, 28, 33, 25, 45, 24, 52, 23, 38, 38, 40, 45
42, 34, 35, 40, 40, 10, 28, 15, 28, 27, 25, 24, 40, 39, 33
40, 50, 39, 41, 26, 36, 35, 32, 30, 32, 35, 41, 10, 45, 48
33, 28, 43, 37, 33, 28, 42, 39, 31, 39, 18, 36, 45, 37, 26
23, 49, 37, 42, 40, 40, 37, 36, 33, 20, 23, 42, 28, 37, 44
49, 40, 39, 41, 39, 38, 47, 16, 41, 27

پورته ارقام په ترتیب سره داسې صنف بندي کړئ، چې صنفونه ۱۰-۱۲، ۱۳-۱۵ او ۱۲-۱۸ وي، یعنې صفني عرض یې ۳ شي، اخري صنف یې ۵۲-۵۴ دی، لاندې اجزا ومومئ.

الف: دفعات هم په Tally او هم د ارقامو په بڼه وشمېرئ؟

ب: کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري او د تولو مشاهدو څو فېصده جوړوي؟

ج: څو بزګران هره ورځ له ۴۰ زیات هګۍ راتولوي؟

د: هغه بزګران چې هره ورځ له ۲۸ هګیو کمې راتولوي څو تنه دي؟

هـ: که هر بزګر یوه دانه هګۍ په ۱۰ افغانۍ وپلوري د پینځم صنف مربوط بزګرانو د ورځې عاید به څو افغانۍ وي؟

و: صرفاً د دفعاتو هستوګرام رسم کړئ؟

۲. ۲۰ تنه د واکسین لپاره بېلابېلو سیمو ته لېږل شوي، په دې کې ۴ تنو له ۵-۱۰ تنه واکسین کړي، پینځو نورو له ۱۱-۱۲ تنه، ۷ تنو له ۱۷-۲۲ او ۴ تنه یې هغه کسان دي چې ډېر زیات یعنې له ۲۳-۲۸ تنه یې واکسین کړي، ددغو ارقامو صنف بندي بشپړه او بیا یې د هر صنف وسط معلوم او تجمعي دفعات او د هغو فېصدي تعین او فاصله ومومئ؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



# څلورم څپرکی

## دمرکزي میلان مقیاسونه

## Measures of Central Tendency

## Or

## Averages

پخوا مو وویل چې ارقام باید څنګه راټول او بیا صنف بندي شي، دا هم وویل شول چې د دغه اتو وپش یوه تشریحي او توضیحي طریقه ده، چې په ګرافونو سره نوره هم ډېره ښه واضحه کېږي، خو ځینې وخت دې ته ضرورت واقع کېږي، چې باید د ډېرو ګڼو ارقامو او لوی نفوس څخه داسې یو مقیاس غوره کړای شي، چې د ټول نفوس نماینده ګي (استازیتوب) وکړي. د همدې نماینده عدد له رویه د نورو ارقامو او ټول نفوس مطالعه صورت نیولای شي. دغه عدد یو داسې تمایل او ګرایش لري چې د ضرورت په وخت کې د ټولو مشاهدو د خواصو ښوونکی وي او نور ارقام یې شاوخوا قرار ولري، ځکه دې ته د مرکزي میلان مقیاس یا اوسط ویل کېږي. په احصایه کې د بېلابېلو اړتیاوو له مخې دداسې یو معیار پیدا کول چې د ټولو ارقامو لپاره نماینده وي او له هغو څخه استازیتوب وکړي فرق کوي، خو بیا هم دا معیارونه د *اوسطونو*، د موقعیت له پلوه منځوني اعداد *(میانه)* او له ټولو زیات او ډېر پېښ شوي اعداد او مشاهدات *(مود)* څخه عبارت دي، دلته به هر یو وګورو:

### ۱،۴ – اوسط (Average)

ښه به وي چې په دې پوه شو، چې اوسط د احصایې اختصاصي مطالعه کې یو عام مفهوم دی، سره له دې چې مود اوسط هماغه مشاهده او رقم منو، چې د حسابي سنجش له مخې د اعدادو د اوسط په توګه استخراجېږي، اګر که د ارقامو سلسله کې د هغه موقعیت نه پلټو، په دې ډول ترلاسه کېدونکي اوسط د حسابي اوسط په نوم یادېږي او دا نظر تورو وسطي اوزانو یا د مرکزي مقیاسونو په پرتله ډېر زیات د استعمال موارد لري، اوسط د ارقامو له خواصو (صنف بندي شوي او غیر صنف بندي شوي) او د لاسته راوړلو د طریقو (حسابي، هندسي، مربعي) له مخې په څو ډولونو دي



### ۲،۴ – حسابي اوسط Arithmatic Mean

دا د اوسطونو له جملې یو ډېر ساده او معمولي اوسط دی، معمولاً ورته یوازې د اوسط اصطلاح کارول کېږي، خو په تحلیلي مسایلو او څېړنیزو موضوعاتو کې باید د اشتباه د نه پېښېدو لپاره حسابي اوسط وبلل شي، ددې ساده پېژندنه داده:

کله چې د ارقامو مجموعه د هغو په شمېر ووېشل شي، حسابي اوسط په لاس راځي، دغه اوسط په احصایوي او څېړنیزو بحثونو کې معمولاً په (X') سره ښودل کېږي. په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د اوسط سنجش فرق کوي، همدارنګه دا هم باید وکتل شي، چې ایا ارقام کوم قیمت، وزن یا ارزش یا کربدت لري که نه؟ نو څکه دلته دا حالات څېړو:

**الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش:**

که چېرې مشاهدات صنف بندي شوي نه وي، یعنې ارقام مختصر (Samples یا Small) یا (Non-Grouped Data) وي، د جمع ساده حاصل د ټولو مشاهدو په شمېر تقسیم او حسابي ساده اوسط په لاندې ډول په لاس راځي:

$$X' = \frac{\Sigma xi}{n}$$

دلته:

X'- حسابي اوسط

Σ- سیګما یا زیګما (یوناني توری دی) د جمع حاصل یا مجموعه (Summation) ده

Xi- هره مشاهده یا رقم

N- د مشاهدو شمېر یا (n).

مثلاً که چېرې د 15, 2, 7, 13, 8, 5, 20 ارقام ولرو، نو د هغو اوسط داسې محاسبه کېږي:

$$X' = \frac{xi}{n} = \frac{15+2+7+13+8+5+20}{7} = \frac{70}{7} = 10$$

**ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې اوسط Mean From Grouped Data**

په صنف بندي شویو ارقامو کې د صنفي وسطونو (چې د هر صنف نمایندګي کوي) اود هر صنف د دغاتو د حاصل ضرب مجموعه د ټولو دغاتو په مجموعه وېشل کېږي. سره له دې چې د اوسط په دغه سنجش کې خصوصاً چې ارقام ډېر ګڼ وي، ریاضیکي اوږدو عملیاتو ته ضرورت دی او یو څه تفصیلي ښکاري، خو بیا هم ددې لپاره چې یوه لنډه طریقه هم وضع شوي، دلته به هغه هم ولولو، په دې ډول مود د حسابي ساده اوسط د سنجش لپاره یوه تفصیلي طریقه او بله لنډه طریقه ولولو، لنډه طریقه کې د ui فرضي ستون وضع کېږي، په لاندې ډول دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma uifi}{n}).C$$ یا

پورتنی فورمول خصوصاً په هغو حالاتو کې چې مشاهدې دېرې ګڼې، یا اعشاریه لرونکي وي او په لنډه طریقه کې اسانه حل شي، دېره یوه ښه طریقه ده، خو که ارقام کم وي او هغه هم تام وي، نو بیا تفصیلي طریقه هم کاروو، په لاندې جدول کې په دواړو طریقو اوسط حل کوو.

(۴،۱) جدول: په یوه لابراتوار کې د یوې حشرې د بدن د اندازې صنف بندي

| دحشرې د بدن اندازه (X) | دحشرو شمېر (Fi) | Xi | Fi.xi | Ui | Fi.ui |
|---|---|---|---|---|---|
| 1,0-2,9 | 43 | 1,95 | 83,8 | -4 | -172 |
| 3,0-4,9 | 62 | 3,95 | 244,9 | -3 | -186 |
| 5,0-6,9 | `86 | 5,95 | 1106,7 | -2 | -372 |
| 7,0-8,9 | 144 | 7,95 | 1144,8 | -1 | -144 |
| 9,0-10,9 | 96 | 9,95 | 985,2 | 0 | 0 |
| 11,0-12,9 | 66 | 11,95 | 788,7 | +1 | +66 |
| 13,0-14,9 | 46 | 13,95 | 641,7 | +2 | +92 |
| 15,0-16,9 | 73 | 15,95 | 1146,3 | +3 | +219 |
| 17,0-18,9 | 34 | 17,95 | 610,3 | +4 | +136 |
| | N=750 | ∑Fixi=6722,5 | | | ∑fui=-361 |

حل:

**الف. تفصیلي طریقه:**

$$X' = \frac{\Sigma fi.xi}{\Sigma fi} = \frac{6722.5}{750} = 8,95$$

**ب. لنډه طریقه:**

$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma fiui}{fi}).C$$

$$X' = 9,95 + (\frac{-361}{750}).2 = 8,98$$ (*)

## ج. په وزن لرونکو ارقامو کې د اوسط سنجش:

ځینې وخت مشاهدات ټاکلی وزن، ارزش، قیمت یا کړېدت لري، داسې حالاتو کې طبعاً وروسته یا نهایي تحلیلونو کې او په مجموعي ارزیابیو کې د مربوطه مشاهدې او رقم ارزش د هغې له وزن سره ګډه اغېزه لري، نو ځکه باید په اوسط کې هم په نظر کې ونیول شي، مثلاً که په

(*) په دویمه طریقه کې ځینې وخت د لومړي خواب سره دېر لږ فرق موجود وی، چې دا د (C) له امله پېښېږي، دغه تفاوت او فرق دومره د پام وړ نه دی په صنف بندي شویو ارقامو کې یوه بله طریقه د (فرضي اوسط) په نوم یادېږي هم شته، خو هغه دېره معموله او موثره نه ده.



## ۱). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په تفصیلي روش سره د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې هغه دفعات چې د هر صنف مقابل کې ټاکل شوي او د هر صنف د مشاهدو شمېر او صنفي وسطونه په خپله له هر صنف څخه نماینده ګڼي کوي او د دفعاتو مجموعه د ارقامو د مجموعې په توګه د فورمول مخرج کې راځي:

$$X' = \frac{\Sigma xi.fi}{fi}$$

دلته:

X'- حسابي اوسط

∑- مجموعه

xi- صنفي وسطونه

fi- دفعات

∑fi- یا N د دفعاتو مجموعه ده (*)

په دې ډول موږ پوهېږو چې وروسته د صنفونو له ټاکلو او د دفعاتو له شمېرلو، صنفي وسطونه د جدول یوه ېېل ستون کې وضع او بیا د فورمول سره سم د غه صنفي وسطونه له دفعاتو سره هر ځل ضرب او د هغو مجموعه حاصلوو، هغه په N وېشو.

## ۲). په طبقه بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه د حسابي اوسط سنجش:

په دې طریقه کې د (xifi) د ستون ترځنګ د (ui) نوم لاندې فرضي اختصاري ستون لیکو، په دې کې د میانه (منځنۍ) صنف مقابل کې په اختیاري ډول صفر قیمت ږدو، له هغه پورته په وار سره د صنفونو په شمېر منفي علامه لرونکي اعداد او ښکته خواته د باقیمانده صنفونو په شمېر مثبت تام اعداد پر له پسې لیکو (*). هغه صنفي وسطس چې د هغه مقابل کې مو صفر قیمت اینبی معمولاً د دفعاتو شمېر لري او په فورمول کې په X0 ښودل کېږي، د fiui حاصل ضرب په N تقسیم بیا د صنفي عرض سره یې ضربوو او په پای کې د X0 سره جمع کوو، فورمول دادی:

$$X' = X_0 + (\frac{\Sigma Fiui}{\Sigma Fi}).C$$

(*) کله چې ارقام دېر ګڼ وي، یعنې د ګڼ شمېر نفوس اوسط په (M) سره ښودل کېږي او هغه په لاندې فورمول حل کېږي:

(*) دغه د ui یا فرضي ستون کې په وار سره د منفي او مثبت رقمونو په واسطه نمره ګذاري یو فرضي، اختیاري کار دی، چې مجموعه یې صفر کېږي، یعنې صرف د کار د سهولت لپاره اجراي کېږي، خو په جدول څخه نه دي اضافه شوي، نو ځکه ورته اختیاري نوم ورکړل شوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



یوه فارم کې څو ډوله محصولات په بېلابېلو کلونو کې تولید شوي وي، د هر محصول فې واحد بیه له بل سره فرق لري، داسې مواردو کې د وزن لرونکي اوسط طریقه په کار وړل کېږي، چې فورمول یې دا دی:

د وزن لرونکي اوسط د سنجش فرمول: $X'w = \frac{\Sigma wixi}{\Sigma wi}$

دلته:

$X'w$- د وزن لرونکو ارقامو ساده حسابي اوسط.

xi- اصلي مشاهده.

wi- د هرې مشاهدې ارزش، قیمت، وزن یا اهمیت.

$\Sigma$- حاصل جمع.

مثال: د یوه محصل د پینځو مضامینو نمرې د هغه د کریډت سره په لاندې ډول دی:

| مضمون | نمرې | کریډت |
|---|---|---|
| احصایه | 60 | 3 |
| فزیک | 40 | 4 |
| بیوشیمي | 50 | 4 |
| پرازیتولوژي | 50 | 5 |
| اناتومي | 70 | 4 |

د دغه سوال د حل لپاره لومړی د Wi او Xi د ضرب حاصل پیدا، بیا هغه جمع او د Wi په مجموع یې وېشو:

$$X'w = \frac{3(60) + 4(40) + 4(50) + 5(50) + 4(70)}{\Sigma wi}$$

$$X'w = \frac{1070}{20} = 53.5$$

له تیوریکي پلوه د ریاضي د قانون سره سم په حقیقت کې هر عدد او رقم یو وزن لري (منظور مو له ضریب څخه دی)، چې هغه له (۱) څخه عبارت دی، نو که چېرې ارقام وزن، ثقلت، ضریب یا ارزش نه لري همدا طریقه او همدا فرمول صدق کوي او د استفادې وړ ده، دا څکه چې بیا هم د هغو ټولو مشترک (ګډ) ضریب یا وزن او ارزش (۱) دی، نو څکه په هغو لومړنیو مثالونو کې چې یو ګډ مساوي وزن (یعنې یو) د ټولو لپاره وو، د ساده حسابي اوسط په نوم او دغه اخري مثال چې د هر عدد ثقل، وزن یا ارزش یو بل سره فرق لري، د وزن لرونکي حسابي اوسط په نوم یاد ېږي.



## ۴،۲،۱ - هندسي اوسط (The Geometric Mean)

هندسي اوسط د حسابي اوسط په اندازه زیات د کارولو ځایونه نه لري، خو بیا هم دا د یوه تحلیل او د تحقیق مقصد او هدف پوره اړه لري، هندسي اوسط هم نظر د مشاهدو ډول ته فرق کوي، یعنې دا چې آیا هر قلم صنف بندي شوی که نه؟ دلته به هر یو بېل بېل وګورو:

**الف: په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:**

که چېرې په ... $X_1, X_2, X_3$ ډول ارقامو کې چې د شمېر نو یوه سلسله ده، موږ وغواړو هندسي اوسط ومومو، نو دلته د دغې سلسلې هندسي اوسط د هغو د ضرب د حاصل nام جذر دی، دغه اوسط په (G) چې د Geometric لنډیز (مخفف) دی؛ ښودل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$G = \sqrt[n]{(X_1)(X_2)(X_3)...(X_n)}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

n- د مشاهدو شمېر.

X- هر بېلابېل عدد یا مشاهده ده.

مثال: که چېرې ۲، ۴، او ۸ اعداد ولرو، هندسي اوسط یې داسې سنجوو:

$$G = \sqrt[3]{(2)(4)(8)} = \sqrt[3]{64} = 4$$

**ب: په صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش:**

په صنف بندي شویو ارقامو کې د هندسي اوسط سنجش ډېر ساده دی، داسې چې د دغو اتو شمېر هر څل د مربوطه صنف د وسط په طاقت (توان) لیکل کېږي، بیا نو ټول ضرب او د ټولو دغو اتو (fi) جذر یې استخراج کېږي؛ فورمول یې دا دی:

$$G = \sqrt[\Sigma fi]{X_1^{f1} . X_2^{f2} . X_3^{f3} ... X_n^{fn}}$$

دلته:

G- هندسي اوسط.

Xi- هر صنفي اوسط.

Fi- دغو اتو.

$\Sigma fi$- د دغو اتو مجموعه.

(c) ketabton.com: The Digital Library



مثال:

(۴، ۳) جدول: د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

| X | F | Xi |
|---|---|---|
| 0-20 | 5 | 10 |
| 20-40 | 10 | 30 |
| 40-60 | 80 | 50 |
| 60-80 | 40 | 70 |
| 80-100 | 15 | 90 |

$$G=\sqrt[N]{X_1^{f1}.X_2^{f2}.X_3^{f3}...X_n^{fn}} \qquad N\ 150$$

حل: له فورمول سره سم لرو، چې:

$$G=\sqrt[150]{10^5.30^{10}.50^{80}.70^{40}.90^{15}}=53,5$$

په احصایه کې دوه ډوله نور اوسطونه هم معمول دي، چې یو یې هارمونیک اوسط دی، دغه ډول اوسط ته ډېر کم ضرورت پېښېږي، استثناء هغو حالاتو کې چې زمان متحول فرض شي او کمیت ثابت فرض شي، نو هغه تطبیق کېدای شي، یا هم مربعي اوسط، دا هم ډېر کم کارول کېږي.

مربعي اوسط د ساده حسابي اوسط د مربع جذر څخه عبارت دی، یعنې:

$$X'^2=\frac{\Sigma x^2}{n}$$

ددغه جذر موندل ځینو نورو احصایېوي تحلیلونو پورې اړه لري، چې راتلونکو فصلونو کې به راشي، خو د اعدادو یوه سلسله کې په مجموع کې د مرکزي مقیاس په ډول چندان معمول نه دي.

## ۴، ۲، ۳ – د اوسط ځانګړنې (مشخصات):

د ارقامو یوه مجموعه کې اوسط ځینې خصوصیات لري، چې هغه دا دي:

الف). اوسط د ټولو اعدادو نماینده ګي کوي.

ب). که چېرې په اوسط او ټولو ارقامو کې عین بدلون راشي، په ټولو اعدادو کې بدلون نه راځي، ځکه $nx'=\Sigma x'$ یا $X'=\frac{\Sigma xi}{n}$.

ج). که چېرې دغو ارقامو کې عین اندازه بدلون راشي، په اوسط کې هم عین اندازه بدلون راځي؛ مثلاً:

(۴، ۳) جدول: د ارقامو یوه مجموعه کې د یو ثابت عدد بدلون او د هغه اغېزه په اوسط باندې



| X | +2 | -2 | ×2 | ÷2 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | 6 | 1,5 |
| 5 | 7 | 3 | 10 | 2,5 |
| 4 | 6 | 2 | 8 | 2 |
| 8 | 10 | 6 | 16 | 4 |
| 10 | 12 | 8 | 20 | 5 |
| X=6 | X=8 | X=4 | X=12 | X=3 |

د). د ساده حسابي اوسط یوه بله ځانګړنه دا ده، چې اوسط څخه د انحراف د حاصل مجموعه هرمرو صفر کېږي او که مربع شي، نو د اوسط له مربع څخه کوچنی عدد په لاس راځي.

(۴،۴) جدول: له اوسط څخه د انحراف د مربع ګانو مجموعه

| Xi | X' | Xi-X | $(Xi-X')^2$ |
|---|---|---|---|
| 3 | 6 | +3 | 9 |
| 5 | 6 | +1 | 1 |
| 4 | 6 | +2 | 4 |
| 8 | 6 | -2 | 4 |
| 10 | 6 | -4 | 16 |
| $X'=\frac{30}{5}=6$ | $\Sigma xi-x'=0$ | $\Sigma xi-x'=0$ | $\Sigma(xi-x')^2=34$ |

دلته 36>34 دی.

## ۴، ۳ – میانه The Median:

میانه داسې تعریف شوې: میانه هغه ارزش، عدد، قیمت یا رقم دی چې ټول ارقام یا اعداد په دوو مساوي برخو وېشي، چې نیم پورته خوا او نیم ښکته خواته واقع کېږي، نو که چېرې د (n) مشاهدات $(X_1, X_2, X_3...X_n)$ له کوچني څخه تر لوی پورې په ترتیب ولیکو د (n) منځومي عدد عبارت دی له $\frac{N+1}{2}$ ام څخه، خو که چېرې ارقام صنف بندي شوي وي، نو په دې صورت کې میانه هغه عدد دی، چې ۵۰ فیصده مشاهدې د ارقامو په دغاتو کې له نورو رابېلوي، چې فورمول یې دا دی:

$$Median=L_1+(\frac{N}{2}-f)\frac{C}{fm}$$

په فورمول کې:

$L_1$- د هغه صنف ټیټ سرحد (پوله)، چې میانه په کې ده.

N- د دغاتو مجموعه یا ټول مشاهدات.

f- هغه ټول مشاهدات، چې د میانې له صنف څخه ټیټ واقع دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



fm- د میاني د صنف د دفعاتو شمېر.

C- صنفي عرض.

په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یو مثال راوړو:

سوال که چېرې 4, 6, 18, 9, 11, 16, 20 ولرو، د هغو میانه پیدا کړئ؟

حل: ددې لپاره لومړی اعداد له کوچني څخه لوی پورې په ترتیب سره لیکو:

4
6
9
*11* *میانه*
16
18
20

حد 4=$\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}$=Median خلورم حد، یعني ۱۱ عدد

په دې ډول پورته ارقامو کې څلورم عدد چې له ۱۱ څخه عبارت دی، میانه بلل کېږي، چې له دې عدد څخه کوز او پورته مساوي مساوي (درې؛ درې عدد دونه) ببل شوي، خو که چېرې دغه اعداد جفت وي، یعني په لاندې ډول وي:

6, 18, 9, 11, 16, 22, 20, 4

نو بیا هم لومړی دا ټول له کوچني د لوی خواته په یوه کتار لیکو، د فورمول سره سم چې کوم ځواب پیدا کېږي هغه په خپله کوم عدد نه؛ بلکې یو حد دی، مثلاً په پورته ارقامو کې (n=2) نو

$\frac{n+2}{2}=\frac{8+1}{2}=4,5$ دا ددې مانا لري، چې نه څلورم حد او نه پینځم؛ بلکې څلورنیم عدد عبارت له

حد $\frac{n+2}{2}=\frac{8+1}{2}=4,5$

4
6
9
*11*
16
18
20
22

13,5 میانه



سوال د (۴،۱) جدول صنف بندي شوي ارقام حل او میانه یې وموئ؟

حل:

$$Median=L+(\frac{N}{2}-f).\frac{C}{fm}$$

$$Median=6,95+(\frac{750}{2}-435)\frac{2}{96}$$

$$Median=6,95+(84)\ \frac{2}{144}=6,95+1,267=8,12$$

## ۴،۴ – مود The Mode

مود داسې تعریف شوی:

هر هغه عدد چې د ارقامو په یو سیټ کې یا د مشاهدو یوه مجموعه کې له ټولو زیات واقع شوی وي، په بله وینا: مود هغه رقم او عدد دی، چې په سیټ کې د شاملو نورو ارقامو په مقایسه د هغه دفعات (Frequency) ډېر زیات وي.

مود یا کثیر الوقوع عدد، ډېره پېښېدونکي مشاهده یا د ډېر زیات تکرار لرونکي رقم دی، دا ټول یوه مانا افاده کوي. دا اصلاً یوه احصایېوي نومونه ده، چې د ورځنیو زیات شمېر ټولنیزو پېښو او چارو کې کارول او اوربدل کېږي او نن ورځ یې سوداګري او د بازار یا مارکیټ خرڅلاو کې هم رواج موندلی، مثلاً مود اورو چې خلک وایي: (فلان رقم خولی یا فلان رقم بوټ مود دی)، یعني هر هغه ډول خولی یا بوټ چې ډېر رواج او پېرود ل کېږي.

په غیر صنف بندي شویو اعدادو کې په یوه ساده نظر اچولو، د مود عدد پیدا کولای شو، د ببلګې په ډول لاندې مشاهدات موجود دي.

7, 4, 8, 3, 8, 4, 5, 8, 9, 8l 11

لکه چې ښکاري (۸) مود عدد دی، ځکه چې په ټولو ۱۲ مشاهدو کې پینځه ځله تکرار شوی، په صنف بندي شویو اعدادو کې د مود سنجش لپاره لاندې فورمول څخه کار اخلي.

$$Mode = L + (\frac{fm - f1}{(fm - f_1) + (fm - f_2)}) .C$$

دلته:

L- د هغه صنف ټیټ سرحد دی، چې مود په کې دی (معمولاً د ډېرو لوړو fm دفعاتو لرونکی صنف).

fm- د مود د صنف دفعات.

f1- د مود صنف څخه د مخکینې صنف دفعات.

f2- د مود صنف څخه وروسته صنف دفعات.

(c) ketabton.com: The Digital Library



C- صنفي عرض.

که وغواړو په (۱،۴) جدول کې چې طبقه بندي شوي ارقام دي، میانه او مود پیدا کړو، داسې عمل کوو:(*)

$$Mode=L_1+(\frac{\Delta 1}{\Delta 1+\Delta 2}).C \qquad Mode=6,95+(\frac{42}{90}).2$$

$$Mode=6,95+(\frac{42}{42+48}).2 \qquad =6,44$$

## ۱،۴،۴ – د ساده حسابي اوسط، مود او مياني اړیکې او مشخصات:

لکه چې ومو لیدل د (۱،۴) جدول ارقامو کې ساده حسابي اوسط، میانه او مود په لاندې ډول ترلاسه شول:

Mean=8,98 یا $\bar{X}$

Median=8,12 میانه یا

Mode=6,44 مود یا

دلته لیدل کېږي، چې حسابي اوسط، میانه او مود عین اعداد نه دي، بلکې د دوی ترمنځ لاندې رابطه صدق کوي.

Mean-Mode=3(Mean-Median)

یعنې: 8,98-6,44=3(8,98-8,12)

(ندرتاً په ډېر لږ فرق سره) 2,54=2,58

یا هم: Mode=3Median-2Mean

یعنې: 6,44=3(8,12)-2(8,98)

د Mo، Med او $\bar{X}$ روابط د ارقامو د وېش څرنګوالی او د طبیعي منحني شکل پورې اړه لري او بالمقابل د طبعي منحني له مخې د Mo، $\bar{X}$ او Med موقعیت هم پېژندلای شو (دا موضوع وروستیو فصلونو کې په تفصیل راځي)

## د میانې او اوسط ترمینځ رابطه Comparing the Mean and the Median

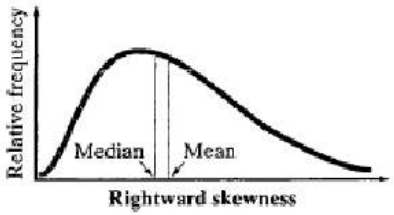
که چېرې د ارقامو د سیټ د ډډ فعاتو درسم شوی منحنی لمن ښي طرف ته پراختیا ولري

(*) ځینې وخت د fm-f1 پرځای Δ1 او د fm-f2 پرځای Δ2 لیکي چې فورمول د C.$(\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2})$+$L_1$=Mode بڼه

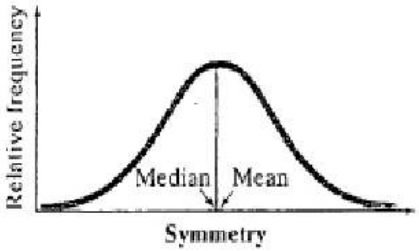
نیسي، که چېرې د مود د صنف د کوز سرحد پرځای لوړ سرحد غوره کړو، فورمول C.$(\frac{\Delta_2}{\Delta_1+\Delta_2})$+$L_2$=Mode بڼه غوره کوي، چې د عملیې او مانا له پلوه او هغه ځواب چې په لاس راکوي، هیڅ فرق سره نه لري.



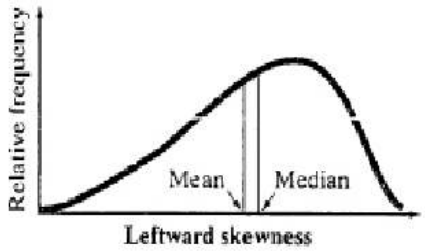
نو میانه (median) به له اوسط (mean) څخه کوچني وي. لکه لاندې بنې شکل:




که چېرې د ارقامو د ویش منحنی متناسب (symmetric) دواړو خواوو ته یو برابر) وي نو په دې صورت کې اوسط او میانه یو پر بل منطبق دي. لکه لاندې شکل:




که چېرې د ارقامو د دفعاتو د ګراف کوږوالي (انحنا skewed) چپ طرف ته وي، نو اوسط به یې کینې خواته او ترمیاني کوچني وي. لکه لاندې شکل




د ارقامو د سیټ لپاره د مرکزي میلان درېم مقیاس مود (mode) دی. مود هم د ارقامو په ګراف کې نظر د منحنی میلان ته فرق کوي، که شکل دواړو خواوو ته یو برابر وي، نو مود پر اوسط او میانې باندې منطبق دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ii. که چېرې کومه مشاهده صفر وي، نو دا اوسط صفر او له منځه ځي.
iii. د منفي اعدادو د موجودیت په صورت کې تولـه نه محاسبه کېږي.

### ۴، ۵، ۳ – د میانې ښېګڼې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګڼې:**

i. دا په ډېر اسانه ډول محاسبه او درک کېږي.
ii. دا آن هغه وخت تاکل کېدای شي، چې پدیدې په ارقامو د ارائې ورنه وي.
iii. دا د لویو اعدادو اغیزې لاندې نه راځي، کله چې پرانیزې صنف هم موجود وي، موږ دا محاسبه کولای شو، لکه د عوایدو او قیمت په برخه کې.

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. د یو شمېر نورو ریاضیکي محاسبو ورتیا نه لري.
ii. په ډېر دقیق ډول یې نه شو موندلای.
iii. دا په هغه صورت کې چې ارقام ډېر طولاني وي، د قطارونو په توګه نشو ترتیب کولای.
iv. دا د ټولو مشاهدو په بنسټ نه دی ولاړ.

### ۴، ۵، ۴ - د موډ ښېګڼې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګڼې:**

i. دا په ډېرو زیاتو حالاتو کې ډېر اسانه محاسبه کېدای او موندل کېدای شي او موږ په اسانه دا مومو چې آیا هغه چېرې موقعیت لري؟
ii. دا د ډېرو اوږدو یا کوچنیو ارقامو اغیزې لاندې نه راځي.

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. دا په دقت نه شي تاکلی کېدای.
ii. دا دا اکثراً غیر معین او نا محدود وي.
iii. دا ټول مشاهدات په برکې نه نیسي.
iv. دا د نورو احصایېوي روشونو په واسطه د محاسبې ورنه دي.
v. که چېرې مشاهدات ډېر کم شمېر وي، نو موډ یې نه شو موندلای.

**یو حل شوی مثال:**

په لاندې جدول کې د پنځوسو تنو بستر شوی ناروغانو ارقام ورکړل شوي دي، هغو ته په کتلو سره لاندې سوالونه حل کړئ؟

**الف** – په صنف بندي شویو ارقامو کې کوم صنف ډېر لوړ دفعات لري؟



### ۴، ۵ – یو بل سره په مقایسوي ډول د مرکزي میلان د درجو یا مقیاسونو د ښېګڼو او نیمګړتیاوو پرتله (مقایسه):

دا یو ضرورت دی، چې د هر یو وسطي وزن (Average) په ښېګڼو (مزیت) او نیمګړتیاوو (نواقصو) باندې وپوهېږو، ترڅو هغه په مناسبه بڼه په خپل ځای کې وکاروو.

### ۴، ۵، ۱ - د حسابي اوسط ښېګڼې او نیمګړتیاوې:

**الف: ښېګڼې:**

i. دا د دقیقو ریاضیکي فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي.
ii. دا په ارقامو کې د شاملو ټولو مشاهدو په بنسټ ترلاسه کېږي.
iii. دا ډېر په اسانۍ محاسبه او په ساده بڼه درک کېږي.
iv. دا په هر ډول ارقامو کې موندل کېدای شي. دا د نمونه ګیرۍ، احصایوي مېتودونو سره مناسبه ده، نو ځکه ډېر استعمالـ لري.
v. دا د ریاضیکي عملیو تابع ده.

**ب: د حسابي اوسط نیمګړتیاوې:**

i. دا په ارقامو کې د ډېرو لویو ارقامو په واسطه اغېزمن کېږي.
ii. ځینې وخت ډېر اوږده محاسبات غواړي.
iii. د ارقامو په ډېرو ګڼو مشاهدو کې حسابي اوسط د منځنیو نمونو او اوسطونو ښه نمایندګي کوی نه شي.
iv. که چېرې صنف بندي شوي ارقام خلاص یا پرانیزي صنفونه ولري، نو صنفي اوسط پرته د صنفي حدودو له جمع کولو نشو پیدا کولای.

### ۴، ۵، ۲ - د هندسي اوسط ښېګڼې او نیمګړتیاوې

**الف: ښېګڼې:**

i. دا د ریاضیکي تاکلو فورمولونو په واسطه ترلاسه کېږي.
ii. دا د ټولو مشاهدو په اساس تاکل کېږي.
iii. په معینو حالاتو کې د ریاضیکي عملیو تابع ده.
iv. دا یو مناسب اوسط (Average) دی، چې ډېرو حالاتو کې استعمالـ کېدای او کارول کېدای شي.

**ب: نیمګړتیاوې:**

i. د نویو زده کوونکو (مبتدیانو) لپاره اسانه نه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب–څو فیصده ناروغانو له شلو (۲۰) کم ورځی بستر ک تیر ی کړی دي؟

ج–د څلورم صنف لوړ حد څو دی؟

د–کوم صنف د پر تیت دفعات لري؟

هـ - د تجمعي دفعاتو هستوګرام او پولیګان رسم کړئ؟

و–اوسط په تفصیلي طریقه حل کړئ؟

ز–اوسط په لنده طریقه حل کړئ؟

ح - میانه پیدا کړئ؟

ط–مود او وسطي انحراف سنجش کړئ؟



(۴،۵) جدول: د اصلاح شوي نسل لرونکو کلیو الو د صنف بندی تجمعي دفعات او د صنف بندی نور مشخصات:

| صنفونه (X) | دفعات F یا Fi | %Fi | وسطونه Xi | تجمعي دفعات | | | | Fi Xi | ui | fi ui | صنفي سرحدونه | صنفي عرض (C) | Xi - X' | Fi/Xi-X'/ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | اندازه | له مربوط صنف څخه پورته دفعات % | اندازه | له مربوط صنف څخه پیښ دفعات % | | | | | | | |
| 10-14 | 3 | 6 | 12 | 50 | 100 | 0 | 0 | 36 | -3 | -9 | 9,l5-14,5 | 5 | 14,4 | 43,2 |
| 15-19 | 7 | 14 | 17 | 47 | 94 | 3 | 6 | 119 | -2 | -14 | 14,5-19,5 | 5 | 9,4 | 65,8 |
| 20-24 | 9 | 18 | 22 | 40 | 80 | 10 | 20 | 208 | -1 | -9 | 19,5-24,5 | 5 | 2,4 | 216,0 |
| 25-29 | 15 | 30 | 27 | 31 | 62 | 19 | 38 | 405 | 0 | 0 | 24,5-29,5 | 5 | 0,6 | 9,0 |
| 30-34 | 10 | 20 | 32 | 16 | 32 | 34 | 68 | 320 | 1 | 10 | 29,5-34,5 | 5 | 5,6 | 56,0 |
| 35-39 | 4 | 8 | 37 | 6 | 12 | 44 | 88 | 148 | 2 | 8 | 34,5-39,5 | 5 | 10,6 | 42,4 |
| 40-44 | 2 | 4 | 42 | 2 | 4 | 48 | 96 | 84 | 3 | 6 | 39,5-44,5 | 5 | 15,6 | 31,2 |
| | | | | 0 | 0 | 50 | 100 | | | | | | | |
| | Σ=50 | 100% | | | | | | Σ fixi=1320 | | Σ fiui=-8 | | | Σ Fi/xi-x'/=463,6 | |

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات:

۱. د یوې علمي تجربې په ترڅ کې په څو کروندو کې د بېلابېلو کرنیزو پرکتسونو او تولیدي عواملو د ترکیب له مخې د رومي بانجانو لاندې نمونې تولې او مشاهده شوې. په هغو کې د ګل کولو لومړۍ اونۍ کې د ګلانو شمېر په لاندې ډول شمېرل شوې:

| د بوټو شمېر | په هر بوټي کې تشکیل شوي ګلان (مېوې) |
|---|---|
| 2 | 1-4 |
| 13 | 5-9 |
| 35 | 10-14 |
| 20 | 15-19 |
| 14 | 20-24 |
| 3 | 25-29 |

i. پیدا کړئ چې د هر زیات شمېر بوټي په کومه اندازه ګلان لري؟
ii. په ارقامو کې حسابي اوسط هم په لنډه او هم په تفصیلي طریقه محاسبه کړئ؟
iii. په ارقامو کې مود او میانه محاسبه کړئ؟
iv. د دفعاتو ګراف (هیستوګرام او پالیګان) رسم کړئ؟
v. د پینځم صنف لوړ سرحد، صنفي اوسط او صنفي عرض په بېلابېله توګه پیدا او وښیئ؟
vi. که چېرې له دغې تجربې څخه هدف په لومړۍ اونۍ کې اقلاً په هر بوټي کې د ۲۰ ګلانو تشکیل کېدل وي، نو څو فیصده بوټو مطلوبه نتیجه ورکړي؟
vii. د Mod=3Median-2Mean قاعدې له مخې د درې واړو رابطه وښیئ؟

۲. لاندې ارقام لرو: 6, 8, 12, 8, 6, 8, 11, 8, 9, 9, 8 په دې کې اوسط، مود او میانه پیدا کړئ؛ او هم د اوسط دا مشخصه ثابته کړئ، چې څرنګه اوسط څخه د انحراف د درجو مجموعه صفر او بیا د هغو مربع د اوسط له مربع څخه کوچنۍ ثابته کېدای شي؟

۳. یوهتیوال په بېلا بېلو محصولاتو (اجناسو) کې په هر کیلو کې لاندې اندازه ګټه کړي؟

| د هر کیلو ګټه (مفاد) | | د محصول مقدار |
|---|---|---|
| ۲ افغانۍ في کیلو کې | رومي بانجان | ۳۲ کیلو |
| ۲،۵ افغانۍ في کیلو کې | کچالو | ۳۴ کیلو |
| ۵ افغانۍ في کیلو کې | پیاز | ۳۴ کیلو |
| ۱ افغانۍ في کیلو کې | شلغم | ۷۰ کیلو |



## حل:

- ✓ څلورم صنف د پر لوړ دفعات لري.
- ✓ شپږو (۶) تنو له پینځه د پرشو (۳۵) بستر و رخی تیری کړی دي.
- ✓ شل فیصده (۲۰٪) له شلو (۲۰) د بستر کم وخت اخیستي.
- ✓ د څلورم صنف لوړ حد نهه ویشت (۲۹) دی.
- ✓ اووم صنف د پر تیت دفعات لري.

$$X` = \frac{\Sigma fixi}{N} = \frac{1320}{50} = 26,4$$

$$X` = X_0 + (\frac{\Sigma fiui}{n}).C$$

$$X` = 27 + (\frac{-8}{50}).5 = 27 + \frac{-40}{50} = 27 - 0,8 = 26,2 \quad ✓$$

$$Median = L + (\frac{N}{2} - F)\frac{C}{fm} = 24,5 + (\frac{50}{2} - 19)\frac{5}{15} = 24,5 + (25 - 19)\frac{5}{15}$$

$$= 24,5 + (6)\frac{5}{15} = 24,5 + 2 = 26,5$$

$$Mode = L_1 + (\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}).C \quad ✓$$

$$Mode = 24,5 + (\frac{6}{6+5}).5 = 24,5 + (\frac{30}{11}) = 24,5 + 2,78 = 27,2$$

$$MD = \frac{\Sigma fi/Xi - X`/}{n} = \frac{463,6}{50} = 9,27 \quad ✓$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د هغو اوسط پیدا کړئ؟

۴. لاندې ارقام راکړل شوي، صنف بندي یې کړئ، دفعات یې په Tally او عدد بڼه وښیئ او بیا یې د دفعاتو او تجمعي دفعاتو ګرافونه رسم کړئ؟

40, 45, 50, 55, 60, 62, 66, 68, 70, 70, 72, 72, 73, 74
75, 75, 75, 80, 80, 80, 82, 82, 84, 84, 85, 85, 86, 87
88, 89, 90, 90, 92, 92, 94, 95, 100, 100, 105, 108
110, 115, 116, 129, 125

۱- د جدول صنفونه 49-40، دوهم 59-50 او اخیري 129-120 دی، په دې کې صنفي سرحدونه هم ښکاره کړئ او صنفي وسطونه هم وښیئ؟

۲- په صنف بندي کې د لوستل شوي فورمول تطبیق وښیئ؟



# پینځم څپرکی

## ارقامو کې د انحراف د درجې مقیاسونه

## یا د خپوروالي میلان

## Measures of Dispersion

لکه چې پخوا هم وویل شول، ارقام او اعداد د بېلابېلو مقاصدو او موخو لپاره راټولېږي، خو دغه لومړني، خواره واره اعداد یا Primary Data معمولاً ګنګ او بې مفهومه وي، نو ځکه د یوې روښانه پایلې، پرتلې او بڼې شرحې لپاره منظماً ترتیب کېږي، کېدای شي هغه موږ د ارزش، کوچنیوالي او لوړوالی، موقعیت، سکټورونو، وخت کیفي صفت یا هم د مقداري اندازو او نورو له پلوه ترتیب کړو، دې ته موږ ترتیب شوې دېټا یا دوهمي ارقام (Secondary Data) وایو.

کېدای شي د ضرورت له مخې هغه په صنفو ووېشو، په دې دول موږ له هغو څخه د نمونې د غوره کولو لپاره مرکزي وزنونه (Averages) ټاکو، همدارنګه احصایېوي تحلیلونو او د یوې علمي څېړنې په ترڅ کې دې ته ضرورت پېښېږي، چې په دې پوه شو، چې آیا د ارقامو د یوې مجموعې، هر عدد او هره مشاهده یو بل سره څومره فرق او لرې والی لري، یا په مجموع کې د ټولو ارقامو پراخوالي او فاصله څومره ده؟ یا هم غواړو پوه شو، چې د یو ګڼ شمېر ارقامو د یوه سیټ اعداد په منځني دول یو تر بله څومره څومره انحراف لري؟

ددغو موخو لپاره د اعدادو په فریکوینسي کې ځینې احصایېوي مېتودونه تطبیق کېږي، لکه چې وویل شول، موږ غواړو د بېلابېلو مقاصدو لپاره انحراف ومومو، کېدای شي دغه انحراف په ټولو ارقامو کې یعني د قیمت له پلوه، د ډېر کوچني رقم څخه تر لوی پورې، یا هم کېدای شي په مجموع کې د هر عدد او رقم ترمنځ په اوسط دول وي په هر صورت د دغو موخو او د انحراف یا د ارقامو د خپوروالي د اندازې د معلومولو لپاره معمولاً لاندې څلور معیارونه کارول کېږي:

۱. فاصله، Ragne

۲. کوارټل انحراف، Quartile Deviation یا (Q.D)

۳. وسطي انحراف، Average Deviation (A.D) یا (MD)

۴. میزاني یا ستندرد انحراف، Standard Deviation (S.D) او ورینس (Variance).

### ۱،۵ – فاصله Range

کله چې د ارقامو یوه مجموعه ولرو، ددغې مجموعې د ارزش له پلوه د لوی او کوچني عدد

(c) ketabton.com: The Digital Library



ترمنځ فرق یا تفاوت (انحراف) د فاصلې څخه عبارت دی، چې دا یو مطلقه انحراف دی، چې په خپله د اصل ارقامو د عددي تفریق څخه په لاس راځي، کوم نسبي یا مقایسوي شکل نه لري، هم په صنف بندي شویو او هم غیر صنف بندي شویو ارقامو کې په عین طریقه موندل کېږي، فورمول یې دا دی:

$$R=X_{Max}-X_{Min}$$

دلته:

R - فاصله

$X_{Max}$ - لوی عدد.

$X_{Min}$ - کوچنی عدد.

که چېرې ارقام 25, 69, 30, 40, 70, 20 اعداد ولرو، نو د هغو فاصله (R) داسې مومو:

$$R=70-20=50$$

که چېرې ارقام طبقه بندي شوي وي، نو د تیټ صنف تیټ حد د اخر لوړ صنف لوړ حد څخه منفي کوو (چې همدا لوی او کوچني اعداد په اصل مشاهدو کې موجود وي) او (R) په لاس راځي.

### ۵،۱،۱ - د فاصلې ښېګڼې:

i. دا طریقه ډېره اسانه ده.

ii. دا فقط د مشاهدو دوو عددو ته ضرورت لري. باید وویل شي، چې دا په هغو حالاتو کې چې د ټولو مشاهدو د پیل او پای اعداد مهم وبرېښي، ښه کار ورکوي؛ لکه د تودوخې او یخنۍ د درجو فرق، په مارکیټ کې د بیو اعظمي حد بدلونونه، د یوې کروندې ډېر لوړ او کم حد حاصل ترمنځ فرق، د اورښت لوړې او کمې اندازې فاصله، د شاګردانو د ذکاوت او نمرو ترمنځ توپیر او نور مثالونه

### ۵،۱،۲ - د فاصلې نیمګړتیاوې:

i. په ارقامو کې یوازې د ډېر لوی او ډېر کوچني عدد پورې مربوط ده.

ii. په منځني ډول د هرې مشاهدې ترمنځ تفاوت او انحراف نه شي ښودی.

iii. د غیر عادي اعدادو د موجودیت په صورت کې شدیداً متاثره کېږي، د بېلګې په ډول:

15, 69, 20, 30, 40, 70

او 20, 21, 40, 52, 60, 70

په ذکر شویو دواړو بېلګو کې R=50 کېږي، حال دا چې که د دواړو له دوو خواوو یو یې، عدد لرې شي، نو بیا:

اول سیټ کې: R=60-30=39



دویم سیټ کې: R=60-21=39

د دواړو R یو بل سره مساوي کېږي، حال دا چې دواړو کې د فرق لپاره ډېر واتن لیدل کېږي، دا نه واضحه کېږي، چې آیا منځني ډول باندې د اعدادو ترمنځ انحراف څومره دی؟

## ۵، ۲ - کوارټیل انحراف (Q.D):

د فاصلې د ذکر شوي نیمګړتیا د رفع کولو په خاطر داسې کوشش شوی، چې ټول ارقام په څلورو برخو، اتو برخو یا په دولسو برخو ووېشي، کله چې ببل شول، هر یو یې چهاریک (څلورمه برخه Quartile) یا ۲۵٪ فیصده برخه کېږي، نو دلته د لومړني چاریک (۲۵٪) څخه صرف نظر کېږي، د دویم عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي، د دویم چارک لومړی عدد او د درېیم اخري عدد یو بل څخه منفي کېږي او بیا په دوو تقسیم کېږي، یعنې:

$$Q.D = \frac{Q_3 - Q_2}{2}$$

، خو بیا هم دلته یوه نیمګړتیا شته، هغه داده چې دوه صرف نظر شوي کوارټلونه (۵۰٪) مشاهدې له نظره لوېږي (سره له دې چې $Q_3$-$Q_2$ په دوو وېشل کېږي)، خو بیا هم دا طریقه ډېره د قناعت ور نه ده، له همدې امله عملي تحقیق کې ډېره معمول نه ده، خود خلاصو صنفونو لرونکو طبقه بندیو کې یوه مناسبه طریقه بریښي، مثال:

که ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۲، ۷،... ۱۲ اعداد ولرو، داسې عمل کوو:

د کوارټیل د طریقې مطابق ارقام په څلورو برخو وېشو، لومړی چاریک تر (۳) راځي، اخري یې ۱۰، ۱۱، ۱۲ دي؛ همدا لومړی (یعنې ۱، ۲، ۳) بلکل لرې کوو، اخري چاریک (۱۰، ۱۱، ۱۲) مو هم لرې کړ، د دوهم چاریک لومړی عدد (۴) د درېیم چاریک له اخري عدد (۹) څخه منفي او په (۲) یې تقسیمو، نو ځواب (۲،۵) کېږي، یعنې:

$$Q.D=\frac{9-4}{2}=\frac{5}{2}=2,5$$

## ۵، ۳ - وسطي انحراف (M.D):

وسطي انحراف The Mean (Or Average) Deviation یا M.D د ارقامو په یوه سلسله کې نظر اوسط ته سنجول کېږي، د چاریک په مقایسه دا ډېره د منلو ور طریقه ده، په علمي څېړنو کې ډېره معمول ده او ثقه پایله لري. ددغه انحراف څخه موږ ته دا معلومېږي چې ایا هره مشاهده په اوسط ډول یو بل سره څومره فاصله لري؟ د M.D په سنجش کې د ارقامو انحراف، د ارقامو په وېش کې د هر رقم او عدد د ارزش له مخې محاسبه کېږي، ددې لپاره له ټولو مخکې د ارقامو حسابي اوسط موندل کېږي، بیا په سیټ یا د ارقامو مجموعه کې د شامل هر عدد، مطلقه تفاوت (د تفریق حاصل) له عمومي اوسط څخه په لاس راوړل کېږي، بیا دغه مطلقه فرق هر یو جمع کوو او د ټولو ارقامو په شمېر (N) یې وېشو، هغه ضریب چې په لاس راځي وسطي انحراف بلل کېږي، په هغه صورت کې چې ارقام طبقه بندي شوي نوي، د هغو وسطي انحراف د لاندې فورمول له

(c) ketabton.com: The Digital Library



کې:

$$M.D = \frac{\Sigma fi/xi - \bar{x}/}{n}$$

M.D- وسطي انحراف

fi- دفعات

xi- صنفي وسطونه

Σ- مجموع

مثال:

(۱،۵) جدول: د یوه علمي تحقیق لپاره د بېلابېلو بوټو د ۱۰۰ ټوټو اندازه

| X | F | xi | fix | xi-x̄ | Fi/xi-x̄/ |
|---|---|---|---|---|---|
| 40,0-49,9 | 1 | 45 | 45 | 36,6 | 36,6 |
| 50,0-59,9 | 5 | 55 | 275 | 26,6 | 133,0 |
| 60,0-69,9 | 11 | 65 | 715 | 16,6 | 182,6 |
| 70,0-79,9 | 26 | 75 | 1950 | 6,6 | 171,6 |
| 80,0-89,9 | 33 | 85 | 1005 | 3,4 | 112,2 |
| 90,0-99,9 | 16 | 95 | 1520 | 13,4 | 214,4 |
| 100,0-109,9 | 7 | 105 | 795 | 24,4 | 170,8 |
| 110,0-119,9 | 1 | 115 | 115 | 33,4 | 33,4 |
| | N=100 | | ∑fixi=8160 | | 1054,6 |

Source: (2-P.164)

$$\bar{X} = \frac{fixi}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6 \quad M.D = \frac{\Sigma fi/xi - \bar{x}/}{n} = \frac{1054,6}{100} = 10,54$$

د یو شمېر احصایه پوهانو په نظر: دلته هم د ګڼ شمېر نفوس Population لپاره د صنف بندي شویو ارقامو د اوسط پرځای د هغو میانه لیکلای شو.

## ۵، ۴ – میزانی انحراف او وریانس (The Standard Deviation & Variance)

### الف: میزاني (ستندرډ) یا معیاري انحراف

معیاري یا ستندرډ انحراف له مهمو میلانونو څخه دی، دا د ارقامو له ساده حسابي اوسط څخه د منځني واټن، فاصلې یا د پراخوالي یو ځانګړی شکل دی، وسطي انحراف سره یې فرق دا دی چې معیاري انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مربع سنجول کېږي، بیا مربع په (n) وېشل کېږي، جذر مربع یې په لاس راوړل کېږي، خو په وسطي انحراف کې له حسابي اوسط څخه د انحراف مطلقه قیمت په کار ځي، که ارقام غیر صنف بندي شوي، د معیاري



مخې موندل کېږي:

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - \bar{X}'/}{n}$$

دلته:

M.D- وسطي انحراف

xi- هره مشاهده

$\bar{X}'$- د ارقامو حسابي اوسط

n- د ټولو ارقامو شمېر.

/ /- د مطلقه ارزش علامه

مثال: که چېرې ۷، ۴، ۵، ۱۰، ۳ او ۳ اعداد ولرو، نو لومړی یې حسابي اوسط داسې مومو:

$$\bar{X}' = \frac{3+7+4+5+10+3}{6} = 7$$

بیا د هرې مشاهدې د عمومي اوسط مطلقه تفاوت ښیو او په n یې تقسیم او همدا M.D دی:

$$M.D = \frac{/7-3/+/7-7/+/7-10/+/7-5/+/7-4/+/7-3/}{6} \Rightarrow M.D = \frac{18}{3} = 3$$

په دې ډول (۳) هغه ضریب دی، چې د ذکر شویو اعدادو وسطي انحراف څخه نمایندګي کوي، یعنې دغه اعداد په منځني توګه هر یو یې د ارقامو د عمومي ساده حسابي اوسط څخه د (۳) په اندازه واټن، فرق او تفاوت لري، چې همدا یې د خپروالي یا وسعت مانا افاده کوي، یقیناً دغه ځواب د دوو نورو طریقو (R او Q.D) په مقایسه ډېر قناعت ښونکی دی.

داسې نظریه هم شته، چې د مختصرو اعدادو لپاره په فورمول کې ساده حسابي اوسط ($\bar{X}'$) نیول کېږي، خو د ګڼ شمېر نفوس لپاره بیا میانه (μ) د هغه پرځای تعویض کول په کار دی یعنې:

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - \bar{x}/}{n}, \text{ For Sample Data}$$

$$M.D = \frac{\Sigma/xi - \mu}{n}, \text{ For Population Data}$$

خو که چېرې ارقام طبقه بندی شوي وي، د وسطي انحراف د سنجش لپاره فورمول لرو، چې:

$$M.D = \frac{\Sigma Fi/Xi - \bar{X}'/}{n}$$

په پورته فورمول کې fi نظر کې نیول شوی او په مخرج کې n، چې عبارت له هماغه (fi) څخه دی او xi هره مشاهده نه بلکې د صنفي وسطونو څخه عبارت ده، ددغه فورمول انکشاف او په هغه کې د fi دخل عیناً په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط سنجش او په صنف بندي شویو ارقامو کې د حسابي اوسط د سنجش په شان دی او ورسره مشابهت لري، په فورمول

(c) ketabton.com: The Digital Library



انحراف فورمول دا دی: (*)

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^2)}{n}}$$

دلته:

S- میزاني انحراف

xi- د غیر صنف بندي شویو ارقامو هره مشاهده.

x`- د غیر صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط

n- ټول مشاهدات

Σ- مجموعه

په صنف بندي شویو ارقامو کې f دخل مومي او مخرج په Σfi یا n وبشل کېږي، چې لرو:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^2)}{\Sigma fi}}$$

دلته:

S- میزاني انحراف

fi- دفعات

xi- هر صنفي وسط

x`- د صنف بندي شویو ارقامو حسابي اوسط

fi- دفعات

Σ- مجموعه

دا هم باید وویل شي، چې په احصایه کې د ګڼ شمېر نفوس (د پر زیات شمېر مشاهدو) مشخصات د نمونې له مخې چې د اصلي نفوس یوه برخه جوړوي استنباط کېږي، نو ځکه د میزاني انحراف د فورمول مخرج کې د (n) پر ځای ځینو مواردو کې (n-1) او ځینې وخت د (x`) پرځای (μ) ئیول کېږي، یعني:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`^2)}{n-1}} \quad \text{یا} \quad S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-\mu^2)}{n-1}}$$

په ځینو خاصو مواردو کې د دواړو فورمولونو څخه کار اخلي، له n څخه د (۱) منفي کول د غلطۍ د رفع کولو په خاطر صورت نیسي، اګرچه په ګڼ شمېر مشاهدو کې (۱) دومره زیات اغېز نه لري، خو بیا هم (۱) د (n) څخه منفي کېږي، چې دې ته د ازادۍ درجه ویل کېږي.

(*) په یو شمېر احصایوي ماخذونو کې میزاني انحراف په زیګما کوچني حرف او S سره هم ښودل شوی.



## ب: ورینس Variance

ورینس په دې لنډ دول داسې تعریفېږي، چې که چېرې د S مربع جذر استخراج شي، د ورینس څخه عبارت دی، چې په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2=\frac{\Sigma(xi-x`)^2}{n}$$

او په صنف بندي شویو ارقامو کې یې فورمول دا دی:

$$S^2=\frac{\Sigma Fi(xi-x`)^2}{n}$$

دلته به هر یو له یو یو مثال سره ذکر شي.

لومړی مثال: که چېرې د یوه تجربوي پلات (۸) یو کلنو نیالونو په سانتي متر په لاندې اندازه وده کړې وي، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۷۵، ۲۰، ۲۵، ۷۰، ۸۳؛ نو په هغو کې ستندرد انحراف ومومئ؟

حل: لومړی په ارقامو کې ساده حسابي اوسط پیدا کوو:

$$X`=\frac{\Sigma xi}{n}$$

$$X`=\frac{83+70+65+60+75+75+90+85+80}{8}=\frac{695}{8}=76$$

بیا د فورمول سره سم د هر نیالګي اندازه د هغو له ګډ حسابي اوسط څخه منفي او بیا یط مربع مومو، په n یې وېشو او د هغو د مربع جذر په لاس راوړو:

$$(83-76)+(70-76)+(65-76)+(65-76)+(60-76)+(75-76)+(90-76)+(85-76)+(80-76)=$$
$$(7)+(6)+(11)+(10)+(11)+(14)+(9)+(11)$$

$$S=\sqrt{\frac{(7)^2+(6)^2+(11)^2+(10)^2+(11)^2+(14)^2+(9)^2+(11)^2}{8}}=\sqrt{\frac{756}{8}} \qquad S=9,72$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم مثال: په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې میزاني انحراف وموموئ؟

| X | Fi | Xi | $Fi(xi-x`)_2$ | $(xi-x`)_2$ |
|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | 15,5 | 1030,410 | 103014 |
| 21-30 | 25 | 25,5 | 12210,25 | 488,41 |
| 31-40 | 40 | 35,5 | 10212,4 | 255,41 |
| 41-50 | 45 | 45,5 | 198,45 | 4,14 |
| 51-60 | 32 | 55,5 | 1997,12 | 62,41 |
| 61-70 | 25 | 65,5 | 8010,25 | 320,41 |
| 71-80 | 15 | 75,5 | 11676,15 | 778,41 |
| 81-90 | 5 | 85,5 | 7182,05 | 1436,41 |
| 91-100 | 3 | 95,5 | 8683,23 | 2294,41 |
| | 200 | | 68674 | |

$$X`=\frac{\Sigma fixi}{n}=\frac{9520}{200}=47,6$$

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x`)^2}{n}}=\sqrt{\frac{68674}{n}}=\sqrt{343,73}=18,5$$

## ۵، ۴، ۱- په لندې طریقې د میزاني انحراف سنجش:

که چېرې د میزاني انحراف فورمول ته ځیر شو، نو ددغه فورمول تطبیق کول ګڼ شمېر عملیو ته ضرورت لري، په هغه صورت کې چې ارقام اعشاریه لرونکي وي، یا مشاهدات ډېر زیات وي، ددې فورمول تطبیق مشکل دی، دغه فورمول یا مساوات ته په لږ انکشاف ورکولو سره داسې یو بل فورمول په لاس راځي، چې اسانه او لنډ دی:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لنډې طریقې فورمول: د لنډې طریقې د فورمول د استخراج لپاره هغه پخوانی فورمول ته انکشاف ورکوو:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma(xi-x)^2}{n}}$$

لومړی د مساوات ښي خوا څخه جذر لرې کوو، چې کینه خوا د مربع طاقت پیدا کوي، بیا ګورو چې فورمول کې د افادې د صورت عدد د $(a-b)^2$ شکل لري، نو د هغې تجزیه په لاندې ډول ده:

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

نو ځکه

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma(xi-x`)^2}{n}}=\sqrt{\frac{\Sigma(xi^2-2x`xi^2+x)^2}{n}}\text{ یا }\Rightarrow S^2=\frac{\Sigma xi^2-2x`ixi+\Sigma x^{`2}}{n}$$

له دې کبله چې (n) مشترک مخرج دی، نو لیکو:



$$S^2=\frac{\Sigma xi^2}{n}-2x(\frac{\Sigma xi^2}{n})+x^2(\frac{\Sigma xi^2}{n})-2x(x)+x^2$$

$$S^2=\frac{\Sigma xi^2}{n}+x^2\Rightarrow$$

له دې کبله چې د (s) توان مربع دی، نو په خپله (s) عبارت دی له:

$$S=(\frac{\Sigma xi^2}{n})-x^2=\frac{\Sigma xi^2}{n}=\frac{\Sigma xi^2}{n}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د میزاني انحراف د لنډې طریقې د فورمول استخراج:

فورمول کې لرو چې:
$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x)^2}{n}}$$

نو عیناً لکه د غیر صنف بندي شویو ارقامو په شان هغه ساده کولای شو:

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fi(xi-x)^2}{n}}$$

$$S^2=\frac{\Sigma fi(xi-x)^2}{n}=\frac{\Sigma fi(xi^2-2xxi+xi^2)}{n}$$

$$S^2=\frac{\Sigma fixi^2-2x\Sigma x\Sigma fi+\Sigma fi(x)^2}{n}$$

$$S^2=\frac{\Sigma fixi^2}{n}-2x\frac{\Sigma fixi}{n}+\frac{\Sigma fixi^2}{n}$$

$$S^2=\frac{\Sigma fixi^2}{n}-2x^2+x^2=\frac{\Sigma fixi^2}{n}-x^2$$

$$S=\sqrt{\frac{\Sigma fixi^2}{n}-x^2}\text{ یا }S=\sqrt{\frac{\Sigma fixi^2n}{n}-(\frac{\Sigma fixi}{n})^{-2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته په لاندې طریقې سره د لاندې جدول ارقام سنجش کوو:

| x | f | xi | $xi^2$ | $fixi^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | 15,5 | 240,25 | 2420,50 |
| 21-30 | 25 | 25,5 | 650.25 | 16256,25 |
| 31-40 | 40 | 35,5 | 260,25 | 50410,00 |
| 41-50 | 45 | 45,5 | 2070,25 | 93161,25 |
| 51-60 | 32 | 55,5 | 3080,25 | 93568,00 |
| 61-70 | 25 | 65,5 | 4290,25 | 107256,25 |
| 71-80 | 15 | 75,5 | 5700,25 | 85503,25 |
| 81-90 | 5 | 85,5 | 7310,25 | 36551,25 |
| 91-100 | 3 | 95,5 | 9120,25 | 27360,75 |
| | 200 | | | 517470 |

$$S=\sqrt{\frac{517470}{200}-(47,6)^2} \qquad S=\sqrt{321,4849}=17,93$$

## ۵، ۴، ۲ - د ui د مقیاس په روش د میزانې انحراف سنجش:

لکه چې د اوسط په سنجش کې مو ولیدل، کولای شو د دغه اتو د وېش په جدول کې د دغه اتو د منځنې صنف په وړاندې صفر او له هغه بر په وار سره ۱-، ۲-، ۳-... او کوزې حوا ته په وار سره ۱+، ۲+، ۳+... اعداد کېږدو؛ یعنې بره خوا به مثبت وي (د صنفونو د طاق والي په صورت کې موږ د صنفونو د ډیروالي په صورت کې یا له یوه صنف څخه صرف نظر کوو یا له دغې اختیارې طریقې تیریږو او په تفصیلي طریقه یې حل کوو) اختیاري وضع شوې ستون ته د خپل واک له مخې د ui ستون وایو، د میزانې انحراف په سنجش کې د لنډې طریقې په فورمول کې د xi په عوض کې همدا ږدو، خو صنفي عرض به ورسره ضرب او په دې ډول د میزانې انحراف سنجش اسانه کېږي، فورمول دا بنه غوره کوي.

$$S=C.\sqrt{\frac{\Sigma fiui}{n}-(\frac{\Sigma fiui}{n})^2}$$



مثال: (۵، ۳) جدول، ۲۰۰ صنف بندي شوي فرضي نمونې

| X | F | Ui | fiui | $ui^2$ | $fiui^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 11-20 | 10 | -4 | -40 | 16 | 160 |
| 21-30 | 25 | -3 | -75 | 9 | 225 |
| 31-40 | 40 | -2 | -80 | 4 | 160 |
| 41-50 | 45 | -1 | -45 | 1 | 45 |
| 51-60 | 32 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 61-70 | 25 | +1 | 25 | 1 | 25 |
| 71-8 | 15 | +2 | 30 | 4 | 60 |
| 81-90 | 5 | +3 | 15 | 9 | 45 |
| 91-100 | 3 | +4 | 12 | 16 | 48 |
| | 200 | 0 | -158 | 768 | |

حل:

$$S=C.\sqrt{\frac{\Sigma fiui}{n}-(\frac{\Sigma fiui}{n})^2}$$

$$S=10.\sqrt{\frac{768}{200}-(\frac{158}{200})^2}=10.\sqrt{3,84-(0,79)^2}$$

$$S=10.\sqrt{3,84-0,6241}=10.\sqrt{3,2159}=(10)(1,79)$$

$$S=17,9$$

## ۵، ۴، ۳ - د میزانې انحراف او وریانس مشخصات:

له دې کبله چې اکثراً عملي روشونو کې د میزانې انحراف څخه کار اخیستل کېږي، که چېرې دغه معیار مربع جذر راوکاږو، نو همدا وریانس دی، نبه به وي چې د ارقامو یوه سلسله چې د هغې په څانګړتیاو هم وپوهېږو.

وریانس او میزانې انحراف په ارقامو کې د اوسط په شان مشخصات لري، یعنې که د سیت ټول ارقام په عین اندازه کم یا زیات شي، یا کوم بدلون په کې راوړو، په خپله میزانې انحراف او وریانس کې هم عین مقدار بدلون راځي، مثلاً: که چېرې ۸، ۵، ۳، ۲، ۲ شمېرې ولرو، نو د هغو وریانس او میزانې انحراف سنجش او بیا یې مشخصات ګورو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$x=\frac{20}{5}=4$$

$$S=\sqrt{\frac{(2-4)^2+(2-4)^2+(3-4)^2+(5-4)^2+(8-4)^2}{5}}$$

$$S=\sqrt{\frac{4-4+1+1xi+16}{5}}=2,549$$

$$S^2=6,5$$

نو:

| | xi | x+4 | x-4 | x-1 |
|---|---|---|---|---|
| | 2 | 6 | 8 | 1 |
| | 2 | 6 | 8 | 1 |
| | 3 | 7 | 12 | 2 |
| | 5 | 9 | 20 | 4 |
| | 8 | 12 | 31 | 7 |
| $S^2$ وریانس | 6,5 | 6,5 | 6,5 | 6,5 |
| S میزاني انحراف | 2,54 | 2,54 | 2,54 | 2,54 |

## د وریئنس او معیاري انحراف ټپاره سمبولونه:

$S^2$ – د نمونې وریئنس  $\sigma^2$ – دارقامو(نفوس) وریئنس

S – د نمونې معیاري انحراف  $\sigma$ – د نفوس معیاري انحراف

په یاد ولرئ، چې معیاري(ستندرد) انحراف برخلاف د وریئنس د حقیقي واحداتو د مقیاسونو په واسطه ښودل کېږي. د مثال په ډول، که چېرې حقیقي مقیاسونه په ډالر ښودل شوي وي نووریئنس هم په تاکلي واحد (ډالر مربع) باندې ښودل کېږي، بلکې معیاري انحراف په ډالرو ښودل کېږي.

کېدای شي دا خبره مو په تعجب کې واچوي چې ولې د نمونې د وریئنس د محاسبه کولو لپاره د n په ځای د (n-1) د مقسوم علیه څخه استفاده کوو، ایا د n استعمال به ډېر منطقي نه وي، ایا د نمونې وریئنس به متوسط معیاري انحراف وي کوم چې د اوسط څخه په لاس راځي؟

د n په استعمال کې مشکل دا دي چې n دا میلان لري چې د نفوس د وریئنس $\sigma^2$ لپاره یو کمتر احتمال ښودونکي دي، نو په دي اساس چې مونږ (n-1) په مخرج کې استعمالوو ترڅو



د د ي میلان لپاره یو مناسب تصحیح ارائه کړي څرنګه چې (sample statistics) لکه $S^2$ اساسا د د ه ډېر ګڼ نفوس د پارامیترونو د تخمین لپاره په کار وړل کېږي او په ($\sigma^2$) باندې ښودل کېږي.

## تمرینات

۱. په یو کلي کې ۱۲۰ تنه بزګران هره ورځ په لاندې ډول عواید لري.

| بزګران | د ورځې عاید (په افغانیو) |
|---|---|
| 7 | 31-40 |
| 11 | 41-50 |
| 35 | 51-60 |
| 37 | 61-70 |
| 17 | 71-80 |
| 8 | 81-90 |
| 5 | 91-100 |

پورته ارقامو کې:

الف- M.D=?

ب- S=?

ج- $S^2$=?

۲. په یو شمېر ارقامو کې فاصله څه ده او د هغې نیمګړتیاوې بیان کړئ؟

۳. د وسطي انحراف او میزاني انحراف فرق په څه کې دی؟

۴. په ۹، ۱۸، ۱۵، ۷، ۱۲، ۸، ۲، ۲ کې میزاني انحراف سنجش کړئ؟

۵. په لاندې صنف بندي شویو ارقامو کې په لنډه طریقه میزاني انحراف حل کړئ؟

| صنفونه | دفعات | صنفي وسطونه |
|---|---|---|
| 20-0 | 5 | 10 |
| 40-20 | 10 | 30 |
| 60-40 | 80 | 50 |
| 80-60 | 40 | 70 |
| 100-80 | 15 | 90 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



محتمل دی، دا هم په احتمالاتو کې راځي، چې د یو امکان ترسره کېدل په خو ډولونو او خو بڼو کېدون لري؟ دا هم احتمال ګڼل کېږي، چې د یوې پېښې ثقه والی او نا ثقه والی ثابت شي، په دې ډول احتمالات تقریباً خو سوالونو ته ځواب ویونکی دی:

الف- کله چې د یوې پېښې څخه خو، خو پایلې زېږېدلای شي.

ب- د یوه امکان ترسره کېدل له خو لارو.

ج- له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدل.

د- له ډېرو پېښو هرو مرو د یوې یا څو محدودو پېښو واقع کېدل.

د پورته او هغو ته ورته نورو سوالونو لپاره ځواب موندل ځینو قواعدو پورې اړه لري، ددې موضوع ډېره ساده ارائه په یوه بېلګه روښانه کېدای شي: که چېرې د یوې پېښې د واقع کېدو لپاره ځینې ځانګړتیاوې، قرینې، شرایط او مساعد امکان په نظر کې ونیسو، طبعا د هغو په موجودیت سره مطلوبه پېښه واقع کېږي، مثلاً موږ تول پوهېږو چې د ورېځې په ورځ لمر نه وي، خو که اسمان شین وي لمر هم وي، په دې ډول د لمر د رڼا لپاره د اسمان شین والی شرط شو، د دې ډول شرط په موجودیت کې مطلوبه پېښه سل په سلو کې (۱۰۰٪) واقع کېږي، دې ته موږ (څرګندې پدیدې) وایو.

له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ مخکې کلاسیکي ریاضي د مساعد شرط په صورت کې د یوې حادثې پېښېدل داسې تعریف کړي و:

که چېرې د یوې (A) حادثې په هکله (n) دهغې د وقوع احتمال ټول مساعد شرایط او لازمي امکانات او قراین یا Likely وېولو او (m) مطلقا د (A) حادثې واقع کېدل او نه کېدل Happening وېولو، نو په دې صورت کې د (A) حادثې واقع کېدل په (n) باندې د (m) د وېش یا تقسیم $\frac{m}{n}$ څخه عبارت ده، یعنې $P(A)=\frac{m}{n}$ چې د احتمال فورمول یې دا دی:

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

همدا د احتمالاتو لپاره یو عمومي تعریف ومنل شو او د (A) حادثې د احتمال لوړ عدد (۱) او ټیټ یې (۰) یعنې نه واقع کېدل وبلل شول، په دې ډول $0 \le m \le 1$ غوره شوی و، نو ځکه وایو چې د یوې پېښې واقع کېدل د صفر او یو ترمنځ دی.

د دې برخلاف د (A) حادثې نه واقع کېدل هغه وخت وي، چې ددې پېښې د ټولو شرایطو، قوانینو او مساعدو امکاناتو څخه پېښېدونکي شرایط لرې کړو، په دې ډول موږ د A حادثې واقع کېدل په P(A) وښودل، نو نه واقع کېدل به یې په P`(A) وښیو، چې:

$$P`(A)=\frac{n-m}{n}$$



# شپږم څپرکی

## د احتمالاتو تیوري

احتمالات په معاصرې احصایې او ګڼ شمېر نورو علومو کې مهم رول او ارزښت لري، سره له دې چې د احتمالاتو تیوري له ۱۷مې زېږدیزې پېړۍ راهسې رواج ده، په تېره بیا کله چې دیموور Demoiver د احتمالاتو په هکله پر له پسې کار وکړ. دغه روش علمي څېړنې کې لا اهمیت غوره کړ، په ۱۷مه او ۱۸مه پېړۍ کې په اروپا کې یو شمېر جوارګرو، په پرله پسې ډول له ریاضي پوهانو دا غوښتنه وکړه، چې دوی ته په دې برخه کې لارښوونه او مرسته وکړي، چې دوی د قطعو او ډایس په لوبو او قمار کې بریالیتوب ترلاسه کړي، د دوی دا غوښتنه په حقیقت کې د بریالي کېدو د چانس موندل و، په لومړي سر کې د احتمال سنجش په ریاضي پورې تړلی و، یعنې احتمالات د ریاضي یوه ځانګه وه، خصوصاً دوو ریاضي پوهانو برنولي Bernoulli او Demoivre په دې برخه کې ډېر کار وکړ، چې د احتمالاتو ریاضي یې رامنځته کړه، په ۱۷۳۰م کال لاپلاس او ګاوس د احتمالاتو تیوري په ستورو پېژندنه کې وکاروله، ډموور د احتمالاتو تیوري ته ډېر پرمختګ ورکړ او له ریاضي رابېله شوه، له دې کبله چې د احصایې د علم بنسټ د تصمیم په نیولو ولاړ دی، نو د راټولو شویو مشاهدو له لارې او د هغو د تحلیل په پایله کې یوه حقیقیت ته رسېدل د احتمالاتو د سنجش له مخې ممکن کېږي، د احتمالاتو تیوري د ناوړه او غلط تصمیم د نیولو مخنیوی کوي، د احتمالاتو تیوري د یو شمېر څرګندو مېتودونو او لارو چارو لرونکې ده، چې بحث به پرې وشي.

### ۲،۱- د احتمالاتو مفهوم:

د احتمالاتو Probability مفهوم او تعریف اسانه او ساده نه دی، دا ځکه چې په خپله د (احتمال) څرګندول یو مشکل کار دی، احتمال د چانس او تصادف سره مترادفه اصطلاح ده؛ مثلاً موږ په ورځنیو خبرو اترو کې هم دا اصطلاحات کارو و، د بېلګې په ډول وایو، چې لومړی زده کوونکی صرف پنځوس په سلو کې د کامیابی چانس لري، یا که چېرې دویم شاګرد د ازموینې څخه مخکې خپل درسونه څو ځله ولولي یا یې ښه زده کړي وایو، د کامیابی چانس یې په سلو کې نوی وو، دغه وړاندې ویینې او قضاوت دوه بنسټونه لري؛ یو یې ذهني احتمال، بل یې تجربي احتمال Apriorig & Experimental Probability ګڼل کېږي، په حقیقت کې همدا تجربي احتمال علمي اساس لري چې د یو شمېر معینو قواعدو او تجاربو پر بنسټ صورت نیسي او همدا موږ ته رابنسودلای شي، چې په عمل (پرکتیک) کې د یوه امکان ترسره کېدل څومره

(c) ketabton.com: The Digital Library



کتابونه د احصایې، څلور توکه کتابونه د بیولوژي، لس توکه یې د کیمیا او شل یې د پرازیتولوژۍ کتابونه دي، موږ په تصادفي ډول یو کتاب را اخلو، څومره احتمال لري، چې دا کتاب به د بیالوژۍ وي؟

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$$

۱). موږ په علمي څېړنه کې اکثرا د ارقامو د ګڼ شمېر سلسلو سره کار لرو، اکثرا د علمي تحقیق په جریان کې موږ هغه شمېر ارقام راټولوو، یا یې جمع اوري کوو او بیا یې ترتیب، صنف بندي او تنظیم او تحلیل کوو، چې اکثرا مسلسل واقع وي، دې برخه کې موږ سره فکتوریل مېتود ډېره مرسته کوي، کوم چې موږ د طبیعي چاپېریال د پدیدو د څېړلو (د کرنې، وترنرۍ او طب په ساحه کې) په ترڅ کې مثبتو (عیني) ارقامو سره سر و کار لرو، لکه د بوټو اندازه، د څاروي عمر، د مېوې وزن، د زړه ضربان، د بدن د حرارت درجه، د اورښت ورځې او نور چې دا ټول مثبت ارقام دي، لکه ۴، ۲، ۴، ۵... او نور.

په دې ډول موږ د طبیعي علومو په ډګر کې د دې ډول مثبتو ارقامو سره ډېر مخامخ کېږو، خصوصاً کله چې دا ډول ارقام صنف بندي شي او د هغو نورمال منحني ترسیم شي، نو د هرې مشاهدې یا د مشاهدو د یو معین صنف د احتمال پیدا کولو ته اړیو، د دې ډول احتمال د سنجش لپاره فکتوریل مېتود زموږ کار اسانه کوي، چې دا اعداد یو د بل سره ضربوو، د دغو سلسلو مثبتو اعدادو د ضرب حاصل د (n!) یعني n فکتوریل په واسطه ښودل کېږي؛ مثلا:

$n!=1x2x3x4...n$

یا: $4!=4x3x2x1=24$

که چېرې n! کې n=5 وي، نو لرو چې:

$5!=5x4x3x2x1=120$

دا چې د احتمالاتو د عمومي تیورۍ مطابق له ګڼ شمېر مثبتو سلسلو ارقامو څخه یو څو یې غوره شي، د نظر وړ ارقام په صورت کې او ټول مسلسل ارقام مخرج کې راوړو، یعني د یو تناسب شکل غوره کوي؛ مثلاً که چېرې n او k مثبت یا طبیعي اعداد وي او $n\geq k$ وي، نو داسې لیکو:

$$\binom{n}{k}=\frac{n(n-1)(n-2)}{K!}\leftarrow=\frac{N!}{K!(n-k)!}$$

مثال:

د 8 فکتوریل او 1 فکتوریل تناسب شپږ پنځوس دی، یعني:

$$\frac{8!}{8!}=\frac{8x7x6x5x4x3x2x1}{6x5x4x3x2x1}=56$$



صرف په یو څل د یوې پېښې واقع کېدل (۱) کېږي، یعني:

$$P(A)=+P'(A)=\frac{m}{n}+\frac{n-m}{n}=1$$

نو دلته به موږ د A حادثې د پېښېدلو لپاره ضروري شرایط او مکانات په (S) وښیو د S د موجودیت په صورت کې احتمال 100% وي او دا یو معلوم حالت بولو، لکه د شنه اسمان په صورت کې چې پرځمکه د لمر د وړانګو خپرېدل، خو برعکس که د A سره (S) قطعا موجود نه وي، یعني اسمان وربېځ وي، نو بیا طبعا د لمر وړانګې پر ځمکه نه خپرېږي، دې ته ناممکن حالت وایو، خو بل درېیم حالت هم شته چې ممکن S موجود وي، خو ممکن A واقع شي او یا هم نه شي، مثلا که د باران اورښت A وبولو، نو طبعا د A واقع کېدو لپاره وربېځ یو ضروري شرط دی، خو کېدای شي اسمان وربېځ وي، یعني (S) موجود وي، یعني لمر نه وي، مګر بیا هم اورښت ونه شي، چې دې ته یو احتمالي یا اتفاقي حالت Equally likely Cases وایي، یعني احتمالي حالت د ناممکن (شنه اسمان) او معلوم (وربېځ اسمان) ترمنځ یا د صفر او یو 1 : A : 0 ترمنځ حالت دی.

په دې ډول که چېرې S د A حادثې د پېښېدو لپاره نیم پې د مساعدو شرایطو او مکاناتو څخه عبارت وي او نیم پې برعکس وي، نو هغه شرایط او امکانات چې د A حادثې واقع کېدلو لپاره مساعد دی، په N(A) وښیو او هغه چې مساعد نه وي، په N(S) وښیو نو د A حادثې پېښېدل داسې ارایه کوو:

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}$$

یا $\frac{\text{د A حادثې د واقع کېدو مساعد شرایط}}{\text{د A حادثې د واقع کېدو ټول شرایط}}=$ د حادثې پېښېدل

## ۱،۱،۲ - په څو ګڼ شمېر مشاهدو کې د څو مشاهدو غوره کول:

څرنګه مو چې په پورته فورمول کې ولیدل، د یوې حادثې واقع کېدل د احتمالاتو په تیورۍ کې له تیوریکي پلوه له ټولو حادثو یا مشاهدو څخه د مورد نظر چانس څخه عبادت ده، خو که په عملي ډول وغواړو چې د ارقامو یوې سلسلې څخه د مورد نظر پدیدې احتمال وسنجوو، په لاندې مثالونو کې یې ګورو:

لومړی مثال: که چېرې د لوبو ۵۲ قطعې په نظر کې ونیسو او په هغو کې صرفا د خشت پرې (چې ۱۳ کېږي) د A حادثې په توګه فرض کړو، نو په اتفاقي ډول د هغو غوره کول عبارت دی له:

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{13}{52}=0,25 \text{ یا } 25\%$$

په یوه الماري کې ټول ۳۲ توکه کتابونه دي، چې ګډ وډ اینبودل شوي، له هغې جملې دوه

(c) ketabton.com: The Digital Library



د فکتوریل مبتود موارد به وروسته په تفصیل ذکر شي، خو یو مثال به په لنډیز دا سې راوړو.

که چېرې په یوه بناخ کې د پیوند لګولو فېصدي 90% په نظر کې ونیسو او په یوه ونه کې 20 پیوندونه ولګوو، دا احتمال به ومومي چې 10 به یې ولګېږي.

فورمول لرو چې: $P(x,n,p)=x^n.p^x\,(1-p)^{n-x}$

دلته:

X=10

N=20

P=90 چې که په فېصدي یې وښیو، 0,9 کېږي.

حل:

$$P(10.20.0,9)=10(0,9)(0,1)=\frac{20}{15!(10!)}(0,9)^{10}(0,1)^{10}=19,2\%$$

مثال: که چېرې د یوه ډول لېړو تخم د شنه کېدو احتمال یا د تېغنه وهلو فېصدي 40% وي، نو د پینځه دانو د کرلو څخه دا احتمال او فېصدي معلومه کړئ، چې دوه یې شنه شي؟

$$P(x,n.p)=\overset{n}{x}(p^x)(1-p)^{n-x}$$

$$P(2,5,0,4)=\overset{5}{2}(0,4)^2(0,6)^3=\frac{5!}{2!(5-2)!}(0,4)^2(0,6)^3$$

$$P\frac{(5x4x3x2x1)}{2x1(3x2x1)}(0,4)(0,4)(0,6)(0,6)(0,6)$$

$$P=\frac{20}{2}(0,6)(0x216)=10(0,03456)$$

$$P=0,456$$

یا 34,56%

لکه چې موږ د احتمالاتو د تیورۍ د مفهوم د شرحې په برخه کې وویل په علمي مسایلو او څېړنو کې د تجربې احتمال Experimenental Probibility چې په تجربې متکي وي، د کار اساس جوړوي، په دې ډول یو سنجش او یوې پېش بینۍ کې مربوطه پدیدې باندې تجربه موجوده وي؛ مثلا یو ډول د غنمو تاکلی تخم په تجربوي ډول ازمایل شوی وي، چې د خالص تېغنې وهلو (LPS) فېصدي یې مثلا 60% وي، یا د یوه معین جنس ونې 10gr تخم څخه په قوریه کې 40 بوټي شنه کېږي، یا داسې نور تجربې او ازمایښتونه چې ترسره شوي وي او وغواړو د همدو تجربو پر اساس احتمال وښیو، د هغو پایله په فېصدۍ ارایه کوو، مثلاً د یو ډول اصلاح شویو جوارو 4 دانې تخمونه کرو، دا احتمال څرګند کړئ، چې دغه څلور واړه راشنه شي.



حل:

0,6 یا 80% د شنه کېدو احتمال

0,2 یا 20% د نه شنه کېدو احتمال

$Pr(1\wedge 2\wedge 3\wedge 4)=(0,8)(0,8)(0,8)(0,8)$ د څلورو واړو جوارو د شنه کېدو احتمال

40,96%= د څلورو واړو جوارو د نه شنه کېدو احتمال.

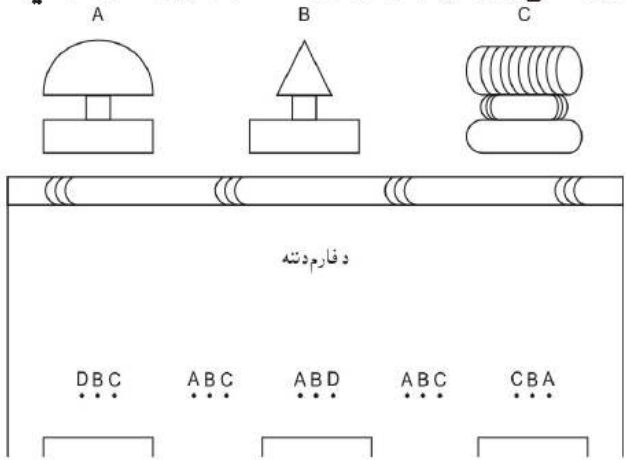
کله چې له دوو امکاناتو صرف یو یې واقع کېدای شي، مثلاً شین والی یا وربڼ د یوې سیکې شېر یا خط مخ، د یوې هګۍ څخه چرګ یا چرګه راوتل او داسې نور، نو دیوه احتمال په صورت کې او د دواړو حالت په مخرج کې راځي، مثلاً په یوه سیکه کې د شیر احتمال:

$$P(\text{شیر})=\frac{1}{2}\quad \text{یا}\quad P(\text{شیر})=\frac{\text{شیر}}{\text{شیر+خط}}$$

همدارنګه موږ د احتمالاتو د تیورۍ د علم د مفهوم په برخه کې وویل، ځینې وخت خصوصا د طبیعي علومو په برخه کې له یوې پېښې څخه څو څو نتایج ترلاسه کېدای شي، یا هم څو پدیدې په څو څو بڼو څرګندېدای شي، دې ته تبادیل او تراکیب ویل کېږي، چې اوس به دا دواړه تر بحث لاندې ونیسو.

## ۲،۲ – تبادیل Pernutation

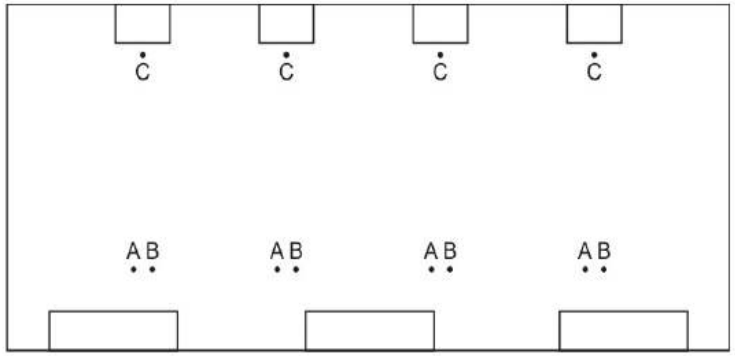
کله چې معین شمېر اشیاء، اعداد، شکلونه موقعیتونه او نورې پدیدې په بېلا بېلو بڼو چې هیڅ کوم بل شی، عدد، شکل او موقعیت په کې اضافه یا ورڅخه کم نه شي د نوبت په ترتیب کېښودل شي؛ تبادیل بلل کېږي، د بېلګې په ډول د چرګانو روزنې د یو فارم دننه د ابخوري او د دانه خوري او د رڼا منبع یا حرارت سنج په بېلا بېلو موقعیتونو اوشکلونو اېښودل کېدای شي.




الف): یو کتار کې: د فارم غولی له پورته خوا.

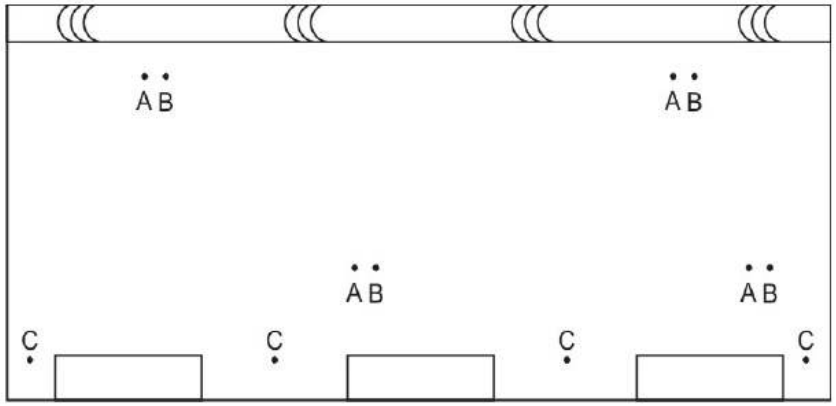
(c) ketabton.com: The Digital Library



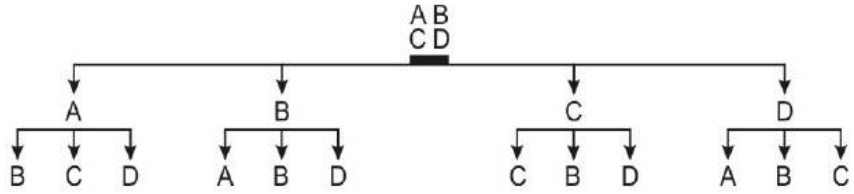



ب). دوو کتارونو کې:

ج). د حرارت منبع یا د رڼا منبع یا حرارت سنج د هرې لمر خپروونکې کړکۍ. خوا کې او دانه خوره او ابخوره په متبادلو کربنو کې:




یا د $60m^2$ ځمکې په ساحه کې د څو پلاټونو جوړول په مربع شکلونو، په مستطیل شکلونو، څو مثلث او څو مستطلیو او نورو بنو، یا هم د مناسبې ګرده افشانۍ په خاطر د بوټو کښول په بېلابېلو موقعیتونو، د زینتي ګلدانو ترتیب په ملون شکل، حال دا چې ګلان عین رنګ نه وي، ان د هغو فاصله یو بل سره فرق ولري، مثلا غواړو څلور ډوله خاص جنسونه په بېلابېلو شکلونو چې هیڅ یو بل سره مشابهت ونه لري، ترتیب کړو، دغه څلور ډوله جنسونه د D,C,B,A په نوم یادوو:






د یوې لوبې لوبغاړي چې ۱۲ تنه دي، د خپل مهارت، نظم او استعداد له مخې وروسته له څو مقدماتي لوبو درجه بندي شول:

| | |
|---|---|
| احمد | (۱) |
| محمود | (۲) |
| شکور | (۳) |
| طالب | (۴) |
| کبیر | (۵) |
| بختور | (۶) |
| رسول | (۷) |
| ګل | (۸) |
| سرور | (۹) |
| زلمی | (۱۰) |
| پاینده | (۱۱) |
| فرید | (۱۲) |

د اولمپیک ملي کمیټه غواړي دوی د درېیو ترېنرانو د لارښوونې لاندې کومې یوې نړیوالې لوبې ته ولېږي، د ترېنرانو هیله دا ده چې لومړني ممتاز لوبغاړي او وروستي د لوړ مهارت لرونکي ټول یو یا بل ګروپ کې رانشي، دوی داسې تبادل او ترتیب کړي، چې ممتاز، متوسط او وروستي لوبغاړي هر ګروپ ته تقسیم شي.

حل: درې د لوبو ګروپونه (C,B,A) په مناسبه فاصله دروو، لومړي له ممتازو درېیو لوبغاړو څخه یو یو هر یوه سره، بیا متوسط او بیا وروستي ګروپ ببل او ورکوو داسې:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A د ګروپ | ۱(ا) | ۴ (ط) | ۷(د) | ۱۰(ز) |
| B د ګروپ | ۲(م) | ۵(ک) | ۸(ګ) | ۱۱(پ) |
| C د ګروپ | ۳(ش) | ۶(ب) | ۹(س) | ۱۲(ف) |

په دې ډول هم المپیک ملي کمیټه او هم ترېنران راضي ښکاري، د هر نفر نمرې سره د هغه د نوم لومړی حرف راغلی.

دا چې د یوه ګروپ اجزاوو، څو اشیا، شکلونه یا امکانات او موقعیتونه په څو بنو ترتیب او تبدیل کېدای شي، د احتمالاتو لپاره یې لاندې فورمول لرو:

$$np_r = \frac{n!}{(n-n)!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{1!} \text{ یا } np_r = \frac{n!}{0!}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته:

n- د اصلي ګروپ اجزاو، اشیاو یا د شکلونو شمېر.

r- د فرعي ګروپونو یا اشیاوو او اجزاوو شمېر چې اصلي ګروپ په هغه وېشل کېږي.

npr- د تبادیلو احتمال.

!1- صفر فکتوریل څخه عبارت دی.

مثلا C,B,A دري اجزاوو، اجسامو یا شکلونو احتمال په شپږو دري فقره یې ګروپونو کېدای شي:

$$np_r = \frac{n!}{1!}$$

n=3 څکه چې دري جزدي (C,B,A).

r=3 په دریو اجزاوو یا دري فقرو لرونکو ګروپونو یې وېشو.

p- احتمال.

!n فکتوریل.

حل:

$$3P_3 = \frac{3!}{1!}$$

$$3P_3 = \frac{3x2x1}{1} = 6$$

یعنې: ABC ACB BAC BCA CAB CBA

ددې مانا دا ده چې دري اشیا یا اجزا په شپږو دري فقره یې ګروپونو وېشل شول اوم احتمال ممکن نه دی.

دویم مثال:

که وغواړو $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$ څلور اجزا، اشیا، اشکال په څلورو فقرو لرونکو بڼو باندې راوړو، څو احتماله یې موجود دي؟

حل:

$$4P_4 = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = \frac{4x3x2x1}{1} = 24$$

یعنې څلور ویشت څلور فقره یې ګرپونو باندې داسې چې:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A_1A_2A_3A_4$ | $A_2A_1A_3A_4$ | $A_3A_1A_2A_4$ | $A_4A_1A_2A_3$ |
| $A_1A_2A_4A_3$ | $A_2A_1A_4A_3$ | $A_3A_1A_4A_2$ | $A_4A_1A_3A_2$ |
| $A_1A_3A_2A_4$ | $A_2A_3A_1A_4$ | $A_3A_2A_1A_4$ | $A_4A_2A_1A_3$ |
| $A_1A_3A_4A_2$ | $A_2A_3A_4A_1$ | $A_3A_2A_4A_1$ | $A_4A_2A_3A_1$ |



| | | | |
|---|---|---|---|
| $A_1A_4A_2A_3$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_2A_1$ | $A_4A_3A_2A_1$ |
| $A_1A_4A_3A_2$ | $A_2A_4A_3A_1$ | $A_3A_4A_1A_2$ | $A_4A_3A_1A_2$ |

دریم مثال:

A,B,C,D حرفونه په ۱۲ دوه حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4x3x2x1}{2x1} = 12$$

څلورم مثال:

A,B,C,D په څلورو یو حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي؟

$$4p_1 = \frac{4!}{(4-1)!} = \frac{4!}{3!} = 4$$

یعنې صرف یو احتمال A,B,C,D شته.

A,B,C,D په لاندې ډول په شپږو قسمونو د تنظیم کېدو احتمال لري.

$$P = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4x3x2x1}{2x1x2x1} = 6$$

پنځم مثال:

اوه دانې منې په دریو ماشومانو باندې داسې ووېشئ، چې مشر هلک ته دري دانې او نور ته دوه دانې ورسېږي، په ۲۱۰ بڼو وېشل کېدای شي.

$$P = \frac{7!}{3!2!2!} = \frac{7x6x5x4x3x2x1}{4.3!} = 210$$

تراکیب نه یوازې د پلاټونو په ترکیب، نسل ګیري، د ګرده افشاني لپاره د بوټو د تنظیم د یو شمېر عملیاتو، اوبه لګولو او نورو په هکله د استفادې ورډي، بلکې په ورزشي، سیاسي، کلتوري ګڼ شمېر مسایلو او نورو کې هم موږ ته د ښه تنظیمولو لپاره پوهه راکوي؛ مثلا د هېواد د ۳۱ ولایتونو ورزشي تیمونه څو څو ځله یو بل سره د مخامخ کېدو احتمال او چانس لري او څو لوبې باید ورته تنظیم شي، یا په هېواد کې د تاکنو لپاره د وکیلانو ترکیب، بهر ته د تلونکو هیاتونو د ترکیب په جوړولو، په نړیوالو غونډو کې د هېوادونو د بیرغونو اېښودلو شکل، د لوبو غونډو لپاره د هر هېواد یا هر هیئت مشر ته یوه ورځ د ریاست سپارل او نورو مسایلو کې هم ډېر کارول کېږي.

## ۲، ۳ – تراکیب Combination

څېنې وخت د بېلابېلو اشیاوو، اجزاوو، امکاناتو او شکلونو ترتیب کول په مطلوب شکل هم د تبادیلو او هم د تراکیبو له لارې کېدای شي، مثلا د بېلابېلو ګلانو ګډون، د زینتي ساحې لپاره د بېلابېلو رنګونو غوره کول، د بېلابېلو هېوادونو د بیرغونو داسې اېښودل چې خپل لازم

(c) ketabton.com: The Digital Library



معلومات ترلاسه شي، اما نمونه د نفوس يوه کوچنی برخه ده چې په سيده ډول د پام وړ څېړنې په ترڅ کې د مربوطه جمعيت يا نفوس د استازي په توګه کتنې لاندې نيول کېږي په نمونه کې بايد د ټول نفوس ټولې برخې راواخيستل شي، يا د غوره شويو نمونو د څېړنې لاندې د واقع کېدو چانس ومونډل شو، نو ځکه احتمال د چانس مترادف واقع شو، په دې ډول وايو چې:

د يوې پېښې، عدد، فرد يا شي د واقع کېدو احتمال په ټولو مطالعې يا کتنې لاندې ارقامو کې د هغه د نسبي دفعاتو څخه عبارت دی، نو ځکه احتمالات د ارقامو منحني سره ډېره اړه پيدا کوي، چې وروسته به راتلونکي څېړکي کې پوره بحث ورباندې وشي.

څرنګه چې موږ د همدې څېړکي په پيل کې وويل، چې د احتمالاتو برخه کې څو پوښتنې پېښېږي: څه به پېښ شي؟ يوې پېښې څخه به څو حادثې رامنځته شي؟ او داسې نور سوالونه د يوه يا څو احتمالاتو راڅرګندېدل په لاندې ډول ښيو:

P(A)- د A حادثې د پېښېدو احتمال

$\bar{P}$ (A)- د A حادثې د نه پېښېدو احتمال

P(AUB)- له دې دوو حادثو د يوې پېښېدل يعنې A يا B حادثه واقع کېدل

P(A^B)- د A او B دواړو پېښېدل

P(A/B)- د A حادثې پېښېدل په داسې حال کې چې B واقع شوی وي، يا موجود وي، خو پاتې د A احتمال مومو.

د احتمالاتو د تيورۍ لپاره ځينې اصلي قوانين يا قواعد په نښه شوي دي، چې موږ سره ببلابېلو مواردو کې کمک کولای شي، په لاندې ډول يې ذکر کوو:

**لومړی قاعده:**

په طبيعي پديده کې يوه پېښه صرف په يوه يا بل حالت واقع کېدای شي، د دواړو واقع کېدل په يوه وخت کې هيڅ امکان نه لري او که وي هم موږ اړ کېږو چې د يوه حالت د پېښېدو احتمال څرګند کړو، دې ته د جمع قاعده وايي.

په بل عبارت د يوې حادثې پېښېدل تل د 1 : P(A) : 0 يا د يوه (واقع کېدلو) او صفر (نه واقع کېدو) ترمنځ وي، يعنې يا به دا پېښه هيڅ نه واقع کېږي، يا به يو خل واقع شي، نو په دې ډول يو بل سره وتړل شوې، خو دواړو همزمان پېښېدل هيڅ امکان نه لري، مثلا که يو شاګرد د کيميا ازمويښه کې يوې پوښتنې ته صرف يو ځواب ووايي، يا به سم وي يا غلط، يا د اورښت ورځ يا د شنه اسمان ورځ، د جمع قاعده به په يو څه تفصيل له مثال سره وڅېړو:

**الف. خصوصي حالت:**

A او B دوه پېښې په نظر کې نيسو، چې په يوه وخت کې د دواړو پېښېدل هيڅ امکان ونه



موقعيت ولري (په هغه صورت کې چې نوم د الفبا يا کوم بل نظم په کې شرط نه وي بلل شوی) د هيئت ترکيب او نور مثالونه، خو بيا هم تراکيب له تبادیلو سره فرق لري، موږ تبادیل داسې تعريف کړی وو:

*تبادیل د اعدادو، اشياوو او اجزاوو داسې تنظيمول دي، چې د نوبت سلسله په کې رعايت شي، خو تراکيب داسې تعريفېږي*

تراکيب د اعدادو، *اشياوو يا اجزاوو داسې ګروپ بندي ده چې هغو کې سلسله مراتب او نوبت نه مراعات کېږي*

دلته ګورو چې تبادیل او تراکيب ډېر کم فرق لري؛ مثلا ABC دري حروف په درېيو دوه فقره يې ګروپونو وېشلو امکان شته او بس: AB, AC, BC

حال دا چې A, B, C, D په څلورو دري حرفي ګروپونو وېشل کېدای شي: ABC, ABC, ACD, BCD د تراکيبو لپاره فورمول په لاندې ډول دی:

$$nc_r = \frac{n!}{n!(n-r)!}$$

**لومړی مثال:**

A,B,C,D حرفونه په دري فقره يې څلورو ګروپونو وېشلای شو:

$$4c_3 = \frac{4!}{3!(1)!} = 4$$

او که همدا حروف په شپږو دوه حرفي ګروپونو ووېشو کوم احتمال يې شته؟

$$4c_2 = \frac{41}{2!2!} = 3! = 6$$

**دويم مثال:**

لس تنه زده کوونکي دي، هغوی په ۲۱۰ بڼو باندې په څلورو کسيزو ګروپونو وېشلای شو:

$$10c_4 = \frac{10!}{6!4!} = 210$$

د تبادیلو او تراکيبو اهميت په دې کې دی، چې د علمي څېړنو لپاره د نمونو Sample غوره کولو لپاره ضروري ده، ترڅو د اعدادو د يوې مجموعې څخه ټول عددونه نمونه کې قرار ونيسي او پرعکس د ببلابېلو افرادو، اشياوو څخه يو جمعيت يا نفوس (کل Population) ترکيب شي، نو ځکه دا دوه اړخيز اهميت لري، په احتمالاتو کې موږ هم د جمعيت (نفوس) او هم د نمونې لپاره ځانګړی تعريف لرو:

نفوس د هغو اشياوو، افرادو، پېښو يا امکاناتو مجموعه چې مشترک او ګډ خصوصيات لري، په علمي څېړنه کې عموما هدف دا وي چې د جمعيت د هر فرد د خصوصياتو په هکله لازم

(c) ketabton.com: The Digital Library



لري، يعنې که A واقع شي، نو B نه شي واقع کېداى، يا د دې برعکس، مثلا د يوې سيکې پورته غورځولو څخه وروسته هغه صرف په يو ارخ لوبږي، يا يې د ليکنې (خط) يا يې د نښې (شېر) مخ پورته وي، په داسې حال کې د A يا B پېښې د واقع کېدو احتمال عبارت دی له:

$$P(AUB)=P(A)+P(B)$$

که چېرې د اسمان د وريځ والي حالت A 50% او شين والی يې 50% وي، نو د سبا ورځې د اسمان شين والی يا وريځ والي احتمال:

$$P(AUB)=0,5+0,5=1=100\%$$

لومړی مثال:

که چېرې اکرم د لومړي صنف ازموينو کې 60% د کاميابۍ او 10% د مشروطۍ چانس ولري، نو دا احتمال څرګند کړئ، چې دی به دويم صنف ته بريالی شي؟

$$P(AUB)=0,6+0,1=0,7 \quad \text{يا} \quad 70\%$$

دويم مثال:

په هېواد کې د بزګر د جشن (د وري لومړۍ) د لمانځلو لپاره يو نندارتون پرانيستل شوی، ژوري هيئت د بزګرانو نبو محصولاتو او څارويو ته جايزه ورکوي، ګل محمد بزګر خپله يوه غوا نندارتون ته د جايزې لپاره کانديد کړې، ژوري هيئت د څارويو ښې تغذيې، ښه نسل غوره کولو، په موقع واکسين کولو او نورو بزګرو ته د خپلو تجربو د ورکولو شرايط اعلان کړي، د تولو راغلو مالدارانو له جملې صرف څلورو تنو ته لومړی، دويم، دريم او څلورم نمبر جايزه ورکول کېږي، د ژوري هيئت له اعلان وروسته ګل محمد سره د لومړۍ جايزې احتمال 15% د دويمې 12% او د دريمې 17% او د څلورمې 16% رامنځته شوی، دا چې ګل محمد به له دغو څلورو جايزو يوه واخلي احتمال يې څرګند کړئ:

$$P(AUBUCUD)=0,15+0,12+0,17+0,16=60\%$$

## ب. عمومي حالت:

دا د هماغه جمع د قاعدې يو داسې حالت دی، چې A او B حالت خو واقع کېږي، خو دا امکان هم شته چې A او B دواړه هم واقع شي، نو په دې حالت کې موږ د AB حالت پرته يوازې د A يا B حالت واقع کېدو د احتمال سنجوو، يعنې:

$$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

مثال:

د ښه حاصل لرونکو بزګرانو لپاره د ترويج اداري دوه جايزې تاکلې، که حاصلات ډېر عالي و، نو دواړه جايزې يو تن ته او که متوسط و، اوله يا دويمه جايزه ورکول کېږي، کريم خان د خپلې کروندې حاصل داسې پېش ببنې کړي، چې د لومړۍ جايزې احتمال يې 50% او د دويمې 40% په



نظر کې پېش بيني کړي، نو پيدا کړئ چې دی به اقلا يوه جايزه واخلي.

$$P(AUB)=0,5+0,4-[(0,5)(0,4)]$$
$$P(AUB)=70\%$$

## دويمه قاعده:

کله چې دوه داسې امکانات پېښېدونکي وي، چې يو بل سره تړاو نه لري، د هغو د احتمال سنجش د ضرب د قاعدې په نوم يادېږي، مثلا دوه بېلابېل امکانات په نظر کې نيسو چې د هغو پېښېدل يو پر بل اغېزه لري، يعنې دا امکانات او پېښې يو بل سره رابطه نه لري، بلکې سره بېل بېل دي، نو د هغو دواړو د پېښېدو احتمال لپاره لرو چې:

$$P(A \wedge B) = P(A).P(B)$$

لومړی مثال:

يو محصل په يوه سمستر کې د دو مضمونو ازموينه ورکوي، يوه مضمون کې د خپل بري چانس 60% او بل کې 50% اټکلوي، تاسې حل کړئ چې په دواړو کې يې د کاميابۍ چانس څومره دی؟

$$P(A \wedge B) = (0,6)(0,5) = 30\%$$

دويم مثال:

دوه سيکې پورته اچوو، دا احتمال پيدا کړئ چې دواړه په عين مخ مثلا په خط مخ راغرګند شي؟

$$(A \wedge B) = (\frac{1}{2}).(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$$

دريم مثال:

يو درجن قطعو کې چې تولې ۵۲ پرې دي، څلور طوسان دي، دا احتمال څرګند کړئ، چې د هغو له جملې دوه غوره شوي پرې طوس وي؟

$$P(A \wedge B) = (\frac{4}{52})(\frac{4}{52}) = \frac{1}{169}$$

## خلورمه قاعده:

که چېرې دوه يا څو پېښې يو بل سره اړيکې ولري او د يوې واقع کېدل د بلې د واقع کېدو چانس يا زيات يا کم کړي، دې حالت کې موږ مثلا په يو درجن قطعو کې د طوس د راوتو احتمال لتوو، په هغه صورت کې چې يو طوس پخوا راوتی وي او بېرته مو له پرو سره نه وي ايښی، نو ددې ساده ارائه داسې ده:

$$P\ (\text{د خشت طوس}) = \frac{3}{51}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



په داسې حال کې عمومي فورمول داسې دی:

$$P(A_1/A_2)=P(A_1)P(A_2/A_1)$$

دا د ضرب قاعدې ته ورته قاعده ده، خو د یوې پېښې واقع کېدل په بلې اغېزه لري.

مثال: که چېرې یو محصل د دوو مضامینو د ازموینو په تېرولو لوړ تولګي ته بریالی کېږي، نو یوه مضمون کې یې د کامیابۍ چانس په P(A) او بل مضمون کې یې په P(B) ښکاره کوو او دې په هغه صورت کې د دوهم مضمون د ازموینو د ورکولو مستحق وګرځي، چې لومړي مضمون کې کامیاب شوی وي، نو لیکو: P(A/B)

یعنې د لومړي مضمون ازموینه په هغه صورت کې چې ده هغه مضمون په موفقانه ډول تېر کړی وي.

۱. مثال:

په یوه لوښي کې د یوه ماشوم لپاره څلور نارنجه او دوه کینو ایښي، ماشوم یوه دانه را اخلي که سوال وشي چې څومره احتمال لري چې دا به نارنج وي؟ نو لیکو:

$$P(0)=\frac{4}{6}$$

که را اخیستل شوی بېرته لوښي ته وانه چوو، ماشوم بله دانه راپورته کړي، نو دا احتمال وموږ چې دا به هم نارنج وی.

$$P(0)=\frac{3}{5}$$

ګورو چې دلته د یوې پېښې د واقع کېدو په ټول احتمال اغیز وکړ، که چېرې دا احتمال پیدا کوو، چې لومړی او دویمه ځل نارنج وي، دواړه نارنج وي، نو لیکو:

$$P(0_1 \wedge 0_2)=P(0_1)P(0_1/0_2)=0,4$$

۲. مثال:

د لوبو د قطعې یو درجن څپه پرله پسې درې پرې راخلو، چې بېرته یې په پرو کې کېږدو، دا احتمال وموږ، بیا دویمه او بیا دریمه پره طوس وي؟

$$P(A_1 \wedge A_2 \wedge A_3)=P(A_1)P(A_3/A_1).P(A_3/A_1/A_2)$$

$$P(AAA)=(\frac{4}{52})(\frac{3}{51})(\frac{2}{50})$$

۳. مثال:

یوه توکرۍ کې لس دانې هګۍ ایښي، چې څلور یې د بتکې او نورې یې د چرګې دي، یوه هګۍ را اخلو، ګورو چې هغه د بتکې ده، بله را اخلو دا احتمال به څو فیصده وي، چې همدا به د چرګې وي؟



یا 26,67% یا

$$P(AB)=P(A).P(\frac{B}{A})=0,2667$$

تراوسه مو د احصایې په تشریحي برخه کې د مقصد په توګه دارقامو له یوې مجموعې څخه اخستل شوي نمونې صرف کمي خصوصیات تشریح کړل، او وموليدل چې دې مقصد ته درسیدو لپاره باید د مقیاسونو ستې تشریح کړو نود دواړو معیاري او مقداري ارقامو ستونو د تشریح لپاره موګرافیکي او عددي میتودونو څخه استفاده کوله

اوس د یوې مسلې استنباط جوړولو ته مخه ورګرځوو، څه شي مونږ ته ددې اجازه راکوي چې د یوې نمونې څخه د یوکل لپاره استنباط وکړو او بیا د ذکرشوي استنباط په هکله د اطمینان د قابلیت یو مقیاس اتکل کړو؟ تاسو به وګورې چې څواب یې احتمالات (probability) دي

احتمالات، د احصایې یوه څانګه ده چې د نمونې د معلوماتو پربناء د مطالعې لاندې نفوس لپاره تصمیم نیونه ده کولای شي چې وګوري څرنګه داکار په اسانۍ سرته ورسوي داکار دي سره اړه لري چې د نفوس (کل) او نمونې ترمینځ د رابطې په اړه پوه شو، یعنې د هغې رابطې څخه عبارت ده، چې د احصائیوي طرزالعمل په شکل دیوه کل لپاره د نمونې په اساس د استنباط جوړول دي.

نو په دې فصل کې مونږ فرض کوو چې جامعه له یو شمیر ډېرو اعدادو څخه د څونمونو د واقع کېدو چانس سنجش کوو. نو په دې وجه مونږ وایو چې احتمال د احصایې برعکس دي، په احتمالاتو کې مونږ د جمیعت معلومات د دې په خاطر په کار وړو چې د نمونې احتمالي ماهیت استنباط کړو.

احتمالات د استنباط په جوړولو کې یو مهم رول لوبوي، فرض کړې، د مثال په ډول، تاسو فرصت لري چې د تیلو د کشف په یو شرکت کې پانګه اچونه وکړي، د شرکت پخواني ریکارډ ښائي چې لس د تیلو برمو (د شرکت د ازمایښت یوه نمونه) صورت نیولي دي چې تولې یې وچې راختلي وي، تاسو څه نتیجه اخلی؟ څه فکر کوي چې شرکت د تیلو لاس ته راوړلو چانس د 50:50 څخه ښه دي؟ آیا خامخا په نومورې شرکت کې پانګه اچونه کوي؟ امکان لري، چې دي سوالونو ته موږ څواب په تاکید سره (نه) وي. که چېرې د شرکت کشفیه مهارت د نفتو یو کوهي 50% څله باندې کفایت وکړي، نود لسو وچو څاه ګانو د کیندلو ریکارډ د لسو برمه شویو څاګانو یوه نمونه ده چې ډېره زیاته غیر محتمله ده

یا فرض کړې چې تاسو اوس قطعه بازی کوي ستاسی حریف ډله یقیني شوي ده چې د قطعې لاس مو کاملاً مخلوط شوي دي. دري څله په پرله پسې ډول پنځه تائي قطعه ښکته شوي ده، ستاسې طرف کس ته څلور طوسونه ویشل شوي دي. ددې نمونې په اساس دي (دري لاسه قطعه) کې، آیا تاسو فکر کوي چې پرې (قطعې) په مناسبه ډول سره مخلوط شوي دي؟ یو څل بیا ستاسو څواب

(c) ketabton.com: The Digital Library



به منفي (نه) وي ځکه چې که چېرې پرې په درست ډول مخلوط شوي واي نود پرو د ويش په صورت کې يو ه لوبی کوونکی ته ځلور طوسونه ورکول ډ پرزيات غير محتمل دي.
په يادولري، په باالقوه ډول د کاميابي لپاره تصميم نيونه د نفتود استخراج د شرکت او د پرو په درست ډول مخلوط والي پورې اړه لري چې دواړه د يوې نمونې له چانس ياد احتمال په نتيجي پوری تړاو لري. دواړه مثالونه په داسي ډول مينځ ته راوړل شوي دي چې په اساني سره کولاي شي چې دا نتيجه تري لاس ته راوړو چې د نمونې ځخه لاس ته راغلي احتمال کوچني دي. د بده مرغه، د زياتو مشاهده شويو نمونود احتمال نتيجه اخستل دومره اسانه کار نه دي لکه په مستقيم ډول د ارزيابي لاندې نيول، نوددي ډول قضيو د حل لپاره د احتمالاتو تيوري ته اړتيا ليدل کېږي.

## حادثات، د نمونو فضا او احتمال:

راځئ چې خپل بحث د احتمالاتو په داسې مثالونو شروع کړو چې په اساني سره توضيح کېږي، ددې ساده مثالونو په ملتيا سره کولاي شو چې مهم مفاهيم وپيژنو او کېدای شي مونږ سره د احتمالاتو د درک په پرمخ بيولو کې مرسته وکړي.
فرض کړي، يوه سکه يو ځل پورته غورځول کېږي او پورته مخ يې ثبتېږي. هغه نتيجه چې مونږ يې وينو ثبتوو يې د مشاهدې (observation) يا مقياس (measurement) په نوم او هغه پروسه چې مشاهده پکې صورت نيسي د تجربې آزمايښت (experiment) په نوم يادېږي، چې په تجاربو کې ډېر استعمالېږي. ددې معنا داده چې احتمالات اصلاً په علمي تجربو کې په کارېږي، زمونږ تعريف د آزمايښتي تجربې په هکله نسبت د فزيک په علم کې استعماليدونکي تجربې ته زيات پراخوالي لري چيرته چې تيستيوب، ميکروسکوبونه او لابراتواري تجهيزات په نظر راځي. لکه دکرنې سکتور او د مالداری او وترنری مطالعات. خوکېدای شي په احصائيوي تجربو کې د ويب بروزر لپاره د يوانټرنيټ استعمالونکي د رجحاناتو ثبت، د ډاوجونز صنعتي اسهامو د وسطي قيمت ورځيني تغييراتو ثبت، ديوکاروباري تصدي دجمعي د ورځې خرڅلاو ثبت او ديودفتر د محاسبي په يوه پانه کې د اشتباهاتو اندازی شاملي شي. يا هم د نباتي يا حيوانی ناروغيو ثبت وی او داسی نور مثالونه. مهمه نقطه داده چې کېدای شي احصائيوي تجربه دهرهغه عمل مشاهده وي چې دهغه نتيجه مبهمه وي.
1-3 تعريف: يوه تجربه experiment هغه عمل يا د مشاهدې دهغه پروسې ځخه عبارت ده چې په هغه کې واحده نتيجه په يقيني ډول پيشبيني کوونکي نه وي، نو ځکه د احتمالاتو له تيوری ځخه کار اخلو. يوساده مثال په نظر کې ونيسي چې په هغه کې يوګاتي (ديس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ يې چې را برسيره کېږي هغه ثبتوو. ددې تجربې ځخه شپږ ابتدائي نتيجي په لاس



راغلي چې:
1. ۱ مشاهده
2. ۲ مشاهده
3. ۳ مشاهده
4. ۴ مشاهده
5. ۵ مشاهده
6. ۶ مشاهده

په يادولري، که چېرې دغه تجربه يوځل تکرار کړي نوددغه شپږ اساسي نتيجو ځخه يوه لاس ته راوړاي شي اولاس ته راغلي نتيجه په قطعي ډول نه شي پيشبيني کولاي، همدارنګه دا امکانات کوم چې په لاس راغلي دي په نورو اساسي نتائجو نه شي تجزيه کېدای ځکه چې ديوې تجربه شوي مشاهدي نتيجه ديو جميعت ځخه د نمونې انتخابول دي، او د تجربې ممکنه اساسي نتايج د نمونې د نقاطو (sample points) په نوم يادېږي.
2-3 تعريف: د نمونې نقاط (sample point) د تجربې د اساسي ترينو نتايجو ځخه عبارت دي.
3 ,1 مثال: دوه سکې پورته غورځول کېږي او پورته طرف يې په ثبت رسېږي. د تجربې ټولې نمونې نقاط لست کړي.
حل: حتی که يوه تجربه ډېره جزوي هم وي مونږ بايد د نمونې د نقاطو په لست کولو کې دقت وکړو، په اول ځل کتو سره د دری اساسي نتايجو توقع کولاي شو: د دوه شيرمخونو مشاهده، دوه خطه اويا ديوې سکې يومخ خط او دبلې سکې شير. سره لدې، د يوشير او د يوخط مشاهدې د تجزئی ځخه دوه نورنتايج لاس ته راځي: د اولی سکې شير، د دوهمې سکې خط او د اولي سکې خط او ددوهمې سکې شير، نوددي ځخه ځلورد نمونې نقاط لاس ته راځي:
1. شير او شير (HH)
2. شير او خط (HT)
3. خط او شير (TH)
4. شير او شير (TT)

دلته د اول H معني داده چې د اولي سکې شير اود دوهم H معني (د دوهمې سکې شير) اوداسي نور.
مونږ اکثره په يوه تجربه کې د نمونود نقاطو د مجموعې سره علاقه لروچې دي مجموعې ته د تجربې د نمونې فضا (sample space of experiment) ويل کېږي. دمثال په ډول، دلته د دنمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقاط د سکې د غوځولو په تجربه کې ترسره کېږي. په تجربه کې

(c) ketabton.com: The Digital Library



د نمونې فضا به د بحث لاندې ونیول شي چې په 3-1 جدول کې ښودل کېږي

3-3 تعریف: دیوې تجربې د نمونې فضا د هغه تجربې د نمونې د نقاطو د مجموعې څخه عبارت دي

۳-۱ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه د سکې د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

۱. د سکې د شیر مخ مشاهده

۲. د سکې د خط د مخ مشاهده

د نمونې فضا کولای شي چې د ست په شکل چې د دوه نمونوي نقاطو لرونکي وړاندې شي.

S: { H,T}

دلته H د نمونې په نقاطو کې د شیر او T د خط څخه نمائنده ګي کوي.

۳-۱ جدول: تجربه او د هغې د نمونې فضا sample spaces

د تجربې عملیه کې د ډیس د پورته مخ مشاهده

د نمونې فضا:

1. د ۱ خال مشاهده

2. د ۲ خالونو مشاهده

3. د ۳ خالونو مشاهده

4. د ۴ خالونو مشاهده

5. د ۵ خالونو مشاهده

6. د ۶ خالونو مشاهده

د دې نمونې فضا کېدای شي چې د ست په شکل په شپږ نمونوي نقاطو کې وړاندې شي.

S: {1,2,3,4,5,6}

د تجربې عملیه د دوارو سکو د پورته مخونو مشاهده

د نمونې فضا:

1. د HH مشاهده

2. د HT مشاهده

3. د TH مشاهده

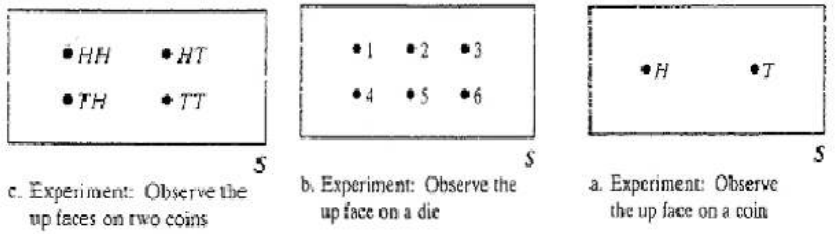


4. د TT مشاهده

د دې نمونې فضا کېدای شي د څلورنمونې نقاطو د ست په شکل وړاندې شي.

S: {HH, HT, TH, TT}

دارقامو د ست د توضیح لپاره صرف هندسي شکلونه (ګرافونه) زیات ګټوروي، لکه د نمونې د فضاد ښودلو لپاره تصویري (فکتوریل) میتود هم اکثره وخت ګټوروي. په 1,3 شکل کې د دې ډول کارد ښودلو لپاره چې په 1,3 جدول کې ذکر شو ښودل کېږي.




c. Experiment: Observe the up faces on two coins

b. Experiment: Observe the up face on a die

a. Experiment: Observe the up face on a coin

IGURE 3.1

په هر یو شکل کې د نمونې فضا چې د S په واسطه نشانې شوې ده او د نمونې ټولې ممکنه نقطې (sample points) هم لرې ښودل کېږي او د نمونې هره نقطه د یو تور توري (.) په واسطه ښودل کېږي چې دغه ګرافیکي نمایش د وین ډیاګرام (venn diagram) په نامه یاد ېږي.

اوس مونږ پوهیږو چې یوه تجربه صرف یوه اساسي نتیجه لري چې د (نمونې د نقطې) په نوم یاد ېږي او د نمونې فضا د نمونې د ټولو ممکنه نقطو د مجموعې څخه عبارت دي. اوس چمتو یو چې د نمونې د نقطو احتمال تر بحث لاندې ونیسو او بیشکه تاسو به د احتمال (probability) د اصطلاح په کارو ړولو او په ذهنی ډول د دې معنې سره اشنا یاست.

احتمال په عمومي ډول د (چانس) یا (اتفاق) د کلمې سره یو شان په کارو ړل کېږي. د مثال په توګه، که چېرې یوه سالمه سکه پورته وغورځول شي، نو مونږ دې ادعا کولای شو چې د نمونې دواړه نقطې (یو شیر او یو خط) د واقع کیدو یو شان چانس لري. نو پدې بناء ویلای شو چې د شیر د واقع کیدو د احتمال چانس 50% یا د شیر د لیدو چانس 50:50 دي چې دا دواړه د احتمالاتو د غیر رسمي علم په بناء وړاندې شوي دي. خو وروسته به دا واضح شي چې زمونږ مطلب څه دي.

دیوې نمونې د نقطې احتمال یو عدد دي چې د 0 او 1 په مینځ کې ځای لري او دیو نتیجې احتمال هغه وخت کې اندازه کېدای شي کله چې تجربه سرته ورسېږي. دا عدد معمولا د نمونې دیوې نقطې د نسبي فریکونسي په ډول چې په یوه اوږده سلسه د تجربې په تکرارکې واقع کېږي نیول کېږي. د مثال په توګه، که مونږ د سکې د غورځولو په تجربه کې د نمونې د دوو نقطو (د شیر او خط

(c) ketabton.com: The Digital Library



په دي تجربه کې مشکله ده چې د تجربي د نقاطو د واقع کیدو لپاره چې په اوږده تکراري سلسه کې واقع کېږي احتمالات تعین کړو ځکه چې عوامل غیر مشابه او یو عامل (کس) کولای شي چې داډول تجربه پخپله سمبال کړي. ددي پرځای باید ځینې فکتورونه (عوامل) لکه ددي خطر اداري پرسونل، پدي وخت عمومي اقتصادی حالت، ددي ډول خطراتو (په پانګه اچونه کې کامیابي اوناکامي) د کامیابي اندازه او همدي ته ورته معلومات په نظر کې ونیول شي. که په اخره کې مو تصمیم پیدا کړ چې پانګه اچونه 80% د کامیابي چانس لري، نو کولای شو چې د نمونې د نقطي (کامیابي) احتمال 0.8 تعین کړو. او کولای شو چې دا احتمال د خپل باور د مقیاس د درجې په خاطر د کاروبار د نتیجې لپاره وکارو چې دا یو شخصي احتمال دي. په یاد ولري چې دا احتمال د هغه معلوماتو په اساس وي چې یو متخصص په ډېر دیقت سره لاس ته راوړي وي. که چېرې داسي نه وي کېدای شي تصمیم مو غلط وي.

نوټ: د نورو موضوعات لپاره چې په جزوي ډول شخصي احتمالات د ارزیابي لاندې نیسي Winkler(1972) یا Lindley (1985) ته مراجعه وکړي.

فرق نه کوي چې تاسو د نمونې د نقطو لپاره څرنګه احتمالات سنجوي، بلکې تعین شوي احتمالات باید د دوو قاعدو څخه پیروي وکړي:

د نمونې د نقاطو لپاره د احتمالاتو قواعد

Probability Rules for Sample Points

1. د نمونې د نقاطو احتمالات باید د صفر او یو ترمینځ وجود ولري.

2. د یوې نمونې په فضا (sample space) کې د ټولو نمونې نقاطو (sample points) احتمالاتو جمع باید د صفر سره برابره وي.

په ځینې تجربو کې د نمونې د نقاطو په هکله د هغوی احتمال لاس ته راوړل اسانه وي. د مثال په ډول، که چېرې د یوې مناسبې سکې د غورځولو په تجربه کې د هغه مخ مشاهده کوو، نو کېدای شي مونږ ټول د دي خبرې سره چې د نمونې د هرې نقطه (د شیر یا خط مشاهده) د وقوع ½ احتمال لري موافق اوسو. خو بیا هم د ځینو تجربو د نمونې د نقاطو لپاره د احتمال سنجول ډېر مشکل کار دي.

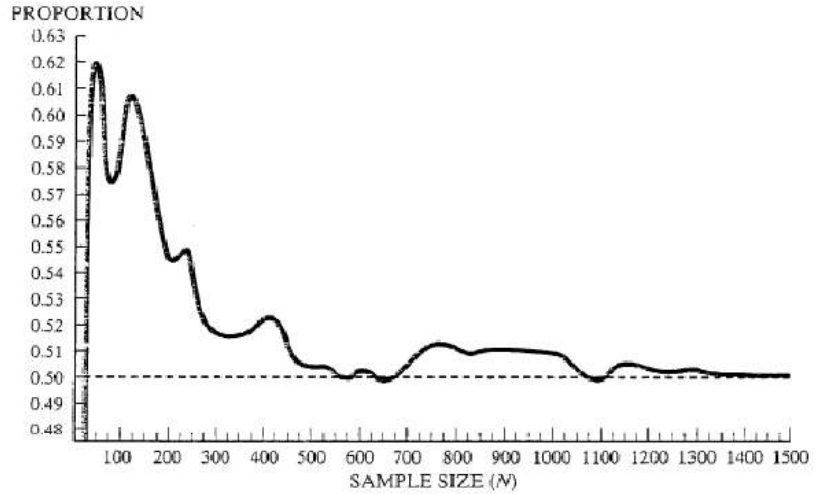
2-3 مثال

د شخصي کمپیوټرونو (pc) د خرڅون یو پلورنځي دوه نوعه شخصي کمپیوټرونه یوېي سټنډرډ ډیسکټاپ او بل لپټاپ په خرڅلاو رسوي، د پلورنځي خاوند ددي تصمیم باید ونیسي چې څومره یې د هرېو قسم څخه د خرڅلاو لپاره ذخیره کړي. یو مهم عامل چې د دی سوال د ځواب په حل کې مرسته کوي د مشتریانو هغه تناسب دي چې غواړي د دي هر نوعه کمپیوټرونو څخه یې خرید اري کړي. وښایاست چې څرنګه نو موړي تجربه په خپل چوکاټ کې د نمونې د نقاطو او



مشاهد) احتمال سنجوو، نو زمونږ استدلال به دا وي، که چېرې یو سالمه سکه ډېر ځله هم وغورځول شي نو د نمونې د نقطو (د یو شیر او یو خط مشاهده) نسبي فریکونسي یې په یو شان یعني 0.5 سره واقع کېږي. چې استلال مو په 3,2 شکل کې ښودل کېږي.

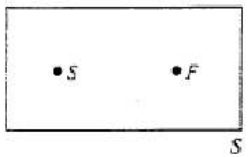
لاندې شکل د هغه د فعا تو شمیر نسبي فریکونسي چې شیر پکې واقع شوي وي راښائي، په هغه وخت کې چې سکه N ځله پورته غورځول (په کمپیوټر) شوي وي په داسي حال کې چې سکې غورځولو N حد اقل 25 او حد اکثر 1500 ځله صورت نیولي وي. کولای شي چې وګوري کله چې N لوي وي (یعني 1500 =N) نو نسبي فریکونسي یې 0.5 ته تقرب کوي. نو د سکې د غورځولو د نمونې د هري نقطې لپاره احتمال 0.5 دي.




کېدای شي چې په ځینو تجربو کې د نمونې د نقاطو د نسبي فریکونسي په اړه لږ او هیڅ معلومات ونه لرو. په نتیجه کې، مونږ باید د عمومي معلوماتو پر بناء د تجربې د نمونې د نقاطو لپاره باید احتمال

تعین کړو.

د مثال په توګه، که چېرې په یو خطری کاروبار کې پانګه اچونه مو د نظرور تجربه وي او داسي مشاهده کړو چې یا به کامیابي وي او یا به ناکامي، چې د نمونې فضا یې په 3,3 شکل کې ښودل کېږي.



(c) ketabton.com: The Digital Library



دنمونې د فضا په لرلو سره تنظیم کولای شو او همدارنګه د نمونې د نقطولپاره د هغوی احتمالات تعین کړي.

حل:

که چېرې مونږ د مشتري اصطلاح دهغه کس لپاره وکارو چې یود دغه دوه ډوله کمپیوترونو څخه خریداري کوي او تجربه داسې تعریف کړو، چې یومشتري دغه تجربې ته ورداخلېږي اومشاهده کوي چې کوم ډول کمپیوتر خریداري کړي نوددي تجربې د نمونې په فضا کې د نمونې دوه نقاط وجود لري:

D: (مشتري یودانه ډیسکټاپ کمپیوتر خریداري کوي)

L: (مشتري یودانه لپ ټاپ کمپیوتر خریداري کوي)

کله چې مونږددي دواړو نمونوي نقطولپاره احتمال سنجوو نوددي اودسکي دغورځولوتجربي ترمینځ فرق وجود لري. نود D دنمونې نقطې لپاره څومره احتمال تعینولای شو؟ که چېرې څواب مو 0.5 وي نوددي معنې داده چې د دواړو نقطو یعني D اوL لپاره یوه اندازه احتمال وجود لري. لکه د سکي دغورځولو په تجربه کې چې د نمونې د دواړو نقطو (شیر او خط) لپاره تاکل شوي وو. ولې د شخصي کمپیوترونو د خرڅلاو په تجربه کې د نمونې د نقاطو احتمال سنجول اسانه کارنه دي.

فرض کړئ چې د پلورنځي د خرڅلاو ریکارد په ګوته کوي چې مشتریان 80% د ډیسکټاپ کمپیوترونه خریداري کوي. نوپه منطقي ډول مناسبه ده چې ووایود D دنمونې نقطې احتمال 0.8 او د L نقطې احتمال 0.2 دي نوددي ځایه لیدلای شوچې دنمونې د نقطو احتمال همیشه لپاره یوشان نه وي اوددي ډول احتمال سنجول پیچیده کاردي اوخصوصاً د هغه تجربولپاره چې د واقعي کړنو لپاره په کار ورل کېږي (برخلاف د سکی د غورځولو دتجربې).

که څه هم د نمونې د نقطود احتمال تاکل اکثره د هغوی د اهمیت له پلوه صورت نیسي اودا معمولاً د نمونې دنقطو د احتمالاتو مجموعه ده چې په 3-3 مثال کې په ښه ډول واضح کېږي.

3-3 مثال: یوسالم ګاتي (دیس) پورته غورځول کېږي او پورته مخ یې ترغورلاندې نیول کېږي. که چېرې پورته مخ یې جفت وي نوتاسو یوډالر ګټي اوکه نه نو یوډالر دلاسه ورکوي. د ګټلو احتمال موخومره دي؟

حل: دبیا ویلو وړه چې ددې تجربې د نمونې په فضا کې شپږ د نمونې نقطې وجود لري.

S :{ 1, 2, 3, 4, 5, 6}

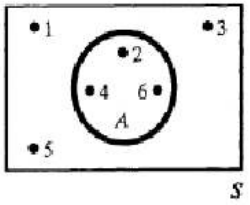
څرنګه چې ګاتي یوسالم ګاتي دي نودنمونې په فضا کې د نمونې د هر نقطې لپاره 1/6 احتمال وجود لري. که چېرې د نمونې د نقطو څخه لکه د 2 مخ مشاهده، د 4 مخ مشاهده او د 6 مخ مشاهده واقع شي یوجفت عدد به واقع شوي وي چې ددې ډول نمونې د نقطومجموعه د حادثې



(event) په نوم یادېږي چې مونږ یې د A په توري ښایو اود A حادثه د نمونې د دري نقطو لرونکي ده (هرنقطه یې د 1/6 احتمال لرونکي) په داسې حال کې چې دنمونې یوه نقطه هم په یووخت نه ده واقع شوي او مونږ استدلال کوو چې د A حادثې احتمال د A په حادثه کې د شاملونمونوي نقاطود احتمالاتو د مجموعي څخه عبارت دي. نود A دحادثې احتمال:

1/6+1/6+1/6 = ½

په دې معني چې په اوږده موده کې کولای شي نیمای ځل کې یوډالر وګټي او یا یې په بل نیمایي کې دلاسه ورکړي.




4-3 شکل یو وین ډیاګرام دي چې د ګاتي د غورځولو په تجربه کې د نمونې فضا اود A حادثه (چې دیوجفت عدد مشاهده) تشریح کوي. د A حادثه د S د نمونې په فضا کې د یوترلي شکل په وسیله ښودل کېږي او دا ترلي شکل دتولو هغه نقطو لرونکي دي چې د A حادثه تشکیلوي.

ددې تصمیم نیولو لپاره چې د نمونې کومې نقطې د A په حادثه کې شامل دي نود S نمونې په فضا کې د نمونې هره نقطه د ازمایښت لاندې نیسو. که چېرې د A حادثه واقع شي بیا هغه نقطې چې د A په حادثه کې شاملې دي (جفت اعداد) چې د ګاتي د غوزولو په تجربه کې صورت نیسي لکه د 2 مشاهده، د 4 مشاهده او همدارنګه د 6 مشاهده د A په حادثه کې شامل دي.

په لنډه توګه، مخکې موخرګنده کړه چې کولای شو یوه حادثه د الفاظو په واسطه اویا کېدای شي دنمونې د نقاطود یومعلوم ست پواسطه یې تعریف کړو. دا مطلب مو دحادثې کلي تعریف ته چې په لاندې ډول دي رسوي.

تعریف: یوه حادثه (event) د نمونې د نقاطود خصوصي مجموعي څخه عبارت دي.

4-3 مثال:

د دوه غیرومتوازنوسکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. څرنګه چې سکه غیرمتوازنه ده نود هغې د نتیجو (T اوH) احتمال یوشان نه دي فرض کړي، چې د نمونې د نقطوپورې مربوط درست احتمالات په لاندې جدول کې درکړل شوي دي.

(نوټ: د نمونې د نقاطو د احتمال دمعلومولو لپاره لازم خواص په لاس راورل شوي دي)

لاندې حادثې په نظر کې ونیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library



A: (واقعاً د یو شیر مشاهده)

B: (حد اقل د یو شیر مشاهده)

د A او B لپاره احتمال (probability) سنجش کړي.

| احتمال | شیر او خط حالات (د نمونې نقاط) |
|---|---|
| $\frac{4}{9}$ | HH |
| $\frac{2}{9}$ | HT |
| $\frac{2}{9}$ | TH |
| $\frac{1}{9}$ | TT |

حل: د A حادثه چې د HT او TH نمونې د نقاطو لرونکي ده، څرنګه چې دوه یا ډېر د نمونې نقاط په عین وخت کې نه شي واقع کېدای. کولای شو چې د A د حادثې احتمال د نمونې د دوه نقاطو د احتمال د جمع د حاصل څخه په لاس راوړو، نو په دې اساس واقعاً د یو شیر د مشاهدې احتمال (د A حادثه) چې د P(A) سمبول پواسطه ښودل کېږي عبارت دي له:

P (A) = P (Observe HT) + P (Observe TH) = 2/9+2/9=4/9

همدارنګه د B حادثه د HH, HT او TH د نمونې د نقاطو لرونکي دي:

P(B) = 4/9+2/9+2/9 = 8/9

مخکې مثال مونږ ته د A د حادثې د احتمال د پیدا کولو عمومي طریقه راښائي.

## ۲،۵- د یوې حادثې احتمال Propability of an Event

د یوې حادثې (A) احتمال د سنجش د نمونې په فضا کې د نمونې د نقاطو د احتمال د مجموعې څخه په لاس راځي. چې کولای شو د یوې حادثې د احتمال د سنجش مراحل په لاندې توګه خلاصه کړو.

## ۲،۲- د یوې حادثې د احتمال د سنجش ګولو مرحلې

## Steps for Calculating Probabilities of Events

1. د تجربې تعریف، یعنې هغه عملیه چې د یوې مشاهدې د جوړولو لپاره په کار وړل کېږي او د مشاهدې نوعیت چې باید په ثبت ورسېږي.
2. د نمونې د نقاطو لړلیک کول.
3. د نمونې د نقاطو د احتمال په لاس راوړل.
4. په نظر کې نیول شوې حادثې کې د نمونې د نقاطو د مجموعې په لاس راوړل.
5. د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د نمونې د نقاطو احتمال سره جمع کوو.



3, 5 مثال: په ورو ستو کې د امریکا د متحده ایالاتو په کاروبار کې کارمندانو مختلف روزنیز کورسونه اخستې دي. USA Today (Aug.15.1995) مجله رپورټ ورکوي چې د دې ډوله روزنیز کورسونو د جوړولو اساسي دلیل چې کاروبارونه یې پیش کوي د هغوی د ستراتیژیکو پلانونو برخه ده چې دغه دلیلونه په 2,3 جدول کې خلاصه شوي دي. فرض کړي چې یو کاروبار د متحده ایالاتو د کاروبارونو څخه چې دلایل یې په ګوته شوي او د کورس د اخستلو لپاره په اتفاقي ډول انتخاب شوي دي.

A هغه تجربه تشریح کړي چې د 2,3 جدول ارقام یې مینځ ته راوړي دي او د نمونې د نقطو لړلیک یې ولیکي.

3, 2 جدول: د مختلفو کورسونو لپاره اساسي دلایل

| دلیل | سلنه |
|---|---|
| د غړو د سیاست سره موافق کیدل (CCP) | 7 |
| د مولدیت زیاتوالي (IP) | 47 |
| په رقابت کې پاتې کیدل (SC) | 38 |
| تولنیز مسولیتونه (SR) | 4 |
| داسې نور موضوعات (O) | 4 |
| مجموعه | %100 |

B: د نمونې نقطو لپاره احتمالات تعین کړي؟

C: څومره احتمال لري چې دزده کړي د مختلف کورسونو لپاره اساسي دلایل د تجارت پورې مربوط دي یعنې رقابت یا مولدیت پورې مربوط وي؟

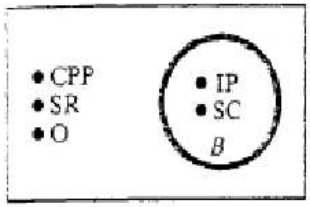
D. د دې څومره احتمال دي چې د تولنیز مسولیت اساسي دلایل د زده کړي د مختلف کورسونو په هکله صحت ونلري؟

حل:

A. نومړي تجربه د متحده ایالاتو په کاروبارو کې د کارګرانو د زده کړي مختلف کورسونو لپاره د اساسي دلایلو په عمل کې تعینول دي. د نمونې نقاط، د تجربې ساده ترین نتایج دي چې 2,3 جدول کې په پنځه کتګوریو ویشل شوي دي چې د نمونې دغه نقاط په 5,3 د وین دیاګرام په شکل کې ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library






B. که چېرې (د 1,3 مثال په شان) په دي تجربه کې هم دتولولپاره یوشان مساوي احتمالات وټاکو نوددي کتګوري هر جواب یوپرپنځه (1/5) یا 0.2 احتمال لري، ولي 2,3 جدول ته په کتو سره معلومېږي چې ددي سوالونولپاره یوشان احتمال ټاکل مناسبه نه ده ځکه په دغه پنځه کتګوریو کې حتی په تقریبي ډول هم د ځوابانو یوشان سلني (فیصدي) وجود نه لري. نومناسبه ده چې د کلاس لپاره احتمال د هغې د سلني له مخې په لاس راوړو. چې په 3,3 جدول کې ښودل کېږي.

TABLE 3.3 Sample Point Probabilities for Diversity Training Survey

| Sample Point | Probability |
|---|---|
| CPP | .07 |
| IP | .47 |
| SC | .38 |
| SR | .04 |
| O | .04 |

C. راځي چې د B سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې د اساسي دلیل د زده کړې د مختلفو کورسونو لپاره د کاروبار مربوط دي. B د نمونې نقطه نه ده ځکه چې د تصنیف شوي (د نمونې نقاط) زیاتو ځوابونو څخه تشکیل شوي دي چې په 5,3 شکل کې ښودل کېږي او راښائي چې د B د دوه نقطو (IP او SC) څخه تشکیل شوي دي. د B د احتمال د پیدا کول د هغې د نمونې د نقاطو (په B کې شامل) د احتمالاتو د جمع څخه په لاس راځي.

$$P(B) = P(IP) + P(SC) = 0.47 + 0.38 = 0.85$$

D. راځی چې د NSR سمبول د هغه حادثې لپاره استعمال کړو چې تولنیز مسولئیت د مختلف روزینز کورسونو لپاره اساسي دلیل نه دي. نو د NSR کې د نمونې ټول نقاط په استثنا د SR شامل



دي اود احتمال یې عبارت دي د هغه ټولو نمونو د نقطو د احتمالاتو د مجموعي څخه چې په نوموړي حادثه کې شامل وي.

$$P(NSR) = P(CPP) + P(IP) + P(SC) + P(O)$$
$$= 0.07 + 0.47 + 0.38 + 0.04 = 0.96$$

3-6 مثال:

تاسو یوه اندازه پانګه لري او غواړي چې د خلورو څخه په دوه تصدیو کې یې په کارواچوي په داسي حال کې چې په تقریبي ډول هره تصدي د پانګې اچونې په خاطر دیوې اندازه پانګې غوښتنه کوي. تاسو په دې نه پوهېږي چې کوم د دواړه پانګې اچونو څخه به بالاخر کامیابي ترلاسه کوي او کومې دوه به ناکامېږي. نوپدې اړه موځیرنه پیل کړه ځکه چې تاسو فکر کوي چې ستاسو ځیرنې به د کامیابي د احتمال انتخاب چې کاملاً په اتفاقي ډول انتخابېږي زیات کړي او بالاخره په دوه پانګو اچونو اقدام کوي. د خلورو پانګواچونو د جملې څخه دوه بهترینو پانګه اچونو لپاره ستاسو تیت ترین احتمال څه دي؟

یعني که چېرې تاسو کوم معلومات چې تاسو د ځیرې په وسیله راجمعه کړي استعمال نه کړي او دوه تصدي په اتفاقي ډول انتخاب کړي، نو څومره احتمال دي چې تاسو به دوه کامیابي تصدي انتخاب کړي؟ او ددي څومره احتمال دي چې په انتخاب شوي تصدیو کې به یوه کامیابه وي؟

حل:

دوه کامیابي انتخاب شوي تصدي د S1 او S2 پواسطه او دوه ناکامي تصدي د F1 او F2 په واسطه ښودل کېږي. د خلورو تصدیو څخه په اتفاقي ډول د دوو انتخاب د تجربې څخه عبارت دي اود تصدیو هره مناسبه جوړه د نمونې یوه نقطه ده او د نمونې هغه شپږ نقطې چې د نمونې فضا تشکیلوي عبارت دي له:

1. (S1, S2)
2. (S1, F1)
3. (S1, F2)
4. (S2, F1)
5. (S2, F2)
6. (F1, F2)

ورپسې مرحله د نمونې د نقاطو د احتمال لاس ته راوړل دي. که داسي فرض کړو چې دیوې جوړې د انتخاب احتمال دبلې جوړې د احتمال سره یوشان دي، نو د نمونې د هرې نقطې احتمال 1/6 دي. اوس لټوو چې وګورو د نمونې کومې نقطې په هغه انتخاب کې شاملېږي چې دوه تصدي

(c) ketabton.com: The Digital Library



کامیابي دي. دا ډول صرف دنمونې یوه نقطه د S1,S2 په نوم وجود لري، نود څلورو تصدیو څخه د دوو کامیابو تصدیود انتخاب احتمال عبارت دي له:

P (S1, S2) = 1/6

دهغه حادثې انتخاب چې حداقل یوه یې د دوو څخه کامیابه وي، په استثناء د (F1,F2) دنمونې ټول نقاط په برکې نیسي.

) Pحد اقل دیوې کامیابي تصدي انتخاب + P (S1,F2) + P (S1,F1) + P(S1,S2) = )

P (S2, F1) + P (S2, F2) = 1/6 + 1/6 + 1/6 +1/6 + 1/6 = 5/6

په اتفاقي ډول انتخاب کې، د دوه کامیابو تصدیود انتخاب احتمال به 1/6 او د دوو کامیابو تصدیو څخه حداقل د یوې د انتخاب احتمال د 5/6 سره برابردي.

په تیرو مثالونو کې یوشي مشترک او هغه داوو چې دهري نمونې په فضا کې د نمونې نقاط لږ وو نوپدي اساس دنمونې د لږو نقاطو تعریف او لیست کول اسانه کار دي ولي کله چې دنمونې نقاط زرګونو یا ملیونو ته ورسېږي بیا څنګه کولاي شو چې دغه کار کنټرول کړو. دمثال په ډول، تاسو غواړي چې دیو ګروپ (زرو) کاروباري تصدیو څخه پنځه دانې انتخاب کړي، او د پنځه تصدیو هرمختلف ګروپ د نمونې دیوه نقطه تشکیل کړي. نوځرنګه کولاي شي چې دي تجربې پورې مربوط د نمونې نقاط تعین کړي؟

دیوې پیچیده تجربې د نمونې دنقاطو د معلومولو لپاره د شمارکولو (counting) میتود په کارورل کېږي.

دموضوع شروع د تجربې د ساده تعبیر څخه شروع کوو. دمثال په ډول، اوګورې که چېرې غواړې د شمارکولو لپاره یوتعداد لاري په کار یوسي چې د څلورو تصدیو څخه دوه انتخاب کړي (دا ټول هغه څه دي چې په 3-6 مثال کې ترسره شول). که چېرې تصدیګاني د V1,V2,V3 او V4 په سمبولونو وښودل شي نود نمونې نقاط په لاندې توګه لست کېدای شي:

$(V_1, V_2)$ $(V_2, V_3)$ $(V_3, V_4)$
$(V_1, V_3)$ $(V_2, V_4)$
$(V_1, V_4)$

نمونې ته پاملرنه وکړي او نورپیچیده مسایل وخیړي یعني د پنځه تصدیو څخه دري نمونه کړي، د نمونې نقاط تعین او ماډل مشاهده کړي او بالاخره وګوري که چېرې کولاي شي قضیه په عمومي ډول استنباط کړي. شاید وکولاي شي چې د زردانو دمجموعې څخه پنځه نمونود شمار کولو او پروګرام کولو په خاطر کمپیوتر په کار یوسي.



دوهم میتود چې دیوې تجربې د نمونې دنقاطود تعداد د معلومولو لپاره په کارورل کېږي ترکیبي ریاضي (combinatorial mathematics) ده. دریاضي دا ډول دډغسي حساب کولو لپاره د حساب خاص قواعد لري. دمثال په توګه، دلته د پنځه تایي نمونو د تعداد د پیدا کولو لپاره چې د زردانو له مینځه انتخابېږي یوه اسانه قاعده وجود لري چې دا قاعده د ترکیبي قاعدي (combinatorial rule) په نوم یادېږي چې په لاندې فرمول سره ښودل کېږي:

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

دلته N په یوجمیعت کې د عناصرو شمیر، n په نمونه کې دعناصروشمیر او د فکتوریل علامه (!) لاندې معني افاده کوي:

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(3)(2)(1)$$

$$,5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

(د صفر فکتوریل مساوي د یوسره دي)

مثال:

مثال ته وګورې په کوم کې چې مونږ د څلورو څخه دوه تصدي د پانګې اچونې په توګه انتخاب کړي. دشمیر د ترکیبي قاعدي (فکتوریل) په استعمال سره معلومه کړي چې څومره مختلف انتخابه صورت نیسي.

حل: ددې مثال لپاره N=4، n=2 نولیکلاي شو چې:

$$\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(2 \cdot 1)} = 6$$

څرنګه چې لیدل کېږي دلته د نمونې دنقاطو شمیر دهغه تعداد سره یوشان دي چې د پورتنۍ د پانګې اچونې په مثال کې په لاس راورل شوي وو.

مثال:

فرض کړي چې تاسو پلان لري په هریود پنځه کاروباري تصدیو کې یوشان پانګه اچونه وکړي، په داسي حال کې چې د انتخاب لپاره 20 تصدي په اختیار کې لري چې د هغې څخه انتخاب وکړي. څومره د پنځه تایي مختلفي نمونې د 20 تصدیو څخه انتخابولي شي؟

حل:

په دي مثال کې N= 20 او n= 5 ، نود 20 تصدیو څخه د 5 مختلفو نمونه داسي په لاس راورلاي شو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



ښودل کېږي A∪B کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې د A او B دواړو پورې تړاو ولري. چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي.

مثال:

دګاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي او لاندې حادثې تعریف کړي:

A: (دیو عدد جفت غورځونه)

B: (د 3 سره مساوي او تري کوچني عدد لپاره غورځونه)

الف: د تجربې لپاره AUB تشریح کړي.

ب: د تجربې لپاره A∩B تشریح کړي.

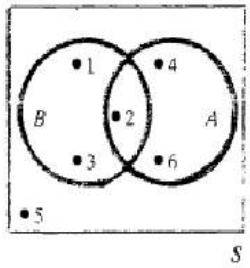
ج: د تجربې لپاره P(AUB) او P(A∩B) محاسبه کړي او داسې فرض کړي چې ګاتي سالم دي.

حل:

وین ډیاګرام لکه په لاندینۍ شکل کې چې ښودل کېږي رسمو.

الف: د A او B د اتحاد حادثه، که چېرې مونږ یا یو جفت عدد، کوچني د درې یا مساوي د 3 سره یا دواړه واقع کېږي کوم چې د ګاتي د غورځولو له مخې رامینځ ته کېږي دا حادثه هم رامینځ ته کېږي په نتیجه کې، د AUB پورې مربوط د نمونې نقاط هغه دي چې د هغې په وسیله A واقع کېږي، B واقع کېږي یا دواړه A او B سره واقع شي. د نمونې په فضا کې د نمونې د ټولو نقاطو د پیدا کولو لپاره مونږ د A او B په اتحاد کې د ټولو نمونې نقاطو مجموعه پیدا کوو. لکه

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$




ب: د A او B تقاطع هغه حادثه ده که چېرې مونږ دواړه یو جفت عدد او یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د 3 سره مساوي چې دیو واحد ګاتي د غورځولو په نتیجه کې واقع د مشاهدې لاندې ونیسو دا حادثه واقع کېږي.

د نمونې د نقطې د معلومولو لپاره چې وګورو کومو دلایلو په اساس دواړه حادثې A او B واقع شوي دي لیدل کېږي چې دغه تقاطع صرف د نمونې د یوې نقطې لرونکي ده.



$$\binom{20}{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5!15!}$$

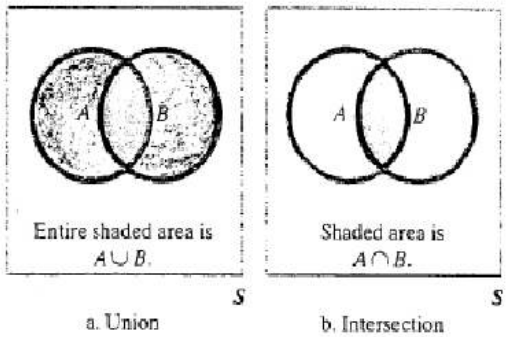
$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)(15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)} = 15,504$$

د $\binom{N}{n}$ امعني داده چې د N ترکیبي عناصرو څخه د n په تعداد په نوبت سره اخستل شوي دي چې د ډېرو حسابي قواعدو څخه یوه قاعده ده چې د ترکیبي علم د ریاضي پوهانو په وسیله مینځ ته راغلي دي. د حساب دا قاعده هغه وخت په کار وړل کېږي چې په یوه تجربه کې د N تعداد مجموعي عناصرو څخه د n تعداد عناصر (مخکې له دي چې هر عنصر انتخاب شي) انتخابېږي که چېرې علاقه لري چې په مختلفو تجربو کې د نمونې د نقطو د انتخاب نورمیتودونه زده کړي نو یوځو د حساب کولو قواعد د A په ضمیمه کې مونږ لاړ شي.

## ۲- اتحاد او تقاطع Unions and Intersection

کېدای شي اکثره حادثې په ترکیبي ډول د دوه یا زیاتې حادثو څخه لاس ته راغلي وي. داسې حادثې د ترکیبي حادثو (compound events) په نامه یادېږي چې په دوه ډوله جوړېدای شي چې په لاندې ډول سره تعریف کېدای شي.

تعریف: د دوه حادثو A او B اتحاد که چېرې دیوې حادثې د A، B اویا دواړه وقوع د تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع شي د نومورې حادثه هم د واقع کېږي. مونږ د دوو حادثو اتحاد د AUB سمبول په واسطه ښایو. AUB کې ټول هغه حادثات شامل دي چې د A، B او یا دواړو پورې تړاو ولري. (3,6a شکل کې لیدل کېږي)




a. Union b. Intersection

تعریف: د دوه حادثو A او B تقاطع هغه وخت واقع کېږي کله چې دواړه A او B دیوې تجربې د واحد اجراء په صورت کې واقع کېږي نومورې حادثه هم واقع کېږي. چې د A او B حادثو تقاطع د A∩B

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$A \cap B = \{2\}$$

ج: د بیا ویلوورده چې د یوې حادثې احتمال عبارت د هغه دنمونې د نقاطو د احتمالاتو څخه چې نوموړی حادثه تري تشکله شوي وي مونږ لرو چې:

$$P(A \cup B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(6)$$
$$= 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 5/6$$

او

$$P(A \cap B) = P(2) = 1/6$$

یو بل مثال: زیاتي تصدیګاني د خپلو محصولاتو د پرمخ بیولو په خاطر په مستقیم ډول د بازار موندنې په عملیاتو لاس پورې کوي. چې دا عملیات په نمونوي ډول میلیونو کورنیو ته د برښنا لیک معلوماتو په ډول استول کېږي. د خواب ورکونکو د ډیموګرافیکي خصوصیاتو د معلومولو لپاره د څوابونو اندازه په غور سره د ارزیابي لاندې نیول کېږي.

سوالونو ته د ځواب ویلو د تمایلاتو د مطالعې په اساس تصدیګاني بهتره کولای شي چې د راتلونکې په خاطر د برښنا لیکونو لپاره د جامعې هغه برخه تعین کړي چې د هغوی د محصولاتو د خریداري احتمال په کې زیات وي.

فرض کړي چې د برښنالیکونو په اساس د فرمایشاتو توزیع کوونکي وروستني برښنا لیکونه تحلیلوي. دا باور وجود لري چې د ځوابونو احتمال د خلکو د عاید د سطحې او عمر پورې اړه لري چې د ټولو ځواب ورکوونکو سلنې بیې چې د برښنا لیکونو په واسطه رسیدلي دي د عمر او عاید په اساس صنف بندي شوي دي چې په 3-4 جدول کې ښودل کېږي.

TABLE 3.4 Percentage of Respondents in Age-Income Classes

| | Income | | |
|---|---|---|---|
| Age | <$25,000 | $25,000–$50,000 | >$50,000 |
| < 30 yrs | 5% | 12% | 10% |
| 30–50 yrs | 14% | 22% | 16% |
| > 50 yrs | 8% | 10% | 3% |

لاندې حادثات تشریح کړي.

A: (د یو ځواب ورکونکي عاید د 50000 ډالرو څخه زیات دي)

B: (د یو ځواب ورکوونکي عمر 30 یا د 30 څخه زیات دي)



a. P(A) او P(B) پیدا کړي.

b. P (AUB) پیدا کړي.

c. P (A∩B) پیدا کړي.

حل:

د حادثاتو د احتمالاتو د سنجولو لپاره لاندې مراحل په نظر کې نیول کېږي. اول په یاد باید ولروچې د برښنالیک لیږونکو اصلي هدف د ځواب ورکونکو دعاید او عمر مشخص کول دي. ددې کار کولو لپاره مونږ تجربه دیو انتخاب شوي عنوان چې د ټولو ځواب ورکونکو د مجموعي څخه یو ځواب ورکونکي عمر او عاید په داسې ډول تعریف کوو او مشاهده کوو چې د نوموړي عمر او عاید په کوم کلاس کې قرارلري. د نمونې نقاط د عمر او عاید د 9 مختلفو صنفونو څخه تشکیل شوي دي.

$E_1$: {<30 yrs. <$25.000}  $E_4$: {<30 yrs. $25.000–$50.000}  $E_7$: {<30 yrs. >$50.000}
$E_2$: {30–50 yrs. <$25.000}  $E_5$: {30–50 yrs. $25.000–$50.000}  $E_8$: {30–50 yrs. >$50.000}
$E_3$: {>50 yrs. <$25.000}  $E_6$: {>50 yrs. $25.000–$50.000}  $E_9$: {>50 yrs. >$50.000}

ورپسې، د نمونې د نقاطو احتملات په لاس راوړو. که چېرې په پتوستر ګویو د ځواب ورکونکو څخه انتخاب کړو، نو د هغې احتمال د هغې د عمر او عاید په تناسب یا د نسبي فریکونسي په اندازه د ځواب ورکونکو په صنف بندي کې قرارلري چې دا تناسب د سلنو په ډول په 4,3 جدول کې ښودل کېږي.

P (E1) = د عمر او عاید په کلاس کې د ځواب ورکونکو نسبي فریکونسي

$$P(\{<30 \text{ yrs}, <\$25{,}000\}) = .05$$
$$P(E_2) = .14$$
$$P(E_3) = .08$$
$$P(E_4) = .12$$
$$P(E_5) = .22$$
$$P(E_6) = .10$$
$$P(E_7) = .10$$
$$P(E_8) = .16$$
$$P(E_9) = .03$$

شاید ثبوت کړي چې د نمونې د نقطو مجموعي احتمال باید (1) سره مساوي وي.

a. د P(A) د پیدا کولو لپاره د A په حادثه کې د موجودو نمونوي نقاطو مجموعه په لاس راوړو. ځرنګه چې A داسې {$ 50000<} تعریف شوي دي چې د 3,4 جدول په اخرستون کې ښودل کېږي

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې د A حادثه د دري نمونې نقاطو درلودونکي دي په لفظي ډول، د A حادثه د عاید د {>$ 50000} او د ټول عمر په دري صنفونو کې شامل ده او د A د حادثې احتمال د A په حادثه کې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعې څخه عبارت دي:

$$P(A) = P(E_7) + P(E_8) + P(E_9) = .10 + .16 + .03 = .29$$

په همدې ترتیب، {≥30 yrs} = B د نمونې د شپږ نقطو لرونکي دي چې د 4-3 جدول په دویم او دریم قطار کې وجود لري.

$$P(B) = P(E_2) + P(E_3) + P(E_5) + P(E_6) + P(E_8) + P(E_9)$$
$$= .14 + .08 + .22 + .10 + .16 + .03 = .73$$

b. د A او B د حادثو اتحاد، په AUB په حادثه کې د نمونې ټول نقاط که هغه د A سره یا B سره او یا دواړو پورې مربوط وي شامل دي. د A او B په اتحاد کې ټول هغه ځواب ورکونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمریې 30 او یا د 30 څخه زیات وي. چې دا ټولې نقطې د 3,4 جدول په دریم کالم یا په اخرني دوه قطارونو کې پیدا کولای شي. نو په دې ترتیب:

$$P(A \cup B) = .10 + .14 + .22 + .16 + .08 + .10 + .03 = .83$$

c. د a او b د حادثې تقاطع، یعني A∩B حادثه کې ټول هغه د نمونې نقاط شامل دي چې دواړه A او B یې په برکې نیسي. (یعني د نمونې هغه نقاط چې د A او B په مینځ کې مشترک وي). د A او B تقاطع کې ټول هغه ځواب ورکوونکي شامل دي چې عاید یې د 50000 څخه زیات او عمریې 30 او یا زیات وي. چې دا د نمونې نقاط د 3,4 جدول په دریم ستون او په اخرنی دوه قطارو کې پیدا کېږي. په دې ترتیب:

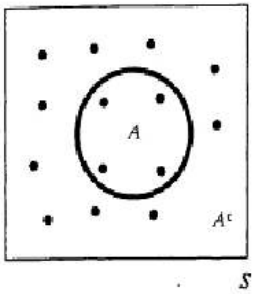
$$P(A \cap B) = .16 + .03 = .19$$

## مکملي حادثې COMPLEMENTARY EVENTS

د حادثاتو د احتمال د سنجولو لپاره یو بل مهم مفهوم د مکمل حادثاتو څخه عبارت دي.

7,3 تعریف: د A حادثې مکملتیا هغه حادثه ده چې د هغې واقع کیدل د بلې د واقع کیدو پورې اړه ونه لري. یعني د نمونې هغه نقاط په برکې نیسي چې د A په حادثه کې شامل نه وي. چې مونږ د A د حادثې پشپړتیا په Ac سره ښایو.






د A حادثه د نمونې د نقاطو د یوې مجموعه ده چې په هغې کې د Ac د نمونې د نقاط نه شامیلېږي چې په 3,8 شکل کې ښودل کېږي. په یاد ولرئ چې د A او Ac د نمونې د نقاط د S د نمونې نقاط تشکیلوي په داسې حال کې چې A او Ac یو په بل کې مشترکه نقطه نه لري. ددې ځایه پوهیږو چې د یوې حادثې احتمالات او د هغې د مکملي (complement) مجموعه د 1 سره باید مساوي وي.

## ۲،۹- د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل

## Summing Probabilities of Complementary Events

د مکملو حادثاتو د احتمالاتو د جمع حاصل د 1 سره مساوي وي. یعني

$$P(A) + P(A^c) = 1.$$

په زیاتو احتمالي مسائلو کې په نظر کې نیول شوي مکملي حادثې د احتمال سنجول پخپله د هغه حادثې د احتمال د سنجش په نسبت اسانه وي. داځکه چې

$$P(A) + P(A^c) = 1$$

ددې رابطې څخه په استفاده کولای شو چې P(A) سنجش کړو.

$$P(A) = 1 - P(A^c).$$

3-11 مثال: د دوو سالمو سکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسي. د مکمل رابطې څخه په استفاده د A حادثه (حد اقل د یو شیر مشاهده) سنجش کړئ.

حل: پوهیږو چې د A حادثه (حد اقل د یو شیر مشاهده) کې لاندې د نمونې نقاط نغښتي دي.

$$A: \{HH, HT, TH\}$$

د A مکمله حادثه کله چې د هغې په واقع کیدو سره د A حادثه واقع نه شي. نو

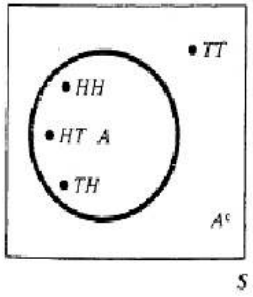
Ac: [ ] = [TT] نه مشاهده شیر یو هیڅ

دا مکملي (complementary) دا رابطه په 9,3 شکل کې ښودل کېږي او داسې فرض شوي دي

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې سکه منظمه دد




$$P(A^c) = P(TT) = 1/4$$

اوهمدا رنګه

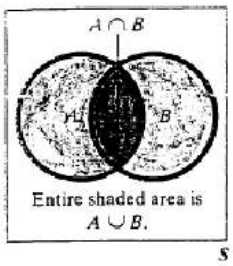
$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 1/4 = 3/4.$$

## ۲،۱۰- د جمع قاعده او نا سازګاره حادثات

## THE ADDITIVE RULE AND MUTUALLY EXCLUSIVE EVENTS

په 2,3 برخه کې موولیدل چې تعین کړو کوم دنمونې نقاط په یو اتحاد کې شامل دي او څرنګه د یو اتحاد احتمال په هغه کې د شاملو نمونې نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه په لاس راوړو. همدارنګه ممکنه ده چې د دوو اتحادي حادثو احتمال د احتمالاتو د جمع دقاعدي( additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړو.

اکثره وخت د دوو حادثو اتحاد د زیاتو نمونې نقاطو درلودونکي وي. څرنګه چې اتحاد هغه وخت واقع کېږي کله چې یوه یا دواړه هغه پورې مربوط حادثات واقع شي. وین ډیاګرام( venn diagram) (شکل 3,10) ته په کتو سره د A او B حادثو اتحاد لیدلای شي چې دهغوی اتحاد د دواړو حادثو یعني P(A) او P(B) د جمع کولو او A∩B دمنفي کولو څخه لاس ته راځي. نوددي لپاره، د دووا تحادي حادثو احتمال د سنجولو لپاره یو فرمول چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.






## د احتمال د جمع کولو قاعدي Additive Rule of Probability

د دوو حادثو یعني A او B د اتحاد احتمال د دي حادثو د احتمال د جمع حاصل منفي د A او B د حادثو
تقاطع څخه په لاس راځي.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

12-3 مثال: د یوروغتون د مریضانو ثبت ښائي چې 12% د مریضانو څخه د جراحي تاداوي لپاره، 12% د زایمان د تاداوي په خاطر او 2% د دواړو د جراحي او زایمان تاداویو لپاره داخل شوي دي. که چېرې نوي مریض په روغتون کې داخلېږي، څومره احتمال دي چې نوموړي مریض به د جراحي، زایمان او یا دواړو لپاره داخلېږي؟ د ځواب د موندلو لپاره د احتمال د جمع د قاعدي څخه استفاده وکړي.

حل: لاندې حادثات په نظر کې ونیسي.

A: (مریض چې د جراحي د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوي وي)

B: (مریض چې د زایمان د تاداوي په خاطر په روغتون کې داخل شوی وي)

د ورکړل شوي فرمول په اساس،

P (A) = 0.12

P (B) = 0.16

او د هغه حادثې احتمال چې مریض د دواړو یعني جراحي او زایمان لپاره داخل شوي دي

P (A∩ B) = 0.02

هغه حادثه چې مریض یا د جراحي، د زایمان او یا دواړو لپاره داخل شوي وي چې د AUB د اتحاد څخه عبارت دي چې د AUB احتمال د احتمال د جمع دقاعدي(additive rule of probability) څخه په استفاده لاس ته راوړلای شو لکه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = .12 + .16 - .02 = .26$$

یعني 26% دټولو مریضانو چې په روغتون کې د جراحي تاداوي لپاره، د زایمان د تاداوي اویا دواړو لپاره قبول شوي دي.

د A او B دواړو حادثاتو په مینځ کې یوه خاصه رابطه وجود لري، کله چې A∩B دنمونې کومه نقطه ونلري، نو په دي وخت کې مونږ A او B حادثه د ناسازګارو حادثاتو( mutually exclusive events) په نوم یادوو.

3, 8 تعریف

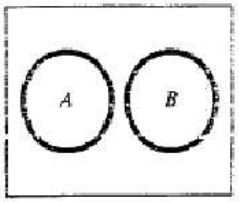
(c) ketabton.com: The Digital Library



د A او B حادثات هغه وخت ناسازګاره (mutually exclusive) حادثې وي کله چې A∩B حادثه د نمونې هیڅ یو نقطه احتوا نکړي یعنې په دې شرط چې د A او B حادثه هیڅ یوه مشترکه نقطه ونلري.

11, 3 شکل په یو وین ډیاګرام کې دوه ناسازګاره حادثې ښودل کېږي چې دواړه د A او B کومه مشترکه نقطه نلري او همدارنګه A او B دواړه حادثې په یو وخت نه واقع کېږي.

نو P(A∩ B) = 0 په اړه مونږ مهمې رابطې لرو چې په لاندې بکس کې ښودل کېږي.




## د دوو ناسازګاره حادثو د اتحاد احتمال

**Probability of union of tow Mutually Exclusive events**

که چیرې دوه حادثې A او B ناسازګاره حادثې وي نو ددې دواړو حادثو د اتحاد احتمال د A او B د حادثو د احتمالاتو د مجموعې څخه لاس ته راځي. نو

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

خبردارۍ، که چیرته دوه حادثې ناسازګاره نه وي نو په هغه وخت پورته فرمول درست نه دي او په هغه وخت کې چې دوه حادثې سازګاره (nonmutually exclusive) وي نو د احتمال د جمع د قاعدې څخه استفاده کول درته ضروري دي.

مثال:

د دوه سالمو سیکو د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسې. حداقل د یو شیر د مشاهدې احتمال په لاس راوړې.

حل: دا حادثات تعریف کړې.

A: (حداقل دیو شیر مشاهده)

B: (واقعاً دیو شیر مشاهده)

C: (واقعاً د دوو شیرونو مشاهده)

$$A = B \cup C$$

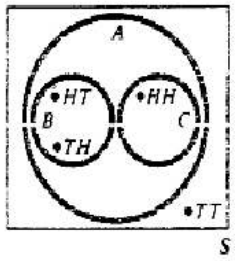
په یاد ولرې، چې



په داسې حال کې چې B∩C د نمونې هیڅ یوه نقطه په برکې نه نیسي چې په 12,3 شکل کې ښودل کېږي پس لهذا B او C حادثې سازګاره یا mutually exclusive حادثې دي. لکه

$$P(A) = P(B \cup C) = P(B) + P(C) = {}^1/_2 + {}^1/_4 = {}^3/_4$$

څرنګه چې د دوه سیکو د غورځولو پورتنۍ مثال ډېر ساده دی، خو دا مونږ ته رابنایي چې که چیرې د حادثاتو سره په لفظي ډول دا عبارت (حد اقل) یا (حد اکثر) نود ناسازګاره حادثاتو لپاره ډېر کتور دي. ددې عباراتو استعمال مونږ په دې قادروي چې د احتمالاتو د جمع د قاعدې له لارې د ناسازګاره حادثاتو احتمال په لاس راوړو.




## ۱۱.۲- شرطیه احتمالات CONDITIONAL PROBABILITY

هغه احتمالات، چې د حادثاتو د واقع کیدو نسبي فریکونسي یې په هغه وخت کې چې تجربه په زیاده اندازه تکرار شي، د بحث لاندې مونیول د غه ډول احتمالات د غیر شرطیه (unconditional probabilities) په نوم یاد ېږي، څکه چې هیڅ ډول شرط د ددې ډول احتمالاتو لپاره نه وي فرض شوي مګر هغه شرایط چې د تجربې پواسطه تعریف شوي وي.

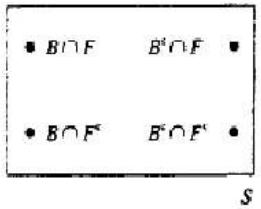
په دې ترتیب، اکثره مونږ زیات علم لرو چې ممکنه ده چې د یوې تجربې د نتایجو احتمال متاثره کړو، او اړتیا لرو چې د نظر وړ حادثه تعدیله کړو.

هغه احتمال چې دا ډول زیات علم منعکس کړي د حادثې د شرطیه احتمال (conditional probability) په نوم یاد ېږي. د مثال په ډول، و مولیدل چې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال (د A حادثه) دیو مناسب ګاټي د غورځولو په وخت کې ½ دي. بلکې فرض کړي هغه معلومات چې مونږ ته راکړل شوي چې دیو مشخص غورځولو په نتیجه کې یو عدد چې د 3 څخه کوچني او یا د درو سره مساوي وي په لاس راځي (3 حادثه). آیا اوس هم د هغه ګاټي د غورځولو په صورت کې د یو جفت عدد د مشاهدې احتمال د ½ سره مساوي دي؟ نه داسې نه ده، څکه چې د یوې فرضیې په توګه که B واقع شي د نمونې فضا د شپږو نقطو څخه درې نقطو ته راکوزوي (په دې معنی چې هغه د B په حادثه کې شاملېږي) چې دا د نمونې د فضا کموالي په 13,3 شکل کې ښودل کېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د افرمول د P(A∩B) احتمال په خپل اصلي ارزش د نمونې په توله فضا (S) کې د شرطیه احتمال سره په هغه فضا کې چې تنقص شوې ده B تنظموي. که چیرې په توله نمونې فضا کې د نمونې د نقاطو احتمال یوشان وي نو نومورې فرمول به په تنقص شوې فضا کې د نمونې د نقاطو لپاره یو شان احتمال تاکي. لکه د ګاتې د غورځولو په تجربه کې، د بل ارخه، که چېرې د نمونې نقاط یوشان د احتمال اندازه ونلري نو نومورې فرمول به شرطیه احتمالات د ټولې نمونې فضا په تناسب تعینوي چې دا مطلب په لاندې مثال کې په اسانۍ سره واضح کېدای شي.




مثال:

داسې فرض کړې چې تاسو خاورې دوړلو د یوې لوې برخې د تجهیزاتو د خرڅلاو احتمال په لاس راوړې، یو احتمالي مشتري په اړیکه کې دې راځي چې د F توري د هغه حادثې لپاره چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره کافی پیسې (یا کریډیت) لري استعمال کړو او Fc د F (هغه حادثه چې مشتري د دغه جنس د اخستلو لپاره لازم مالي توان نه لري) تکمیلونکي دي. همدا شان، B هغه حادثه ده چې مشتري د دې ارزو لري چې نومورې جنس لاس ته راوړي او Bc د B د حادثې تکمیلوني ده. نومورې تجربه د نمونې ځلور نقاط لري چې په پورتنۍ شکل کې ښودل کېږي چې احتمالات یې په 5,3 جدول کې ورکړل شوي دي.

د نمونې د نقاطو څخه په استفاده د یو مشتري د اخستلو احتمال پیدا کړي په دې شرط چې نومورې د دې توان لري چې اجناس راونیسي.

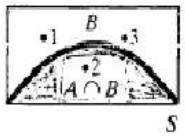
حل:

داسې فرض کړي چې د خپلو تولیداتو د خرڅلاو لپاره مو یوه لویه مجموعه د مشتریانو په نظر کې نیولې ده اوبیا د دې مجموعې څخه یو مشتري په اتفاقي ډول انتخابوي. د دې احتمال چې انتخاب شوې مشتري به تولیدات راونیسي څومره دي؟

د دې لپاره چې مشتري تولیدات راونیسي، اړینه ده چې مشتري مالي توان ولري او د رانیولو خواهش یې هم ولري چې دا احتمالات په لاندینۍ جدول کې لاندې (To buy,B) او ورپسې (Yes,F) یا

P (A∩ B) = 0.2 سره مطابقت کوي چې دا B∩F د حادثې د غیر شرطی احتمالاتو (unconditional






ځکه چې د ګاتې د غورځولو په تجربه کې د نمونې نقاط یو شان احتمال لري، او د کمې شوې نمونې فضا پورې مربوط هریو د نمونې نقاط یوشان شرطي احتمال 1/3 تعین شوي دي. ځرنګه چې صرف جفت عدد د هغه دري عدد ونو څخه چې د نمونې فضا B یې کمبود موندلای وو 2 عدد وو.

نو د دې ځایه نتیجه اخستلای شو چې د A د واقع کیدو احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوې وي 1/3 دي. نو د A حادثې احتمال کله چې B حادثه واقع شي د ښودلو لپاره P(A/B) سمبول استعمالوو. نو د ګاتې د غورځولو د مثال لپاره لیکو چې:

P (A/B) = 1/3

نو د A د حادثې د احتمال د لاس ته راوړلو لپاره کله چې B حادثه واقع شي لاندې عملیه اجراء کوو، د A د حادثې احتمال هغه برخه چې د تنقص شوې نمونې فضا B په مینځ کې قرار لري یعنی P(A∩B) پر د ټولې تنقص شوې نمونې په مجموعي احتمال باندې یعنی P (B) باندې تقسیموو. نو، د ګاتې د غورځولو په مثال د A په حادثه کې (د یوجفت عدد مشاهده) او د B په حادثه کې (د هغه عدد مشاهده چې د 3 یا درو سره وي) نو پیدا کوو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(2)}{P(1) + P(2) + P(3)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

په عمومي صورت سره P (A/B) فرمول صدق کوي.

## د شرطیه احتمال فرمول Conditional Probability Formula

د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره په هغه وخت کې چې د A حادثه واقع شي په هغه وخت کې چې د B حادثه ورکړل شوي وي، د A او B دواړو حادثو د واقع کیدو احتمال د B حادثې د واقع کیدو په احتمال باندې ویشو. نو لیکلای شو چې:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(دلته فرض کوو چې P (B) ≠0)

(c) ketabton.com: The Digital Library



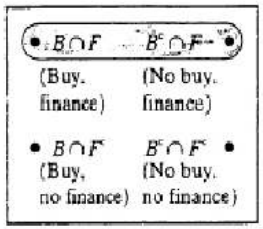
probability په نوم یادېږي.

جدول: د مصرف کوونکی د رانیولو تمایل او د هغې د مالي توان احتمال

| مالي توانایي | تمایل | |
|---|---|---|
| | To Buy, B | Not to Buy, B* |
| Yes, F | 2 | 4 |
| No, F* | 4 | 3 |

دبل ارخه، فرض کړي، هغه مشتري چې انتخاب شوي دي د مالي لحاظه ددې توانایي لري چې تولیدات راونیسي. اوس تاسو هغه احتمال ګوري چې مشتري به خریداري وکړي په دې شرط چې نوموړي مشتري به د تادیې لپاره مالي توان ولري. دا احتمال، (د B شرطي احتمال په هغه وخت کې چې F واقع شوي وي چې د P {B/F} سمبول پواسطه ښودل کېږي) صرف د نمونې په هغه نقاطو کې چې په تنقص شوي نمونې فضا کې وجود لري چې د B∩F و B̄∩F نمونې نقاطو لرونکي دي په نظر کې نیولو څخه لاس ته راځي یعني د نمونې هغه نقاط چې نوموړي مشتري په مالي توانایي سره کولای چې تولیدات راونیسي، چې دا فرعي فضا په لاندې شکل کې نشاني شوې ده د شرطي احتمالاتو د تعریف څخه لرو چې:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)}$$




چې دلته P (F) د B∩F او B̄∩F پورې مربوط د دوه نمونې نقطو د احتمالاتو د جمع حاصل څخه عبارت دي چې په 5,3 جدول کې ښودل کېږي. پس

$$P(F) = P(B \cap F) + P(B^c \cap F) = .2 + .1 = .3$$

او شرطیه احتمال چې مشتري به تولیدات رانیسي په هغه صورت کې چې مالي توانایي ولري عبارت دي له:

$$P(B|F) = \frac{P(B \cap F)}{P(F)} = \frac{.2}{.3} = .667$$



څرنګه چې انتظار لرو، چې د دې احتمال چې مشتري به خریداري وکړي په هغه صورت کې چې د رانیولو مالي توان یې ولري د دې غیرشرطي احتمال څخه چې دیو مشتري انتخاب چې هغه به خریداري وکړي زیات دي.

په 14,3 مثال کې د شرطي احتمال فرمول د B∩F حادثې لپاره په تنقص شوي نمونې فضا کې احتمال تاکه چې د نوموړي حادثې د هغه احتمال سره متناسبه دي چې په ټوله نمونې فضا کې موجود و. د دې کارد لیدلو لپاره په یاد ولري چې، په تنقص شوي نمونې فضا دوه نمونې نقطې (B∩F) و (B̄∩F) هم په ټوله نمونې فضا (S) کې په ترتیب سره 0.2 او 0.1 احتمال لرونکي دي، ذکرشوي فرمول په تنقص شوي نمونې فضا F کې د دې نقطو لپاره شرطی احتمالات 2/3 او 1/3 تعینوي، نو شرطي احتمال د نمونې نقاطو د احتمال د اصلي ارزش په تناسب سره 2 او 1 په خپل ځای پاتې کېږي.

مثال: د فدرال تجارتي کمیسیون (FTC) د مصرف کوونکو د کالیو په هکله د هغوی شکایاتو د څیړنې په منظور د پرشمیر تولیدونکي د هغوی د تولیداتو د کیفیت په ارتباط په نظر کې نیولې دي. د اشپزخانې د برقي ظروفو یو تولیدونکي په زیاته پیمانه د مصرف کوونکو شکایات د تحلیل او ارزیابي لاندې نیولي دي چې په شپږو کتګوریو یې چې په 6,3 جدول کې ښودل کېږي تقسیم کړي دي.

که چېرې د یو مشتري شکایات لاس ته راغلي وي، څومره احتمال لري چې د نوموړي د شکایت علت به د تولید خراشیدګي وي په دې شرط چې ذکر شوي شکایت د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي.

حل: راځي چې د A توري د هغه حادثې لپاره چې د شکایت علت د تولید خراشیدګي ده استعمال کړو او B د دې حادثې څخه نمائنده ګڼي کوي چې شکایت د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي وي. 6, 3 جدول ته په کتو سره ګوري چې %63 = % (32 + 13 +18) شکایات د ګرینټي په موده کې مینځ ته راغلي دي په دې اساس P (B) = 0.63 .

د هغه شکایاتو فیصدي چې د هغې سبب خط افتادګی وي او د ګرینټي په موده کې واقع شوي وي (د A∩B حادثه) چې %32 کېږي. په دې اساس:

P (A∩ B) = 0.32

(c) ketabton.com: The Digital Library



TABLE 3.6 Distribution of Product Complaints

| | Reason for Complaint | | | |
|---|---|---|---|---|
| Complaint Origin | Electrical | Mechanical | Appearance | Totals |
| During Guarantee Period | 18% | 13% | 32% | 63% |
| After Guarantee Period | 12% | 22% | 3% | 37% |
| Totals | 30% | 35% | 35% | 100% |

ددي احتمالي ارزښتونو په استعمال سره کولاي شو چې د P (A/B) لپاره شرطیه احتمال سنجش کړو په داسي حال کې چې د شکایت علت یې خط افتادګي ده خو په دي شرط چې شکایت د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{.32}{.63} = .51$$

په نتیجه کې، لیدلای شو چې د نیمایي څخه لږ زیات شکایات د ګرینټي په موده کې واقع شوي دي خکه چې د پخلنځي وسایل کېدای شي چې ګریدلي، غاښ غاښ شوي او یا د نورو نواقص له امله په نښه شوي وي.

په ورو ستي څېړکو کې به وګورې چې شرطیه احتمالات په احصائیوي کړنو کې مهم رول لوبوي. د مثال په ډول، کېدای شي چې د یو مشخص سهم د احتمال سره چې په راتلونکي کال کې 10% ګټه ولري علاقه مند اوسو او کېدای شي ددي احتمال د لاس ته راوړلو لپاره د سهم د تیر حالت او یا د اوسني اقتصادي وضعیت د معلوماتو څخه استفاده وکړو. سره له دي، کېدای شي چې احتمال موږ په کلي ډول هغه وخت بدلون ومومي که چېرې داسي فرض کړو چې ناخالص داخلي تولید (GDP) به راتلونکي کال ته د 10 % په اندازه زیات شي. نوییا په دي وخت کې د شرطیه احتمال فرض کوو او وایو (اسهام موږ په راتلونکي کال کې 10 % ګټه لاس ته راوړي په دي شرط چې په همدي کال ناخالص داخلي تولید GDP د 10 % په اندازه زیاتوالي وموميږ). نو په دي اساس د هرې حادثې احتمال سنجش که داسي فرض شي چې بله حادثه همزمان ورسره واقع کېږي شوي ده نو دي ته شرطیه احتمال conditional probability ویل کېږي.

## ۱۲.۲ - د ضرب قاعده او مستقلي حادثې

### The Multiplicative Rule and Independent Events

د دوه تقاطو حادثو د احتمال د سنجولو لپاره د ضرب د قاعده څخه استفاده کېږي چې د شرطیه احتمال معني لري کوم چې موږ په تیره برخه کې تعریف کړ. او همدارنګه په یوه برخه مو د A شرطیه



احتمال په هغه وخت کې چې B واقع شوي وي د سنجولو یو فرمول په کار واچو چې عبارت دي له:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

که چېرې ددي فرمول دواړه خواوي په P (B) کې ضرب شي نو د A او B حادثو د تقاطع احتمال فرمول تري په لاس راځي چې دي قاعدي ته د احتمال د ضرب قاعده (multiplicative Rule of Probability) ویل کېږي. نو لیکلای شو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

په هم دي ترتیب

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B)$$

16-3 مثال: د غنمو یو پانګه اچونکي په راتلونکي کې د لاندې حادثاتو سره مخ کېږي.

B: (په راتلونکي کال کې به د متحده ایالاتو د غنمو حاصل ګټور وي)

A: (په راتکونکي کال کې به یوه سخته وچکالي واقع کېږي)

دموجود و معلوماتو پربناء پانګه اچونکي یقین لري چې، 0.01 احتمال ددي شته چې د غنمو حاصل به ګټور وي په داسي حال کې (فرضاً) چې یوه سخته وچکالي به هم په دي کال واقع وي او ددي قسم وچکالی د واقع کیدو احتمال 0.05 دي یعني

$$P(B|A) = .01 \text{ and } P(A) = .05$$

د تهیه شوي معلوماتو په اساس، څومره احتمال لري چې سخته وچکالی به واقع شي او ګټه هم لاس ته راغلي وي؟ یعني P (A∩B) پیدا کړي، د A او B حادثو د تقاطع احتمال په لاس راوړي.

حل: مونږ P (A∩B) پیدا کول غواړو، د ضرب د قاعدي د فرمول څخه په استفادي سره لرو چې

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (.05)(.01) = .0005$$

هغه احتمال چې یو سخته وچکالي به واقع او د غنمو حاصل به ګټور وي عبارت له 0.0005 څخه دي. کېدای شي قبوله کړو چې ددي حادثو تقاطع نادره واقع کیدونکي دی.

اکثره تقاطع د نمونې د یو څو نقطو لرونکي وي نو په دي حالت کې د تقاطع د احتمال سنجول اسانه کار دي چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د مجموعي څخه لاس ته راځي.

کله چې تقاطع د نمونې د څو نقاطو لرونکي وي (لکه په لاندې مثال کې ښودل کېږي) نو د تقاطع د احتمال د سنجولو فرمول زیات ارزښت لري.

17-3 مثال: دیوهیواد د هوسایني اداره غواړي چې لس کسه کارمندان د کوپون د غذا د ترلاسه کوونکو سره د مرکي په موخه استخدام کړي. په اګاهانه ډول، مربوطه سوپرویزان د غیرقانوني

(c) ketabton.com: The Digital Library



تقسیماتو د تصفیي په موخه د دوه کارمندانو پواسطه ډکي شوي فورمي په اتفاقي ډول انتخابوي، د سوپرویزانو څخه په پته دري کسه کارمندانو په غیرقانوني ډول د بخششي غوښتونکوته په غیرقانوني ډول ویش کړي دي.

څومره احتمال لري چې هغه دوه انتخاب شوي کارمندانو به په غیر قانوني ډول ویش کړي وي؟

حل: لاندې دوه حادثې تعریف کړي.

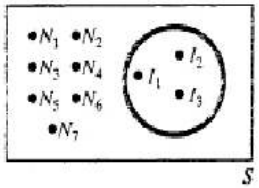
A: (هغه کارمند چې اول انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

B: (هغه کارمند چې دوهم انتخاب شوي دي غیرقانوني ویش یې کړي دي)

مونږ غواړو چې د هغه حادثې احتمال پیدا کړو چې دوه انتخاب شوي کارمندانو غیرقانوني ویش کړي وي. دا حادثه کېدای شي په دي ډول بیا بیان کړو لکه: (اولني کارمند د بخششیو غیرقانوني ویش کړي او دوهم کارمند غیرقانوني ویش کړي دي). نو غواړو چې د A∩B د تقاطع احتمال په لاس راوړو. د ضرب د قاعدې په عملي کولو سره لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

د P(A) د لاس ته راوړلو لپاره ګټوره ده چې د لسو کسو څخه یو کس انتخاب کړو تجربه په نظر کې ونیسو، نو پدې حالت کې د نمونې فضا د نمونې د لسو نقاطو لرونکي ده (چې د هوسایني د لس کسو څخه نمائنده ګي کوي) او په دي ځای کې دري کسو کارګرو غیرقانوني ویشني ترسره ګړي دي چې په I (I1, I2, I3) سمبول سره ښودل کېږي او هغه اوه کسه چې د بخششیو غیرقانوني ویشني پیې نه دي ترسره کړي په N (N1,.....N7) علامو سره ښودل کېږي. چې حاصل یې په وین ډیاګرام (16,3 شکل) کې ښودل کېږي.

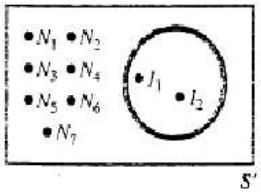



څرنګه چې اولني کارمند دلسو کارمندانو دمینځه په اتفاقي ډول انتخابېږي نو مناسبه ده چې د 10 نمونو نقطو لپاره یوشان د احتمال چانس وجود ولري. نو د نمونې هره نقطه 1/10 احتمال لري. څرنګه چې د A په حادثه کې د نمونې $\{I_1, I_2, I_3\}$ نقطې وجود لري (هغه دري کارمندان چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړي ده). نو

$$P(A) = P(I_1) + P(I_2) + P(I_3) = 1/10 + 1/10 + 1/10 = 3/10$$



د شرطیه احتمال د پیدا کولو لپاره P (B/A) اړینه ده چې د نمونې فضا S تعدیل کړو. څرنګه چې پوهیږو A واقع شوي ده یعني اولني انتخاب شوي کارمند (I3) چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړي ده په دي صورت کې د 9 کسو څخه صرف دوه کسه کارمند چې د بخششیو غیرقانوني ویشنه یې ترسره کړه د نمونې په فضا کې پاتې کېږي. نو ددي نوي نمونې فضا (S ضبر) وین ډیاګرام په 17,3 شکل کې ښودل کېږي چې د نمونې دا نهه واړه نقاط دیوشان احتمال لرونکي دي.




نو په دي اساس د هرې نقطې لپاره 1/9 احتمال تعینولای شو. څرنګه چې د (B/A) حادثه د (I1, I2) نمونې نقطې لري. نو مونږ لرو چې:

$$P(B|A) = P(I_1) + P(I_2) = 1/9 + 1/9 = 2/9$$

په عوض د P(A) = 3/10 او P(B/A) = 2/9 د ضرب د قواعدو په فرمول کې لرو چې:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = (3/10)(2/9) = 6/90 = 1/15$$

نو په دي اساس، 1 په 15 کې چانس وجود لري چې هغه دوه کسان چې د سوپروایز په وسیله انتخاب شوي دي کوم چې د کوپون بخششي غذا په غیرقانوني ډول توزیع کړي ده.

د نمونې د فضا طریقه د هغه مشکلاتو د حل یو اړخي لار ده چې په 17,3 مثال کې ذکرشوه، یوبل میتود چې ددي په ځای په کارورل کېږي د شجرډیاګرام (tree diagram) څخه عبارت دي چې د تقاطع د احتمال د سنجولو په خاطر په کارورل کېږي. د تمثیلولو لپاره یې 17,3 مثال په 18,3 شکل کې ښودل کېږي.

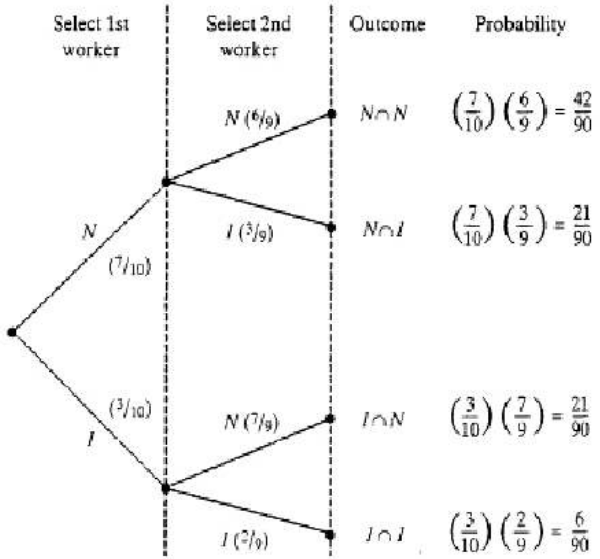
شجره (ونه) د منتها څخه د چپې خوا په طرف د دوه څانګو په لرلو شروع کېږي چې دا دواړه څانګې د اولني انتخاب شوي سړي لپاره دوه ممکنه نتایجو N (هیڅ غیرقانوني ویش نه) او I (غیرقانوني ویشنه) څخه نمائینده ګي کوي. د هرې نتیجې لپاره غیرشرطی احتمال (د قوس په داخل کې) د څانګې د پاسه د هغې په تناسب ورکړل شوي دي. یعني د اولني انتخاب شوي کارګر لپاره P(N) = 7/10 او P (I) = 3/10 (دا ارقام کولای شو چې د نمونې د نقاطو د احتمالاتو د جمع کولو څخه لکه په 17,3 مثال کې په لاس راوړو).

د شجرډیاګرام (tree diagram) وړپسې برخه (په ښي طرف حرکت) د دوهم انتخاب شوي کارګر

(c) ketabton.com: The Digital Library



د نتایجو څخه نمائنده ګي کوي. کوم احتمالات چې دلته ورکړل شوي دي شرطیه احتمالات دي په داسي حال کې چې د اولني کارګر پورې مربوط نتایج معلوم فرض شوي دي. د مثال په ډول، که چېرې اولني کارمند غیرقانوني توزیع کړي وي (I)، ددي احتمال چې دوهم کارګر هم غیرقانوني ویش (I) کړي دي 2/9 دي. چون نهه کارګر د انتخاب څخه پاتي دي اوصرف دوه کارګر باقي پاتي دي چې غیرقانوني توزیع یې کړي دي. داشرطي احتمال (2/9) د قوسونو په مینځ کې د څانګو په بیخ په 3-8 شکل کې ښودل کېږي.




بالاخره، د تجربې څلور ممکنه نتایج د ونې د هرځلورو څانګو اخرته ښودل کېږي. دا حادثات د دوو حادثود تقاطع (داولني کارګرنتایج اود دوهم کارګر نتایج) څخه لاس راځي. په پای کې، د هراحتمال د سنجش لپاره د ضرب دقاعدې څخه استفاده کوو چې په 18,3 شکل کې ښودل کېږي. کولای شي چې وګوري د [I ∩ I] تقاطع هغه حادثه رابنائي چې دوه انتخاب شوي کارګروغیرقانون بخششي ویشلي دي چې 1/15 = 6/90 احتمال لري او دا احتمال د هغه احتمال سره چې په 17,3 مثال کې لاس ته راغلي وو ورته دي.

په 5,3 برخه کې مو وښودل چې دیوې حادثې A احتمال کېدای شي په پوره ډول هغه وخت تغییر وکړي چې د B حادثه واقع شوي وي خودا کار د هرې قضي په مورد کې صدق نه شي کولای. ولي په خینو مواردو کې دا فرضیه چې کله B واقع شوي وي د A د احتمال په بدلون اثر نه شي کولای، که چېرې داسي حالت واقع شي نود A او B حادثات مستقل حادثات (independent events)



دي.

**تعریف:** د A او B حادثات هغه وخت مستقل حادثات (independent events) دي چې د B د حادثې واقع کیدل د A په احتمال چې واقع شوي وي کوم اثر ونه لري. یعني A او B حادثات هغه وخت مستقیل دي چې:

$$P(A/B) = P(A)$$

کله د A او B حادثې مستقلي وي نولاندې رابطه هم صدق کوي:

$$P(B/A) = P(B)$$

کله چې حادثات مستقل (independent) نه وي نوورته غیرمستقل (وابسته) dependent حادثات ویل کېږي.

**3-18 مثال:** د یوسالم ګاتي د غورځولو تجربه په نظر کې ونیسی او اجازه راکړي:

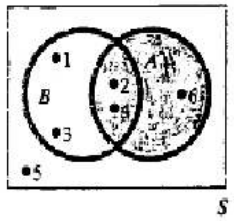
A: (د یو مثبت عدد مشاهده)

B: (د څلور او یا د څلورو څخه کوچني عدد مشاهدې)

أیا A او B حادثات مستقیل حادثات دي.

**حل:** ددي تجربې لپاره وین ډیاګرام په 19,3 شکل لیدل کېږي. نو اول محاسبه کوو چې:

$$P(A) = P(2) + P(4) + P(6) = 1/2$$
$$P(B) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) = 2/3$$
$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = 1/3$$




اوس فرض کوو چې B واقع شوي دي، نود A شرطیه احتمال په هغه صورت کې چې B واقع شوي وي عبارت دي له:

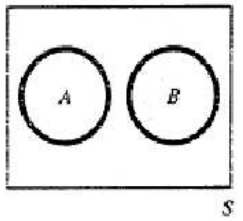
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/3}{2/3} = \frac{1}{2} = P(A)$$

نو په فرض کولو دي چې د B حادثه د یوجفت عدد د احتمال په مشاهده کوم اثر نه واردوي. او

(c) ketabton.com: The Digital Library



په پای کې د استقلالیت (independence) په مورد کې دري نقطې مطرح کولای شو.
اول داچې د د استقلال خاصیت د ناسازګاري (mutually exclusive) د خاصیت برخلاف نه شو کولای چې د وین ډیاګرام پواسطه وښایو، په دې معنی چې نه شي کولای په شعوري ډول (مخکې د واقع کیدو څخه) ځان په اطمینان کې کړو. په عمومي ډول، د حادثو د استقلال (غیروابسته ګي) د پوهیدو لپاره ضروري ده چې د هغوی احتمال وسنجوو.
دوهمه نقطه د ناسازګاري او غیروابسته ګي ترمینځ رابطه ده. فرض کړي چې د A او B حادثې سره ناسازګاره (mutually exclusive) حادثې دي چې په 20,3 شکل کې ښودل کېږي او د دواړو حادثو احتمال د صفر خلاف دي. اوس سوال دادي چې آیا دا دواړه حادثې مستقلې حادثې دي که غیرمستقلې؟ معنې داچې، دلته دا فرضیه مطرح ده چې د B حادثې واقع کیدل د A د واقع کیدو په احتمال کوم تاثیر غورځوي؟ په یقیني ډول دا مطرح ده، ځکه چې که چېرې داسي فرض کړو که چېرې B واقع شوي وي نو د A لپاره ناممکنه ده چې په عین وخت کې واقع شي. یعنې P(A/B)=0.
نو ویلای شو چې ناسازګاره حادثات (mutually exclusive events) وابسته (ترلې) حادثات دي ځکه چې P(A) ≠ P(A/B)




دریمه نقطه داده چې د مستقلو حادثو د تقاطع د احتمال سنجول ډېر اسان کار دي. د تقاطع د احتمال د سنجش فرمول ته په کتو سره پیدا کولای شو چې:

P(A∩B) = P(A) P (B\A)

نو P(B/A) = P(B) کله چې A او B مستقلې حادثې وي. چې په دې اړه لاندې ګټوره قاعده لرو.

## د دوو مستقلو حادثو د تقاطع احتمال

### Probability of Intersection of Tow Independent Events

که چېرې دوه حادثې A او B مستقلې حادثې وي، نو ددې دواړو د تقاطع احتمال د A او B حادثې د احتمالاتو د ضرب حاصل څخه لاس ته راځي. یعنې:

P (A∩B) = P (A). P (B)

او همدارنګه ددې معکوس هم درست دي، که چېرې P (A∩B) = P (A). P (B) نو د A او B حادثات



P(A) د 1/2 سره معادل په خپل ځای پاتې کېږي. نوځکه د A او B حادثات مستقل حادثات دي.
نوټ، که چېرې د B حادثې شرطیه احتمال په هغه وخت کې چې A واقع شوي وي محاسبه کړو نو نتیجه مویوشان ده.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} = P(B)$$

مثال:
مثال ته چې مستهلکینود تولیداتو څخه شکایات درلود رجوع وکړي. دګرینټی دمودي په دوران او دهغې څخه وروسته د شکایاتو مختلفې سلنې په 6,3 جدول کې ښودل شوي دي. لاندې حادثات تعریف کړي.
A: [دشکایت علت د تولید ظاهري بنه ده]
B: [شکایت د ګرینټي په موده کې واقع شوي ده]
آیا د A او B حادثات مستقل (independent) دي؟
حل: که چېرې P(A/B) = P(A) وي نود A او B حادثات مستقل حادثات دي. په 15,3 مثال کې مو P(A/B) سنجش کړچې 0.51 و، اود 6,3 جدول ته په کتو سره لیکو چې:

$$P(A) = .32 + .03 = .35$$

نو په دې اساس، P(A/B) د P(A) سره مساوي نه دي اود A او B حادثات غیرمستقل (وابسته) حادثات دي.
په شعوري ډول د حادثاتو په استقلالیت د پوهیدلو لپاره هغه حالت په نظر کې ونیسئ چې دیوې حادثې واقع کیدل د دوهمې حادثې د واقع په احتمال کوم تاثیرونلري. دمثال په ډول، دمالی چارو یو متخصص دوه وړې کمپنۍ د مناسبو پانګو اچونو لپاره ارزیابي کړي دي، که چېرې دواړه کاروبارونه مختلف صنعتونه وي اود نورو ارخونو له مخې هم ارتباط ونلري نو د یوې کمپنۍ کامیابي او ناکامي د بلې کمپنۍ د کامیابي او ناکامي څخه مستقل (independent) دي. یعنې کېدای شي دا حادثه چې د A کمپنۍ ناکامه شي د B کمپنۍ په ناکامي کوم تاثیر نه لري.
دوهم مثال، د انتخاباتو یو پوښتنه کوونکي په نظر کې ونیسي. هغه انتخابات چې په هغې کې 1000 کسو رایه ورکونکو نوم ثبت کړي دي، پوښتنه کېږي چې د دوو نوماندو ترمینځ کوم یوته برتري ورکوي. پوښتنه کوونکي کوشش کوي چې د رایوورکونکو څخه د یوې نمونې د انتخاب لپاره داسي یو رویش په کار واچوي چې خوابونه یې مستقل وي. یعنې د پوښتنه کوونکي مقصد دا دي چې نمونه په داسي ډول انتخاب کړي چې یورایي ورکونکي د A نوماند ته د رایي ورکولو رجحان لري د دوهم رایي ورکونکي چې A نوماند ته هم رایه ورکوي په احتمال کوم تاثیر ونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library



مستقل حادثات دي

د ګاتي د غورځولو په تجربه کې چې په 18,3 مثال کې مو وښودله چې د A: [دیو جفت عدد مشاهده] او B: [4 یا د 4 څخه کوچني عدد مشاهده] حادثات مستقل دي که چېرې ګاتي یو متوازن ګاتي وي. نو

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = (\tfrac{1}{2})(\tfrac{2}{3}) = \tfrac{1}{3}$$

دا د هغه نتیجې سره چې په ذکر شوي مثال کې مولاس ته راوړ مطابقت کوي.

$$P(A \cap B) = P(2) + P(4) = \tfrac{2}{6} = \tfrac{1}{3}$$

20-3 مثال:

زیاتره وخت د پرچون کاروبار لرونکي د دې مشکل سره مخامخ وي چې څومره مقدار اجناس د ذخیرې په خاطر راونیسي. ناکافي ذخیره کېدای شي چې کاروبار ناکام کړي او اضافي ذخیره کېدای شي د زیان تاثیر په ګټه کې وي.

فرض کړي د کمپیوټرنو د پلورنځي یو مالک د شخصي کمپیوټرونو د یو فرمایش په ځای کولو لپاره پلان جوړوي، هغه کوشش کوي او تصمیم نیسي چې په کومه اندازه ډیسک ټاپ کمپیوټرونو او په کومه اندازه لپ ټاپ کمپیوټرونو فرمایش ورکړي.

د پلورنځي ریکارډ په ګوته کوي چې په مخکې وخت کې % 80 د ډیسک ټاپ کمپیوټرونه او % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه د مشتریانو له خوا خریداري شوي دي.

a. څومره احتمال لري چې دوه راتلونکی مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راونیسي؟

b. څومره احتمال لري چې راتلونکی لس مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه راونیسي؟

حل:

a. راځي داسي فرض کړو چې L1 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي کوي چې اولنی مشتري به لپ ټاپ خریداري کوي او همدارنګه L2 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي کوي چې دوهم مشتری به لپ ټاپ خریداري کوي. هغه حادثه چې دواړه مشتریان لپ ټاپ خریداری کوي د دواړو حادثو تقاطع ده، یعني $L1 \cap L2$.

د پلورنځي ریکارډ څخه د پلورنځي خاوند نتیجه اخستلای شي چې P(L1) = 0.2 (د مشتریانو د پخوانۍ خریداري په اساس چې % 20 لپ ټاپ کمپیوټرونه یې خریداري کړي دي). د P(L2) لپاره هم عین ځواب دي.

د دې لپاره چې د دواړو حادثو تقاطع $L1 \cap L2$ محاسبه کړو، نو رومعلوماتو ته اړتیا لیدل کېږي. یا خو ذکر شوي ریکارډ په پرله پسي دول د لپ ټاپ د خریداري د واقع کیدو لپاره په نظر کې نیول کېږي، یا کومه فرضیه باید جوړه شي چې د $P(L1 \cap L2)$ سنجش د ضرب د قاعدې له مخې اجازه



ورکړل شي.

دا مناسبه ښکاري چې داسي فرضیه جوړه شي چې پورته دوه حادثې مستقلي (ازادي) حادثې دي. نو د دې ځایه، د دې احتمال نشته چې د اولنی مشتري تصمیم د دوهم مشتري په تصمیم کوم تاثیر ولري. د مستقلیت (independence) فرضیې په اساس لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2) = P(L_1)P(L_2) = (.2)(.2) = .04$$

b. د دې لپاره چې د دې احتمال محاسبه کړو چې راتلونکي پرله پسي 10 کمپیوټرونه به لپ ټاپ خریداري شي. اولنی حادثه په نظر کې ونیسي چې د پرله پسي لپ ټاپ کمپیوټرونه خریداري شوي دي. که چېرې L3 د هغه حادثې څخه نمائینده ګي وکړي چې دریم مشتري یو لپ ټاپ خریداري کوي، نو بیا مونږ باید $L2 \cap L1$ د تقاطع احتمال د L3 سره سنجش کړو. بیا هم په دې فرضیه چې د رانیولو (خریداري) تصمیمات مستقل وي. لرو چې:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap L_3) = P(L_1 \cap L_2)P(L_3) = (.2)^2(.2) = .008$$

د دې دلیل په اساس ګولای شو چې د 10 داسي حادثو د تقاطع احتمال محاسبه کړو:

$$P(L_1 \cap L_2 \cap \cdots \cap L_{10}) = P(L_1)P(L_2)\cdots P(L_{10}) = (.2)^{10} = .0000001024$$

نو د دې احتمال چې راتلونکي لس پرله پسي مشتریان به لپ ټاپ کمپیوټرونه خریداري کړي په اندازه د 1 په 10 میلیون کې دي په دې فرضیه چې د هر مشتري پواسطه د لپ ټاپ د خریداري احتمال 0.2 دي په داسي حال کې چې د خریداري تصامیم مستقل وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات

۱. د 5! حل څو دی؟

۲. لاندې نسبتونه حل کړئ؟

$\frac{10!}{5!}$ او $\frac{12!}{4!}$

۳. دوه تنه محصلین یو د بل خوا کې کېنوو، په څو شکلونو د هغوی کېنول ممکن دي؟

۴. اته تنه په یو ګردي میز کېني څو، څو مرکې کوي، غواړو په تلویزیون کې د هغوی په هر ځل مرکه کې ځایونه بدل کړو په څو شکلونو یې کېناستل او مرکې ممکن دي؟

۵. یوه توکری کې څلور نارنجه، پینځه کینو او شپږ مالټې دي، یوه دانه په تصادفي ډول را اخلو، حل کړئ چې:

الف). څومره احتمال لري، چې دا به نارنج یا کینو وي؟

ب). څومره احتمال لري چې دا به مالته وي؟

۶. که چېرې یو درجن پرو څخه درې را واخلو، یو یې شاه او دوه نور یې غلامان وي، په بل ځل د یوه غلام د راوتلو احتمال سنجش کړئ؟

۷. په علمي څېړنو کې د احتمالاتو رول په څه کې دی؟

۸. د کرنې په سکتور او زراعتي څېړنو کې د تبادیلو اهمیت د مثال سره واضح کړئ؟



## اووم څپرکی

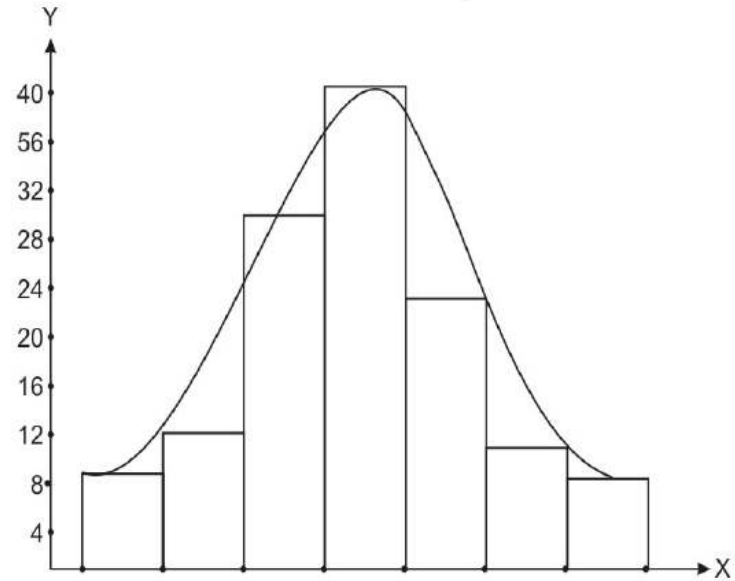
### ۱،۷- د ارقامو یا د دفعاتو د وېش منحني Frequency Curve

پخوانیو څېړکیو کې ولیدل شول، چې ارقام وروسته له ترتیب او جدول بندي په صنفونو کې تنظیم او بیا یې دفعات شمېرل کېږي، د دفعاتو شمېر په عمودي (Y) محور باندې او صنفونه (X) په افقي محور ښیو، وروسته د دواړو محورونو په حدودو کې دتنه د مربوطه قیمتونو موقعیت په نښه کوو، که چېرې د دغو ارقامو Bar Chart ګراف رسم کړو، یعنې هستوګرام یې وکاږو او بیا د هر رسم شوي مستطیل پورته ضلع په وسط کې نښه او د ټولو مستطیلونو دغه په نښه شوي نقاط وصل کړو، نو د پولیګان منحني په لاس راځي.

مثلا: (۱،۷) جدول- په یوه کلي کې د ۱۲۰ بزګرانو ورځنۍ عواید

| X | Y |
|---|---|
| 31-40 | 7 |
| 41-50 | 11 |
| 51-60 | 35 |
| 61-70 | 37 |
| 71-80 | 17 |
| 81-90 | 8 |
| 91-100 | 5 |

د (۱،۷) جدول د ارقامو ګراف په لاندې ډول دی:

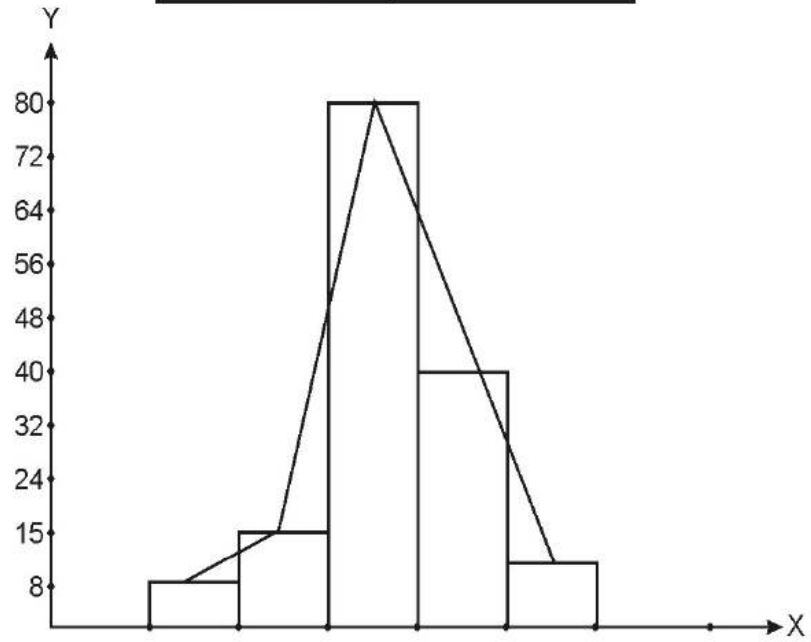


(c) ketabton.com: The Digital Library



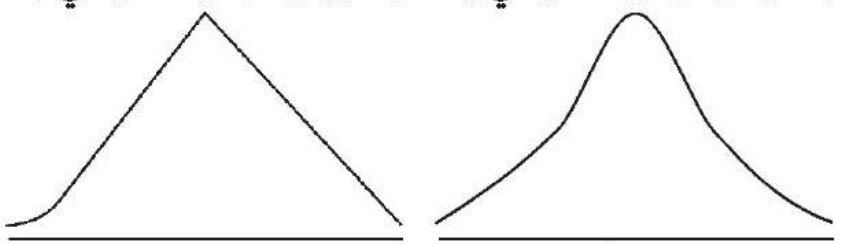
(۲،۷) جدول: د ۱۵۰ کورنیو د ورځني عاید طبقه بندي

| X | F |
|---|---|
| 0-20 | 5 |
| 20-40 | 10 |
| 40-60 | 80 |
| 60-80 | 40 |
| 80-100 | 5 |




د پورته دواړو جدولونو ګرافونه یا د ارقامو د وېش پولیګان داسې مقایسه کېږي

(۳،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي ګراف (۲،۷) جدول د ارقامو د دفعاتو خطي ګراف





دپورته تشریحاتو او شکلونو مقایسې څخه په مقدماتي توګه دېره په اسانۍ او په دېر واضحه ډول پوهېږو، چې د ارقامو د وېش منحني بڼه یعني څه او په څه ډول؟

پورته جوته شوه چې پولیګان د ارقامو د وېش خطي ګراف څخه عبارت دی، څومره چې



صنفي عرض کوچنی وي او د صنفونو شمېر زیات وي، هغومره د مستطیلونو شمېر زیات، خو پلنوالی یې کم وي، نو څکه خطي ګراف لږ څه هوار برېښي (لکه ۱،۷ شکل). دغه شکل د زنګ بڼه لري، نو ځکه ورته زنګ ډوله منحني هم وایی، خو که چېرې د صنفونو شمېر کم، مګر عرض یې زیات وي، برخلاف منحني یا خطي ګراف څو څو خایه مات والی لري او ناهموار برېښي (۲،۷ جدول او شکل).

پورته ذکر شوي توضیحات د دفعاتو د وېش د منحني ګانو د ډولونو او څرنګوالي په هکله کلیدي پوهنه راکوي

د مرکزي میلان د مقیاسونو په برخه کې چې موږ وویل، چې د زنګ ډوله منحني میانه، موډ او اوسط یو بل سره نژدې او آن یو پر بل منطبق وي، مطلب مو همدا و.

په څلورم څپرکي کې موږ په ۴۸ او ۴۹ مخ کې دري ډوله منحني ډوله منحني ګان بشودلي وو او بیا مو وویل چې په راتلونکي فصل کې به خبرې وروباندې وشي. دا دی دلته همدا موضوع روښانه کوو.

Frequency Curve په احصایېوي تیوریو کې ډېر مهم ځای لري، د هغه په اراڅې سره موږ د ډېرو ګنو ارقامو ډېر شمېر خصوصیات په ډېر کم وخت او کم ځای کې پېژندلای شو، اوس د ذکر شویو ډېرو لنډو خو ډېرو واضحو او آسانه تشریحاتو له مخې موږ د هر ډول منحنیګانو په خانګړنو محض د هغو په لیدلو سره پوهېدلای شو، د ارقامو د وېش منحني بېلابېل شکلونه ځان ته غوره کوي، چې عموماً په دوو برخو وېشل کېږي:

**الف. د منحني هغه ډول چې له زنګ سره ورته والی نه لري:**

دا ډول منحني ګان د پدیدو ارقامو د وېش د خانګړنو له مخې بېلابېل شکلونه لري، مثلا U ډوله منحني، د بېلګې په ډول که چېرې د رومي بانجانو د قیمتونو سلسله د هغو د حاصلدهي له پیل څخه تر پای پورې درج او ثبت کړو او د هغو ګراف ترسیم کړو، دا ډول شکل لري، یعني د حاصل په پیل کې نرخونه لوړ وي، خو کله چې د حاصل دهي د موسم منځ کې حاصلات د کمیت له پلوه ډېر زیات شي (عرضه زیاته شي) نرخونه کم یا مخ په زوړ شي، خو کله چې د حاصل دهي موسم مخ په ختمېدو شي، عرضه بېرته کمه شي، نو نرخونه بېرته لوړ شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



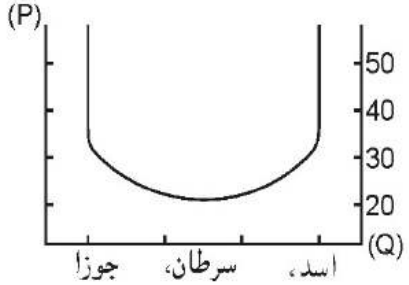
مثال:

د درېیو میاشتو په جریان کښ د رومي بانجانو نرخونه (ارقام فرضي دي).

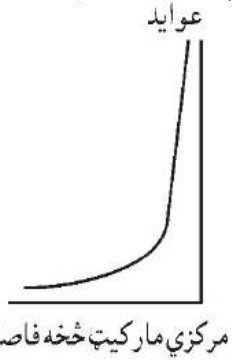
| نرخونه (Afg/Kg) | وخت (T) |
|---|---|
| 50 | د جوزا لومړۍ اوونۍ |
| 45 | د جوزا دویمه اوونۍ |
| 40 | د جوزا درېیمه اوونۍ |
| 35 | د جوزا څلورمه اوونۍ |
| 30 | د سرطان لومړۍ اوونۍ |
| 40 | د سرطان دویمه اوونۍ |
| 45 | د سرطان درېیمه اوونۍ |
| 50 | د سرطان څلورمه اوونۍ |
| 50 | د اسد لومړۍ اوونۍ |
| 50 | د اسد دویمه اوونۍ |

(۷، ۳) شکل:

د رومي بانجانو د نرخونو د فرضي ارقامو خطي ګراف چې U ډوله ګراف شکل لري.




ځینې وخت کښ دا ای شي ذکر شوي منحني لږ ډوله وي، مثلاً د مرکزي مارکیټ څخه د ځمکو د استعمال ډولونه او فاصله چې په لاندې شکل ښودل کېږي:



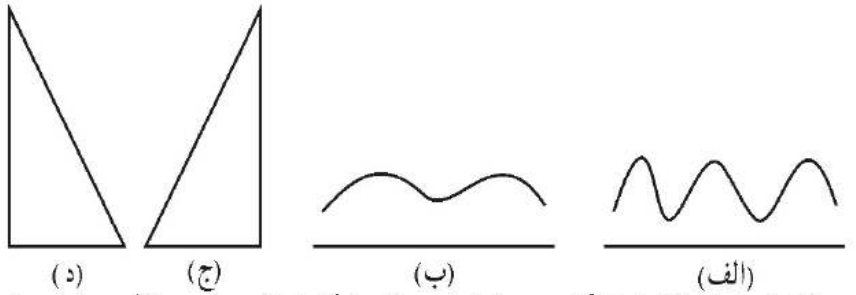

څومره چې د ځمکو استعمال مرکزي مارکیټ څخه او یا له ښارونو څخه شاوخوا لیرې کېږي، عواید یې کمېږي، مرکزي شغلونه لکه صنعتي او تجارتي استعمال ډېر لوړ عاید لري، بیا رهایش سیمې لږ څه کم نور هم کم او ورپسې باغونه بیا د مالداري او څنګل ساحې.. همداسې وار په وار.

همدارنګه ځینې وخت ذکر شوي منحني مثلث ډوله شکلونه لرلای شي. لکه لاندې مثالونو



کې:

(۷، ۴) شکل:

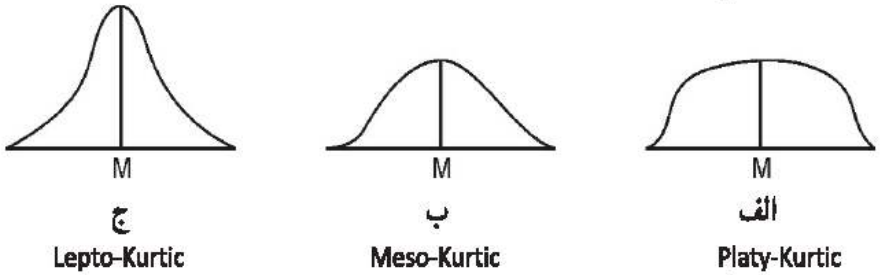



دا ټول منحني ګان له زنګ سره مشابه او موافق شکلونه نلري، غیر منظم دي او له هغو ارقامو څخه نمایندګي کوي، چې د هغو وېش او توزیع د (۱،۷) او (۲،۷) د جدولونو د ارقامو په شان نه دي.

**ب). د ارقامو د وېش هغه منحني ګانې چې د زنګ په ډول دي:**

دا ډول خطي ګرافونه زنګ ډوله یا یوه څوکه یې ډېره لوړه، خو دوو خواوو ته یې لمن لږ څه راټوله وي، کېدای شي پورته برخه یې لږ څه هواره او د دوو خواوو لمن یې لږ څه هواره وي، یا هم کېدای شي، څوکه یې ډېره پلنه او لمن یې دوو خواوو ته پلنې وي، لکه لاندې شکلونه:

(۷، ۵) شکل:




په (۷، ۵) شکل کې درې ډوله منحني ګان ګورو، (الف) ډول ته یې Platy-Kurtic، (ب) ته یې Meso-Kurtic او (ج) ډول ته یې Lepto-Kurtic وایي. دغو درې واړو کې میانه په منځ کې قرار لري، بل ډول هغه منحني ګان دي، چې لمنې یې پوره پلنې وي، خو یا دواړو خواوو ته په مساوي اندازه یا یوازې ښې خواته ډېرې پلنې او یا هم یوازې کینې خواته پلنې وي، مثلاً: لاندې درې شکلونه وګورئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library



لکه څرنګه چې موډ څلورم څېرکي کې وليدل، د ارقامو خپروالي معيارونه (Median. Mo او X`) يو بل سره د لاندې رابطو په ذريعه اړيکې لري دغې موضوع باندې لږ وروسته يو ځل بيا هم بحث کوو او دري ډوله تناظرونو يادونه کوو. دلته د يوې نتيجې په توګه په ګوته کوو چې:

Mean-Mede=3(Mean-Median)

دغه مساوات موډ په څلورم څېرکي کې وښودل، د ارقامو د وېش منحني کې دغه اړيکې دي، پيرسن (1930) Karl Pearson له خوا څېړل شوی دی، په يوه کاملاً متناظر منحني کې چې Skewness بلل کېږي، ميانه، اوسط او موډ يو برابر وي، خو په Positiveskewness کې Mo(Median(Mean او په کښې لوري لمن لرونکي منحني Negativelyskewes کې Mean(Median(Mode ډول روابطو موجود وي.

**کارل پيرسن د متناظر ضريب داسې محاسبه کړ:**

Mode=3Median-2Mean

خو موډ تېر بحث کې وليدل چې موډ په آسانۍ محاسبه کېږي، خو په ډېر مشکل د هغه واقعين موقعيت څرګند پدای شي، دا هغه وخت د هغې معادلې په واسطه چې د موډ معادل د موډ پرځای د کاروو، نو موډ يې ورياندې بېځايه کېدای هم شي، نو د پيرسن معادله په لاندې شکل دد

$$\text{Co-efficient of skewness} = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\text{Standard Deviation}}$$

برتانوي نامتو احصايه پوه (Lyon Bowly)(1866-1957) هم د کارتيل د انحراف په سنجش کې د تناظر په برخه کې ځينې معادلې وضع کړې، خو د کارتيل انحراف د ځينو نيمګړتياوو له کبله د کارل پيرسن فورمولونه غوره بريښي، خو په هغو کې چې چېرې کومه صنف بندي کې پرانستي صنفونه يا خلاص صنفونه موجود وي، نو بيا د کوارتيل طريقه کارول کېږي.

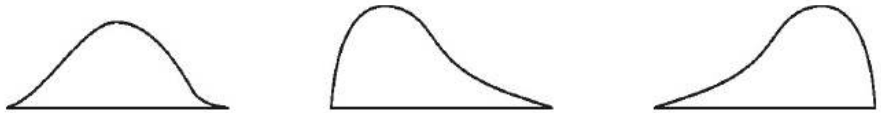
د ارقامو د وېش منحني ګان د نورمال منحني په مقايسه په څو ډوله وي:

کېدای شي د هغه په مقايسه يې څوکه ډېره لوړه وي، مګر لمنې يې راتولې وي، کېدای شي د هموارې او د غونډې په ډول وي، خو لمنې دوو خواوو ته ډېرې پلنې وی، دې ته د عدم تناظر مقياس هم ويل کېږي.

د همدغې ذکر شوې موضوع د سنجش لپاره ځينې معيارونه وضع شوي، خو اکثره احصايوي تيوري ګانې د نورمال وېش (طبيعي منحني) په فرضيې ولاړې دي، چې د عدم تناظر اندازه کول او مطالعه کول هم له همدې نقطې نظره مهم بريښي. دلته د يو نورمال منحني په مقايسه دوه ډوله حالات راڅرګندېږي: يو يې د نورمال منحني په مقايسه لوړوالي يادوکې موجوديت چې دې ته د Kurtosis اندازه وايي او بل يې د نورمال منحني په مقايسه د پلنوالي يادلمنو د خپروالي درجه چې دې ته Skewness وايي، يعني:



(۲،۷) شکل:



الف — Negative-Skewness

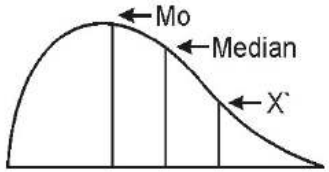
ب — Positive-Skewness

ج — Skewness

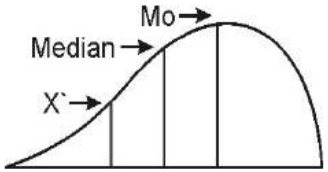
په (۲،۷) شکل کې، الف ډول منحني کښې لوري ته لمن لرونکي او (ب) شکل منحني ښي لوري ته لمن لرونکی بريښي، خو (ج) ډول منحني دواړو خواوو ته متناظر دی، چې د منحني په نوم پېژندل کېږي، دا کاملاً متناظر منحني دی، چې طبيعي منحني يا Normal Curve هم بلل کېږي.

په دغو ټولو منحني ګانو کې د Median, Mo او X` موقعيتونه فرق کوي، يو Lepto Kurtic منحني دا ښکاره کوي، چې د مشاهدو تراکم اکثراً د مرکز خواته ورټول وي، خو په Platy-Kurtic ډول منحني کې ارقام د لمنو خواته په دوه طرفه پراګنده ويو ميزوکرتيک د ارقامو هغه وېش (پخش) ښيي، چې د مشاهدو تمرکز نسبتې لومړی شکل ته، مرکز ته لږ څه کم متراکم وي، دې ته په احصايه کې Kurtosis يا د ارقامو د وېش څرنګوالي يا خپروالی وايي. د ارقامو تناظر او ښي يا کيڼې خواته د لمنو خپروالي کې معمولاً دغه مشخصات ليدل کېږي، کله چې د ارقامو وېش ښي خواته ډېر متمايل وي، نو.

Mo(Medi(X` يعنې:



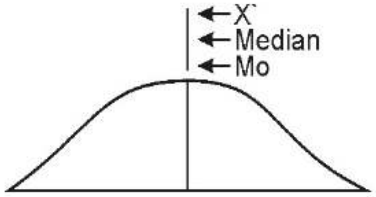

اما که د ارقامو د وېش تمايل کيڼې خواته زيات وي، نو: X`(Medi(Mo




يعنې برعکس:

اما په متناظر حالت کې متمرکز وي:

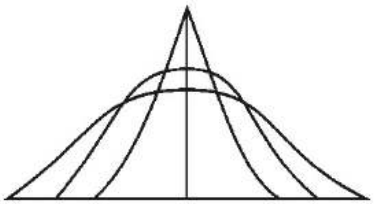
يعنې:



(c) ketabton.com: The Digital Library



(۷،۷) شکل:



د څوکو اود لمنو د پراخوالي (عدم تناظر) مقایسه د نورمال منحني سره (نورمال منحني په تور رنګ ښودل شوی).

په دې ډول موږ دوه ضریبونه پېژندلای شو: یو دوو خواو ته د لمنو پلنوالی یا د عدم تناظر ضریب او بلې کشیدګي یا د منحني د څوکې د څرنګوالي ضریب.

دلته به اول د عدم تناظر مسله وڅېړو:

د دغه ضریب لپاره لاندې معادله موجوده ده.

$$Sk=\frac{3(X`-Md)}{S}$$

مثال:

که چېرې د ارقامو په یوه وېش کې X`=25, Medi=26 او میزاني انحراف (S=2) وي، نو لیکو چې:

$$Sk=\frac{3(25-26)}{2}=\frac{3(-1)}{2}=\frac{-3}{2}=-1,5$$

له دې کبله چې X`(Median) دی، نو ځکه عدم تناظر د درجې ضریب 1,5- محاسبه شو، چې د منفي د علامې موجودیت دا ښکاره کوي، چې د ارقامو وېش کینې خواته تمایل لري، یعنې د منحني د لمنې پراخوالي چپ لوري ته زیاته ده، خو برعکس که چېرې X(Median وي، نو ښکاره خبره ده چې ځواب یا (Sk) یو مثبت عدد لاس ته راځي او ښیي چې ښي لاس ته د ارقامو وېش میلان لري، د څوکې یا کشیده ګي او د تناظر معیارونه د کوچني الفا (∝) په واسطه ښیو، دلته به موږ د عدم تناظر د معیار لپاره ($\propto_3$) غوره کړو، دغه دواړه په صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو کې بېلابېل فورمولونه لري:

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:

$$\propto_3=\frac{\Sigma(xi-x)^3}{nS^3}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د عدم تناظر د ضریب د موندلو فورمول:



$$\propto_3=\frac{\Sigma fi(xi-x`)^3}{nS^3}$$

دلته په نومورو فورمولو کې فرق همدومره دی، لکه څومره چې د صنف بندي شویو او غیر صنف بندي شویو ارقامو د اوسط په سنجش او د وسطي انحراف په سنجش کې و، یعنې fi دخل پیدا کوي او بیا په غیر صنف بندي شویو کې xi د هرې مشاهدې، اما په صنف بندي شویو کې xi د صنفي وسطونو څخه نمایندګي کوي او په غیر صنف بندي شویو کې (n) ټول مشاهدات دي، اما په صنف بندي شویو کې (n) د دفعاتو مجموعه ده، خو $(S)^3$ د Standard Deviation څخه عبارت ده، چې د (3) به طاعت ده، کله چې $\propto_3$ مثبت وي، د ارقامو د وېش لمنې ښي خوا نه ډېرې پلنې وي، خو کله چې $\propto_3$ یو منفي عدد وي، د ارقامو د وېش پراخوالی کینې خواته وي، خو که $\propto_3=0$ وي، ددې مانا دا ده چې X=Median دی، یعنې منطبق دي، نو حاصل تفریق چې فورمول کې صفر کېږي، دا ډول وېش متناظر وېش دی، چې کاملاً نورمال یا طبیعي منحني جوړوي، د څوکې د لوړوالي معیار لپاره هم $\propto_4$ کاروو او هم په عین ترتیب فورمول لري، خو طاقت یې یو عدد زیات دی.

۱. په غیر صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د ضریب د موندلو فورمول:

$$\propto_4=\frac{\Sigma(xi-\Sigma)^4}{nS^4}$$

۲. په صنف بندي شویو ارقامو کې د څوکې د لوړوالي د فریب د موندلو فورمول:

$$\propto_4=\frac{\Sigma fi(xi-x`)^4}{nS^4}$$

که چېرې د $\propto_4$ ضریب له (3) څخه لوړ وي، نو دا ددې مانا لري چې ډېر زیات مشاهدات د وېش منځنیو برخو کې راټول دي، یعنې د منحني څوکه ډېره لوړه، خو د دوو خواوو نه یې لمنې ډېرې پلنې نه دي، بلکې راټولې دي، که چېرې $\propto_4$ د ضریب له (3) څخه کوچنی عدد وي، نو دا ښیي چې د ارقامو د وېش منحني یو داسې شکل لري، چې د یوې هوارې غوندې بڼه لري، یعنې څوکه یې ډېره لوړه نه، بلکې ل څه پلنه او لمنې یې هم هوارې دي، خو هغه ارقام چې د هغو منحني نه ډېر پلن او هوار وي او نه ډېره تېره لوړه څوکه لري، د هغو لپاره د $\propto_4$ د ضریب قیمت (3) بلل کېږي دا موضع په (۷،۷) شکل کې ښه څرګنده شوې، هغه د دفعاتو شمېر منحني چې تور رنګ شوي د هغه د ضریب قیمت (3) دی، اما هغه چې ډېره لوړه څوکه لري، د هغه ضریب هرومرو له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی، چې لمنې یې ډېرې خورې دي، مګر پلنه څوکه لري،

(c) ketabton.com: The Digital Library



چې د $\alpha_3$ ضریب یې له (3) لوړ عدد دی، خو درېیم امکان یې هغه دی چې لمنې یې ډېرې خورې وي، مګر پلنه څوکه لري، چې د $\alpha_3$ ضریب یې له (3) کوچنی راځي.

## ۲،۷ - یو طبیعي منحني او د هغه ځانګړنې:

## The Normal Curve & Its Characteristics

د ارقامو د وېش یو طبیعي منحني چې د خپلو مربوطو ارقامو او یا د دغوی تو د نقاطو له قیمت ګڈاري څخه ترسیم کېږي، دا ډول منحني خپلو دوو خواوو ته په متوازن ډول نه ډېرې پلنې او نه ډېرې راتولې لمنې لري او څوکه یې هم ډېره لوړه نه وي، پرته له هغه ډېر پلن یا د ډېرو څوکو لرونکو ټول طبیعي منحني ګڼل دي، مګر ډېره لوړه څوکه لرونکي یا ډېر پلن یې غیر طبیعي منحني ګڼل دي، لکه چې پخوا وویل شول، دا د Median او X د قیمتونو له مخې لاس ته راځي، د دې لپاره یو ارزش یا معیاري واحد Standard Unit هم تاکل شوی، چې په Z سره ښودل کېږي، د محاسبې په ترڅ کې دغه واحد د Z جدول څخه چې د کتاب په پای کې راغلی او د نورمال یا طبیعي وېش د جدول په نوم یاد ېږي، په لاس راځي، د ارقامو د نورمال وېش منحني ځینې ځانګړنې لري، چې هغه په لاندې ډول پېژنو:

**لومړی:**

باید پوه شو، چې طبیعي منحني یا د ارقامو طبیعي او نورمال وېش یو متناظر وېش دی، چې یو اوبل لوري ته د ارقامو د تمرکز او ثقلت له مخې د Meso-Kurtic شکل لري، نو په هغه کې:

$\alpha_3 = 0$

$\alpha_4 = 3$

او $X` = Mo = Median$ وي.

**دویم:**

طبیعي منحني د مسلسلو او پر له پسې ارقامو طبیعي وېش ښکاره کوي، چې په لاندې ریاضیکي معادله کې ښودل کېږي:

$$Y = \frac{N}{\alpha\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\delta^2}}$$

پورته فورمول کې:

Y- مستقل متحول چې له اوسط څخه د انحراف بڼه یې څرګندوي.

X- تابع متحول چې د هغه پر اساس د Y ارزش څرګندېږي.

M- د نفوس یا ټولو مشاهدو اوسط چې سنجش شوی دی.

$\delta$ - میزاني انحراف (کوم چې موږ په کم شمېر مشاهدو کې پخوا ښودلی و).



$\Pi$ - ثابت (چې دغه فورمول کې یې قیمت 3,1415 دی).

e- ثابت چې دغه فورمول کې یې قیمت 2,7182 دی.

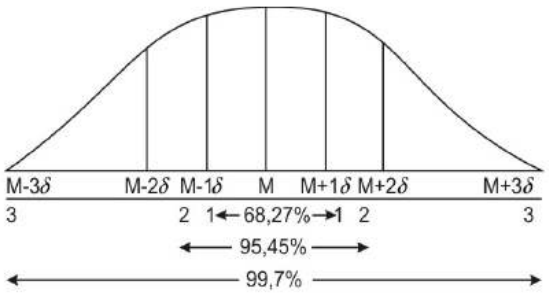
N- هغه ټول مشاهدات چې د طبیعي منحني ساحه کې راغلی او دغه ساحه یې 100% نیولې، کېدای شي موږ دغه ساحه واحد (۱) وبولو، نو له همدې کبله د هغې پر اساس د منحني ساحه کې د نورو برخو محاسبات ترسره کوو، نو موږ ویلای شو چې:

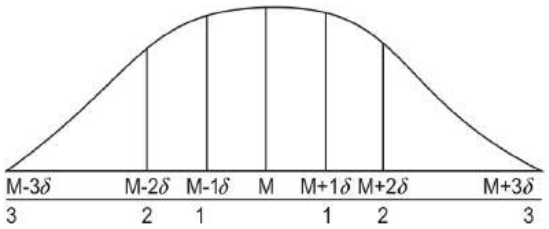
N=100%=1 یا ټول مشاهدات او د منحني ټوله ساحه چې په دې کې بیا هر صنف خپله فیصدي لري، کوم چې پخوا مطالعه شوی.

**دریم:**

د پورته فورمول مطابق له تیوریکي پلوه داسې ګڼلای شو، چې طبیعي منحني هیڅکله د X محور سره نه نښلي، بلکې داسې اټکل کوو، چې مثلا د یوه تحقیق د ترسره کولو لپاره راټول شوي مشاهدات چې ټول په عین توګه له ساحې راټول شوي او هر یو معین عدد او رقم دی او ځان ته خپل قیمت، وزن، اندازه او مقیاس لري، نو په دې کې د وېش له ساحې لاندې، له ټولو مشاهدو څخه د 68,27% په اندازه یې د $\mu \pm 1\delta$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه یې لرې واقع دی، خو که فاصله $\mu \pm 3\delta$ په فاصلې میزاني انحراف سره چې له اوسط څخه 99,73% ټول مشاهدات پوښي، دا فیصدي ګاڼې ټولې د میزاني انحراف د واحدونو په اساس اټکل شوي دي، چې وروسته به د ارقامو له مخې وښودل شي.

(۷، ۸) شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته مطلب دا دی چې په یوه کاملاً نورمال منحني کې Med ، Mo او X مساوي یا یو په بل منطبق وي، نو دا موږ 100% ګنو، خو په طبیعي منحني کې په لږ لږ بدلون د هغو ترمنځ فاصله ایجاد ږي.

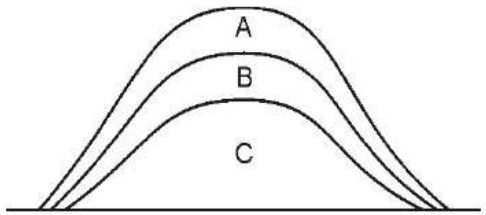
**څلورم:**

له دې کبله چې موږ د طبیعي منحني تر پوښښ لاندې ساحه 100% یا (۱) فرض کړه، نو د X د دوو ارزشونو ترمنځ ساحه یعني د X=a او X=b ترمنځ برخه چې (a)b) وي او د ارقامو اوسط (M) او میزاني انحراف (δ) هم معلوم وي، بالکل د محاسبې وړ ده، دغه ساحه موږ د (μ) او (δ) له مخې ټاکلای شو.

لکه چې موږ د ارقامو د صنف بندي په برخه کې ویلي و، د هستوګرام هر مستطیل د مربوطه دفعاتو فیصدي ښکاره کوي، نو دلته هم چې د منحني لاندې پوښل شوي هر څومره برخه چې جلا کوو، هغه هرومرو د همدغې 100% برخې یوه معینه فیصدي را اخلي او طبعاً چې هغې برخې پورې معین شمېر دفعات اړه لري، نو جلا شوې ساحه د معین تعداد مشاهدو احتمال ښیي، نو ځکه نورمال منحني ته د احتمالاتو منحني هم ویل کېږي.

**پینځم:**

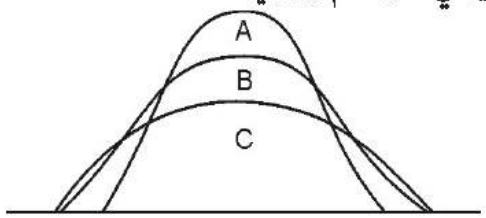
د نورمال وېش د خطي ګراف یا طبیعي منحني هغه معیارونه چې دا ډول منحني ګان د هغو پر اساس مقایسه کېږي، د S,M او N څخه عبارت دی او څومره چې د مشاهدو شمېر زیات وي، هغومره د منحني څوکه تېره او لوړه وي، خو څومره چې د مشاهدو یا دفعاتو شمېر (N) کمېږي، هومره منحني پلنوالی مومي.




(۷، ۹ الف) شکل: د N د شمېر له مخې د طبیعي منحني ګانو شکلونه

په A منحني کې N=300، په B منحني کې N=200 او په C منحني کې N=100.

پورته درې واړو شکلونو کې اوسط او میزاني انحراف یو بل سره مساوي دي، خو د مشاهدو شمېر یا د دفعاتو مجموعه (N) فرق کوي، حال دا چې په لاندې منحني ګانو یا میزاني انحراف هم فرق لري.




په A منحني کې δ=1

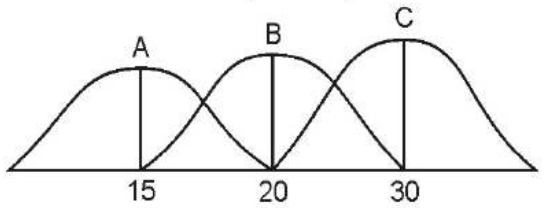
په B منحني کې δ=2

په C منحني کې δ=3

(۷، ۹ ب) شکل:



پورته شکل کې په میزاني انحراف کې بدلون او توپیر ددې سبب شوی، چې د ارقامو د وېش منحني شکل توپیر سره ولري، سره له دې چې (اوسط M) په هغه پخواني قیمت سره دی، د N او میزاني انحراف ( S.D ) اغیزې معکوسې دي، ځکه چې هر څومره چې لوړ قیمت غوره کوي، هغومره دا ښکاره کوي، چې ارقام دوو خواوو ته ډېر پراګنده دي، یعني مرکز ته تمایل یا متمرکز والی کم دی، د ګراف لوړوالی د ارقامو راتولوالی ښکاره کوي، حال دا چې د ګراف پلنوالي دوو خواوو ته د ارقامو خوروالی ښیي، خو په اوسط شکل کې ګورو چې د اوسط په بدلون منحني څومره بدلون مومي:




په A منحني کې M=15

په B منحني کې M=20

په C منحني کې M=30

په M کې زیاتوالی، منحني د X په محور له یوه ټیټ معیار څخه لوړ معیار ته خوځوي.

شپږم:

د (Z) یا د میزاني انحراف واحد د طبیعي منحني یو بل خصوصیت دی، ددې لپاره چې زموږ د (X) په افقي محور باندې د یوې مشاهدې ارزش او موقعیت د میزاني انحراف په واحد وپېژنو او د طبیعي منحني په ساحه کې موږ د میزاني انحراف (δ) او اوسط (M) ارزش او موقعیت وټاکلای شو، نو موږ لومړی دا مشاهده د (Z) په واحد تبدیلوو، Z داسې موندل کېږي.

$$Z = \frac{X - \mu}{\delta}$$

دلته:

X- مشاهده یا هر عدد.

μ- د نفوس اوسط

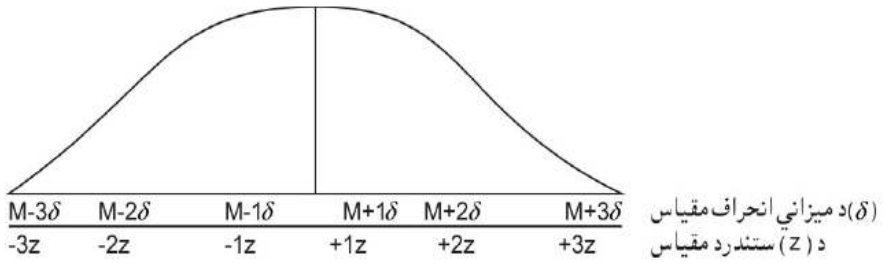
δ- میزاني انحراف

که چېرې د طبیعي منحني مشاهدات په (Z) واړول شي، نو له طبیعي منحني کاملاً یو نورمال او متناظر منحني جوړېږي، په لاندې شکل کې ګورو چې (Z) د هر میزاني انحراف د موقعیت او ارزش سره معادل شوی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

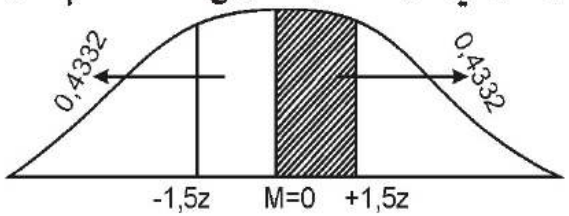


(۷،۱۱) شکل:




په ستندرد طبیعي منحني کې اوسط (M) صفر وي او میزاني انحراف (۱) وي، نو ځکه (Z=1.5) په افقي محور هغه نقطه ښکاره کوي، چې د میزاني انحراف (1,5) په اندازه د ارقامو وېش له اوسط لوړه واقع وي، همدارنګه Z=-1,5 ددې برعکس نقطه ښکاره کوي، چې د ارقامو د وېش له اوسط څخه د (1,5) په اندازه د میزاني انحراف څخه ښکته واقع ده، مثلاً لاندې شکل کې:

(۷،۱۲) شکل:




د M=0 او Z=1,5 ترمنځ ساحه

د طبیعي منحني لاندې ساحه کې د (Z) مثبتو ارزشونو یا اعدادو او قیمتونو لپاره چې د M سره یې پیدا کوي، د کتاب ضمیمه کې د (Z) جدول د عنوان لاندې راغلی دی، دا د منحني د تولې ساحې په نسبت محاسبه او سنجول شوي، له دې کبله چې موږ د طبیعي منحني توله ساحه (۱) یا 100% فرض کوو، نو د M=0 څخه ښي خوا هم 10,5 او د M=0 څخه کینه خوا هم 0,5 راځي، چې دواړه یې بېرته 1=0,5+0,5 کېږي، نو له دې کبله چې طبیعي منحني متناظر شکل لري، د M=0 څخه ښي خوا هر ارزش د هغه څخه د کینې خوا ارزش سره مساوي دی، یعني د (Z) مثبت قیمت عین د هغه منفي قیمت کېږي، نو په دې ډول که چېرې د M او Z لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحني د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلاً پورته مثال کې چې Z=1,5 لپاره هر قیمت راکړل شي، موږ کولای شو د منحني د هرې ساحې احتمال او فیصدي وټاکو، مثلا پورته مثال کې چې Z=1,5 قیمت راکړل شوی، په جدول کې د 1,5 لپاره 0,43% او همدومره کینې خواته دی، نو توله ساحه 86,64 فیصده اشغالوي، په دې ډول موږ ګڼ شمېر علمي او تحقیقاتي مسایلو کې د سنجش له دغه مېتود څخه کار اخلو.

لکه چې د احتمالاتو تیوري او قواعدو کې ولیدل شول، چې د یوې پېښې د واقع کېدو او نه



واقع کېدو احتمال یو (۱) دی؛ مثلا د یوې هګۍ څخه د چرګ یا چرګې پیدا کېدل، چې صرف د یوې هګۍ څخه یو چرګوړی راوځي، یا به چرګ وي او یا به چرګه، یا مثلا د یوې سیکې په غورځولو کې یا هغه د شېر پرمخ رالوېږي یا د خط پرمخ، نو: $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

او بالعکس د دواړو مجموعه یا ځواب صرف (۱) کېږي، نو د پېښېدلو یا نه پېښېدلو احتمال هم یو احتمال دی، هیڅکله امکان نه لري یوه سیکه په دواړو مخونو عین وخت کې راولوېږي او نه هم د عین هګۍ څخه دوه چرګوړي راووځي.

په طبیعي منحني کې د ګراف لاندې ساحه د ټولو دفعاتو د مجموعې (Σfi) څخه عبارت ده، کوم چې د (X) په محور واقع دی، له دې کبله چې دا ټول مشاهدات په بر کې نیسي، نو ځکه هغه 100% یا (۱) بولو او له همدې امله چې د احتمال پېښېدل مو هم (۱) بللی، نو د الف واقع کېدل ممکن کېږي، کوم چې د دغو دوو ارزشونو ترمنځ قرار لري، نو له همدې امله طبیعي منحني ته د احتمالاتو منحني وایي.

ددې لپاره چې د یوې مشاهدې د پېښېدو یا واقع کېدلو امکان یا چانس وپېژنو یا د دفعاتو او مشاهداتو په یوه مجموعه کې د یوې تاکلې مشاهدې فیصدي او امکان پېش بیني کړای شو، نو باید د منحني لاندې ساحه کې د هغې مربوطه مساحت د (X) څخه ښکته او پورته قیمتونو په حدودو کې پیدا کړو.

## ۷،۲،۱- د طبیعي منحني په ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش:

که چېرې د څو شاهدو یا د ارقامو د یوې مجموعې یا یوې پېښې د واقع کېدو د احتمال څرګندول منظور وي او وغواړو هغه د طبیعي منحني په ټولې ساحې کې وښیو، ددې مقصد لپاره لومړی یو طبیعي منحني ترسیم او بیا د X قیمت (د خپل پام وړ قیمتونو له مخې) په هغه کې په نښه کوو، بیا وروسته ګورو چې د Z قیمت څو دی؟ د هغه فیصدي د کتاب په پای کې راغلې ضمیمې د (Z) جدول له مخې مومو، وروسته همدا ساحه په فیصدي اړوو او په تور شوي رنګ یې د طبیعي منحني پرمخ په نښه کوو؛ دا هم یو څو بېلګې:

لومړی مثال: په مارکیټ کې د ۳۰۰ ګلمونو موادو او اجناسو نرخونه چې یو طبیعي وېش لري، اوسط یې ۶۰ او میزاني انحراف یې ۲۰ دی، ددغو معلوماتو له مخې دا احتمال څرګند کړئ، چې مني یو من په ۶۰-۲۰ افغانیو دی؟

M=60
δ =20
$X_1$=60
$X_2$=20

په لومړي قدم کې یو طبیعي منحني ترسیم او د X مربوطه قیمتونه وربانده ښکاره کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



یا Z=37,21

درېیم مثال:

که چېرې له یوې کروندې څخه ۳۰۰ رومي بانجان راټول شوي وي او د هغو اوسط وزن 16gr وي او د دغو ټولو ۳۰۰ رومي بانجانو ترمنځ میزاني انحراف 2,5gr سنجول شوي وي، نو څو فیصده رومي بانجان 13,5-16gr وزن لري؟

حل:

M=16

$\delta$ =2,5

$X_1$=13,5

$X_2$=16

لرو چې: $Z=\frac{X-M}{\delta}$

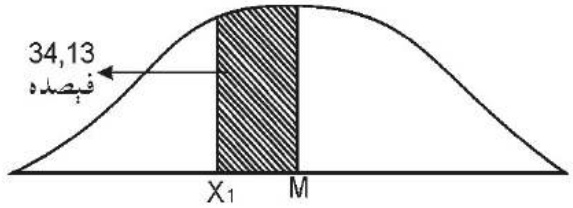
نو د فورمول له مخې لیکو چې:

$$Z_1=\frac{13,5-16}{2,5}=\frac{-2,5}{2,5}=-1$$

$$Z_2=\frac{16-16}{2,5}=\frac{0}{2,5}=0$$

په Z جدول کې د ۱ قیمت 0,3413 سره برابر دی ، نو:

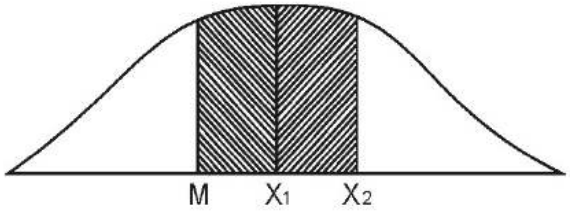
$Z_1+Z_2=0+0,3413=0,3413$ د ټولې ساحې مجموعه یا Z یا 34,13 فیصده




## ۷ ، ۳- دارقامو باینومیل وېش او د طبیعي منحني له مخې د هغو تخمین:

باینومیل هره هغه ریاضیکي افاده ده، چې دوه حده ولري، خو د عین طاقت یا توان لرونکی وي، مثلاً $(a+b)^2$ دلته a د افادې یو حد او b دویم حد دی، چې د دواړو طاقت (2) دی، د a او b مربوط قیمتونو په ایښودلو سره دا افاده انکشاف موندلی شي، طبعاً د هغې څخه یو ځواب راوځي او هم هغه تجزیه کېدای شي، کېدای شي هر حد بېل طاقت ولري، خو د ټولو طاقت بیا یو واحد عدد وي، خو په احصایه کې معمولاً طاقت مثبت عدد وي، مثلاً:






$$Z_1=\frac{60-60}{20}=\frac{0}{20}=0$$

$$Z_2=\frac{20-10}{20}=\frac{10}{20}=0,5$$

په دې ډول Z ساحه صفر او Z ساحه 0,5 عدد ښکاره کوي، چې ټوله ساحه یې $Z=Z_1+Z_2$ ده، نو د صفر څخه صرف نظر کوو، ځکه په (Z) جدول کې د هغه قیمت 0,0 دی، اما د 0,5 ځواب په Z جدول کې 0,1915 دی، نو لرو چې:

$Z=Z_1+Z_2=0+0$ دی، نو لرو چې: 0 , 1915%

یا ټوله ساحه $Z=Z_1+Z_2=0+0$ , 1915=0,1915 یا 19,15%

دویم مثال په لاندې ډول د یو علمي تحقیق د ترسره کولو په ترڅ کې د راټولو شویو مشاهدو د وېش طبیعي منحني چې د یوې سیمې څخه د جوارو د حاصلاتو د اندازې ښکارندوی ده، په دغو ارقامو کې $\delta=10$ ده، په منحني کې په نښه شوې ساحې ښکاره کړئ؟

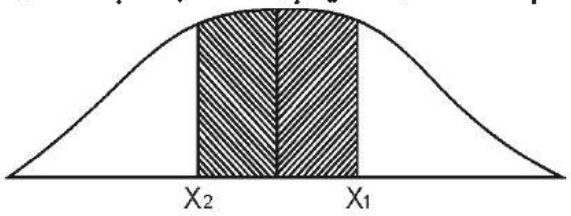
حل:

M=100

$X_1$=10,5

$X_2$=97,5

$\delta=10$




فورمول لرو چې: $Z=\frac{X-M}{\delta}$

نو لیکو چې:

$$Z_1=\frac{X_1-M}{\delta}=\frac{10,5-100}{10}=0,75$$

$$Z_2=\frac{X_2-M}{\delta}=\frac{97,5-100}{10}=0,25$$

د (Z) جدول له مخې $Z_1$=0,2734 ساحه او $Z_2$=0,0987 ساحه

ټوله ساحه

$Z=Z_1+Z_2=0,2734+0,0987=0,3721$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$(X-3y)^2$ یا $(2a+3b)^3$ او نور.

همدارنګه پوهېږو چې طاقت لرونکي فورمولونه په خپلو مضروباتو تجزیه کولای شو، مثلا:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

او یا هم:

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

او هم:

$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

یا

$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$

په احصائي کې بایینومیل هغه وخت کارول کېږي، چې کله موږ دوه مشاهدې سره یوځای لیکو، خصوصاً دا د احتمالاتو په سنجش کې د ډېرې معمول دي، مثلاً که چېرې یوه سیکه خلورځله پورته اچوو، د هغې د شېر یا خط احتمال داسې دی.

$(خط+شېر)^4$

که چېرې شېر په H حرف او خط په T حرف وښیو، نو د احتمالاتو د قاعدې مطابق چې موږ پخوا ورته اشاره وکړه، دواړه حوادث یوه ریاضیکي افاده کې لیکو: $(H+H)^4$

وروسته هغو ته د ریاضیکي فورمول مطابق انکشاف ورکوو.

$(H+H)^4=H^4+4H^3T+6H^2T^2+4HT^2+4HT^3+T^4$

په دې ډول سره د نوموړو ریاضیکي افادې له انکشاف ځخه داسې یوه معادله لاس ته راځي، چې د هغې ښي خوا د (H) او (T) د ترکیب څرنګوالي ښکاره کوي او همدې خواته د هر حد موجود ضریبونه هغه تکرار ښکاره کوي، هر ترکیب یا خاصه نتیجه واقع کېدای شي، مثلا (H) حادثه په خلور خله پورته غورځولو ۱۲ خله تکرارېږي، ځکه د هغو د حدونو د ضریبونو مجموع چې د معادلې ښي خواته واقع دی ۱۲ کېږي.

په دغه بایینومیل کې د هغې په انکشاف ورکولو سره دا ممکنه کېږي، چې موږ وکولای شو د یوې خاصې پېښې د واقع کېدو احتمال وسنجوو، مثلاً د معادلې ښي خواته د (HH)، (H) یا هم (HHH) د پېښو د احتمال نتایج.

کله چې د همدې بایینومیل ځخه وغواړو د هغو د دفعاتو ګراف رسم کړو، نو د معادلې ښي خوا حدونو طاقتونه چې هر یو پې د H د واقع کېدو احتمال ښیي، ددې شمېر ترستون لاندې او په خپله ضریبونه یعني د هر حد ضریب د دفعاتو ستون لاندې لیکو، په ګراف کې ضریبونه د (X) په محور او دفعات یا توانونه د (Y) په محور ښکاره کوو، له دې ځخه چې کوم Histogram په لاس راځي، هغه په خطي ګراف Polygon اړوو، نو دا یو طبیعي منحني ښکاره کوي، نو ځکه د



بایینومیل معادلې له مخې ترسیم شوي دي، که چېرې موږ وغواړو د یوې سیکې خلور خله پورته غورځولو کې د درې خله د شېر ارخ (H) واقع کېدو او یو خل د خط (T) واقع کېدو احتمال لاس ته راوړو، نو د شېر احتمال (HHH) او د خط احتمال (T) څخه عبادت دی یا $H^3T$ کوم چې د معادلې ښي خواته د افادې دویم حد څخه عبارت ده، د ریاضیکي افادې دغه حد ضریب خلور دی، یعني خلور خله تکرارېږي، د احتمالاتو د تیوري او قواعدو سره سم په خلور خله د سیکې غورځول او د درې وارو د شېر احتمال داسې سنجوو:

$$4=\text{د درې H احتمال } [P(HHH)XP(T)] \text{ یا } [(H)^3X(T)]=4\begin{bmatrix}\text{د مطلوبې حادثې}\\ \text{کېدو احتمال}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\text{د مطلوبې حادثې د واقع}\\ \text{د نه واقع کېدو احتمال}\end{bmatrix}$$

له دې کبله چې په هر خل غورځولو پنځوس فېصده د شېر او پنځوس فېصده د خط امکان شته، نو لیکو:

$$=4\left[\left(\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\right)X\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}\quad\begin{matrix}\text{په خلور خله د سکې غورځولو کې}\\ \text{درې خله د H د وقوع احتمال}\end{matrix}$$

په دې ډول بایینومیل معادلات ټول همدا خاصیت لري، نو ځکه هغو ته یو واحد فورمول غوره کولای شو او هغه دا دی، چې:

په دې فورمول کې:

$$P(x,n,p)=(x)P^{x}(1-p)^{n-x}$$

P- د پام وړ پېښې د واقع کېدو احتمال.

X- د پام وړ حادثه یا پېښه

n- د نمونو اندازه (یعني څو خله یوه حادثه تکرارېږي).

p- په هر خل یا په هره نمونه کې د پام وړ پېښې د واقع کېدو احتمال.

$(X)=\frac{n!}{x!(n-x)!}$ - دا د پام وړ پېښې د دفعاتو څخه عبارت دی، یعني د ضریب هغه عدد دی، چې موږ د مثال په ډول تېره شوې یوه ریاضیکي معادله کې د معادلې ښي خواته ښودلی و، یو خل بیا هم همدا تېر مثال د پورتنۍ معادلې په بڼه توضیح کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$P(3,4,\frac{1}{2}) = (3)^4(\frac{1}{2})^3(1-\frac{1}{2})$$

$$P(3,4,\frac{1}{2}) = \frac{4!}{3!(4-3)!}(\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2})(\frac{1}{2})$$

$$= 4(\frac{1}{16}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

مثال:

که چېرې په شپږو دانو هګیو کې د ځلورو چرګانو او دوو چرګو د راوتلو احتمال سنجوو، نو په شپږو واړو کې د ښځینه چرګورو احتمال داسې محاسبه کېږي:

$$P(x,n,p) = (x)^n(p)^x(1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} = (P)^x(1-P)^{n-x}$$

دلته:

X=4 ټول حادثات.

n=6 ټولې هګۍ.

$P = \frac{1}{2}$ د چرګې یا چرګ د وتلو احتمال یا په یوه هګۍ کې د هر احتمال پېښېدل (50% د چرګې او 50% د چرګ احتمال).

فکتوریل داسې انکشاف مومي:

$$P(4,6,\frac{1}{2}) = (4)^6(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2 = \frac{61}{4!(6-4)!}.(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^2$$

$$\frac{6x5x4x3x2x1}{4x3x2x1(2x1)}(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2})(\frac{1}{2}) = \frac{30}{2}(\frac{1}{16})(\frac{1}{4})15(\frac{1}{16}) = \frac{15}{64}$$

که د پورته ځواب حل وښیو، نو: $\frac{15}{64} = 0,23$

خو د هغه فیصدي داسې محاسبه کېږي: $\frac{15}{64}.100 = 23\%$

موږ کولای شو دغه فیصدي د دفعاتو د وېش په یو طبیعي یا نورمال منحني کې هم ښکاره کړو، دلته لومړی موږ دوه محورونه ترسیم او بیا وروسته د باینومیل د انکشاف موندلي حدونو ضریبونه په (X) یا افقي محور او د هر حد طاقت یا توان د (Y) یا په عمودي محور ښکاره کوو، د موضوع د ښه روښانه کولو لپاره یوه باینومیل ته انکشاف ورکوو او بیا یې په (X) محور او (Y) محور یا متحولینو قیمت ګذاري او طبیعي منحني یې ترسیمو، فرضا $(a+b)^4$ باینومیل لرو:

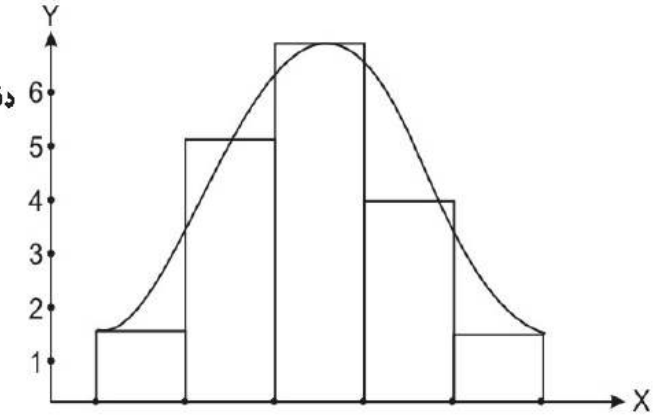
$(a+b)^4 = a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$

که دلته وغواړو د (a) دفعاتو وېش په ګراف کې رسم کړو، نو د پورته شرحې سره سم د a

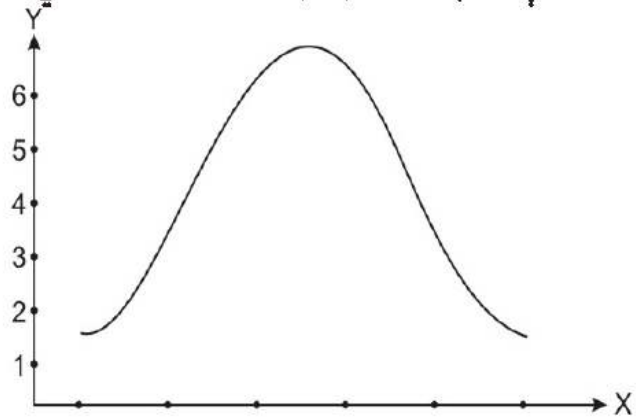


ضریبونه ښکته خوا په ښۍ ستون کې لیکو؛ ګورو چې د باینومیل د انکشاف موندلي معادلې اخری حد کې a نشته، یعنې طاقت یې صفر ګڼو، هغه ته صفر قیمت ورکوو، بیا د مساوات ښي لاس ته په ځلورم حد کې یې طاقت (۱) دی، نو ضریب یې 4 په درېیم حد کې چې طاقت 2 دی، نو ضریب یې 6 دی، لومړی د هغه یو ساده جدول ترتیب او بیا په انکشاف ورکړل شوي باینومیل کې د معادلې ښي خواته پینځه حدونه دي، نو د X په محور پینځه استوانې رسمو؛ داسې چې:

| a | دفعات (ضریبونه |
|---|---|
| 0 | 1 |
| a | 4 |
| aa | 6 |
| aaa | 4 |
| aaa | 1 |




که پورته ګراف یوازې د هغه په Polygon بڼه وښیو، کاملاً یو نورمال منحني دی؛ داسې چې:




نو په هغه صورت کې چې د ارقامو وېش کې د هغو اوسط (M) میزاني انحراف ($\delta$) او طبعاً د هغو مجموعه (n) ټول سنجش شوي وي، نو په طبیعي منحني یا د احتمالاتو منحني کې د یوې مشخصې حادثې یا معینې مشاهدې احتمال سنجوو، د باینومیل M او $\delta$ د سنجش فورمول دا دی:

$M = np$

$\delta = \sqrt{np(1-p)}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دلته:

n- ټول حادثات.

p- د پام وړ حادثې پېښېدلو احتمال.

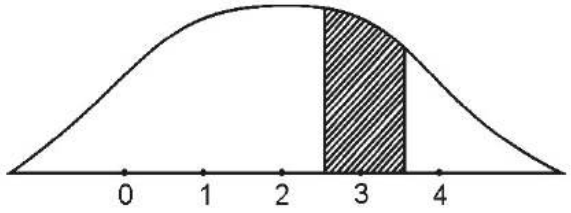
مثلاً د یوې سیکې په څلور ځله پورته غورځولو سره دې ځله شهر واقع کېدلو احتمال کې چې ټول حادثات (4) وي، یعنې (n=4) او په هر خل د مطلوبه حادثې د پېښېدو احتمال یعنې ($p=\frac{1}{2}$) فرض کوو، نو ځکه M او داسې محاسبه کوو:

$$\mu = 4(\frac{1}{2}) = 2$$

$$\delta = \sqrt{2(1-\frac{1}{2})} = \sqrt{2-1} = 1$$

که چېرې په شکل کې د طبیعي منحني تر ساحې لاندې د شهر دې ځله واقع کېدو احتمال وښیو، نو لاندې ډول باندې مربوطه ساحه په نښه کولای شو:

(۷، ۱۵) شکل:




دلته ګورو چې M او قییمتونه هم موجود دي او په افقي محور د مستطیل قیمتونه هم شته، یعنې پورته شکل کې د مستطیل قاعده له 3,5-2,5 قیمت لري.

یعنې:

X=2,5

X=3

X=3,5

لکه چې پخوا وویل شول، د (Z) جدول څخه په استفادې په طبیعي منحني د یوې معینې ساحې د احتمال معلومولو لپاره د نورمې قیمتونو څخه یعنې د 3,5-2,5 ترمنځ ساحه داسې تاکو:

$$Z_1 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{2,5 - 2}{1} = 0,5$$

$$Z_2 = \frac{X_1 - M}{1} = \frac{3,5-2}{1} = \frac{1,5}{1} = 1,5$$

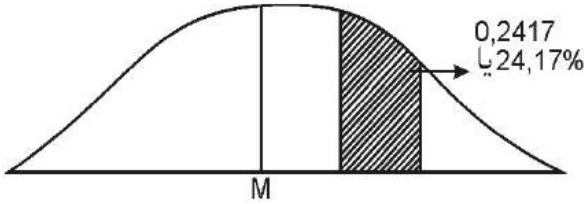
له M څخه تر Z=0,5 ساحه د جدول له مخې پیدا کوو، ګورو چې د (Z) د جدول مخې Z=0,5



ساحه له 0,1915 سره مطابقت لري، همدا راز له M څخه تر 1,5 یا کله چې Z=1,5 وي، دغه ساحه له 0,4332 سره مطابقت لري، نو کله چې د $Z_2=Z_1$ قاعدې له مخې د مربوطه ساحې قیمتونه یو بل څخه منفي کړو لرو چې:

0,4332-0,1915=0,2417

په دې توګه په شکل کې ښودل شوې ساحه توله 0,2417 یا 24,17% ده، یعنې:




په دې ډول د یوې سیکې په څلور ځله پورته غورځولو کې دې ځله د شهر په اړخ د رالوېدو احتمال 24,17% فیصده دی.

اوس دا دی ددې بحث په پای کې په لنډ ډول وایو، چې کله د یوې علمي څېړنې د ترسره کولو یا د ارقامو د صنف بندي او د منحني د ترسیم وروسته چې کوم د منحني شکلونه په لاس راځي دا ښلا ښلې ښې لرلای شي، یو یې هغه منحني ګانې دي، چې ډولې، مثلث ډوله، U ډوله، څو ځوکې لرونکي او داسې نور ډولونه لري، بل یې هغه منحني ګانې دي، چې د زنګ ښه لري، هغه منحني چې غونډې ډوله وي او لمنې یې دواړو خواوو ته په متناظر ډول هموارې وي، دې ته متناظر یا طبیعي منحني وایي، په دغه منحني کې میانه، اوسط او مود پېژندلو وړ دي، په علمي تحقیق او احصایېوي تحلیلونو کې متناظر یا نورمال منحني د فرضیو لپاره یو معیار په نظر کې نیول کېږي، په خپله د طبیعي منحني ساحه 100% یا یو فرض شوی چې د راتولو شویو مشاهدو څخه نمایندګي کوي، خو که چېرې وغواړو د یوې معینې مشاهدې یا په صنف بندي شویو ارقامو کې د یوه معین صنف د مشاهدو فیصدي او د هغو احتمال ومومو، نو د دې لپاره یو واحد معیار Standard Unit په نظر کې نیول شوی، چې په Z سره ښودل کېږي او په خپله Z چې د X قیمتونو معیار دی، په جدول کې قیمتونه لري او د افقي محور په سر د X هرو دوو ارزشونو ترمنځ د یوې پېښې واقع کېدل ښکاره کوي.

کله که یوه ښکارنده څو ځله پېښېږي، نو د تکرارونو او څو ځله پېښېدو شمېر یې په طاقت ارایه کېږي او دا چې څومره امکانات لري، هغه یې د ریاضیکي افادې حدونه جوړوي، په دې ډول یوه څو حده ریاضیکي معادله چې د طاقت لرونکي وي لاس ته راځي چې دې ته باینومیل وایي د باینومیلونو تجزیه د هغو په متشکله عناصرو (ضریبونو) د سره د خاصو ریاضیکي فورمولونو او مېتودونو له مخې صورت نیسي. د افادې د تجزیې د واحدونو ضریبونه د دفعاتو

(c) ketabton.com: The Digital Library

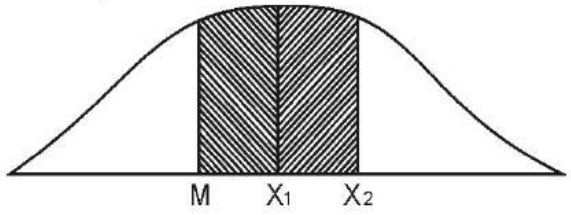


ستون لاندې او طاقتونه يې د بېل ستون لاندې ښيو، وروسته هغه د X او Y په محورونو رسمو، داسې چې ضريبونه په عمودي محور او طاقتونه په افقي محور ځای نيسي، دې پسې منحني ترسيم او له ورکړل شوي قيمت څخه يې د احتمال ساحه په نښه کوو.

مثالونه:

۱. د چرګانو د يوه فارم د هګيو ورکولو اندازې په پر له پسې دول ثبت شوي، بيا د هغو منحني ترسيم شوی، چې د يو خانګړي نسل هګی د ګراف ساحه کې په نښه شوي، تاسې د هغه فيصدي پيدا کړئ؟

(۷، ۱۷) شکل:




قيمتونه:

M=100

$X_1$=113

$X_2$=116

ځ =10

$$Z_1=\frac{113-100}{10}=\frac{13}{10}=1,3$$

ساحه يې $Z_1$ 0,4032

او:

$$Z_2=\frac{116-100}{10}=\frac{16}{10}=1,6$$

ساحه يې=$Z_2$=0,4452

يا تولې ساحه $Z=Z_2-Z_1$

يا Z=0,4032-0,4452=0,0420=4,20%

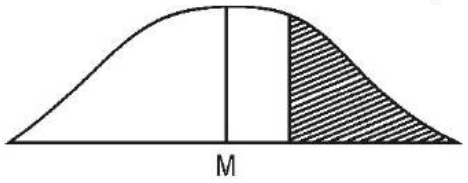
۲. يو کروندګر د خپلو بادرنګو د کروندې حاصلات چې جوزا له نيمايي يې حاصل تولول پيل او د سرطان تر پای پورې يې تثبيت کړي، د خامو ارقامو په بڼه يې يادداشت کړي او هيله لري چې صرف د سرطان له شملې د حاصل تر پای پورې يې چې کوم حاصلات کړي، آيا د تولو حاصلاتو څو فيصده برخه جوړوي؟

حل:

د تولو ارقامو جدول ترتيب او بيا يې منحني ترسيمو، د ارقامو له تحليل څخه طبيعي منحني او مربوط قيمتونه داسې ترلاسه شول:



(۷، ۱۸) شکل:




M=60

ځ =20

X=80

$$Z=\frac{80-60}{20}=\frac{20}{20}=1$$

مطلوبه ساحه يا 15,87% Z=0,5000-0,3414=0,1587

۳. که چېرې د حمل د مياشتې له لومړۍ تر اتمې پورې د اقليم پېش بيني او احتمال مد نظر وي او داسې فرض کړو، چې د شنه آسمن او باران احتمال بالکل مساوي وي، يعنې $\frac{1}{2}$ احتمال د وريځ اسمان او $\frac{1}{2}$ احتمال د شنه آسمان د پېښېدو وي، نو په دغو اتوورځو کې صرف د درېيو ورځو احتمال سنجش کړئ؟

X=3

N=8

$P=\frac{1}{2}$

P=?

$$P(X,N,P)=\overset{n}{X}.\overset{x}{P}(1-P)^{n-x}$$

$$P(3,8,\frac{1}{2})=(3)^8(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^5$$

$$P=\frac{8!}{3!(8-3)!}(\frac{1}{2})^3\ (\frac{1}{2})^5$$

$$P=\frac{8x7x6x5x4x3x2x1}{3x23x1(5x4x3x2x1)}(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^5$$

$$P=56(\frac{1}{8})=\frac{1}{32}$$

$$P=56(\frac{1}{256})=\frac{56}{256}$$

$$P=0,21187$$

$$P=21,87\%$$ يا

که چېرې وغواړو دا دول مسايل د طبيعي منحني په ساحه ښکاره کړو، نو په داسې حالت کې

(c) ketabton.com: The Digital Library



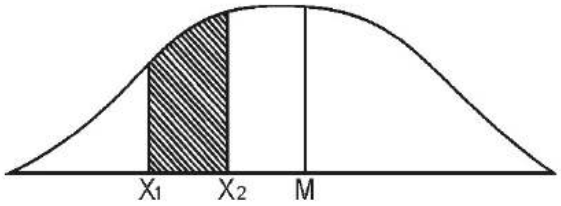
چې د حادثاتو د واقع کېدو احتمال 50% یا $\frac{1}{2}$ وي، لکه له هګۍ چرګ یا چرګې پیدا کېدل، د یوې سکې شپږ یا خط ارخ څرګندېدل، د وریځ یا شنه آسمان احتمال او داسې نور...، نو طبیعی منحني له (M) څخه بني خوا یو احتمال (مثلاً شپږ ارخ یا د چرګې راوتل) فرض کړو، وروسته راکړل شوي ارقامو څخه میزاني انحراف ( $\delta$ ) $N,N_2,N_1$ او نور پیدا کوو او مربوطه فورمول کې یې وضع کوو، مثلاً همدا پورته مثال کې داسې عمل کوو:

فورمول لرو چې:

$$M=N.P=8(\frac{1}{2})=4$$

$$\delta=\sqrt{NP(1-P)}=\sqrt{4(1-P)}$$

$$\delta=\sqrt{4(\frac{1}{2})}=\sqrt{2}=1,4$$




$X_1=2,5$

$X_2=3,5$

$Z_1=\frac{2,5-4}{4}=-1,06$ ساحه $Z_1=0,3554$

$Z_2=\frac{3,5-4}{1,4}=-1,35$ ساحه $Z_2=0,1368$

تولې ساحې $Z=Z1+Z2=0,3554-0,1368$

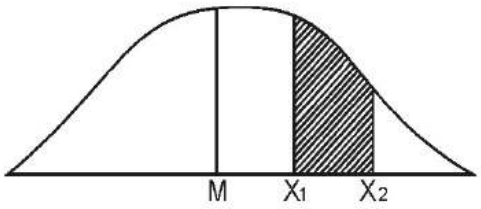
21,8% یا

که چېرې وغواړو د همدغو اتو ورځو د شنه آسمان احتمال څرګند کړو، نو هغه د M بنې خواته بنکاره کېږي، مثلاً په دغو اتو ورځو کې د پېنځه ورځو آسمان احتمال مومئ؟

حل:

$$M=NP=8.(\frac{1}{2})=4$$

$$\delta=\sqrt{NP(1-P)}=\sqrt{4(\frac{1}{2})}=\sqrt{2}=1,4$$




$\delta=1,4$

$X=4,5$

$X=5,5$



$$Z_1=\frac{X-M}{\delta}=\frac{4,5-4}{1,4}=\frac{0,5}{1,4}=0,35$$

$$Z_2=\frac{X-M}{\delta}=\frac{5,5-4}{1,4}=\frac{1,5}{1,4}=1,06$$

$Z_1=0,1368$

$Z_2=0,3554$

تولې ساحې $=0,3554-0,1368=0,2186=21,9\%$

دلته ګورو نیم احتمالات (وریځ) د M یوې خواته او نیم نور (شین آسمان) د M بلې خواته څرګند شول، فورمول او د قیمتونو وضع کلي طریقه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library



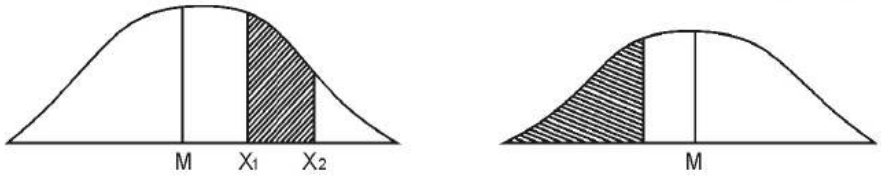
## تمرينات

۱. د ارقامو د وېش بېلابېل شکلونه شرحه کړئ؟

۲. د متناظر منحني خصوصيات وليکئ؟

۳. د قطعو په ۱۳ قره پرو کې د طوس، لس خال او اته خال د پېښېدو احتمال څرګند کړئ او د هغو د احتمال ساحه په طبيعي منحني کې ښکاره کړئ؟

۴. يوه پاراويت د يوې اونۍ په جريان کې بېلابېل ځاروي واکسين کړي، د هغو د ارقامو څخه لاندې منحني ګاني ترلاسه شوي دي، د هغو د خصوصياتو له مخې د نورې شوې ساحې فېصدې معلومه کړئ؟






# اتم څپرکی

## شاخصونه

## (Index Number)

### ۸،۱- د شاخص مفهوم:

شاخص عدد هغه دی چې د مرکبو ښکارندو، ارقامو، مشاهدو او اعدادو تناسب په اندولیز ډول ښکاره کوي، یا په بله وینا: د هغو بېلابېلو ټولنیزو، اقتصادي او چاپېریالي پدیدو د مقایسې نسبي ښوونه ده، چې مقایسه یې مد نظر وي.

شاخص نمبر یا Index Number چې وورسته له دې به یې په لنډیز سره شاخص بولو، یو احصایېوي مقیاس دی، چې په دوو یا له هغو زیات متحولینو کې بدلونونه د سیمې، وخت او یو شمېر نورو خانګړنو (عاید، لګښت، بیو، جوړښت او نورو...) په پرتله ښکاره کوي.

د طب او عامه روغتیا په برخو کې ډېر مثالونه شته چې باید به مقایسوی توګه وڅېړل شي. د فارمسۍ په چارو کې د ادویه جاتو مقایسوی موثریت، له یوې سیمې څخه بلې سیمې ته د امراضو شیوع، د ارګانېزمونو مقاومت یا عدم مقاومت، د سن او عمر پرتله کول او داسې نور ټول مسایل چې کوم بل مشخص مقیاس و نه لري د شاخص په واسطه په نسبي توګه ښودل کیږي.

د کرنې او مالدارۍ په برخه کې د ځارویو، د کروندو د حاصلاتو، ونو-بوټو تکټورونو، تولیدي عواملو او نورو هغه نسبي ښودنه او مقایسه ده چې د سیمو، خت، فارمونو، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، البته د کرنې او مالدارۍ اکثره عناصر په سیده ډول یو بل سره د اعدادو د ساده جمع کولو په قاعدو نه شو ترسره کولای، موسم او نورو پر اساس ترسره کېږي، د بېلګې په ډول کرنیز محصولات سابه (چې بېلابېل ډولونه لري)، میوې (بېلابېل ډولونه یې)، غلې دانې، د ځارویو محصولات او نور چې د دغو هر یو عناصر په انفرادي ډول نه شي سره جمع کېدای، خو د هغو عمومیت همدا دی، چې ټول کرنیز محصول او د کار ثمر دی، په شاخص کې دا بلابېل اقلام په مجموعي او عمومي ډول مقایسه کېږي؛ مثلا په ۱۳۷۹ل کال کې د ۱۳۸۸ل کال په پرتله د غلو دانو په تولید کې زیات والی یا کموالی، د پروان ولایت کې د لوګر د څرخ په مقاسه د یو واحد ځمکې د انګورو حاصل مقایسه، د یو شمېر محصلینو د نمرو شاخص، د لغمان ولایت په مقایسه د کندوز په ولایت کېد وریجو د یو جریب د حاصل پرتله کول او داسې نور.

د لومړي ځل لپاره شاخص د یوه انګلیسي عالم F.Y Edgeworgh (1845-1920) له خوا

(c) ketabton.com: The Digital Library



### ۸، ۲- د شاخص اهمیت:

سره له دې چې د شاخص، سنجش او ارایه د ځېرنې په پراخ ډګر کې د استعمال ډېر موارد لري، ببلابېلو اقتصادي، ټولنیزو ډګرونو کې خپل ځانګړی اهمیت او ارزښت لري، لکه د عامې روغتیا، صنایعو، سوداګرۍ، ښوونې اوروزنې او نورو کې خو بیا هم په دې هکله یوه اشاره کول په کار دي، ځکه مقایسه کول هغه ډېره واضحه ارایه ده، چې د یوې پدیدې وده یا وروسته پاتې والی وربانديې نه ښودل کېږي، مثلاً که چېرې وواي چې د مالداري یو فارم کې دغوښې د تولید اندازه له یوه کاله تر بل کال پورې له ۵۰ تنه ۷۵ تنه ته لوړه شوې، نو ددې فارم په حاصل کې زیات والی د فارم د کامیابۍ ننبنه ده، یا کله چې وایو په هېواد کې د منو د چنجیو د ناروغۍ خساره د لسو پخوا کلونو په مقایسه 20% راکمه شوې، دا هم اغېرمنوالی ښکاره کوي، یاد میدان ولایت کې د غواګانو د طاعون د واکسین له کبله د لوګر ولایت په مقایسه طاعون 50% کم شوی دی، په دې ډول شاخص یا د ارقامو کمښت او یا تولید په فېصدي ارایه کولای شو، چې د تزئید یا تنقیص ارایه په خپله د علمي ځېرنې یو مهم هدف دی، په ذکر شوي ډول سره د غو هر یوه مثالونو کې دوه پدیدې سره پرتله شوي دي، چې د تحلیل یو ډېر ښه اصل دی.

په لږ څه لویه کچه، د شاخصونو په واسطه موږ د څو څو کلونو په موده کې ببلابېل ارقام پرتله کوو، چې د شاخصونو یوه مجموعه یا سلسله رامنځته کوي، د ارقامو پرځای د هغو نسبي بدلونونه مطالعه کېږي، نو په دې ډول دا پرتله د اصلي ارقامو د مقایسې په پرتله ډېر روښانه او اسانه ده، دا نه یوازې د تېر وخت، بلکې د دورنما پلانونو او پالیسیو په برخه کې هم ترسره کولای شو.

موږ د راتلونکي بدلونونه هم په نسبي بڼه په فېصدي په نظر کې نیسو، چې د پېښېدونکي بدلون د افادې لپاره یو واحد عدد او مقیاس په لاس راځي، په تېره بیا په هغه حالت کې چې ارقام ډېر ګڼ او پېچلي وي یا تاکلی وزن، ثقلت او ارزش ولري، نو په داسې حالت کې د شاخص اهمیت نور هم زیات او لوړېږي.

### ۸، ۳- د شاخصونو د سنجش طریقې:

شاخصونه په ببلابېلو روشونو او طریقو سنجش او محاسبه کېږي، چې دا روشونه نظر هدف، ارقامو او امکاناتو ته فرق کوي؛ مثلا:

### عمومي او انفرادي شاخصونه:

عمومي شاخصونه هغه دي، چې په مرکبو پدیدو کې بدلون ښکاره کوي، د بېلګې په ډول په عمومي ډول د هېواد د مالداري په سکتور کې نظر یوه پخواني کال ته په بل کال کې بدلون یا د یو هېواد د ټول ملي عاید زیاتوالی د یوه پېنځه کلن پلان په پای کې چې د غو بېلګو کې ټول



تعریف او وښودل شو، ده د لومړي ځل لپاره وویل: چې شاخص هغه عدد دی، چې موږ عملاً هغه په کومه بله طریقه یا مقیاس نه شو ښودلای، پرته له دې چې یو کمیت د ځای، وخت یا نورو په مقایسه وښیو، په لنډ ډول دا چې شاخص وخت په وخت او له یو ځایه تربله په ارقامو کې د پېښو شویو بدلونو مقیاس دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



عناصر او اجزا شامل دي، حال دا چې په انفرادي شاخصونو کې د مرکبو پديدو په بېلابېلو عناصرو کې بدلون؛ لکه هر بېل بېل جز په ځانګړي ډول سنجش کېږي؛ مثلاً د مالداری په ټول سکتور کې صرفاً د غواګانو د روزنې شاخص، يا په ټول ملي اقتصاد کې د کرنې د برخې د پومبې د توليد او صادرولو د شاخص سنجش او داسې نور...

همدارنګه د شاخصونو د سنجش روش او طريقې د اساس دورې له مخې هم فرق کوي، د بېلګې په ډول که چېرې مخکې يوه دوره هر ځل د اساس د دورې په توګه سنجول کېږي، دې ته زنځيري يا (Chain Base Method Index) يا سلسلوي سنجش وايي؛ مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د ۱۳۷۸ کال پر اساس بدلون، په ۱۳۸۱ کال کې د ۱۳۸۰ کال پر اساس بدلون او همداسې پسې ادامه لري، يعنې:

خو ددې برخلاف بله طريقه د شاخص د سنجش مبنايي يا د ثابتې دورې اساس يا Fixed Base Method يا Link Index ده، چې په دې طريقه کې صرف يو ټاکلی وخت يا کال د اساس کال په ډول په نظر کې نيول شوی وي او نور ټول کلونه د هماغه يو کال پر اساس سنجول کېږي، مثلاً په ۱۳۷۹ کال کې د مالداری په برخه کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۰ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه، بيا په ۱۳۸۱ کال کې د واکسين تطبيق د ۱۳۷۸ کال په مقايسه او همداسې ورپسې نور کلونه، يعنې:

شاخصونه دوارو طريقو کې ځينې نيمګړتياوې او ښېګڼې لري، مثلاً د سلسلوي طريقې ښېګڼې دا دي چې هغې کې مستقيما بدلون په هر هر کال کې مطالعه کېږي او مولد ته خوښې ور په برخه کېږي، دويم دا چې کېدای شي په يوه کال کې نظر بل ته نوي اجناس شاخص کې داخل



شوي وي او ځينې زاړه ايستل شوي وي، نو دلته دا د سنجولو وړ ګرځي، دريم دا چې هندسي اوسط يې سنجولای شو.

دير حله موږ ار ياستو چې طبعي واقعيتونه، صحي راپورونه، د کال او مياشتو حوادث يو د بل په پرتله او نظر يوه وخت ته په بل وخت کې په هغو کې بدلون له مخې وښيو.

مبنايي روش کې د اوږدې مودې بدلون نظر يوه ډېر پخواني (اساس) کال ته امکان لري، په يوه اوږده سلسله کې ناڅاپي يا غير عادي ارقام لري کولای شو او يو نوع تعديل په کې ممکن دی.

دلته د مثال په ډول له ۱۹۷۵-۱۹۸۴ پورې يو بدلون هم زنځيري او هم په مبنايي طريقو سنجش شوي (وګورئ لاندې جدول).

(۱،۸) جدول- د اساس دورې له مخې د شاخص د سنجش دوه طريقې.

| Year | Price($) | (i) Index No.% $=(\frac{pn}{po}100)$ (1948 asbase) | (ii) Index No (Xhain Base) % |
|---|---|---|---|
| 1948 | 5,25 | 100 | Base |
| 1949 | 5,87 | 112 | 111,8 |
| 1950 | 6,12 | 117 | 104,2 |
| 1951 | 5,50 | 105 | 89,8 |
| 1952 | 6,25 | 119 | 113,6 |
| 1953 | 6,62 | 126 | 105,9 |
| 1954 | 6,75 | 129 | 101,9 |
| 1955 | 7,12 | 136 | 105,4 |
| 1956 | 6,50 | 129 | 91,2 |
| 1957 | 7,50 | 143 | 114,9 |

شاخصونه د سنجش د تخنيک او طرله پلوه په بېلابلو لارو محاسبه کېږي، چې هر يو يې په تفصيل سره تر بحث لاندې نيسو:

### ۸، ۳، ۱- د حقيقي مقدار د نسبي شاخص د سنجش طريقه:

دې ته د حقيقي مقدار ساده نسبي سنجش هم وايي، دلته د شاخص نمبر عمومي افاده داسې ده، چې نظر يوه اساس يا معيار وخت ته د يوه بل معيار او وخت په مقايسه مطلوبه پديده کې بدلون؛ مثلاً د استهلاکي امتعو او اجناسو بيه کې نظر يوه پخواني وخت ته بدلون داسې افاده کوو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$I=\frac{Pn}{P_o}X100$$

دلته:

I- شاخص.

Pn- مورد نظر وخت کې قیمتونه

Po- اساس یا مخکینې وخت کې قیمتونه چې په فیصدي ارایه کیږي.

به دې ډول د شاخص عمومي افاده داسې خلاصه کوو:

دا یو احصایوي تحلیل دی، چې یو (۷) متحول نظر یوه پخواني وخت ته مقایسه او مطالعه کوي، په پورته طریقه کې صرف یو جنس یا یوه پدیده د بلې په مقایسه په اوس وخت کې یا د راتلونکي لپاره نظر یوه معین اساس وخت ته مقایسه کیږي او د هغې افزایش یا تنقیص په فیصدي ښودل کیږي.

لومړی مثال:

د یوې کروندې د غنمو حاصل په ۱۳۷۹ کال کې ۶۰ منه وو، همدې کروندې په ۱۳۸۰ کال کې د غنمو ۸۵ منه حاصل درلود، د ۱۳۸۰ کال شاخص د ۱۳۷۹ کال په اساس محاسبه کړئ؟

$$Qi=\frac{qn}{q_o}x100=\frac{85}{60}x100=141,66\%$$ یاد مقدار شاخص.

دویم مثال:

د یوه کلیوال د چرګانو شمېر دده د کورنۍ فارم د تاسیس لومړي کال کې ۱۴۰ او په دویم کال کې ۷۰ و، د هغو بدلون د لومړي کال په مقایسه په دویم کال کې وښایاست؟

$$Qi=\frac{q_n}{q_o}x100 \quad Qi=\frac{70}{140}x100=50\%$$

درېیم مثال:

د یوه حیواني کلنیک د راجستر د کتاب له مخې دې کلنیک د ۱۳۷۹ کال د اسد په لومړۍ ۹۷۰ څاروي او د اسد په دویمه کې هم ۹۷۰ څاروي واکسین کړي، آیا دواړو دورو کې څومره زیاتوالی راغلی؟

$$Qi=\frac{970}{970}x100=100\%$$

لکه چې ولیدل شول دغو مثالونو کې دوه تاکلي ارقام ببلابېل دورو کې یو بل سره مقایسه شوي، هغه دوره کې چې د هغې درجه یا رقم یا عدد او مقدار محاسبه کیږي، د راپوردهۍ یا مورد نظر یا جاري دورې په نوم یاد ېږي، هغه دوره، وخت یا موده چې د هغې له رقم (عدد) سره مقایسه صورت نیسي، د اساس دورې، اساس وخت یا اساس مودې په نوم یاد ېږي.



مثلاً په لومړي مثال کې ۱۳۷۹ کال د اساس کال او ۱۳۸۰ کال د جاري یا مورد نظر کال څخه عبارت دی، شاخص په سلواله ښیو، که چېرې شاخص واحد (100%) وي، نو دا مانا لري، چې مقدار او ارقامو کې هیڅ بدلون (کمښت او زیادت) نه دی راغلی؛ لکه درېیم مثال کې، خو که له واحد (100%) زیات و، نو ددې مانا داده چې د راپوردهۍ زمان کې نظر اساس زمان ته زیات والی راغلی، مثلاً که د شاخص ځواب 150% و، نو یو نیم ځل زیاتوالی ښکاره کوي او که 200% و، نو دوه ځله زیاتوالی ښیي، په دې برخلاف که شاخص له واحد څخه کم و، نو دا کمښت ښکاره کوي، لکه دویم مثال کې، چې 50% یا سم نیم کموالی راغلی دی، پورته درې واړه مثالونه د مبنایي سنجش بېلګې دي، چې صرف یو یو عنصر په کې په انفرادي دول مطالعه شوی، ددغه روش ښېګڼه داده چې مقایسه کې ډېر ژر اسانه او واضحه صورت نیسي او اصل فیصدي او جنس په کې شامل وي، خو نیمګړتیا یې داده چې قیمت یې ورسره نشو سنجولای او بعضې وخت د یوه پرځای څو څو عناصر یعنې مرکب شاخص مطالعې لاندې په کې نیول کېدای شي، چې که دا اجزاء او اقلام قیمت ولریو نو د ارزش لرونکو ارقامو د شاخص د سنجش لپاره لاندې نورې طریقې لرو:

## ۸، ۳، ۲- د قیمتونو غیر وزن شوی شاخص د سنجش طریقې:

له دې کبله چې د کرنې او مالداری په سکتور کې ګڼ شمېر محصولات خپل تاکلی ارزش لري او د مقدار او حجم ترڅنګ په تاکلو واحدونو د هغو ارزش هم محاسبه کېږي، نو باید د شاخص په سنجش کې یې قیمت او د ټولو اراقمو یا محصول مجموعه وسنجول شي، ددغه روش مطابق د اصلي محصول یا ارقامو قیمتونه په سیده ډول یا په نسبي ډول په نظر کې نیول کېږي، خو د محصولاتو مشخص وزن یا اهمیت په نظر کې نه نیول کېږي، نو ځکه ورته غیر وزن شوی روش وایي، چې یو یې د حقیقي قیمتونو مجموعي مېتود او بل یې د حقیقي قیمتونو د سنجش اوسط مېتود دی، دواړه به وګورو:

**الف-** د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوي مجموعي طریقه:

په دې کې پرته له دې چې د هر رقم او قلم نسبي ارزش وټاکو، صرف د هغو مجموعه د راپوردهۍ یا مورد نظر دورې لپاره په لاس راوړو، بیا یې د اساس دورې په مجموعه وېشو، د اساس رقم یا دوره 100% فرض کوو، په پای کې مورد نظر مقایسه په لاس راځي، فورمول یې دا دی:

(c) ketabton.com: The Digital Library



- ټول اجناس د اهمیت له پلوه مساوي وي.
- که چېرې د اجناسو مقدار په یوه واحد واړول شي، ممکن په شاخص کې لوړه بدلون راشي، مثلاً که چېرې یو جنس په من وي، نور په کیلو، نو که دا یو من په (۷کیلو) یا د نور اجناسو ۷ کیلو به په یو من اړوو، په محاسبه کې لوړه بدلون راځي، خو په دې طریقه کې اکثره د واحدونو بدلولو ته ضرورت نشته



$(pi) = \frac{\Sigma p_n}{\Sigma p_o} x100$ د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص.

دلته:

$P_n$- د راپوردهی یا جاري مودې قیمتونه

$P_o$- د اساس دورې قیمتونه

$\Sigma$- مجموعه

Pi- د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص.

په ۱۳۷۰ کال کې د یو من غنمو بیه ۱۱۰، یو کیلو غوښه ۶۰ او یو لیتر شیدې ۱۲ افغانۍ وي، په ۱۳۸۰ کال کې د دغو اجناسو قیمت په وار سره ۲۵۰۰۰، ۲۵۰۰۰ او ۸۰۰۰ افغانۍ شوې، د هغو شاخص وسنجوئ؟

(۲،۸) جدول په ۱۳۸۰ کال کې د درې قلمو اجناسو قیمتونو شاخص نظر ۱۳۷۰ کال ته

| Commodity | Unit | Prices (Afg) in | |
|---|---|---|---|
| | | 1370 | 1380 |
| Wheat | Sir | 110 | 65000 |
| Meat | Kgr | 60 | 25000 |
| Milk | Lit | 12 | 8000 |
| Totla | | 182 | 98000 |
| Index No. | | 100% | 538,4% |

د حقیقي قیمتونو غیر وزن شوې مجموعې شاخص $(Pi) = \frac{98000}{182} x100 = 538,4\%$

## ښېګڼې او نیمګړتیاوې:

**الف- ښېګڼې:**

- دا طریقه اسانه او ساده ده.
- په مجموع کې د یو شمېر محصولاتو د قیمتونو شاخص ښکاره کوي.
- که د اجناسو اندازه په بېلابېلو واحدونو وښیو، یا یې واحد هیڅ نه وی ورکړل شوی بیا هم د محاسبې وړ دی.

**ب- نیمګړتیاوې:**

- په هر بېلابېل محصول او رقم کې بدلون نشو ښکاره کولای.
- که چېرې په یو محصول کې د هر زیات فرق راشي او نور باقي محصولات د پخوا په شان واحد (ثابت) وي، بیا هم همدا یو قلم تفاوت په مجموع کې د شاخص په مجموعه اغېزه کوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



**ب: د نسبي قیمتونو د اوسط سنجش طریقه:**

په دغه طریقه کې لکه پخوا په شان لومړی د اساس کال د اجناسو قیمتونه هر یوې 100% فرض کوو، وروسته بیا د جاري یا راپور دهي د کال قیمتونه د اساس کال د قیمتونو په مقایسه د فیصدي په بڼه په نسبي ډول اړوو، بیا له یوه وسطي وزن (معمولا ساده حسابي اوسط، هندسي یا هم میاني) څخه استفاده کوو، په اوسط ډول یې شاخصونه سنجوو، عمومي فورمول یې دا دی:

$$\text{د نسبي قیمتونو شاخص په اوسط طریقه} = \frac{\Sigma(\frac{P_n}{P_o}).100}{N}$$

دلته:

$P_n$- مورد نظر کال د اجناسو قیمتونه

$P_o$- اساس کال کې د اجناسو قیمتونه

$\Sigma$- مجموعه.

N- د ټولو اجناسو شمېر.

مثال: د اوو قلمو اجناسو وړکل شوي قیمتو د ۱۹۵۷ کال د بیو په اساس لرو، په ۱۹۵۸ م کال کې قیمتونو کې یې بدلون محاسبه کړئ؟

(۸، ۳)- د اوو قلمو اجناسو د شاخص محاسبه

| Commdity | Unit | Prices ($) in: | | Priceesrelatives | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 1957 | 1958 | 1957 | 1958 |
| Wheat | Ton | 351,00 | 335,0 | 100 | 95,44 |
| Rice | Kgr | 35,00 | 32,0 | 100 | 91,43 |
| Salt | Kgr | 1,25 | 1,40 | 100 | 110,00 |
| Sugar | Kgr | 2,25 | 2,60 | 100 | 115,56 |
| Cloth | Yard | 0,75 | 0,85 | 100 | 113,33 |
| Milk | Lit | 1,25 | 1,35 | 100 | 108,00 |
| Oil | Gall | 10,00 | 11,00 | 100 | 110,00 |
| Total | | | | 700 | 745,76% |
| Index No. | | | | 100% | 106,5% |

$$P_{on} = \frac{\Sigma(\frac{P_n}{P_o})x100}{n} = \frac{745,76}{7} = 106,5$$

**۸، ۳، ۳- وزن سره د حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش طریقه:**

ځینې وخت اړیو، چې د محصولاتو د قیمتونو ترڅنګ د هغو د حجم او مقدار وزن هم



محاسبه کې شامل کړو، چې هم یې د قیمت او هم یې د مصرف یا لګښت یا تولید د وزن او اندازې (حجم) د بدلون په هکله معلومات برابر شي، دغې طریقې ته Wighted Aggregativ Price Index Numbers وایي، چې د یو معین جنس د بیې سره یو ځای یې وزن د مربوطه مقیاس د واحد په ارایه کولو محاسبه کېږي، دلته په اساس زمان کې قیمت او جاري یا مورد نظر د وخت قیمت د یوه ثابت وزن سره ضرب کېږي، نو ځکه دلته له وزن سره د حقیقي قیمتونو شاخص ورته وایي او بیا یې په دواړو وختونو کې د وزن شویو قیمتونو مجموعه په لاس راځي په دریم ګام کې د اساس و زمان وزن شوې مجموعه (100%) قیاس او د جاري یا پام وړ وخت وزن شوې مجموعه د اساس زمان په پرتله په فیصدي سره ښیو او سنجوو یې، د مصرفي اجناسو د قیمتونو د وزن شوي شاخص په برخه کې معمولاً په یوه برخه کې معمولا په یوه تاکلي وخت کې د اجناسو د مصرف مقدار او حجم د وزن په ډول کارول کېږي، ددې لپاره چې په حاصله شوې مجموعه کې صرف د قیمتونو بدلونونه محاسبه شوي اوسي او د اجناسو د مصرف مقدار په کې ډېر منعکس نه شي، نو باید په دواړو وختونو کې (هم اساس او هم جاري زمان) کې باید ثابت شي، نو ځکه د وزن په توګه د اساس زمان مصرف د حجم د وزن په ډول په دواړو وختونو کې کارول کېږي.

دې برخه کې لومړی ځل جرمني عالم Etienne Laspeyres په ۱۸۷۴ م کال کې یوه طریقه او فورمول وړاندې کړ، چې بیا د یوه بل جرمني عالم او اقتصاد پوه Herman Paasche لخوا په ۱۸۷۴ م کال کې دغه طریقه نوره هم بشپړه شوه، چې اوس دا دواړه طریقې د همدې عالمانو په نوم کارلاندې نیول کېږي او احصایوي تحلیلونو کې په کار ځي، وروسته بیاد انګلیسي اقتصاد پوه Irving Fisher (Dr. of Eco. Sci.) (1867-1947) او Alfred Marchall (1845-1926) او Walsh لخوا په ډېر لږ تفسیر او اصلاح د لاسپرس او پاچ طریقې وکارول شوې، اوس د وزن لرونکو حقیقي قیمتونو د شاخص د سنجش لپاره همدا ښه‌لاښې طریقې معمولي او دود دي، دلته به یې لږ څه په تفصیل سره د ځینو ښه‌لګو سره وګورو.

**الف: د لاسپرس د قیمتونو شاخص (Lasppyress Price Index):**

دغه نامتو جرمني اقتصاد پوه د شاخص د محاسبې لپاره لاندې فورمول وړاندې کړ:

$$P_{on} = \frac{\Sigma p_n.q_o}{\Sigma p_o.q_o} x100$$

دلته:

$P_n$- په جاري زمان کې قیمت.

$P_o$- اساس زمان کې قیمت.

$q_o$- اساس زمان کې مقدار یا حجم

(c) ketabton.com: The Digital Library



Σ- مجموعه

مثال: په ۱۳۷۹ او ۱۳۸۰ کلونو کې یوه سیمه کې د هرې اونۍ لپاره د پینځه ډوله کرنیزو محصولاتو مصرف او قیمت په لاندې ډول وو: (قیمتونه په افغانۍ).

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹ | | ۱۳۸۰ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | د مصرف حجم | بیه | د مصرف حجم | بیه |
| اوړه | تن | ۱۰ | ۱۰۰ | ۱۴ | ۱۴۰ |
| وریجې | تن | ۱۲ | ۸۰ | ۱۴ | ۱۰۰ |
| شیدې | لیتر | ۱۲۰ | ۴۰ | ۱۸۰ | ۸۰ |
| بوره | من | ۴ | ۹۰ | ۶ | ۱۲۰ |
| چای | کیلو | ۲ | ۲۰ | ۳ | ۳۰ |

یادونه: ارقام فرضي دي

د پورته اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص حاسبه کړئ؟

حل:

(۸، ۴) جدول: د لاسپریس په طریقه د وزن شویو قیمتونو شاخص سنجش

| Commodity | Unit | 1379 (Base) | | | 1380 (The Given Year) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $q_0$ | $p_0$ | $p_0q_0$ | $q_1$ | $p_1$ | $p_1q_0$ |
| Flour | Ton | 10 | 100 | 1000 | 14 | 140 | 1400 |
| Rice | Ton | 12 | 80 | 960 | 14 | 100 | 1200 |
| Milk | Lit | 120 | 40 | 4800 | 80 | 80 | 9600 |
| Sugar | Kgr | 4 | 90 | 360 | 120 | 120 | 480 |
| Tea | Kgr | 2 | 20 | 40 | 30 | 30 | 60 |
| Total | | | | 7160 | | | 12740 |
| Index No. | | | | 100% | | | 171% |

د لاسپریس په طریقې وزن د قیمتونو شاخص $(P_{on}) = \frac{\Sigma p_n . q_o}{\Sigma p_o . q_o} x100$ یا

$(P_{on}) = \frac{12740}{7160} x100 = 17\%$.

## ب: د پاچ د قیمتونو شاخص (Paasches Price Index):

د لاسپریس طریقه یوه بنه طریقه ده، خو په هغې کې د اصلي زمان مقدار او حجم یعني $(q_0)$ دوه خله راغلي، هم په صورت او هم په مخرج کې نو طبعاً د محاسبې په پایله اغېزه لري، حال دا چې پاچ المانې عالم دغه طریقه یو څه اصلاح کړه او د اساس زمان د مقدار په عوض یې د جاري زمان مقدار ته اهمیت ورکړ، دا له دې کبله چې د وخت په تېرېدو سره د اجناسو مقدار او حجم



د اجناسو د قیمت بدلون په بنه ډول نه شي منعکس کولی، نو د جاري زمان یا د راپور دهي مودې مقدار استفادې لاندې نیول کېږي، فورمول یې دا دی:

$(p_{on}) = \frac{\Sigma p_n . q_n}{\Sigma p_o . q_n} .100$ د پاچ د قیمتونو وزن شوی شاخص

مثال: د یوې کورنۍ د ۱۹۹۹ م کال د جون او جولای د میاشتو مصارف او مقدار په لاندې ډول وو:

| اجناس | واحد | جون | | جولای | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | د مصرف مقدار | بیه | د مصرف مقدار | (حجم) په |
| شیدې | لیتر | ۱۰ | ۵ | ۱۲ | ۴ |
| اوړه | من | ۴ | ۲۰ | ۳ | ۲۰ |
| توکر | متر | ۴ | ۱۰ | ۴ | ۱۰ |
| چای | کیلو | ۲ | ۲ | ۴ | ۴ |
| هګۍ | دانې | ۲۰ | ۲ | ۲۲ | ۴ |

یادونه: ارقام فرضي دي

ددغو ذکر شویو اجناسو له وزن سره د قیمتونو شاخص د پاچ په طریقې د جولای د میاشتې لپاره د جون د میاشتې پر اساس حل کړئ.

(۸، ۵) جدول- د پاچ په طریقې د وزن شویو قیمتونو د شاخص سنجش

| Commodity | Unit | Jun (Base) | | | July (The given Price) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $q_0$ | $p_0$ | $p_0q_1$ | $q_1$ | $p_1$ | $q_1p_1$ |
| Milk | Lit. | 10 | 5 | 60 | 12 | 6 | 72 |
| Flower | Seer | 4 | 20 | 80 | 4 | 30 | 120 |
| Cloth | Meter | 4 | 10 | 40 | 4 | 10 | 40 |
| Eggs | Kgr | 2 | 2 | 8 | 4 | 4 | 16 |
| | Dozen | 6 | 2 | 44 | 22 | 4 | 88 |
| Total | | | | 232 | | | 336 |
| Index No. | | | | 100% | | | 145% |

د پاچ په طریقه $(p_{on}) = \frac{336}{232} x100 = 145\%$

## ج: د فیشر ایدیال شاخص Fisters Ideal Index:

لکه چې مو وړاندې د لاسپرس په طریقه او فورمول کې په جاري یا مورد نظر زمان کې $(p_n.q_o)$ د اساس کال $(P_0xQ_0)$ سره مقایسه کېدل، دلته له دې امله چې د اساس کال د ارقامو رول زیات دی، نو ممکن د هغو ارزش له هغه حقیقي ارزش څخه لوړ منعکس شي، اما د فورمول په صورت

(c) ketabton.com: The Digital Library



کې د مورد نظر کال قیمتونه د اساس کال مقدار سره ضرب شوي او د پاچ په طریقه کې هم د مورد نظر زمان د مقدار په مقایسه محاسبات صورت نیسي، نو ددغو دواړو ترمنځ د یوه تعادل د راوستو لپاره فیشر یو ډول هندسي اوسط څخه کار واخیست او د لاسپرس او پاچ دواړو طریقو فورمولونه یې ضرب او بیا یې مربع جذر استخراج کړ، په لاندې ډول:

$$P_{on}(Fisher)=\sqrt{P_{on}(Laspyres)xP_{on}(Passches)}$$

$$\text{فیشر ایډیال شاخص}=\sqrt{\frac{\Sigma p_n.q_n}{\Sigma p_o.q_o}x\frac{\Sigma p_n.q_n}{\Sigma p_o.q_n}}$$

## د: د حقیقي قیمتونو د وزن شوي مجموعي شاخص د سنجش لپاره د مارشال او وایجورت طریقه:

ددې لپاره چې د لاسپریس او پاچ په طریقه کې د بحث وړ تکي بالکل حل شوي اوسي، دوه تنو انګلیسي پوهانو Alfred Marshall (1842-1920) او F.Y. Edgeworth (1845-1926) د شاخص ذکر شویو فورمولونو ته لږ نور هم انکشاف ورکړ، دې ته یوه موافقه د حل طریقه Acompromise Slution ویل شوي، چې هغه داده:

$$P_{on}=\frac{\Sigma p_n(q_o.q_n)}{\Sigma p_o(q_o+q_n)}$$

مثال: په لاندې جدول کې د درې ډولو اجناسو قیمتونه او مقدار په 1960 او 1964 کلونو کې ورکړل شوي، د 1960 پر اساس یې په 1964 کې شاخص د مارشال – ایجورت په طریقه وموئ؟

(۸، ۲) جدول- د درې ډوله اجناسو د قیمتونو شاخص سنجش د مارشال – ایجورت په طریقه

| Commodity | 1960 | | 1964 | | $(q_0+q_1)$ | $p_1(q_0+q_1)$ | $p_o(q_1+q_1)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $p_o$ | $q_o$ | $p_1$ | $q_1$ | | | |
| A | 3,95 | 9,67 | 4,25 | 10,4 | 20,11 | 85,47 | 79,438 |
| B | 34,8 | 78 | 38,9 | 83 | 161 | 6,269 | 5,602 |
| C | 61,5 | 118 | 59,7 | 116 | 234 | 13,96 | 14,405 |

$$\text{The Marshall – Edgewerth Price in Index}=\frac{\Sigma p_1(q_o+q_1)}{\Sigma p_o(q_o+q_1)}x100$$

$$=\frac{105,710}{99,446}x100=106,3\%$$

## ۸، ۴ - د شاخصونو په برخه کې د پام وړ تکي او ځینې پرابلمونه:

د شاخصونو په تولو ډولونو یعنې هم عمومي، هم انفرادي، هم زنځیري او هم ربطي ډولونو کې د ریاضیاتي څانګړنو برسېره، ځینې نظري او عملي پرابلمونه او د پام وړ مسایل شته، چې



باید په پام کې ونیول شي، دا پرابلمونه په لاندې ډول دي:

a. له دې کبله چې د شاخص لپاره اعداد د مقایسې په خاطر غوره کېږي، نو باید دقت وشي، چې نمونې او مشاهدې باید تصادفي Random Sample ونه اوسي، بلکې دا باید انتخاب شوي او سنجول شوي ارقام اوسي.

b. باید د اساس کال یو نورمال او عادي کال وي، نه دا چې د ناروغیو، وچکالیو یا جګړو زمان او کال وي، طبعاً په هغو کې ارقام، تولیدات، قیمتونه او محصولات غیر عادي وي، باید داسې اساس کال غوره نه شي.

c. باید اساس کال ډېر لرې نه وي، بلکې یو نژدې او تازه کال وي.

d. د شاخص لپاره غوره شوي ارقام باید ډېر اعظمي او ډېر اصغري نه وي، که داسې وو، نو ښه به وي، چې د مقایسې لپاره د څو کلونو اوسط ونیول شي، بیا د شاخص محاسبه ترسره شي.

e. باید په شاخصونو کې داسې ثقلت په کار یوړل شي، چې دهغو اقتصادي اهمیت مهم وي.

f. باید د شاخصونو دمعلومولو لپاره نظر هدف او مقصد ته لازم اجناس او ارقام راټول شي، کله چې موږ د کرنې او مالداری برخه کې د قیمتونو شاخص ټاکو، باید هغه کې کافي اندازه محصولات راولو؛ لکه غلې، دانې، سابه، لبنیات او نور.

د فیشر له نظره دا اجناس باید اقلا ۵۰-۲۰ پورې وي.

g. په یوه دینامیک اقتصاد کې نه یوازې د اجناسو کمیت، بلکې مقدار او حجم بدلېږي، بلکې وخت په وخت د هغو کیفیت کې هم بدلون راځي، نو ځکه په ډېلا ډېلو وختونو کې د شاخصونو مقایسه کې د هغو نظر کې نه نیول یا ډېرو اوږدو فاصلو کې د شاخص سنجش ممکن ګټور تمام نه شي، داسې حالت کې زنځیري شاخص ډېر ارزښت پیدا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



Compute the seasonal indices by using the ratio to moving average method for the data in example:

| Year and quarter (1) | Y- Values TCSI (2) | 4-quarter centred moving averages TC (3) | Seasonal relatives TCSI÷TCx100=SI (4) |
|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | - | - |
| II | 98 | - | - |
| III | 79 | 89,6 | 88,2 |
| IV | 106 | 93,5 | 113,4 |
| 1980-I | 79 | 99,2 | 79,6 |
| II | 122 | 106,6 | 114,4 |
| III | 101 | 119,1 | 89,3 |
| IV | 143 | 117,4 | 121,8 |
| 1981-I | 94 | 123,1 | 76,4 |
| II | 141 | 128,6 | 109,6 |
| III | 128 | 134,6 | 95,1 |
| IV | 160 | 138,8 | 115,3 |
| 1982-I | 125 | 139,9 | 89,3 |
| II | 143 | 144,1 | 99,2 |
| III | 135 | - | - |
| IV | 187 | - | - |

یو حل شوی مثال:

د څلورو اجناسو (ABC او D) ځنځیري شاخص د هر کال لپاره پیدا کړئ؟

| Year | Commodity | | | |
|---|---|---|---|---|
| | A | B | C | D |
| 1951 | 81 | 77 | 119 | 55 |
| 1952 | 62 | 54 | 128 | 82 |
| 1953 | 104 | 87 | 111 | 100 |
| 1954 | 93 | 75 | 154 | 96 |
| 1955 | 60 | 43 | 165 | 88 |

د پورتني مثال د حل لپاره لومړی د هر کال مربوطه ارقام پیدا کوو:



$$\text{Link relative for 1952} = \frac{62}{81} x100 = 76$$

$$\text{Link relative for 1953} = \frac{104}{62} x100 = 68$$

$$\text{Link relative for 1954} = \frac{93}{104} x100 = 89$$

$$\text{Link relative for 1955} = \frac{60}{93} x100 = 65$$

## تمرینات

۱. په ۱۳۷۰، ۱۳۷۱، ۱۳۷۲، ۱۳۷۳، ۱۳۷۴ او ۱۳۷۵ کلونو کې په یوه فارم کې په وار سره ۲۰۰، ۲۱۰، ۲۱۰، ۲۲۰ او ۳۰ منو په اندازه تولید صورت نیولی و، لومړی د تولید د مقدار شاخص د ۱۳۷۰ کال په اساس په مبنایي طریقه او بیا یې هر کال د مخکنۍ کال پر اساس په زنځیري طریقه پیدا کړئ؟

۲. درې دوله اجناس (جوار، وربشې او مې) لرو، په ۱۳۷۹ کال کې یې د هر یو من بیه په ۸۰، ۲۰ او ۲۵ وه، په ۱۳۸۰ کال کې یې بیه ۱۰۰، ۱۲۰ او ۱۲۵ شوې، د حقیقي قیمتونو شاخص یې پیدا کړئ؟

۳. لاندې ارقام لرو:

| اجناس | واحد | ۱۳۷۹ | | ۱۳۸۰ | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | مصرف | بیه | مصرف | بیه |
| غوړي | کیلو | ۱۱ | ۱۰ | ۱۵ | ۱۴ |
| وریژه | من | ۳۲ | ۱۰ | ۲۵ | ۱۲ |
| شیدې | لیتر | ۳۰ | ۱۰ | ۳۰ | ۱۰ |

د پاچ او لاسپیریس په طریقه یې شاخص پیدا کړئ؟

۴. فیشر څوک و او څه یې وکړل، فورمول یې د څه په نوم یاد ږې او چېرې استعمال لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



پایه د ارقامو ثبت دا څکه چې په کرنه کې ګڼ شمېر ښکارندي د وخت په موازاتو کې د حرارت، تغذیې او نورو فکتورونو تر اغیزې لاندې کمي او کیفي بدلونونه مومي.

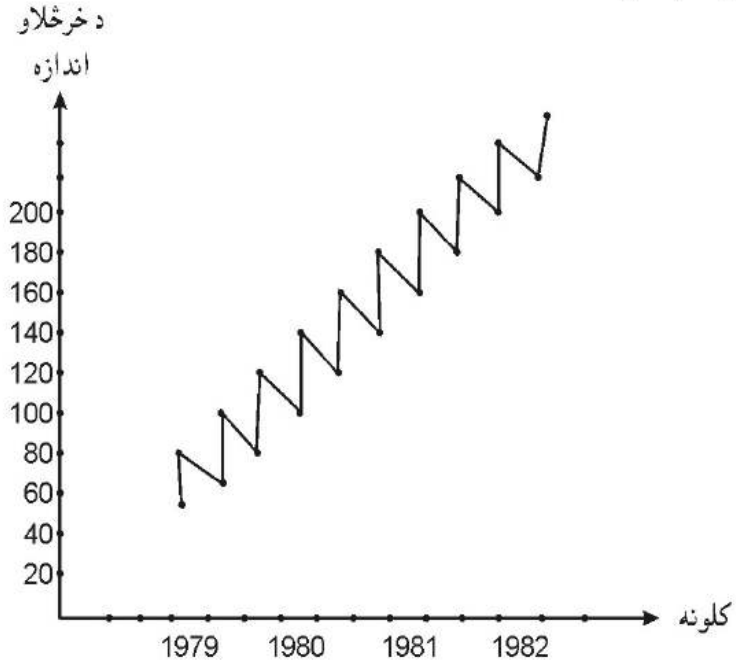
مثال: په لاندې جدول کې په یو کلي کې د کېمیاوي سرې د خرڅلاو اندازه ښودل شوې.

(۱۰،۹) جدول- د ببلابېلو کلونو په هره ربع (فصل) کې د پلورل شوې سرې اندازې (شمېر په بوریو).

| کلونه | پسرلی | اوړی | منی | ژمی |
|---|---|---|---|---|
| ۱۹۷۹ | ۷۲ | ۹۸ | ۷۹ | ۱۰۲ |
| ۱۹۸۰ | ۷۹ | ۱۳۲ | ۱۰۱ | ۱۴۳ |
| ۱۹۸۱ | ۹۴ | ۱۴۱ | ۱۲۸ | ۱۲۰ |
| ۱۹۸۲ | ۱۲۵ | ۱۴۳ | ۱۳۵ | ۱۷۸ |

دغه لومړني ارقام تحلیل او په ګراف کې یې وښیئ؟

(۱۰،۹) شکل:




پورته هستوګرام د وخت په اوږدو کې د ارقامو څرنګوالی ښکاره کوي، چې په هغه کې د خرڅلاو ډېر لوړ او هم یې تیټ حد ښکاره کېږي.



# نهم څپرکی

## زماني سلسلې

## Time Series

### ۱،۹- تعریف او مفهوم:

زماني سلسلې د وخت په اوږدو کې د لومړنیو ارقامو یو سیټ او سلسله ده، چې د وخت د ببلابېلو مقیاسونو لکه ساعت، ورځ، میاشت یا کال په تاکلو واټنونو کې ثبت شوي وي، د ارقامو سلسلې نظر وخت ته له کرونولوژیکي پلوه مشاهده، ترتیب او تنظیم کېږي.

په دې توګه په زماني سلسلو کې ببلابېل متحولین یو له بل سره اړیکه لري او یو له بل څخه تابع دي، نو ځکه موږ نور عوامل په زماني سلسلو کې قطعا د خیل او اغېزمن نه ګڼو؛ په بله وینا: که چېرې د (Y) ببلابېلو قیمتونه ($Y_1, Y_2, Y_3, ... Y_n$) ببلابېلو زماني فاصلو کې ($t_1, t_2, t_3, ... t_n$) په نظر کې ونیسو، نو (Y) صرفاً د (t) تابع ده، یعني:

$$Y=f(t)$$

زماني سلسلې نه یوازې ګڼ شمېر تولنیزې ښکارندې را اخلي، بلکې د چاپېریال په اړه هم هغه ارقام چې د وخت په تاکلي واټن کې یې د ثبت او تحلیل اړتیا وي، را اخلي کوم چې په کرنه کې او د مالدارۍ په برخه کې اهمیت لري؛ لکه د وخت په ببلابېلو فاصلو کې د حرارت درجه، په یوه سیمه کې د رطوبت بدلون او مسلسلې ریکارډ یې د کلیزې د نېټې له مخې، د نمویې فصل په دوران کې له پیل تر پایه د یوه بوټي وده، د شیدې ورکولو Lactation یوه دوره کې د یوې غوا د شیدو د اندازې ثبت او نور.

که چېرې موږ د زماني سلسلو تحلیل ترسره کوو، په اول سر کې ورکړل شوې سلسله په یوه ګراف کې رسمو، داسې چې د وخت انټروال (t) په افقي (مستقل) محور باندې او مربوطه قیمتونه په عمودي (تابع) محور باندې ښیو، ګراف ببلا ببلې بڼې غوره کوي.

### ۲،۹- د زماني سلسلو اهمیت:

زیاتره وخت موږ د یوې علمي څېړنې د چلند ببلګې په ترڅ کې او کېږو چې د وخت په موازاتو کې یو متحول وڅېړو، یعني د هغه رابطه له وخت سره ومومو، دا په یوه تاکلي وخت کې د ارقامو مطالعه نه ده، بلکې د ستاتیک (ولاړ) حالت برخلاف یوه دینامیکه (خوځنده) چلند ببلګه ده، دا د اهمیت وړ خبره ده چې یاد داشت شي، د مثال په ډول د یو کال د جون له لومړۍ څخه د جولای تر

(c) ketabton.com: The Digital Library



## ۹، ۳- د زماني سلسلو توکي یا اجزا:

یوه تاکلي زماني سلسله د حرکت څلور اساسي ډولونه لري، چې همېشه د زماني سلسلو د اجزاوو په نوم یادېږي، چې هغه عبارت دي له:

۱. Secular Trend د یوې اوږدې مودې میلان (T).

۲. Seasonal Variations فصلي یا موسمي بدلونه (S).

۳. Cyclical Fluctuation دوراني نوسانات (C).

۴. Irregular or Random Variations غیر منظم یا تصادفي او ناڅاپي بدلونونه (I).

## دلته به د زماني سلسلو څلور واړه حرکات مطالعه کوو:

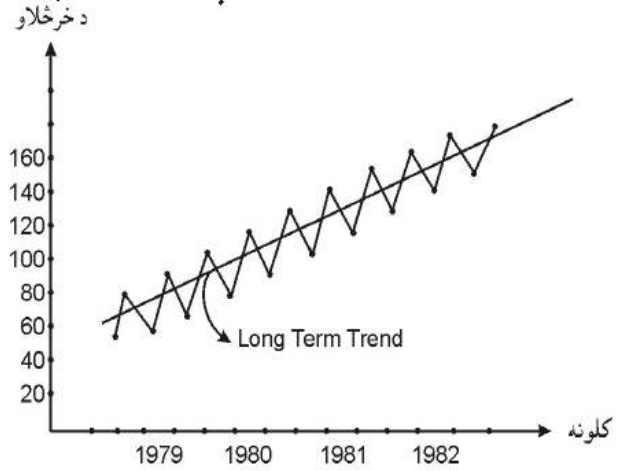
### ۱. Secular Trend:

دا د یوې اوږدې مودې په مسیر کې یو حرکت Along-Term Movement دی، چې کېدای شي ان د څو څو کلونو په ترڅ کې رامنځته شي، چې د هغو عمومي نما او معلومات یو تقریباً مخ پورته خواته ساتل شوی ارزښت او بدلون یا تدریجي تغیر ښکاره کوي، دا یوه پراخه، منظمه ثابته زماني سلسله ده، کېدای شي نزولي سیر هم ولري، په دې ډول په دغه حرکت کې د لومړنیو ارقامو څخه په لاس راغلي کرښه په یوې اوږدې موده کې یو صعودي یا نزولي مسیر تعقیبوي او دا په خپل اوږده مسیر کې په نورو بدلونونو او حرکاتو نفوذ او غبرګ لري، د اکثرو احصایه پوهانو په نظر د دې لپاره چې ښه یې تحلیل کړای شو، نو وخت یې باید له (۱۰) کالو کم نه وي، په تېره بیا د زماني سلسلې (T) حرکت د محصولاتو د تولید څرنګوالی، خرڅلاو، د قیمتونو مشاهدو او داسې نورو مواردو کې.

د زماني سلسلې دغه جز څخه د آینده پالیسیو او پلانونو جوړلو کې ډېره استفاده کېږي او د تجارت او نورو پدیدو د مطالعې او تحلیل لپاره کارول کېږي، مثلاً:

د (۱،۹) جدول د ارقامو لپاره دغه عمومي مسیر تاکلی شو:

(۲،۹) شکل:






## ۲- Seasonal Variation موسمي بدلونونه:

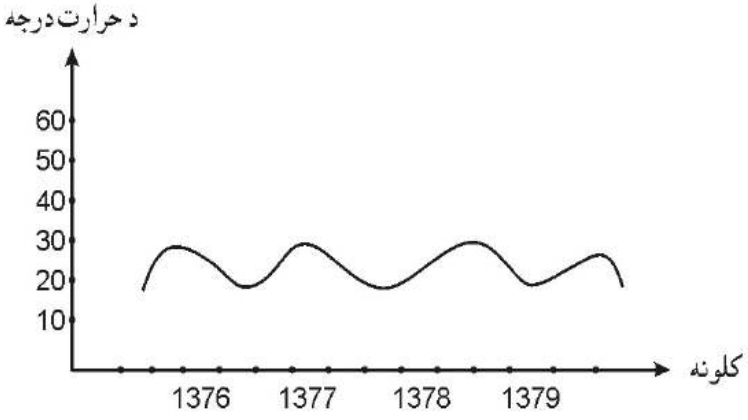
دا په یوه زماني سلسله کې هغه بدلونونه دي، چې هر کال په تاکلو موسمونو کې په معینو فاصلو کې تکرارېږي، دا یو ډول پر له پسې او منظم حرکت دی، چې د ارقامو د مشخصاتو له مخې هره دوره کې منظما واقع کېږي، نو ځکه ورته موده ییز Pereodic Movement حرکت هم وایي؛ مثلاً که چېرې د جلال آباد ښار د ورځې د حرارت درجې اوسط هر کال ثبت شوي وي، دا شکل غوره کوي:

(۲،۹) جدول- د جلال آباد ښار د حرارت د درجو ریکارډ (په سانتي ګراد).

| کلونه | پسرلی | اوړی | منی | ژمی | کتنې |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱۳۷۶ | ۲۴ | ۳۵ | ۳۱ | ۱۴ | ارقام د هرې ورځې |
| ۱۳۷۷ | ۲۲ | ۴۰ | ۳۲ | ۱۳ | نیولي شوي او |
| ۱۳۷۸ | ۲۴ | ۳۹ | ۳۱ | ۱۳ | عمومي اوسط یې |
| ۱۳۷۹ | ۲۳ | ۳۷ | ۳۲ | ۱۲ | ښودل شوی. |

که په ګراف کې یې وښیو، لاندې شکل نیسي.

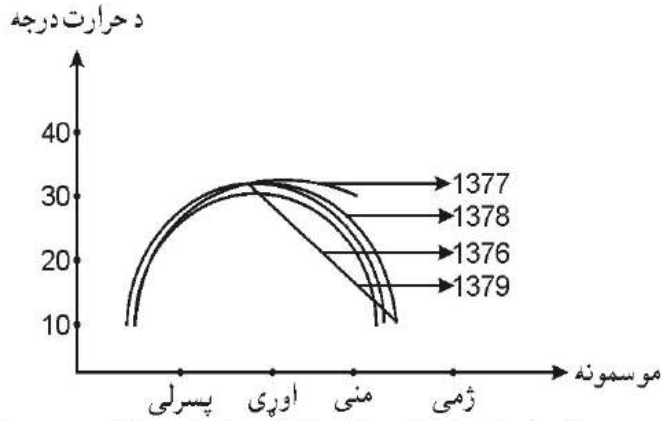
(۳،۹) شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library



(۴،۹) شکل:




البته د موسم یا فصل یا دوران کلمه پراخه مانا لري، دا یوازې د کال موسمونه او فصلونه نه را اخلي، بلکې کېدای شي د یوې ورځې ۲۴ ساعتونه حرارت، د یوه پلورنځي د هرې اونۍ خرڅلاو، د یوه بوټي له کرلو بیا د حاصل تر وخت، د یوه فارم د مهال وېش له مخې د هګیو او غوښې ریکارډ او داسې نور ارقام را واخلي، چې دا هر یو د خپل خصوصیت له مخې یو بل سره فرق لري، خو نوسانات په کې د کال د موسمونو په شان تکرارېږي، خو بیا هم اکثراً دا ډول حرکات د کال له فصلونو سره اړه پیدا کوي، ان دا چې یو شمېر د پلورلو اجناس لکه کوټ، وړین جاکټ ډبلې جرابې او نور چې د صنعت محصول بلل کېږي، د مني او ژمي موسم کې یې عرضه او تقاضا لوړېږي، خصوصاً په کرنه او مالداری کې آب او هوا، اقلیم او عادات د بدلونو مهم عوامل دي، په ځانګړې ډول د کرنې په برخه کې د ښوې وضعې بدلونونه د موسمي بدلونو ښه مثالونه دي، چې دا په تولید او بیا دا په خپله په مارکیټ او قیمت اغیزه لري، البته د کال په موده کې ځینې رسوم او عادات لکه نوروز، اخترونه او جشنونه هم هر کال د خرڅلاو، عرضې او قیمت په اندازه اغیزه لري او کا په کال تکرارېږي سره له دې چې د یوې زمانې سلسلې د اجزاوو په ډله کې د موسمي بدلونونو پېژندنه اسانه ده، خو هغې مطالعه، سنجش او پېش بینې زښت ډېر اهمیت لري او ځینې وخت د غه بدلون او حرکت د نورو حرکاتو د څرنګوالي لپاره هم اهمیت پیدا کوي.

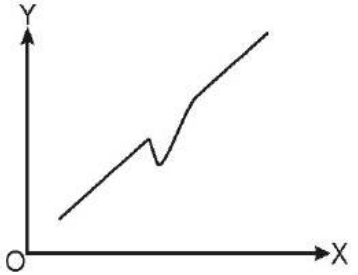
### ۳- Irregular or Random Variation ناڅاپي یاغیر منظم بدلونونه:

د یوې زمانې سلسلې غیر منظم یا ناڅاپي بدلون هغه دی، چې د ځآنګړو او تصادفي پېښو؛ لکه سېلاوونو، جګړو، زلزلو، وچکالي، اعتصاباتو، د امراضو شیوع او نورو له کبله پېښې شي او د ارقامو سلسله له اصلي مسیر څخه په یو مخیز ډول کړه کړي، وروسته د عامل له رفع



کېدو ببرته خپل اصلي مسیر ته ورګرځي، یعنې ناڅاپي حرکت دائمي بڼه نه خپلوي، د ېبلګې په ډول کېدای شي دا ناڅاپي بدلون نزولي مسیر لرونکي کړښه کې هم واقع شي، دا هم کېدای شي د داسې یو عامل له کبله چې مثبت اغېز ولري، ناڅاپي حرکت صعودي وي او ببرته مخ کښته راشي.

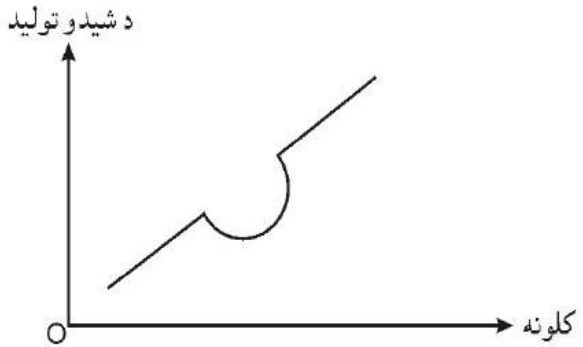
(۵،۹) شکل:




### ۴. Cyclical Fluctuations دورانې نوسان:

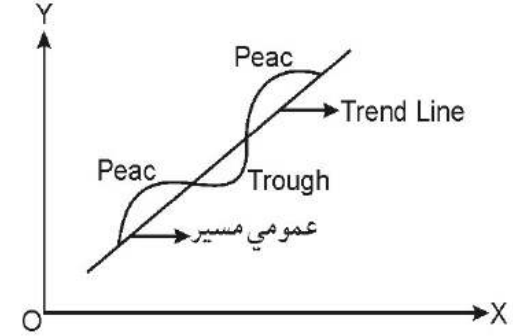
دا د ترند یا عمومي مسیر پر خوا و شا د اوږدې مودې تموجات دي، کېدای شي د یو ځل لپاره واقع شي، مثلا په لاندې فرضي مثال کې د مالداری په سکتور کې د یوه مرض له امله ګڼ شمېر غواګانې ضایع شوي وي، چې وروسته تر ۵-۳ کلونو د غواګانو تولیدات ببرته خپل اصلي مسیر ته ورګرځي.

(۶،۹) شکل: د دورانې نوسان (حرکت) یو فرضي مثال.




۵-۳ کلونه هغه موده فرض شوې، چې د غواګانو د نوې نسلونو خوسکیان د تولید مرحلې ته ورسېږي، ځینې وخت کېدای شي دا ډول حرکات او تموجات څو څو ځله پېښ شي او د عمومي ترند دوو خواوو ته نیم دایروي شکلونه ونیسي، چې دا له یوه کاله زیات مدت وي، د ېبلګې په ډول په (۷،۹) شکل کې همداسې یو مثال ښودل شوی دی.

(۷،۹) شکل:



(c) ketabton.com: The Digital Library



## ۹ ، ۴- د زماني سلسلو تحلیل (Analysis of time Series):

د زماني سلسلو تحلیل د خانګړو څېړنو په خاطر په بېلابېلو اجزاوو سره د زماني سلسلې وېشل مطالعه کوي، د دغو اجزاوو د تحلیل لپاره موږ اړیو چې د هغو ترمنځ اړیکې وپېژنو، د زماني سلسلې په تحلیل کې داسې فرض کېږي، چې عمومي مسیر له ذکر شویو څلورو واړو اجزاوو (توکیو) یعني (C,S,T او I) مشتمل او جوړ دی، دغې فرضیې لپاره دوه مودلونه پېژندل شوی، یو یې د حاصل ضرب مودل (Multiplicative Model) او بل یې د جمع د حاصل مودل (Additive Relationship Model) دی، د ضرب حاصل مودل کې د هرې مشاهدې ارزش په هر زمان او وخت کې تولې سلسلې (Yt) جوړوي، یعني:

$Y_t=TxSxCxI$

په پورته شکل مودل کې عمومي ترند یا مسیر په اصلي واحد محاسبه او نور په نسبي بڼه بڼودل کېږي، حال دا چې د جمع په مودل کې هر جز د مستقل متحول په توګه متقابله اغېزه لري او سره جمع کېږي، چې:

$Y_t=T+S+C+I$

په هر ترتیب؛ دا دواړه مودلونه فرضي بڼه لري، احصایه پوهان دواړو مودلونو ته عین ارزش ورکوي، خو د ضرب د حاصل مودل د یو کلاسیک مودل په توګه ډېر عمومیت لري، چې موږ هم هماغه مودل کارو.

## ۹ ، ۴ ، ۱- د زماني سلسلو تعدیل او په تحلیل کې اصلاحات:

اصلاً سلسلې څلور ډوله دي، یو یې توصیفي سلسلې یعني هغه چې صرف د یوې پدیدې وصفي خصوصیت لکه جنس، وزن، قد او نور بڼیي دویم ارتباطي سلسلې دي، یعني هغه چې د دوو متحولینو ترمنځ یوه کیفي رابطه بڼیي، مثلاً د یوه نیالګي د عمر او مېوې ترمنځ رابطه درېیم جغرافیاوي سلسلې دي، یعني هغه چې د مشخص جغرافیایي وېش او سیمو په ارتباط د ارقامو تسلسل بڼکاره کوي، لکه بېلابېلې سیمې او نفوس یې، بېلابېل ولایات او د مالداری شمېر یې او نور.

څلورم همدا زماني سلسلې دي، چې په هغې کې ارقام د وخت په اړه څېړل کېږي، نو له دې کبله چې په زماني سلسلو کې زموږ د کار اساسي خام یا لومړي اعداد هغه ثبت شوي مشاهدې دي، چې د وخت په اوږدو کې ریکارډ شوی، نو باید د یوې دورې پایلې د موندلو لپاره د غو اعدادو او ارقامو او ارقامو کې لازم تعدیلات او اصلاحات راوستل شي، د ارقامو د اصلاح او تعدیل څو مهم ضرورتونه دا دي، چې:

ارقام له تقویمي بدلونو سره برابر شي، یعني له زمان سره تطبیق شي او که کوم تفاوت موجود



وي، هغه له منځه یووړل شي.

ځینې میاشتې ۳۱ ورځې، ځینې ۳۰ او ځینې ۲۹ ورځې وي، ځینو کې د جمعې او رخصتیو ترڅنګ اعتصابات او ناڅاپي پېښې شوي وي، چې دا هم زماني سلسلې اغېزمنې کوي، مثلاً دا بڼکاره خبره ده، چې د حوت د میاشتې تولید نظر د حمل مشیاشتې ته کم دی، د اوړي او ژمې د ورځو تولید فرق کوي، ځینې وخت په داسې مواردو کې تولید د ساعتونو په شمېر وېشي، چې پایله یې بڼه روښانه شي.

ځینې وخت لومړي ارقام د قیمت د بدلونو له مخې باید تعدیل شي، مثلا هغه وخت چې موږ یوه اوږده موده کې د قیمت بدلون څېړو، نو که چېرې صرف په قیمت کې زیاتوالی راغلی وي، حال دا چې د خرڅلاو مقدار کم شوی وي، شاخص ممکن لوړ عدد وښیي، نو دې مورد کې افزایش د قیمتونو د لوړېدو (صعود) له کبله دی؛ نه د خرڅلاو د زیاتوالي یا د تولید د حجم د افزایش له امله.

په داسې مواردو کې باید د ارزش هر عدد د یو مناسب قیمت شاخص باندې ووېشل (تقسیم) شي، ترڅو مبالغه امېز اعداد حذف شي.

دا یو حقیقت دی چې د وخت په ګذشت نفوس زیات او دا د لګښت، عاید او تولید په ارقامو فوق العاده اغېزلري، نو داسې حالت کې باید اعداد همېشه په نفوسو تقسیم شي.

ځینې وخت ډېرې اوږدې مودې په تېرېدو سره معیارونه او دا مقیاسونه بدلېږي اصلاح کېږي او فرق په کې راځي، د اعدادو تعریف او کوم تصنیف چې د بېلابېلو اشخاصو له خوا شوي وي توپیر په کې راځي، ځینې وخت نوعیت او جنسیت کې فرق راځي، نو دا مسایل باید په کلکه په نظر کې ونیول شي، ممکن په دغو ذکر شویو حالاتو کې د زماني سلسلو د اعدادو مقایسه ډېره مشکله او ناممکنه شي، خو بیا هم تحلیل کوونکي باید د امکان تر حده لازم تعدیلات راولي، ترڅو یوه ګټوره نتیجه ترلاسه شي.

## ۹ ، ۵- د اوږدې مودې (ترند) خطي میلاني حرکت سنجش:

د زماني سلسلو د اوږدې مودې د عمومي تګلارې یا مسیر میلاني حرکت کې یو مهم ډول یې د مستقیمې کرښې مسیر دی، تقریباً د یوې اوږدې مودې په ترڅ کې کم او زیات بدلونونه چندان ژورې اغېزې نه لري، بلکې دا یو مستقیم خط او حرکت ګڼلای شو، داسې چې د اهریو یې خپلې خپلې لارې چارې او طریقې لري، که چېرې موږ په یوه اوږده موده (T) کې د (Y) د متحول مطالعه کوو، نو د هغې ساده خطي معادله تشکیل او قیمت ګذاري کوو یې، دا ډېره ساده خبره ده، خو د هغې د میلان د رسمولو لپاره موږ د بېلابېلو لارو چارو څخه استفاده کولای شو.

الف- د رسمولو ازاده یا اختیاري طریقه The Method of Free hand Curve.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو تکیو طریقه یا
the Method of Selected Points.

ج- د نیمه اوسط طریقه The Methode of Simi Averages.

د- د خوځښدونکي اوسط طریقه The Method of Moving Averages.

هـ- د کوچنیو (تیتو) مربع ګانو طریقه The Method of Least-Squares.

پورته طریقې د بسیط والي، وضاحت، ثقه یې والی او بېلابېلو ځېرنو د خصوصیت له مخې فرق کوي، دلته به هره یوه توضیح کړو.

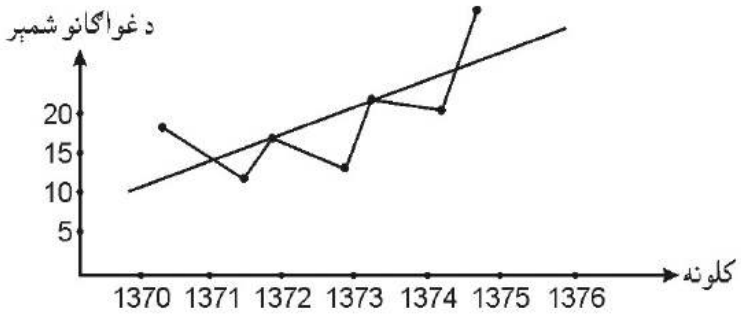
**الف- د عمومي مسیر (ترند) د رسمولو ازاده طریقه:**

په دغه طریقه کې تابع متحول د (Y) په محور او مستقل متحول (T یا زمان) د (X) په محور رسمو، له دې امله چې موږ یې ریاضیکي افاده داسې لیکو: Y=a+bx، دلته د X او Y قیمتونه تاکو او د ګراف ساحه کې یې قیمت ګذاري کوو، بیا په نښه شوي قیمتونه یا نقاط د اعظمي او اصغري څنډو څخه صرف نظر کوو، د نقاطو څخه د ترلاسه شوې کرښې پر سر یو خطکش ږدو او یو مستقیم خط چې په ازاد ډول رسم شوی رامنځته کېږي، مثلاً:

(۹، ۳) جدول- د یو بزګر د غواو شمېر په بېلابېلو کلونو کې:

| Year | No. of Cows |
|---|---|
| 1370 | 13 |
| 1371 | 10 |
| 1372 | 14 |
| 1373 | 12 |
| 1374 | 16 |
| 1375 | 15 |
| 1376 | 19 |

د نومورې جدول ارقام لاندې ګراف په لاس راکوي، چې د غواګانو په شمېر کې د زیاتوالي عمومي مسیر ښکاره کوي:






**ب- د اوږدې مودې د میلاني حرکت د غوره شویو تکیو طریقه:**

ممکن په پورته ډول ترسیم کې د خط کش په ذریعه د عمومي مسیر یا د میلاني کرښې د (ترند) ارایه ډېره دقیقه نه وي، ځکه دا یوه ازاده اختیاري طریقه وه، ددې لپاره چې دا طریقه لږ څه مقیده شي او د اعظمي او اصغري نقاطو تابع شوي اوسي، یعنې عمومي مسیر یا د میلاني کرښې تګلوری داسې یو مسیر تعقیب کړي، چې نهایت اعتدال په کې تطبیق شي، نو د نقطه ګذاري شوو ننبو څخه په لاس راغلی منکسر خط اعظمي او اصغري نقطې سره وصلوو، دلته یوه لویه چاپېروونکي کرښه رامنځته کېږي، بیا په وار سره له هرې اعظمي نقطې د X پر محور عمود پورته خوا کاږو، چې له لویې چاپېروونکي کرښې څخه ونه وځي، طبعاً دا عمودونه د ۷ سره موازي دي، د همدغو عمودونو د منځ تکی (وسط) په روښانه تکو په ننبه کوو، بیا د تولو عمودونو وسطي ننبه شوې نقطې یو بل سره ونښلوو، یوه عمومي تګلاره (ترند) په لاس راځي.

(۹،۴) جدول ارقام په دې طریقه کې داسې رسمو:

(۹، ۴) جدول- د یو هتیوال د ورځنیو پلورل شویو پیالو اندازې.

(پیالې په درجن)

| نېټې | د پیالو د درجنونو پلورل شوې شمېره |
|---|---|
| د غبرګولي لومړۍ | ۳ |
| د غبرګولي دویمه | ۴ |
| د غبرګولي درېیمه | ۲ |
| د غبرګولي څلورمه | ۵ |
| د غبرګولي شپږمه | ۴ |
| د غبرګولي اووه | ۳ |

(c) ketabton.com: The Digital Library



خځه لومړی منفي کوو، د لومړي اوسط مربوطه کال څخه نیولی، د دویم اوسط مربوطه کال پورې فاصله د ارقامو زیاتوالی یا کموالی ښکاره کوي، کله چې د دې دواړو قیمت یو بل څخه منفي اود دواړو دغو اوسطونو ترمنځ د کلونو په شمېر یې ووېشو، دا کلنی افزایش یا کمښت ښکاره کوي، دا قیمت د میلاني کربنې د میلان څخه عبارت دی، یعنې:

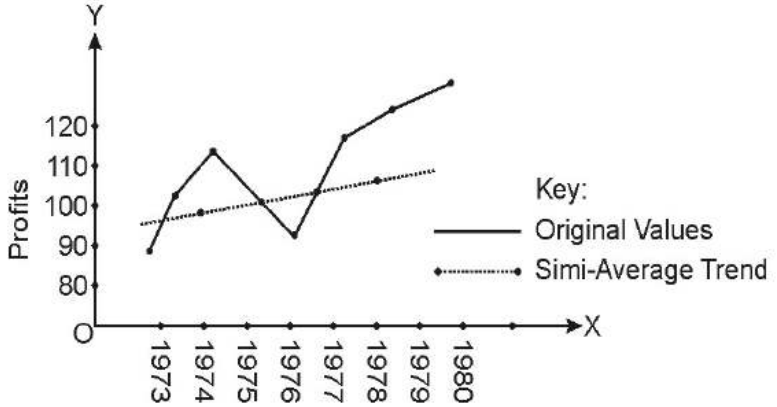
$$b=\frac{X`_2-X`_1}{t}$$

مثال:

(۹، ۵) جدول- په څو ښپلا ښپلو کلونو کې د ورکړل شویو قیمتونو پر اساس د نیمه اوسط په طریقه د ترند سنجش:

| Year | Profit | Total | Averages |
|---|---|---|---|
| 1973 | 85 | | |
| 1974 | 97 | 327 | 327÷4=93 |
| 1975 | 100 | | |
| 1976 | 90 | | |
| 1977 | 83 | | |
| 1978 | 105 | 420 | 420÷4=105 |
| 17979 | 112 | | |
| 1980 | 120 | | |

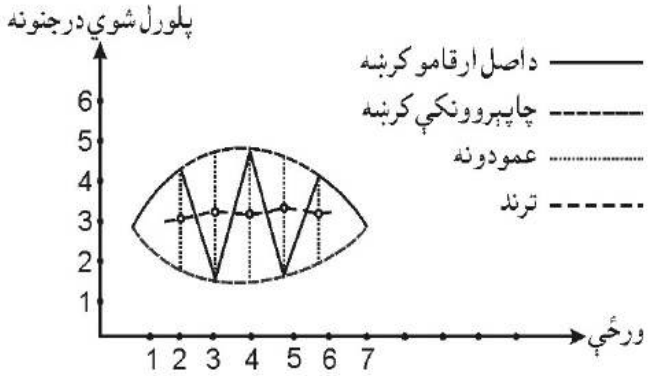
GRAPH SHO WING ANNUAL PROFITS
AND THE SEMT-AVERAGE TREND




105-93=12 دا شاخص ښکاره کوي، چې د ۱۹۷۴ د جون څخه د ۱۹۷۸ تر جون پورې تول زیاتوالی ۱۲ دی، خو:

12÷4=3






ممکن په دغه طریقه کې لاسته راغلې د عمومي مسیر کرښه (ترند) مستقیم خط ونه اوسي، بلکې کېدی شي لږ څه کوږوالی ولري، خو بیا هم یو عمومي مسیر او تګلوری په ښه شان ښکاره کوي، دغه دواړه طریقې د خپل ترسیم د تخنیک له پلوه ساده دي او د ډېرو پېچلو روشونو په ځای کار ورکوي، خو دهر تخمین کوونکي او څېړونکي د ترسیم عمومي قضاوت ممکن یو له بل سره فرق ولري، باید په یاد ولرو، چې دا طریقه د ګراف رسمولو پوره مشق او پرکتس غواړي، ترڅو په مهارت ګراف رسم او نقاط په ننبه شي او بله دا چې په هغو مواردو کې کارول کېږي، چې زموږ منظور یوه عمومي مقایسه یا یوه عمومي مطالعه وي، نه د جزیاتو تحلیل.

**ج- نیمه اوسط طریقه:**

په دې طریقه کې لومړی په اصل ارقامو کې یو شمېر محاسبات اجرا کېږي، یعنې ارقام په دوو برخو وېشو، دویم ګام کې د لومړي نیمایي ارقامو اوسط پیدا او وریسې د دویمو نیمایي ارقامو اوسط پیدا کوو، د اصل ارقامو ننبه د ګراف په ساحه کې ږدو، چې مربوط کرښه په لاس راځي، وروسته د دواړو دغو اوسطونو قیمتونه د مربوطه کال مقابل کې په ننبه کوو، دواړه اوسطونه سره ننبلوو، یو مستقیم خط په لاس راځي، همدا مستقیم خط د اوږدې مودې عمومي مسیر دی، که چېرې ارقام جفت وي او سم نیم یو خوا سم نیم بله خواته ببلبدل، نو د یوه کال عدد څخه صرف نظر کوو، دا په ټوله پایله دومره اغېزه نه کوي، یا هم دغه یو کال د لومړیو نیمایي کلونو یا هم د دویمو نیمایي کلونو سره یوځای کوو، کېدای شي ځینې وخت ارقام په څو جفتو برخو لکه په څلورو، شپږو یا (۸) برخو سره ببل بیایي اوسطونه پیدا او ددغو ۲،۴ یا ۸ اوسطونو ننبه شوي تکي د ګراف ساحه کې سره ونښلوو او ترند په لاس راشي.

کله چې ارقام نیم یو خوا نیم بله خوا ببل او اوسطونه یې د مربوط زمان مقابل کې په ننبه شول، د لومړي برخې اوسط په $(X`_1)$ او د دویمې برخې اوسط په $(X`_2)$ ښکاره کوو، د دویم اوسط

(c) ketabton.com: The Digital Library



دا (۳) په حقیقت کې کلنی افزایش دی.

باید ووایو چې دا هم یو ساده او اسانه سنجش دی او هیڅ ډول اختیار، ازادي او قیاس یا تصادفي اود خپلې خوښې قضاوت په کې دخیل نه دی، بلکې کاملاً په ارقامو متکي دی، خو له دې کبله چې په دې کې اوسط رول لري، اوسط معمولاً د ډېرو لویو او یا هم د ډېرو کوچنیو اعدادو تابع وي، نو ځکه ممکن لږ څه غولوونکی وي، په دې روش کې موږد عمومي مسیر کرښه صرف په مستقیم خط بنودلای شو، یعني په منحني شکل یې ارایه ممکنه نه ده.

## د- د خوځښدونکي اوسط طریقه:

د ارقامو یوه سلسله په نظر کې نیسو، په دې کې نظر د ارقامو د زیاتوالي، ارتیا، د څېړنې د خصوصیت، د سنجش توانایي، په سلسله کې د شاملو ارقامو او نورو له مخې دري کلن، څلور کلن یا پینځه کلن اوسطونه ترلاسه کوو، داسې چې که وغواړو فرضاً د څلور کلن متحرک اوسط له مخې د اوږدې مودې میلاني کرښه رسم کړو، نود ارقامو له سلسلې څخه لومړني څلور ارقام را اخلو اوسط یې محاسبه کوو، بیا د همدغو کلو ارقامو لومړنی عدد پرېږدو، د سلسلې بعدي عدد ورسره یوځای کوو، بیا د دویم عدد څخه صرف نظر کوو، یو بل ور اضافه کوو، څو چې ټول ارقام خلاص شي، دا په حقیقت کې د ارقامو په سلسله کې توپ وهل دي او یو داسې حرکت دی، چې وار په وار له یوه یوه عدد څخه اوړو او دا حرکت له پیل تر پای ترسره کېږي، که چېرې په لاندې ډول ارقام او مشاهدات ولرو، چې هره یوه یې په یوه معین وخت کې (میاشت، کال..) بنودل شوی وی، نو:

$Y_1, Y_2, Y_3 ..... Y_n$ مشاهدې

$T_1, T_2, T_3 .... T_n$ وخت

په پورته مشاهدو کې د متحرک اوسط سلسله د (n) مشاهدو پر اساس داسې جوړېږي:

$$\frac{Y_1 + Y_2 + Y_3 ... Y_n}{n} \quad , \quad \frac{Y_2 + Y_3 + Y_4 ... Y_n}{n} \quad , \quad \frac{Y_3 + Y_4 + Y_5 ... Y_n}{n}$$

له هر یو څخه یو اوسط چې کېدای شي، په (a) یې وښیو، په لاس راځي، داسې:

$a`_1 \qquad a`_2 \qquad a`_3$

د ارقامو او مشاهدو د اوږدې مودې کرښې د رسمولو لپاره لومړی د اصلي مشاهدو د قیمتونو له مخې د هغو څرنګوالی ګورو، بیا یې د ترلاسه شویو متحرکو اوسطونو کرښه رسمو، په پورته عملیه کې د سلسلې صورت د اعدادو مجموعه خوځښدونکي مجموعه پېژندل شوې او n د مورد نظر ورځو او وونیو، میاشتو یا کلونو څخه عبارت ده، ددې ساده ارایه داسې ده:



$$a = \frac{1}{n}\sum_{t=3}^{n+2} Yt \quad , \quad a = \frac{1}{n}\sum_{t=2}^{n+1} Yt \quad , \quad a = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} Yt$$

پورته فورمول کې:

a- اوسطونه

n- د مشاهدو شمېر.

Σ- مجموعه

t- د هر ځل خوځښدونکي اوسط تنبه یا جنس.

yt- د ارقامو سلسله

په عمل کې خوځښدونکی اوسط داسې هم قیاس کولای شو:

$$a_2 = a_1 + \frac{yk+1 - y1}{n}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{yk+2 - y2}{n}$$

تر پایه...

مثال: په ببلابېلو کلونو کې د یو فارم حاصلات په (تن):

| Quantity of Production | Year |
|---|---|
| 5 | 1370 |
| 4 | 1371 |
| 6 | 1372 |
| 8 | 1373 |
| 7 | 1374 |
| 3 | 1375 |
| 11 | 1376 |

د دري کلن اوسط په طریقه یې عمومي مسیر پیدا کړي؟

حل:

د خوځښدونکو اوسطونو $(a`_5, a`_4, a`_3, a`_2, a`_1)$ لپاره لیکو:

$$\frac{5+4+6}{3} \quad , \quad \frac{4+6+8}{3} \quad , \quad \frac{6+8+7}{3} \quad , \quad \frac{8+7+3}{3} \quad , \quad \frac{7+3+11}{3}$$

$a`_1=5 \qquad a`_2=6 \qquad a`_3=7 \qquad a`_4=6 \qquad a`_5=7$

د میلاني کرښې د رسمولو لپاره اصل ارقام، د خوځښدونکي اوسط مجموعه او خوځښدونکی اوسط جدول بشپړوو.

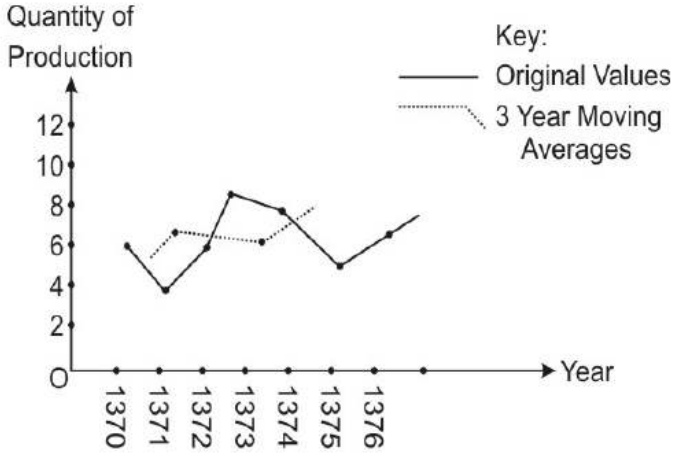
(۲،۹) جدول- د اوو کلونو لپاره د یو فارم د حاصلاتو د دري کلن اوسط سنجش جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library



| Year | Qu. Of Production | 3 Year Moving | |
|---|---|---|---|
| | | Total | Average (Tend) |
| 1370 | 5 | | |
| 1371 | 4 | 15 | 5 |
| 1372 | 6 | 18 | 6 |
| 1373 | 8 | 21 | 7 |
| 1374 | 7 | 18 | 6 |
| 1375 | 3 | 21 | 7 |
| 1376 | 4 | | |

د پورته جدول د ارقامو له مخې د میلانې کرښې ترسیم داسې دی:




لکه چې لیدل کېږي داصل ارقامو د کرښې په مقایسه د درې کلن خوځېدونکي یا متحرک اوسط کرښه وضاحت لري، هواره ده، معتدله برېښي او عمومي مسیر (Trend) ورځخه ښکاره کېدای شي، تر دې هم دقیقه او کره لاره متمرکز خوځېدونکی اوسط فورمول (Centred Moving Average) طریقه ده، چې وار په وار میلاني کرښه (Trend) یا عمومي مسیر روښانه کوي، مثلاً



(۹-۷) جدول په ببلابېلو کلونو کې د یوه معین جنس د قیمت ارقام

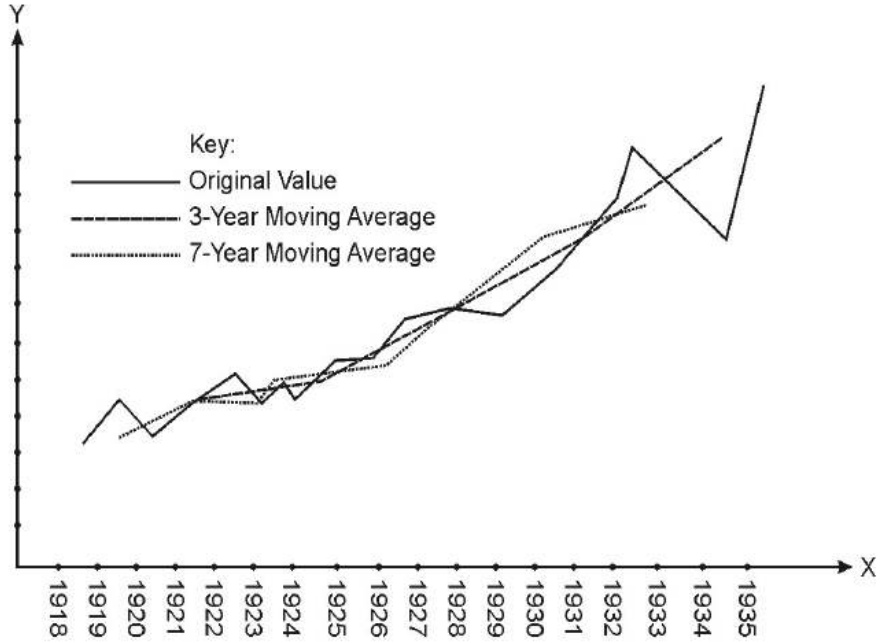
| Year | Values | 3-Year Moving | | 5-Year Moving | | 7-Year Movnig | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Total | Average (Trend) | Total | Average (Trend) | Total | Average(*) (Trend) |
| 1980 | 18.0 | - | - | - | - | - | - |
| 1981 | 20.0 | 581.1 | 19.4 | - | - | - | - |
| 1982 | 19.6 | 64.3 | 21.4 | 110.1 | 22.0 | - | - |
| 1983 | 24.2 | 71.6 | 23.9 | 117.2 | 23.4 | 161.1 | 23.0 |
| 1984 | 27.8 | 77.1 | 25.7 | 122.6 | 24.5 | 173.3 | 24.8 |
| 1985 | 25.1 | 78.8 | 26.3 | 133.2 | 26.6 | 186.8 | 26.7 |
| 1986 | 25.9 | 81.2 | 27.1 | 143.0 | 28.6 | 203.2 | 29.0 |
| 1987 | 30.2 | 90.1 | 30.0 | 151.2 | 30.2 | 214.0 | 30.6 |
| 1988 | 34.0 | 100.2 | 33.4 | 161.1 | 32.2 | 222.2 | 31.7 |
| 1989 | 36.0 | 105.0 | 35.0 | 171.0 | 34.2 | 237.8 | 34.0 |
| 1990 | 35.0 | 106.8 | 35.2 | 181.7 | 36.3 | 260.3 | 37.2 |
| 1991 | 35.8 | 117.7 | 37.2 | 196.1 | 39.2 | 358.7 | 40.8 |
| 1992 | 40.9 | 125.1 | 41.7 | 215.7 | 43.1 | 312.1 | 44.6 |
| 1993 | 48.4 | 144.9 | 48.3 | 241.1 | 48.2 | 324.7 | 46.4 |
| 1994 | 55.6 | 164.4 | 54.8 | 253.9 | 50.8 | 358.4 | 51.2 |
| 1995 | 60.4 | 164.6 | 59.9 | 281.7 | 56.3 | - | - |
| 1996 | 48.6 | 177.7 | 59.2 | - | - | - | - |
| 1997 | 68.7 | - | - | - | - | - | - |

دلته پورته تحلیلي احصایوي جدول کې درج شوي ارقامو څخه او د هغو خوځېدونکي اوسط ترند (عمومي) مسیر T په یوه ګراف کې په لاندې ډول سره رسمو، چې د ارقامو عمومي خط السیر او څرنګوالی ورځخه په ډېر خاص، اسانه، بې لوسته او بې شرحې جوت او اثابت کېدای شي:

(*)There ar: col 4 ÷ 8

(c) ketabton.com: The Digital Library






د څلور ربعي متمرکز خوځښدونکي اوسط طریقه چې جفت کلونو لپاره او د هغو د هر یوه فصل (موسم) لپاره ډیره اغیزمنه ښودل شوې؛ هم دې بحث کې راځي، مثال یې دا دی:

| Year | Quarters | | | | Annual or Yearly | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | Total | Average |
| 1979 | 72 | 98 | 79 | 106 | 355 | 88,78 |
| 1980 | 79 | 122 | 101 | 143 | 445 | 111,25 |
| 1981 | 94 | 141 | 128 | 160 | 523 | 130,75 |
| 1982 | 125 | 143 | 135 | 187 | 590 | 147,50 |



The Percentages So Obtained Appear Below:

| Year | I | II | III | IV | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| 1979 | 81,13 | 110,42 | 89,1 | 119,44 | |
| 1980 | 71,01 | 109,66 | 90,7 | 128,54 | |
| 1981 | 71,01 | 107,84 | 97,9 | 122,37 | |
| 1982 | 84,75 | 96,95 | 95,53 | 126,78 | |
| Total | 308,78 | 424,87 | 369,2 | 497,13 | |
| Mean | 77,20 | 106,22 | 92,31 | 124 | 400,01 |

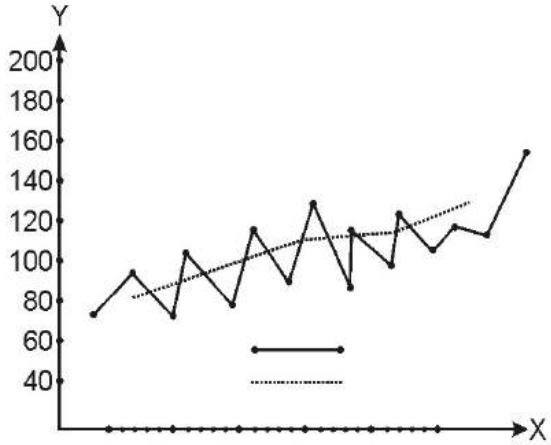
د پورته ارقامو په اساس به په وروستیو مخونو کې هم تحلیل وشي، خو مخکې له هغه به د څلور ربعي متمرکز خوځښدونکي اوسط طریقه او د هغو د هر یو فصل لپاره اغیزمنه بحث یو مثال په همدې مخ کې راوړو، د راتلونکي جدول او ګرافونو ارقام همدا پورته جدول دی (۸، ۹) جدول - د ببلابیلو کلونو په هر فصل کې د یو معین جنس د قیمت ارقام:

| Year and Quarter (1) | Y-Values (2) | 4-Quarter Moving Totals (4) | 4-Quarter Centeed Moving Totals (4) | 4-Quarter Centered Moving Average (5) |
|---|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | | - | - |
| II | 98 | | - | - |
| III | 79 | 355 | 717 | 89,6 |
| IV | 106 | 362 | 748 | 93,5 |
| 1980-I | 79 | 386 | 794 | 99,2 |
| II | 122 | 408 | 853 | 106,6 |
| III | 101 | 445 | 905 | 113,1 |
| IV | 143 | 460 | 939 | 117,6 |
| 1981-I | 94 | 479 | 985 | 123,1 |
| II | 141 | 506 | 1026 | 134,6 |
| III | 128 | 253 | 1077 | 139,8 |
| IV | 160 | 554 | 1110 | 139,9 |
| 1982-I | 125 | 556 | 1119 | 144,1 |
| II | 143 | 563 | 1153 | - |
| III | 135 | 590 | - | - |
| IV | 187 | | - | - |

GRAPH SHOWING 4 –QUARTER
CENTERED MOVING AVERAGE TREND

(c) ketabton.com: The Digital Library



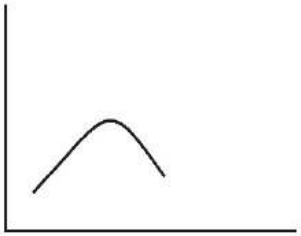



### هـ - د کوچنیو یا اصغري مربع ګانو طریقه:

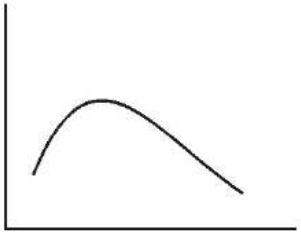
په دې طریقه کې د زماني سلسلو میلاني حرکت اکثراً د غیر خطي بڼه غوره کوي، (ځینې وخت کېدای شي خطي هم وي) ، دغه حرکت د مربوطه څېړنې لاندې موضوع خصوصیت پورې اړه لري او دا چې هغه اساسي معادله کوم شکل لري؟ د دې لپاره مو Y د X او دوو ثابتو قیمتونو (a او b) تابع ګڼلی، چې د همدې له مخې:

$$Y=a+bx$$

پورته معادله کې د زماني سلسلې میلاني خط یو مستقیم خط دی، مورد ریاضي د قاعدو له مخې په اټکلي ډول د سلسلو نورو معادلو ته بېلابېل ګرافونه رسمولای شو:

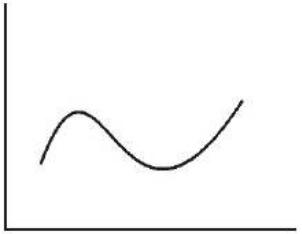


$$Y=a+bx+cx^2$$

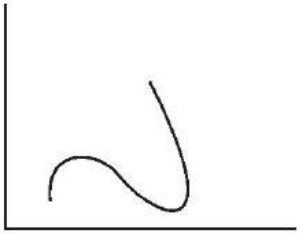


$$Logy=a+b\log x+c\log x^2$$





$$Log\ y=a+b(logx)+c(logx^2)+d(logx^3)$$



$$Logy=a+bx+cx^2+dx^3$$

او داسې نور.

دا پورته هر یوه معادله او د هغو ګراف مربوطه قیمتونو پورې اړه لري.

### ۹، ۲- د زماني سلسلو موسمي حرکاتو سنجش:

د زماني سلسلو موسمي حرکات هغه دي، چې د یو کال په بېلابېلو فصلونو او میاشتو کې رامنځته کېږي او تقریباً په منظم ډول هر کال کې واقع کېږي، لکه د حرارت منظم زیاتوالی او کموالی، د ورځو اوږدېدل او لنډېدل، د جوزا له میاشتې د اسد تر میاشتې د رومي باجان د ګل او مېوې نیولو پیل او پای، د شیدو ورکولو یوه دوره کې د یوه غوا د شیدو د پیل او پای اندازې او نور... د دا ډول حرکت د ترسیم لپاره د ټول کال د میاشتو مربوط ارقام په ۲،۳ یا له هغو زیاتو برخو باندې وېشلای شو، وروسته له هغه د ۳،۳ یا څو څو تاکلو میاشتو اوسطونه موندل کېږي، چې د هغو له مخې د X او Y محورونو په حدودو کې قیمتګذاري صورت نیسي، په پای کې د حرکت کرښه په لاس راځي، ددې یوع مومي بېلګه داده:

| کال او میاشتې | اصلي ارقام | ۱۲ میاشتې خوځېدونکی اوسط | مجموعي دوه میاشتنی اوسط |
|---|---|---|---|
| ۱۳۵۰- کال | | | |
| حمل | | | |
| ثور | | | |
| جوزا | | | |
| ۱۳۵۱- کال | | | |

(c) ketabton.com: The Digital Library



(۸،۹) جدول- د موسمی تحلیل ارقام د هغو له طریقې سره:

| Year & Quarter (1) | Y-Values TCSI (2) | 4-Quarter Centered Moving Average TC (3) | Seasonal Relativ TCSI-TC100 (4) |
|---|---|---|---|
| 1979-I | 72 | - | - |
| II | 98 | - | - |
| III | 79 | 89,6 | 88,2 |
| IV | 106 | 93,5 | 113,4 |
| 1980-I | 79 | 99,2 | 79,6 |
| II | 122 | 106,6 | 114,4 |
| III | 101 | 113,1 | 89,3 |
| IV | 143 | 117,4 | 121,8 |
| 1981-I | 94 | 123,1 | 76,4 |
| II | 141 | 128,6 | 109,6 |
| III | 128 | 134,6 | 95,1 |
| IV | 160 | 138,8 | 115,3 |
| 1982-I | 125 | 139,9 | 89,3 |
| II | 143 | 144,1 | 99,2 |
| III | 135 | - | - |
| IV | 187 | - | - |

(۹،۹) جدول (Computation of Seasonal Index)

موسمي شاخص سنجش

| Year | Quarters | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|
| | I | II | III | IV | |
| 1979 | - | - | 88,2 | 113,4 | |
| 1980 | 79,6 | 114,1 | 89,3 | 121,8 | |
| 1981 | 76,4 | 109,6 | 95,1 | 115,3 | |
| 1982 | 89,3 | 99,2 | - | | |
| Total | 1560 | 224,0 | 272,6 | 350,5 | |
| Seasonal Index | 78,45 | 12,65 | 91,4 | 117,5 | 400,1 |
| Mean | 78,0 | 112,0 | 90,87 | 116,8 | 397,7 |



| | | | |
|---|---|---|---|
| حمل | | | |
| ثور | | | |
| جوزا | | | |
| III-۱۳۵۲ کال | | | |

د یادولو ور ده، چې د کال په اوږدو کې د هرې میاشتې ارقام په جدول کې ځای پرځای او له هرې میاشتې چې پیل شوی وي، بهرته په هماغه میاشت پای ته رسېږي، که چېرې د څه اضافي توضیحاتو ضرورت و، نو باید د توضیحاتو لپاره هم جدول کې ځای پرېښودل شي، نسبه به وي چې په جدول کې د مجموعې (Total) او شاخص لپاره هم ځای پرېښودل شي.

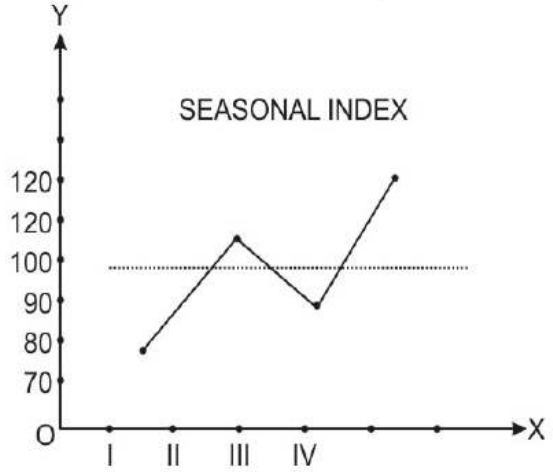
د موسمي حرکت لپاره د ترتیب کېدونکي جدول یوه بله بېلګه:

| میاشتې کلونه | حمل | ثور | جوزا | سرطان | اسد | سنبله | میزان | عقرب | قوس | جدي | دلو | حوت |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | |
| مجموعه | | | | | | | | | | | | |
| شاخص | | | | | | | | | | | | |

البته دا د خوځېدونکي اوسط سنجش شاخص اونور مېتودونه پخوا مطالعه شوي، له هماغو طریقو په استفادې دا ډول سوالونه حل کېدای شي لکه چې د موسمي حرکاتو سنجش باید په پام کې وي، هغه دا دی چې د حرکت له پیل څخه تر پای پورې بېلابېلو مدو جذرونو کې زیاتوالی او کموالی یا د اصغري او اعظمي نقطو ترمنځ د بدلونونو فیصدي په واضحه ډول وښودل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library






### ۹، ۲، ۱- د موسمي شاخصونو او حرکاتو څخه د استفادې مهم ځایونه:

له موسمي حرکاتو څخه ډېرو مواردو کې کار اخلو، د بېلګې په ډول موږ پوهېږو چې کرنیز محصولات خصوصاً سابه او مېوې د حاصل د پیل او پای وختونو کې په لوړه بیه پلورل کېږي، په جشنونو کې ځینو اجناسو ته تقاضا زیاته او په ژمي کې ایس کریم ته تقاضا کمېږي او داسې نور مثالونه چې دا حرکات په عاید او د کار په حجم او ساعاتو او نورو مسایلو اغېزه لري او په کې منعکسه کېږي، که چېرې (C) داسې یوه ورایتي وي، چې نظر D,B,A ورایټیو ته مخکې پخېږي او زیات وخت پورې حاصل ورکوي او د حاصل مقدار یې هم نورو سره فرق ولري، دا د موسمي شاخص څخه معلومېږي، مثلا له یو واحد څخه د هرې ورځې راتولېدونکی حاصل دهمدې ډول مقایسو له مخې، هغه مورد نظر پدیده په نښه کولای شو، سره له دې چې کېدای شي، ممکن ګڼ شمېر کلونو کې مورد نظر پدیدې او ارقام یو پر بل منطبق یا د هر لږ تو پیر ولري، اکثراً طبیعي ښکارندې هر کال په عین ډول، په عین موده، مقدار، کمیت او کیفیت تکرارېږي، نو ځکه موږ په اسانۍ کولای شو د یوې زماني سلسلې له اصلي اعدادو موسمي بدلونونه حذف کړو، یا د موسمي ارقامو په مقایسه اصلي نورتول اعداد اصلاح کړو، دا په دې ډول چې په ذکر شویو د مورد نظر زماني سلسلې اصلي اعداد څخه موسمي تغیرات یوې خواته کړو، یا هم د پېش بیني او پېشګویی په خاطر د موسمي شاخصونو څخه کار واخلو، یا هم د موسمي بدلونو له مخې اصلي اعدادو باندې لازم حکم وکړو، ددې خبرې د توضیح لپاره باید ووایو چې که د ارقامو یوه مجموعه څېړو او په هغو کې زماني سلسلې ډېر رول ولري، نو لومړی د اخبره ښکاره کول په کار دي، چې ووایو: که چېرې موسمي بدلونونه نه وای، آیا موضوع به څرنګه واقع شوی وای؟ مثلا د مني او د پسرلي کښت په موسم کې د تراکتور د کار د حجم زیاتوالی یا في ساعت



موتوري کار کې افزایش نظر د کال په اوږدو کې.

موسمي تغیرات ځینې وخت یو معیار هم ګرځېدای شي، په دې ډول چې فرضاً د پیازو یا غنمو بیه د هغو د حاصل دهې او درمند په موسم کې چې د غنمو بیه د درمند موسم کې ۸۰ افغانۍ وي، نو له هغې مخکې او وروسته مقایسه د همدې موسم په اساس ترسره کولای شو، داسې چې اصلي اعداد د موسمي شاخص په عدد تقسیم او (۱۰۰) سره یې ضرب کوو، نو یو داسې بدلون رابنیي چې د مشاهدې وړ رقم فېصدي ده، مثلاً د غنمو په بیه کې حقیقي افزایش نظر د درمند وخت ته، که چېرې په ۱۳۷۹ کال کې د یو من غنمو بیه کې د درمند له وخت (سرطان او اسد) څخه د حوت ترمیاشتې پورې له فې سېر 50000Afg څخه 80000Afg زیاتوالی راغلی وي، داسې محاسبه کوو:

$$\frac{80000 - 50000}{50000} = \frac{30000}{50000} = 0,6$$

یا 60%

د کرنې او مالداري په سکتورونو کې د نوساناتو یو علت موسمي حرکت دی، همدا موسمي حرکت د موسمي نوساناتو سبب کېږي، دا نوسانات هر کال منظم او د تکراري بدلونو سبب کېږي، له هر اوړي، هر پسرلي، هر ژمي او داسې نور...، چې بیې استقرار نه مومي، موسمي نوسانات د وګړو په لګښت پوره اغېزه لري، د بېلګې په ډول د موسمي بدلونونو له کبله په نرخ کې زیاتوالی مجموعي عرضه کې کمښت راولي، ځکه چې د پېرېدلو توان کمېږي، د بېلګې په ډول همدا پورته مثال کې د حوت په میاشت کې د غنمو بیه کې 60% زیاتوالی ددې سبب شوی، چې خلک وریجو، جوارو او نورو خوراکي موادو ته مخه کړي، که چېرې یو مامور د خپل معاش 30% په غنمو ورکوي، نو دا موسمي حرکت ددې لامل ګرځي، چې د پېرېدلو توان کې یې کمښت راشي، دده د پېرېدلو توان باندې یې منفي اغېزه داسې سنجولای شو:

$$0,3X0,6=0,18\%$$ (*)

په دې ډول موسمي حرکت د کرنې په سکتور کې نه یوازې د لګښت په برخه کې، بلکې د تولید عرضې، مزدونو او نورو برخو کې هم مهم اهمیت لري.

### ۹،۷- د زماني سلسلو د دورانې او غیر منظمو حرکاتو سنجش:

د کرنې او مالداري په سکتور کې د طبیعي ناڅاپي پېښو له کبله غیر منظم حرکات رامنځته کېدای شي، موږ پخوا وویل چې د میلاني حرکت عمومي مسیر له څلورو اجزاوو جوړ دی، یعني Y=T.C.I.S دا یو فرضي معادله ده، خو کله هم په عمومي مسیر (T) کې (S او I) نغښتلی شوي

(*) اعداد او ارقام فرضي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



فرض شوي وي، خوځيني وخت يو له د يو څخه تبارز مومي، يعني د عمومي مسير (T) څخه ښکته يا پورته اعظمي او اصغري نقاطو سره يې فرق دا دی، چې دورانې حرکت د څو کلونو لپاره وي، ترڅو بهرته عادي مسير ته ور وګرځي، دې حالت ته عادي مسير ته د ترند ګرځېدل ويل کېږي، مثلاً د باغونو د حاصل کمښت يا د مالداری د حاصل بدلون له عادي مسير څخه چې ممکن د نويو ونو او د خوسکيانو د نسل تر رسېدو يې دورانې حرکت دوام وکړي، چې بيا بهرته خپل اصلي مسير ته راګرځي (عارضه رفع کېږي) دا حرکت په ګڼو اعدادو ډېره کمه اغېزه لري، ان دا چې نا منظم اعداد په يوه عمومي مسير کې يو بل خنثی کوي هم چې د ټولو پايله دورانې حرکات کېدای شي.

تيره هره برخه د هغو معلوماتود تشريح سره اړه لرله کوم چې د ارقامو د نمونې يا جميعت سره يې تړاو درلود، ډېرځلي دغه ارقام د وخت په عين مرحله کې رامينځ ته کېږي. دهندسي ميتودونو په تشريح کې چې تر اوسه ذکر شول وخت د يو فکتور په شکل نه دی مطرح شوي. اکثره وخت منيجران د نظر وړ ارقام د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيابي کوي. داشان مثالونه لکه په ورځيني ډول د شرکتونو د عادي اسهامو نهائي قيمت.

د شرکت د يوې هفتې خرڅلاو اندازه او دهغې ربعي مفاد اوهمدارنګه مشخصات لکه د توليداتو وزن اواوږدوالي چې د کمپنې پواسطه توليد ېږي.

**تعريف:** هغه ارقام چې د وخت په تيريدو سره تهيه او ارزيابي کېږي د زماني سلسلې ارقامو (time series data) په نامه يادېږي.

د مخکې برخې څخه په ياد راوړلوسره، پروسس دعمل دسلسلې څخه عبارت دي يا هغه اجراءت دي چې د وخت په تيريدو سره محصول په لاس راوړي په دي اساس زماني سلسلې ارقام دهغه مقياسونو څخه عبارت دي چې يوه سلسله واحدات چې ديوې عملي (لکه د توليد عمليه) پواسطه توليد شي. په عمومي ډول، داعدادو يوه سلسله چې د وخت تيريدو سره لاس ته راغلي وي دهغه پروسې د عنوان په نوم ياد کړو د کومې په وسيله چې مينځ ته راغلي وي.

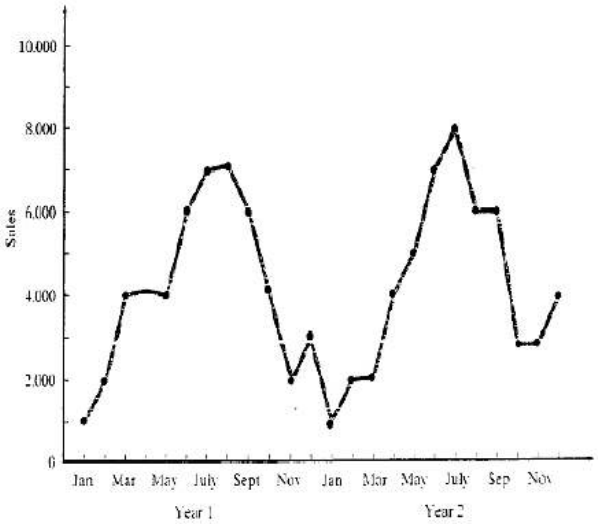
کله چې مقياسونه دوخت په تيريدو سره مينځ ته راځي نو مهمه ده چې دواړه يعني عدد ي ارزښت او وخت يعني هغه وخت يې چې هر مقياس پورې اړه ولري ثبت شي. نود زماني سلسلې ارقامود تشريح اوهغه پروسه چې دا ارقام پکې مينځ ته راغلي وي د ښودلولپاره يوزماني سلسلې هندسي شکل (time series plot) چې ځيني وخت د رن چارټ (run chart) په نوم يادېږي په کارورل کېږي.



زماني سلسلې هندسي شکل(time series plot) يوساده سکټرګرام دي چې مقياسونه يې په عمودي محوراووخت (time) يا هغه ترتيب چې مقياسونه پکې مينځ ته راغلي وي په افقي محورقرارلري او اکثره تعين شوي نقطې ديومستقيم خط پواسطه نښلول کېږي چې وخت په تيريدوسره په مقياسونو کې تغيرات اوحرکات په اسانۍ سره وښودل شي. دمثال په ډول، په 34,2 شکل کې ديومشخص شرکت مياشتنې خرڅلاو(د هغه واحداتو اندازه چې په يومياشت کې خرڅ شوي وي) ښودل کېږي. او 35,2 زماني سلسلې هندسي شکل چې د 30 قطعيود وزن په اړه چې په پرله پسې ډول د يوشان ډکوونکی پائيپ په واسطه ډک شوي دي رانښائي، په يادولري، د وخت د واحد په ځاي دقطعيو د وزنونود ډکوالي ترتيب په نظر کې نيول شوي دي.

کله چې دتوليد د پروسې دوران ترارزيابي لاندې کې نيول کېږي، اکثره د اسانتيا په لحاظ مقياسونه د توليد د ترتيب په اساس ثبتېږي ځکه چې د توليدي ترتيب په اساس د مقياسونو ثبت د هغې دتوليد واقعي وخت په نسبت اسانه وي.

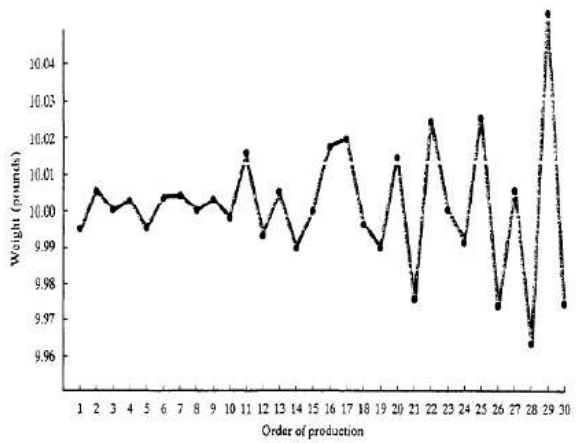
FIGURE 2.34
Time series plot of company sales



(c) ketabton.com: The Digital Library



FIGURE 2.35
Time series plot of paint can weights




سلسلي هندسي شكل، سلسلي زماني حركت (ميلان) او تغيرات (پراگنده گي) چې په ارزيابي کې دمتحولينو په ډول په نظر کې نيول شوی دي ښکاره کوي. په نظر کې ونيسي چې څومره خرڅلاو داوړې په موسم کې صعودي حالت لري اود وخت په تيريدوسره د رنګ دقطعيو په وزنونو کې څومره تغيير راغلي دي.

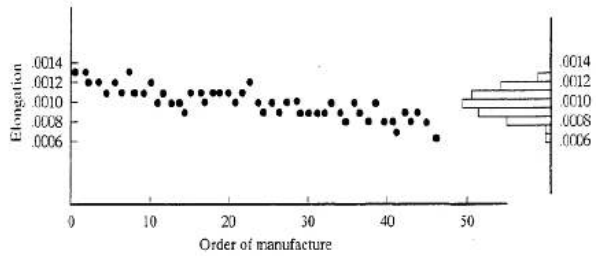
دغه ډول معلومات به د (stem-and-leaf) يا هستوګرام شکلونو پواسطه واضيح نه شي، لکه چې په لاندې مثال کې ښودل کېږي.

مثال: اډوارډز ډيمينګ يو مشهور امريکايي احصائيه دان و. وروسته ددوهم جنګ جهاني څخه يې په جاپان کې د تدريس په دې برخه کې چې څرنګه د خپلو توليداتو کيفيت د ارزيابي (تفتيش) لـه مخې اصلاح او دتوليد پروسې تـه پـه دوام داره ډول بهبود ورکړو ښـه شهرت ومونـد.هغه په خپل کتاب (دبحران څخه بهر 1986) کې د تاوخوړونکي – زنګون (يوه خودکاره آله ده) په مقابل کې د هستوګرام د څخه د معلوماتو د درست ښودلو لپاره چې ډاتا څخه لاس ته راځي استفاده وکړه. د بيلګې په ډول يې لاندې مثال وراندې کړي دي.



پنځوس د کمري فنرونه يې د توليدي ترتيب په اساس د ازموينې لاندې ونيول او هر فنر يې دشل ګرام په اندازه شک کړ. دواړه د زماني سلسلي هندسي شکل او هستوګرام يې د يادو ارقام

FIGURE 2.36
Deming's time series plot and histogram




په اساس جوړ کړ چې په 36,2 شکل ښودل کېږي کوم يو چې د ډيمينګ د کتاب څخه اقتباس شوي دي. که چېرې د ورپسې توليد يدونکي فنر (مثلاً د يوپنځوستم) د کشوالي مقياس تخمينول غواړي او ددې د تخمين د ښودلو لپاره صرف يو هندسي شکل استعمال کړي. کوم يو شکل به استعمال کړي؟ او ولې؟

**حل:**

صرف د زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) د زماني عملياتي حرکت چې په هغه کې فنر توليد ېږي تشريح کوي. هغه حقيقت چې په هغې کې د کش کولو مقياس د وخت په تيريدو سره کمېږي صرف د زماني سلسلي په هندسي شکل کې ښودل کېږي. ځکه چې هستوګرام هغه ترتيب نه شي ښودلاي په کوم کې چې فنر توليد شوي دي. د يوپنځوستم فنر د کشوالي د تخمين لپاره د هستوګرام استعمال کېداى شي يو لوړ احتمال (غيرواقعي) احتمال لاس ته راوړي.

د ډيمينګ د مثال څخه داسي درس لاس ته راځي چې: دهغه ارقامو د تحليل او څرګندولو لپاره چې دوخت په تيريدو سره ديوې عملياتي په نتيجه کې لاس ته راځي ابتدائي ګرافيکي وسيله زماني سلسلي هندسي شکل (time series plot) دي نه هستوګرام.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات

۱. په لاندې څو کلونو کې یو شمېر ارقام لرو:

Year = 1370, 1371, 1372, 1373, 1374, 1375

Date = 6 , 4 , 5 , 6 , 8 , 9

دري کلن خوځښتونکي اوسط په طریقه یې ترند رسم کړئ؟

۲. لاندې ارقام ورکړل شوي

| کلونه | واحدات | دتولید اندازه |
|---|---|---|
| ۱۳۷۵ | کیلو ګرام | ۱۲ |
| ۱۳۷۶ | کیلو ګرام | ۱۸ |
| ۱۳۷۷ | کیلو ګرام | ۲۰ |
| ۱۳۷۸ | کیلو ګرام | ۱۴ |
| ۱۳۷۹ | کیلو ګرام | ۱۲ |
| ۱۳۸۰ | کیلو ګرام | ۲۲ |

۳. په لاندې ډول د کال ۱۲ میاشتو کې د یوې کیلو غوښې بیه ثبت شوې.

| میاشت | بیې |
|---|---|
| حمل | ۱۰ |
| ثور | ۱۲ |
| جوزا | ۱۴ |
| سرطان | ۱۲ |
| اسد | ۱۸ |
| سنبله | ۲۲ |
| میزان | ۲۵ |
| عقرب | ۲۵ |
| قوس | ۲۵ |
| جدي | ۲۷ |
| دلو | ۲۲ |
| حوت | ۲۲ |



نیمه اوسط روش باندې یې ترند رسم کړئ؟

۴. موسمي حرکات تعریف کړئ؟

۵. د کرنې په سکتور کې د موسمي حرکاتو د پېښېدو مهم لاملونه کوم دي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library



خصوصیات به ورځنه څرګند شي، همدې ډول یوې پروسې ته Sampling وایي.

د نمونې اخیستو ګټه دا ده، چې په دې ډول سره له جز (نمونې) څخه د کل په هکله بشپړ معلومات استنباط کېږي، نمونه اخیستل د قسمي احصایه ګیرۍ په توګه د لومړي خل لپاره د فرانسوي عالم (لیپ لای) له خوا ترسره شوه، وروسته په المان کې شناپر ارند (۱۸۴۷-۱۹۰۴) د کرنې په سکتور کې د څېړنو په خاطر د (Taunus) په سیمه کې د بزګرانو د ټولنیزې او اقتصادي وضع او د کرنیزو فېصدیو د مطالعې لپاره پنځو کلیو کې نمونوي احصایه ګیري ترسره کړه.

**۲،۱۰- نمونوي مشاهدات:**

هغه ارقام چې د نمونې په ډول د څېړنې لپاره راټولېږي، نمونوي مشاهدات بلل کېږي، د نمونې غوره کول دوه ډوله دي: لومړی یې دا چې موږ پرته له دې چې د نمونې لپاره کومې ځانګړتیاوې په نظر کې ونیسو د ټول نفوس (کل) څخه یې د څېړنې لپاره را اخلو، دېته Random یا تصادفي یا احتمالي نمونه غوره کول وایي؛ لکه د غنمو له یوه ګودام څخه د یو موټي غنمو را اخیستل، دویم ډول سهمیوي، یا قضاوتي Quota نمونه ګیري ده، چې دلته د ځانګړي موخې لپاره نمونه غوره کېږي؛ لکه د درې ډولو خاورو مطالعه او مقایسه، لومړی نمونه د لوم Loum او درېیمه یې د بېلګې په ډول Sandy-Loam یعنې، مټ، شګلنه او ګډه خاوره سره مقایسه کوو، نو دلته په قصدي ډول موږ د خاورې بېلابېل ډولونه لومړی په نښه، بیا یې را اخلو، یا د میدان ولایت د منو د غذایي ارزښت د مطالعې لپاره یوه نمونه د سرو منو څخه او بله د ژېرو منو څخه غوره کوو، یا د یوې مرکې لپاره د داسې بزګرانو غوره کول چې هغوی سره په دوامداره ډول د ترویج کارکوونکو او مامورینو روزنیز کار کړی وي او داسې نورې بېلګې په لومړي ډول نمونه غوره کولو کې کوم مخکینې قضاوت او انتخاب او معیار موجود نه وي، خو په دویم ډول کې نمونه د یوه ځانګړي قضاوت او معیار له مخې غوره او اخیستل کېږي، په احصاییوي څېړنو کې کوم مشاهدات چې د نمونو په توګه راټول شوي وي (هم Random او هم Qouta) د نمونوي مشاهدو په نوم یادېږي، نمونوي مشاهدې د ټولنیزو (همه ګاني) مشاهدو سره فرق لري، یعنې نمونوي مشاهدې صرف ددې لپاره څېړل کېږي، چې وروسته د هغو پایله په کل تعمیم شي، د نمونوي مشاهدو یو ځانګړنه دا ده، چې د ټولو مشاهدو یوه برخه تشکیلوي؛ لکه $\frac{1}{20}$ مه برخه، $\frac{1}{10}$ مه برخه یا $\frac{1}{5}$ مه برخه او داسې نور چې دلته د ټولنیزو مشاهدو برخلاف زموږ له هیڅ یوې مشاهدې څخه صرف نظر نشو کولای، خو یوه عمومي نظریه دا ده؛ څومره چې نمونې زیاتې وي، هومره هغو کې خطا او تېروتنه کمېږي.

د تحقیق او علمي تجربو په ترڅ کې موږ معمولاً د ډېرو مشاهدو او ارقامو څخه نمونه غوره



# لسم څپرکی

## د نمونې اخیستلو تیوري

## (Sampling)

د علمي څېړنې روش (Scientific Method of Research) اساساً د هغو قواعدو او طرز العملونو له مجموعې څخه عبارت دی، چې د علمي څېړنې عملیه د هغې له مخې اجراء کېږي، په دې کې یوه قاعده له جز څخه د کل په هکله استنباط ده، چې همدې کې د نمونو څېړنه راځي، د نمونې څېړل د خپل ثقه والي، د تطبیق د ساحې، د فرضیو د ازمایلو، د نمونې د خصوصیت او نورو له کبله د هر توپیر مومي او دا په خاص ثابت شوي حالت کې تعمیم کېږي، نو له دې کبله چې یې موږ تیوریکي ارخ د هر په نظر کې نیسو، نو تیوري څه ده؟

په یوه موضوع کې تیوري هغه علمي اصطلاح ده، چې د شیانو او پدیدو ترمنځ د هغوی خپل منځي اړیکې تشریح کوي، دا په تاکلي موضوع او ځانګړي سکالو کې د ژورو تصوراتو او تفکراتو د یوه پاخه اند پایله ده، چې او پدو ازمایښتونو او تجاربو او پر له پسې زیار هغه ثابته کړې وي.

**۱،۱۰- نمونه او د نمونې اخیستل؛ یعنې څه؟**

د نمونې (Sample) اصطلاح سره موږ هره ورځ مخامخ کېږو او د هر ژر یې په مانا پوهېږو، چې دا د یو لوی شي، د ډېرو شیانو، ګڼو پېښو او بڼکارندو له مجموعې څخه یوه کوچنۍ برخه یا کم شمېر یا یو د مرکزي میلان رقم دی، چې د هغه ټول شي یا شیانو او مشاهدو ځانګړنه بڼکاره کوي او دا عیناً اصل شی وي، دا د ډېره معموله ده، چې د غلې لوی مارکیټ څخه پېردونکي یو څه دانې را اخلي او په غور یې ګوري، همدا دزیات مقدار څخه د یوه کم شي را اخیستنه د کتلو او پلټلو په خاطر د هغو کتل چې د ټول مقدار مشخصات ورځنه څرګند شي، د Sample یا نمونې اخیستو په نوم یاد ېږي او را اخیستل شوې برخه د نمونې په نوم بلل کېږي او ټول مقدار یا ټول شی چې نمونه یا Sample ورځنه اخیستل شوی د نفوس Papolation او Univerre په نوم یاد ېږي، (1.P-248) موږ نمونې اخیستو ته ځکه ضرورت لرو، چې:

که چېرې یو ګڼ شمېر اشیاء، اقلام او مشاهدې ولرو او وغواړو د هغو څرنګوالی وڅېړو، نو د ټولو مطالعه شویو نمونو مطالعه کفایت کوي، چې د کل په خواصو هم پوه شو، اما د ټول کل یا ټول نفوس څېړل د ډېر وخت، پیسې او انرژي غواړي، خو که د دغه لوی مقدار څخه صرف یوه کمه برخه یې د څېړلو لپاره را واخلو، نو وخت مصرف او انرژي به کمه ولېږي او د ټولو ارقامو

(c) ketabton.com: The Digital Library



کوو، یا د ارقامو اوسط، میانه او یا هم مود څېړو. وروسته بیا د نمونې څخه اخیستل شوې نتیجه په ټول نفوس باندې تعمیم کوو، یعنې د Sample له مخې Universe باندې حکم کولی شو، پوهان وایي چې نمونه باید د څېړنې د خصوصیت له مخې او هغې د هدف سره مطابق او مناسبه غوره شي، د نمونې د غوره کولو لپاره بېلابېلې لارې شته؛ لکه:

**الف- Deliberate Sampling:** دلته څېړونکی له یو زیات شمېر مشاهدو څخه صرف یو څو مشاهدې په قصدي توګه غوره کوي، د بېلګې په توګه د یو ښوونځي څخه صرف د ممتازو زده کوونکو غوره کول او د هغوی د ذهني ودې مطالعه یا په انګورو کې د قند د فیصدي د معلومولو لپاره یوازې د پروان ولایت د کشمشي انګورو غوره کول او داسې نور مثالونه دغه ډول نمونه اخیستلو ته Deliberate Selective Method ویل کېږي، دغه مېتود خصوصاً هغه وخت ډېر ترا استفادې لاندې نیول کېږي، چې نفوس مشابه خصوصیات ونلري او ټول سره یو شانته (Homogenous) نه وي؛ لکه د زده کوونکو بېلابېلې کټګورۍ.

**ب- Simple Random Sampling:** تصادفي ساده نمونه اخیستل د مخکینې مېتود برخلاف نمونه په تصادفي یا چانسي ډول په ډېر ساده ډول غوره کېږي، یانې له ګڼ شمېر نفوس څخه په تصادفي توګه او پرته له دې چې مخکې له مخکې یې سنجش کړی وي، څو نمونې را اخلي لکه د یوه ګودام له غنمو چې مودې یو موتی غنم د بېلګې په توګه په تصادفي ډول را اخلو، دلته مهمه خبره دا ده چې ټول نفوس (ټول مشاهدات) همجنس (یو شانته Homogenous) وي، دلته د ټول نفوس هرې برخې څخه نمونه په مساوي ډول غوره کېږي، یانې نمونه کې اخیستل شوي ارقام د ټول نفوس څخه د غوره کېدو چانس لري، د بېلګې په توګه د یوې کروندې د بوټو د قد د معلومولو لپاره د ټولې کرندې د زرګونو بوټو څخه صرف د ۲۰-۵۰ بوټو غوره کول، یا هم د پېچې په اساس د ګڼ شمېر بزګرانو څخه د هغو څو بزګرانو احتمالي یا چانسي غوره کول چې غواړو د هغوی ورځنی عاید او عمده محصولات معلوم کړو.

**ج- Systemic Sampling:** ځینې وخت د څېړنې خصوصیت ایجابوي چې نمونه په سیستماتیک ډول غوره شي؛ مثلاً له یوه اوږده لست څه د هرې لسمې شمارې غوره کول، یا د بېلابېلو کلیو له کورنو څخه د هر یوه کلي د لومړي کور غوره کول، یا روغتون ته د راتلونکو ناروغانو له هرو پنځو تنو څخه د یو تن غوره کول او داسې نور مثالونه په دې مېتود کې هر څوم (nth) عدد تر هغه وخته غوره کېږي، ترڅو چې ټول مشاهدات یا نفوس بالکل ختم شي.

**د- Stratified Sampling:** دلته د څېړنې لاندې موضوع له هرې طبقې څخه یوه یوه نمونه یا دوه دوه نمونې را اخیستل کېږي، چې طبقه یې نمونه ګیري ورته وایي، دلته طبقات یو بل څخه فرق لري، یانې ټول طبقات یو شانته نه وي، په دغه ډول نمونه اخیستو کې باید د هرې طبقې څخه



ارقام موجود وي.

**هـ- Quota Sampling:** قضاوتي یا سهمیوي نمونه اخیستل هغه حالت دی، چې د تجربې یا څېړنې لپاره د ځانګړې موخې او مشخص مقصد لپاره اصلي نفوس یا (ټول) په نښه کېږي، بیا یې له مورد نظر هغه قضاوت شوې برخې څخه چې د تجربې لپاره انتخاب شوي نمونه اخلو؛ لکه د درې ډوله خاورې د تجزیه کولو لپاره لومړی نمونه د Loam، دویمه د Sandy، دریمه د Sandy Loam یا د بېلابېلو انواعو د منو کیفیت، وزن، خوند، د پخېدو مودې او نورو تجربه کولو لپاره یوه منه ژېړو منو څخه او یوه له سرو منو څخه را اخلو او بیا یې تجربه کوو.

همدارنګه یو شمېر نور مېتودونه هم شته، چې دلته یې صرف نوم اخلو؛ لکه Cluster Sampling یا ډله ایزه نمونه ګیري Area Sampling یا ساحوي نمونه ګیري Multi-Stage) (Sampling یا څو مرحله یې نمونه ګیري (Sequential Sampling) یا پرله پسې او دوامداره نمونه ګیري، چې دا هره یوه یې د تجربې د خصوصیت سره سم غوره کېږي، عملاً له پورته ډولونو څخه صرف څو محدودې یې عملي کېږي، ځینې وخت له څو څو مېتودونو څخه یو ځای کار اخیستل کېږي، چې دې ته Mixed Sampling ویل کېږي، خو مهمه دا ده چې دغه مېتودونه په خپله څېړونکی غوره کوي.

## ۱۰، ۳- د نمونوي مشاهدو د راټولولو لارې:

۱. د نمونوي مشاهدو تصادفي یا له ټول نفوس څخه په پټو سترګو غوره کول.

۲. میخانیکي غوره کول: دلته لومړی د څېړنې د موخې پر بنا ارقام او شیان د اندازې، وزن او درجې له مخې په بېلابېلو مساوي برخو وېشل کېږي؛ لکه د زیاتو عضوي موادو لرونکي خاورې د منځنۍ اندازې عضوي موادو لرونکي خاورې او خوارو خاورو سره بېلول او بیا له هرې یوې څخه یوه یوه نمونه را اخیستل، یا هم د انګورو له بېلابېلو ډولونو د ۱۰، ۱۰ بوټو غوره کو، بیا له هرو ۱۰ بوټو یو یو بوټی غوره کول او پر هغو د څېړنو سرته رسول.

۳. منطقوي (سیمه ایزه) یو ډولیزه نمونه ګیري: البته لومړی بېلابېلې سیمې په نښه کېږي؛ مثلاً د وریجو د کیفیت، فې واحد حاصل دهې، کمې او کیفې څرنګوالی او نورو د معلومولو لپاره لومړی په هېواد کې د وریجو د تولید سیمې په نښه کوو، چې عبارت له بغلان، کندز، لغمان او ننګرهار څخه دي، خو په ځینو مواردو کې چې د کیفیت ترڅنګ د مربوطه سیمې د حاصلدهۍ کمیت هم مطرح وي، نو په ټوله نمونوي مشاهده کې د سیمو نسبي سهم ښکاره شي، مثلاً: که چېرې د کرنې وزارت په نظر کې ولري د انګورو د کوپراتیفونو لپاره نمونوي مشاهدې جوړې کړي، نو د پروان څخه به زیات شمېر، بیا له کندهار او بیا د لوګر له څرخ او د کابل د ده سبز، میربچه کوټ یا نورو سیمو چې مناسب دي، نظر د هغو د تولید د تناسب له مخې غوره

(c) ketabton.com: The Digital Library



کړي، که چېرې وغواړو د څنګلونو د افتونو نمونوي مشاهدې ولرو، نو طبعاً زیات شمېر نمونې به د کونړ، بیا پکتیا، نورستان او ننګرهار وي، بیا د شمالي ولایاتو د پستې د څنګلونو او ورپسې نورې څنګل لرونکې سیمې.

۴. سریالی (سلسلوي) نمونه اخیستل: په دې ډول نمونه غوره کولو کې د مورد نظر پدیدې ببل ببل واحدونه، نه؛ بلکې د هغې د ټولو واحدونو ټوله سلسله په نظر کې نیول کېږي، بیا په هره ببله ببله سلسله کې بشپړ مشاهدات ترسره کېږي، یعني د یوه کل د ټولو واحدونو (برخو) غوره کړای شوې سروې صورت نیسي، داسې چې د سروې ټول واحدونه د مطالعې لاندې پدیدې په اډانه کې د سلسلې (سریال) په بڼه سروی کېږي، دا د سیمه ایزې یا منطقوي نمونه غوره کولو سره یو څه شباهت لري، خو د هر فرق هم ورسره نه لري، په سریالي نمونه اخیستو کې ټول واحدونه د سلسلې په بڼه راځي، خو سیمه ایزه کې بیاد هرې سیمې (مکرر) او غیر تکراري (غیر مکرر) نمونو اخیستو موضوع په هکله نظر کې ونیول شي غیر مکرره نمونه ګیري هغه ده چې غوره شوی واحد په ثبت کې صرف یو ځل ګډون کوي، کله چې له مربوطه سیمې او سلسلې څخه دغه واحد واخیستل شو، بېرته د سیمې په مشاهدو یا د واحدونو سلسله کې نه کېښودل کېږي، حال دا چې په مکرره کې یو ځل بیا کېښودل کېږي، کېدای شي د بیا غوره کولو پر وخت عین مشاهده بیا راووځي، خو غیر مکرره طریقه په تحقیق کې غوره بربښي.

له دې امله چې لومړی ډول یعني اتفاقي نمونه اخیستل ډېر مروج دي او ارزښت لري، هغه به په تفصیل توضیح شي:

**اتفاقي نمونه اخستنه RANDOM SAMPLING**

په احصائیوي استنباط (Statistical inference) کې له ارقامو څخه نمونه تاکنه حیاتي ارزښت لري ځکه د مشاهده شوي نمونې احتمال د نمونه شویو ارقامو د مشخصاتو د استنباط لپاره په کارونړ کېږي.

دمثال په توګه، که چېرې د 52 قطعو د بنډل څخه څلور قطعي وغورځوې او څلورواړه توسان وي. آیا تاسو دا نتیجه ګیري کوي چې د قطعو بنډل مو یو عادي بنډل دي چې صرف څلور توسه لري، اویا آیا فکر کوي چې نومړي بنډل د څلورو څخه زیات توسان لري؟ دا موضوع دي پورې مربوط ېږي چې څرنګه قطعي راویستل شوي دي. که چیرې څلور توسان د ستنډر قطعي بنډل دپاسه قرارلرلای وي، نو بیا معلوم دا ده ده او غیرعادي نه دي چې څلور توسان غورځول شوي دي یا په بل عبارت که چېرې د قطعو بنډل په پشپړه توګه سره ګډ شوي وي نو بلکل احتمال نه لري چې د هغې څخه په یوه نمونه کې (چې څلور قطعي په کې شاملې وي) تري څلور توسان راویستل شي.



البته مهمه نقطه داده چې د مشاهده شوي څلور نمونې قطعو څخه د جمیعت (د 52 قطعو بنډل) د استنباط په هکله استفاده وکړو، اوستاسو لپاره اړینه ده چې په دې وپوهېږي چې څرنګه نومړي نمونه (sample) انتخاب شوي ده.

یو ډېر ساده او زیات استعمالیدونکي طریقه چې د نمونه اخستنې لپاره په کارونړل کېږي او په ضمني ډول یې په تیرو مثالونو او تمریناتو کې مفهوم بیان شوي دي چې دا طریقه د اتفاقي نمونه اخستنې (random sampling) په نوم یادېږي او هغه څه چې په لاس تري راځي د اتفاقي نمونې (random sample) په نوم پیژندل کېږي.

**تعریف:** که چېرې د یو کل یا نفوس څخه د n په اندازه عناصر په داسې ډول انتخاب شي چې د n د عناصرو د هرې انتخاب په جمیعت کې د انتخابولو مساوي چانس ولري. نو ویلای شو چې د n عناصر یوه اتفاقي نمونه (random sampale) ده.

که چېرې جمیعت ډېرلوی نه وي او عناصر یې د کاغذ په توتو، د قطعو په توتو اونورو دشمار وړوي، نو په فزیکي ډول کولای شي چې د کاغذ توتې او یا قطعې په بنه ډول ګډې کړي او د مجموعې څخه یې د n اندازه عناصر وباسي. هغه اعداد چې د توتو (برخو) په مخ ښکاري داسې ښائي چې د جمیعت عناصر په نمونه کې شامل دي ولې په اکثره وخت ددې ډول مخلوط په لاس راوړل ګران کار دي خو دا طریقه په تقریبي د اتفاقي نمونه اخستنې یو شکل ارائه کوي.

اکثره څېړونکي د خپل کار لپاره د تصادفي اعدادو په تولیدونکو random number generators چې اتفاقي نمونې تولیدوي اعتماد لري. د تصادفي اعدادو تولیدونکي اعداد د جدول په شکل د خان سره ساتي او د احصائیوې سافټ ویئرونو په جوړولو کې تري هم استفاده کېږي.

**مثال:**

فرض کړئ چې په یوه مطالعه کې د برخه اخستلو لپاره د 100.000 کورنیو د جمیعت څخه پنځه کورنۍ په اتفاقي ډول په نمونه کې اخلي.

a. څومره مختلفې نمونې انتخابولای شي؟

b. د یو اتفاقي نمونې د انتخاب لپاره د تصادفي اعدادو د تولیدونکي څخه استفاده وکړي؟

**حل:** دنمونو د تعداد د معلوم لپاره د 1,3 برخې د ترکیبی قاعدې (combinatotial rule) څخه استفاده کوو، مونږ لرو چې N = 100000 او n = 5. نو

$$\binom{N}{n} = \binom{100.000}{5} = \frac{100.000!}{5!99,995!}$$

$$= \frac{100.000 \cdot 99.999 \cdot 99.998 \cdot 99.997 \cdot 99.996}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

$$= 8.33 \times 10^{22}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



نو 83.3 بیلیون ټریلیون په اندازه د پنځیو کورنو مختلفي نمونې د 100.000 ټول نفوس څخه انتخاب پیدا کیږي.

b ددي لپاره چې اطمینان حاصل شي چې هره ممکنه نمونه د انتخاب مساوي چانس لري نو هر هغه څه چې د اتفاقي نمونه اخستني لپاره په کار وړل کیږي کولای شوي چې د اتفاقي اعدادو د جدول (random number table) څخه (چې په ۱ جدول په B ضمیمه کې ارایه شوي دي) په استفاده تعین کړو.

د تصادفي اعدادو جدول په داسي شکل جوړشوي دي چې د هرعدد د واقع کیدو (تقریباً) مساوي احتمال لري. برسیره پردي، د هر عدد واقع کیدل په یو موقعیت کې په جدول کې د نورو اعدادو څخه مستقل دی.

د اتفاقي اعدادو د جدول د استعمال لپاره، د ټول نفوس د N اندازه عناصر د 1 څخه تر N پورې شمارل کیږي اوبیا 1 جدول ته مخ ګرزول کیږي او په جدول کې د شروع عدد انتخابیږي اوددي عدد په دوام یا د قطار په امتداد یا د کالم لاندې طرف ته N عدد د جدول څخه انتخاب او په ثبت رسیږي.

د عملي مثال لپاره، اول هغه کورني چې په ټول نفوس کې شاملي دي د 1 څخه تر 100.000 پورې شمارو. د راتلونکي مخ (۳، ۷ جدول)

اوس په خپله خوښه د شروع عدد انتخابو و فرضاً دا اتفاقي عدد په دریم قطار او دویم کالم کې لیدل کیږي چې دا عدد 48.360 دي، بیا د پاتي څلورو اتفاقي عددونو د لاس ته راوړلو لپاره دویم کالم لاندې خوا ته ادامه ورکوو. په دي اساس مونږ پنځه اتفاقي اعداد انتخاب کړي چې په 7,3 جدول کې په نښه شوي دي. د 1 څخه تر 99.999 کورنیو د ښودلو لپاره د اولني پنځه رقمونو څخه استفاده کیږي او 00000 عدد د 100.000 کورنیو څخه نمائنده ګڼي کولای شو چې وګورو چې کورني شماره ګذاري شوي دي.

48,360
93,093
39,975
6,907
72,905

چې باید زمونږ په نمونه کې شاملې وي.

نوټ، په نمونه کې د شامل عنصر د ښودلو لپاره صرف لازم تعداد ارقام په هر اتفاقي عدد کې استعمالیږي. که چیرې د ثبت په وخت کې د n عداد د جدول څخه، هغه عدد انتخابوي چې مخکې ترمخکې مو انتخاب کړي وي په ساده ډول ویلای شو چې تکراري عدد لري کوو او پرځای یې د سلسلې په پای کې جانیشین ټاکو. نو کیدای شي چې د n اعدادو د نمونې د لاس ته



راوړلو لپاره د جدول څخه د n څخه زیات اعداد ریکارډ کړي.

TABLE 3.7 Partial Reproduction of Table I in Appendix B

| Row \ Column | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 10480 | 15011 | 01536 | 02011 | 81647 | 91646 |
| 2 | 22368 | 46573 | 25595 | 85393 | 30995 | 89198 |
| 3 | 24130 | 48360 | 22527 | 97265 | 76393 | 64809 |
| 4 | 42167 | 93093 | 06243 | 61680 | 07856 | 16376 |
| 5 | 37570 | 39975 | 81837 | 16656 | 06121 | 91782 |
| 6 | 77921 | 06907 | 11008 | 42751 | 27756 | 53498 |
| 7 | 99562 | 72905 | 56420 | 69994 | 98872 | 31016 |
| 8 | 96301 | 91977 | 05463 | 07972 | 18876 | 20922 |
| 9 | 89579 | 14342 | 63661 | 10281 | 17453 | 18103 |
| 10 | 85475 | 36857 | 53342 | 53988 | 53060 | 59533 |
| 11 | 28918 | 69578 | 88231 | 33276 | 70997 | 79936 |
| 12 | 63553 | 40961 | 48235 | 03427 | 49626 | 69445 |
| 13 | 09429 | 93969 | 52636 | 92737 | 88974 | 33488 |

آیا په پشپړول دا یقین کولای شو چې ټول 83.3 بیلیون ټریلیون نمونې د انتخاب مساوي چانس ولري. ولي واقیعت دادي چې مونږ یې نه شو کولای.

ترهغه ځایه چې د اتفاقي اعدادو جدول د اتفاقي سلسلي ارقام احتوا کوي، نمونه باید ډېره زیاته اتفاقي وي.

دا جدول د B ضمیمه صرف د اتفاقي عدد د تولیدونکي یو مثال دي او په زیاتو علمي مطالعاتو کې چې په هغې کې یوې وسیع اتفاقي نمونې ته ضرورت لیدل کیږي د اتفاقي نمونو د جوړولو لپاره د کمپیوټر څخه استفاده صورت نیسي، لکه د MINITAB, SPSS او د SAS احصائیوي سافټ ویرونه په اسانۍ سره اتفاقي نمونې جوړوي.

دمثال په توګه د پورته مثال په شان د 100000 کورنیو نفوس دنمونې څخه n = 50 کورنیو نمونې ته ارتیا لري.

کولای شو چې ددي اتفاقي نمونې د جوړولو لپاره د SAS اتفاقي نمونو تولیدونکي څخه استفاده وکړو.

په 21,3 شکل کې د SAS کاپي لیدل کیږي چې 50 اتفاقي اعداد لري (د 100000 ټولو اعدادو څخه). په دي تشخص شوي اعداد کې د کورنیو نمونې شاملې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



| OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM | OBS | HOUSENUM |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 47122 | 14 | 47271 | 27 | 17098 | 40 | 4260 |
| 2 | 94231 | 15 | 3642 | 28 | 23259 | 41 | 58140 |
| 3 | 95531 | 16 | 7611 | 29 | 30512 | 42 | 22903 |
| 4 | 41445 | 17 | 81646 | 30 | 91548 | 43 | 65959 |
| 5 | 80287 | 18 | 92158 | 31 | 7673 | 44 | 13962 |
| 6 | 11731 | 19 | 36667 | 32 | 68549 | 45 | 25819 |
| 7 | 47523 | 20 | 71811 | 33 | 85433 | 46 | 66497 |
| 8 | 84847 | 21 | 78988 | 34 | 5231 | 47 | 79559 |
| 9 | 69822 | 22 | 3819 | 35 | 13455 | 48 | 87017 |
| 10 | 18270 | 23 | 21873 | 36 | 71666 | 49 | 28483 |
| 11 | 52636 | 24 | 74938 | 37 | 66280 | 50 | 91806 |
| 12 | 21750 | 25 | 23635 | 38 | 66210 | | |
| 13 | 63363 | 26 | 35807 | 39 | 21998 | | |

## تمرينات

۱. په علمي څېړنه کې د نمونې ارزښت وو ایئ؟
۲. سریالي نمونه اخیستل وښایاست؟
۳. کل یعنې څه؟
۴. نمونوي مشاهدات، یعنې څه؟



# یوولسم څپرکی

## میلان او پیوستون

## (Regression & Correlation)

### ۱۱، ۱- د میلان او پیوستون مفهوم او ارزښت:

د احصایېوي څېړنو په برخه کې بېلابېلې ښکارندې چې یو پر بل اغېزه لري، نظر بېلا بېلو فکتورونو ته فرق کوي، نو په علمي څېړنه کې ضروري ده چې د متحولینو ترمنځ اړیکې او د هغو څرنګوالی روښانه شي، په څېړنیزو مسایلو کې اکثراً دوه متحولین مطالعه کېږي، چې په یوه کې بدلون په بل کومه اغېزه لري؟ خصوصاً موږ په کرنه او مالداری برخه کې په حاصل باندې د سړې، تغذیې، ابیاری، د لمر وړانګو، حرارت او نورو څخه خبرې کوو، اوس نو دا ډېره مهمه ده چې اصلي پرابلم له دغو لاندې دوو پوښتنو حل کړو:

۱. ایا د یوه متحول بدلونونه په بل متحول باندې څرنګه او څومره اغېزې لري او د پر له پسې څېړنو له مخې د دواړو ترمنځ د پیوستون او د دویم متحول عکس العمل پېش بیني.

ګڼ شمېر ښکارندې په تېره بیا ژوندیو اجسامو کې څو، څو فکتورونه یو په بل اغېزې لري، د بېلګې په ډول په خاوره کې د عضوي موادو زیاتوالی او د نبات، د ونې عمر او د مېوې اندازه، د جیرې څرنګوالی او د څاروي حاصل دهي، هورمونونه او فزیالوجیکي فعالیت او داسې نور...

۲. د دوو متحولینو ترمنځ د پیوستون د رابطې لپاره د یوه معیار تاکل د دغو دوو مسئلو حل، خصوصاً بایومتري کې موږ ته ډېر مهم دی، د Regression (میلان) اصطلاح د لومړي ځل لپاره Francic Gal (۱۸۲۲-۱۹۱۱) له خوا شرحه او وپېژندل شوه، کوم چې ده د اولادونو او والدینو د قدونو د افادې موضوع څېړله، ده دا وموندله چې د لوړ قد لرونکو والدینو اولادونه لوړ قد او د ټیټ قد لرونکي والدین د ټیټ قد اولادونه لري، دغه پېښه یې د اوسط خواته د میلان یا Regress Toward the Average په نوم یاده کړه، دغه مرکزي اوزانونه میلان د ګالټن له خوا د یو تمایل په نوم ونومول شو.

ځینې وخت یو تابع متحول Dependent Variable او یو مستقل Independent Variable وي، دېته ساده یا یو اړخیز میلان Simple Regression ویل کېږي، که تابع یا مستقل متحولین څو څو وي؛ مثلاً د بوټو وده د ځمکې د حاصل خېزي، د سرو تطبیق، ورښت د تخم کیفیت او نورو پورې اړه لري، یا د یوه تن د وینې فشار د هغه وزن، عمر او نورو پورې اړه لري، په داسې حالت کې د څو مستقلو متحولینو لرونکي میلانونه د څو ګوني یا څو اړخیز میلان Multiple

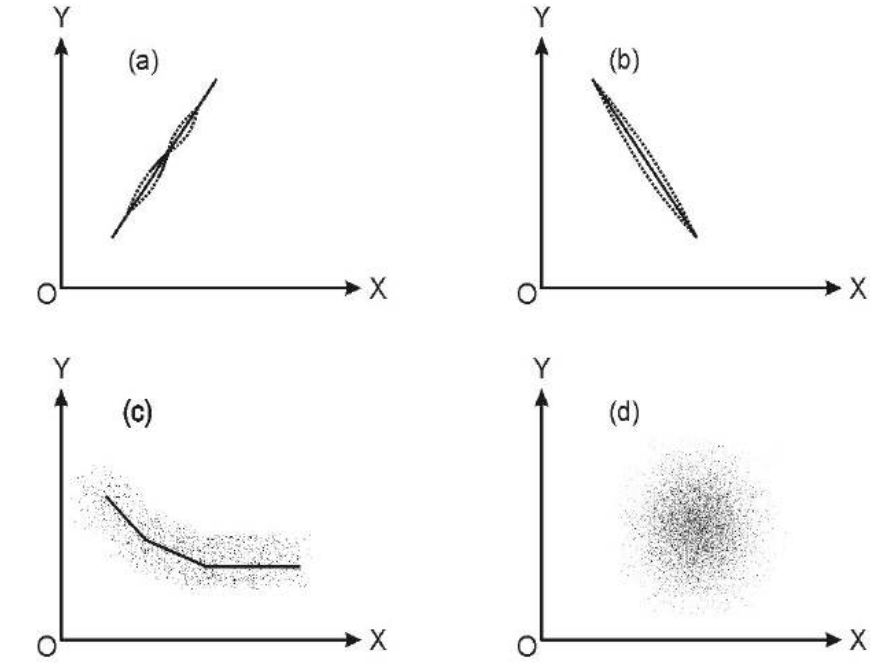
(c) ketabton.com: The Digital Library



د ماشینی کارونو مصارف (حرارت ورکول، هوا کشي او نلدواني) ده، (۲) او پورته چت یې چې 26 نمونه فابریکو او دګودام د ساختمان څخه تشکیل شوي دي په یاد ولري چې سکترګرام د ماشیني مصارفو زیاتوالي او همدارنګه د ساختمان د ساحې زیاتوالي رابنیي. په عمومي توګه کله چې یو متحول زیاتوالي مومي د دوهم متحول زیاتوالي سره مرسته کوي، نومونږ ویلای شوچې دا دواړه متحولین یو د بل سره سیده رابطه لري یا یو بل سره یا مرتبط دي نو پورتنی شکل رابنیي چې ماشیني مصارف او د ساختمان پورته ساحه یو د بل سره سیده مثبته رابطه لري په نوبت سره، که چېرې یو متحول د کموالي طرف ته میلان ولري او بل متحول د زیاتوالي طرف ته میلان ولري مونږ وایو چې نوموړي متحولین یو د بل سره منفي رابطه لري.

2 ,شکل په ښکاره ډول د سکترګرام څوفرضیي چې د دوه متحولینو مثبته رابطه او 2 ,) دمتحولینو دوه ارخیزه منفي رابطه په (وروستی شکل) او دوه متحولین چې یو د بل سره رابطه ونه لري په (32منځنی) شکلونو کې ښودلی شو .

که څه هم عمومي طریقې او د سنجش طریقې او چاپ دواړو کې یو شان دي، خو د دویم ډول لپاره د اصغري مربع ګانو محاسبات د نفوس او پارامتر $a$ او B او نور کارول کېږي، د B1 او b1 پارامترونو محاسبه د قسمي میلان ضریب د B1 لپاره بلل کېږي، خو دلته مونږ په عمومي ډول د میلان په هکله عام مفاهیم او د سنجش تولې نظریې وړاندې کوو، موضوع د ساده کولو لپاره






Regression په نوم باندې یاد ېږي.

په ساده میلان کې لاندې معادله صدق کوي: $Y_1=a+bxn$، دلته Y د X تابع او b د کرښې میلان څخه عبارت دی، خو د څو ګونې یا څو اړخیز تمایل یا میلان لپاره لاندې معادله صدق کوي:

$$y=a+b_1x_{1i}+b_2x_{2i}+b_3x_{3i}+...b_nx_{ni}$$

**د دوو متحولینو د روابطو ګرافیکي ښودنه:**

ځینې وخت داسې ادعا کېږي چې وه ښکارندی یو بل سره رابطه لري، مثلاً د جرایمو اندازه اود بیکاري اندازه یو دبل سره (ترلي، مرتبط) رابطه لري. یوه بله مشهوره عقیده داده چې داخلي ناخالص تولید (GDP) او د انفلاسیون اندازه یو بل سره رابطه لري او حتی ځینې خلک دا عقیده لري چې د اوجونزد صنعتي اسهامو اوسط او د فیشني لمنو اوږدوالي یوله بل سره ترلي دي(دا په متحده ایالاتو کې د جامو د تولید یوه کمپنی ده).

دا اصطلاحات یعنې: مرتبط (correlate)، رابطه (relate) او ترلي (associate) ټول د دوو متحولینو ترمینځ د اړیکو په معنې استعمالېږي لکه په پورته مثالونو کې دوه مقداري متحولین.

د دوه مقداري متحولینو په مینځ کې د تشریح کولو یوه لار د دوه متحولو رابطې

FIGURE 2.31
Scattergram of cost vs. floor area

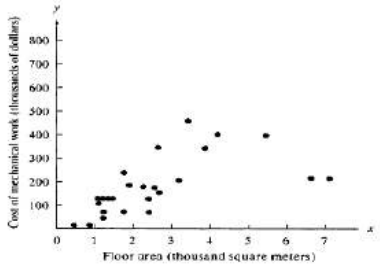
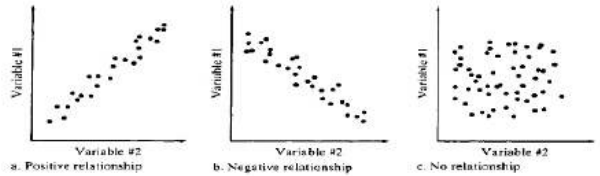



FIGURE 2.32
Hypothetical bivariate relationship




(Varible relationship) په نوم یاد ېږي چې د ارقامو هندسي شکل یې په سکترګرام (scattergram) یا سکترپلاټ (scatterplop) کې ښودل کېږي.

سکترګرام دوه بعدی هندسي جوړښت دي چې یو متحول یې د عمودي محور په امتداد او بل متحول یې د افقي محور په امتداد قرار لري. دمثال په ډول، پورته شکل کې یو سکترګرام چې (۱)

(c) ketabton.com: The Digital Library



لیکو، چې که چېرې راکول شوې معادله کې مونږ قیمت وضع او له څو نقطو څخه عبارت وي او هغه سره وصل کړو، نو یو خطي ګراف په لاس راځي، خو که چېرې پراګنده نقاط په لاس راشي، بیا د هغو یو ګډ تمایل وموموِ او خطي ګراف یې رسم کړو، دې ته Scatter Diagram ویل کېږي، دلته کېدای شي د میلان کرښه څو ډېلا ډېلي بڼې ولري؛ لکه پورته شکلونه

(a) شکل کې د دوو متحولینو ترمنځ رابطه مثبت او مستقیم کرښه ده، په (b) کې رابطه منفي او خطي او په (c) کې یو منحني ډوله خط دی او په (d) کې هیڅ ډول رابطه نشته، مثلاً د یو بزګر ورځني حاصلات په مارکیټ کې په مجموعي عرضه او شخصاً د بزګر په عاید مستقیمه اغېزه لري، ځکه حاصل او عاید هغه متحولین فرض شوي، چې یو بل سره یوځای تحول کوي، ځکه چې یو متحول لوړېږي، نو بل متحول هم لوړېږي، یا برعکس کله چې یو کوچنی کېږي، هغه بل هم کوچنی کېږي، کله چې د حاصلدهي موسم کې بزګر ښه حاصلات اخیستي وي، نو عاید یې هم لوړ ځي، دېته وایي چې یو بل سره مثبت ارتباط لري، خو که داسې حالت واقع کېږي، چې حاصلات کم شي نو عاید هم کمېږي، نو وایي چې:

دا دواړه یو بل سره منفي ارتباط لري، د ارتباط ضریب د دوو متحولینو د میلان په هکله یو ډول شاخص رامنځته کوي، چې دا د خپلې بڼې له مخې فرق کوي، خو بیا هم د دوو متحولینو ترمنځ د ارتباط ضریب یو شمېر منفي خصوصیات لري.

## ۱۱، ۲- د متحولینو روابط او د ارتباط ضریب:

د پیوستون ضریب د دوو (X) او (Y) متحولینو ترمنځ د رابطې د یوه معیار څخه عبارت دی، د پیوستون د ضریب ارزش همېشه یا منفي یا له هغه لوی او یا هم مثبت یو یا له هغه کوچني وي، یعنې مثبت یو او منفي یو ترمنځ وي، یعنې 1+ :r :1 - :r د ارتباط ضریب دی، خو د میلان ضریب له a - تر a + قیمت مونډلای شي، د میلان او پیوستون علامې همېشه یو د بل په شان وي، یعنې که یو یې منفي وي، بل یې هم منفي او که یوه یې مثبت وي، بلـه یې هم مثبت وي، که چېرې دوه متحولین خپل منځ کې مثبته رابطه ولري، نو د ارتباط ضریب یې (+۱) او که رابطه یې منفي وي، نو ضریب یې (-۱) وي، که هیڅ رابطه ونه لري، نو ضریب یې صفر دی.

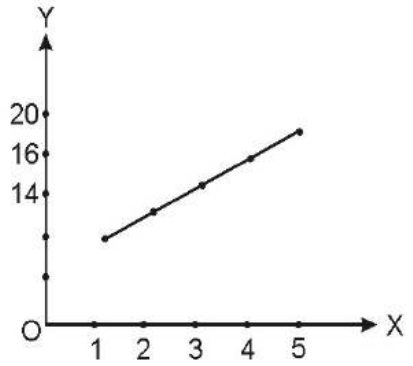
نو ځکه 1≥r≥1 :1 - کېږي.

دلته د مثال په ډول (X او Y) محورونو ته قیمتونه ورکوو:

۱۱، ۱ جدول- د دوو متحولینو ډېلا ډېل قیمتونه (فرضي).



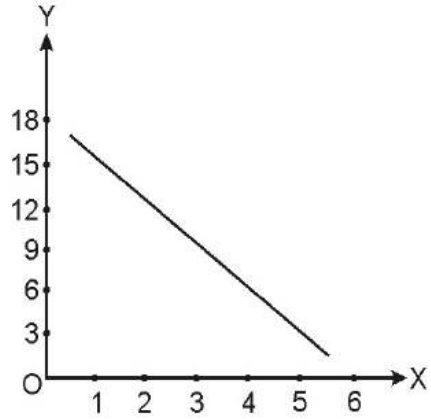
| X | Y |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 8 |
| 3 | 10 |
| 4 | 14 |
| 5 | 18 |




رابطه مثبت او r=+1 دی

خوکه د فرضي ارقامو یو بل مثال د X او Y لپاره ولرو؛ یعنې:

| X | Y |
|---|---|
| 1 | 18 |
| 2 | 16 |
| 3 | 12 |
| 4 | 10 |
| 5 | 8 |
| 6 | 4 |




دلته د دوو متحولینو X او Y ترمنځ منفي رابطه لیدل کېږي، یعنې:

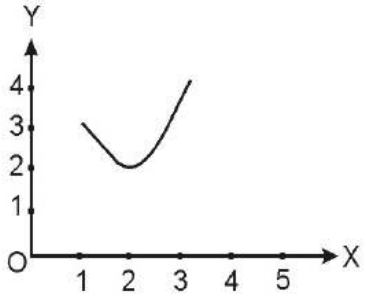
r=- 1

کېدای شي، ځینو حالتو کې د X او Y قیمتونو د خصوصیت له مخې مربوطه ګراف خطي نه بلکې یو منحني وي، دغه منحني هم مثبت یا منفي رابطه ښکاره کوي؛ لکه

(c) ketabton.com: The Digital Library



| X | Y |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 2 |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |




ترسیم شوې کرښه چې هر څومره مستقیمه وي، یا مستقیم والي ته نژدې وي، د ارتباط د درجې لوړوالی ښکاره کوي، که چېرې د دوو متحولینو ترمنځ د بشپړوالي رابطه وجود ولري Scatter Diagram ټولې نقطې (قیمتونه) په یو مستقیم خط قرار نیسي، په داسې حالت کې د مستقل متحول له مخې د تابع متحول د تګلوري او قیمتونو ډېرې اسانه ده، یعنې د بعدي قیمتونو د پېش بینۍ لپاره صرف له ۲ سره د یوه موازي په رسمولو موږ د X مربوطه قیمت پیدا کولای شو، مګر په عمل کې د کرنې په سکتور کې ځینې وخت د دوو متحولینو ترمنځ رابطه بعضاً مکمله نه وي، یعنې ټول نقاط په یوه Scatter Diagram نه واقع کېږي، نو په داسې مواردو کې د پېشګویۍ لپاره مهمه خبره دا ده چې موږ داسې نقاط په نښه کړای شو، چې تر ممکنه حده د X د قیمتونو له مخې د Y لپاره د پېشګویۍ خطا اصغري وی، نو که چېرې داسې

فرض کړو، چې $\hat{Y}$ پېشګویي شوي قیمتونه (نقاط) موجود وي، نو د واقعي (Y) قیمتونو او (Y) ترمنځ تفاوت ته د پېشګویۍ خطا ویل کېږي، چې هغه په لاندې ډول پیدا کوو:

$$e = y - \hat{y}$$

کله چې له $\hat{Y}$ څخه Y کوچنی وي، نو د پېشګویۍ خطا منفي خواب ورکوي، خو ددې برعکس مثبت خواب راوخي او که دواړه قیمتونه برابر وي، خواب صفر یعنې خطا هیڅ وجود نه لري، دلته په لاندې مثال کې د Y او X ببلابېلو قیمتونو لپاره یو ځل ګورو:



۲،۱۱ جدول - د یو زده کوونکي د نمرو پېش بیني د ورکړل شویو معلوماتو پر اساس

| X | Y | $X^2$ | $Y^2$ | X.Y | $\hat{Y}$ | ایا $\hat{Y}$-Y | $(Y-\hat{Y})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 19 | 49 | 369 | 133 | 18,4 | 0,6 | 36 |
| 6 | 15 | 36 | 225 | 90 | 16,6 | -1,6 | 2,56 |
| 5 | 17 | 25 | 289 | 850 | 14,8 | 2,2 | 4,84 |
| 4 | 13 | 16 | 169 | 52 | 13,0 | 0 | 0 |
| 4 | 11 | 16 | 121 | 44 | 13,0 | -2,2 | 4 |
| 3 | 13 | 9 | 169 | 39 | 11,2 | 1,8 | 3,24 |
| 2 | 7 | 4 | 49 | 14 | 9,4 | -2,4 | 5,76 |
| 1 | 9 | 1 | 81 | 9 | 7,6 | 1,4 | 1,96 |
| 32 | 104 | 156 | 1446 | 466 | | 0 | 22,72 |

دلته یوه مشاهده چې د X نمره یې 4 ده، د $\hat{Y}$-Y شوی، چې هیڅ خطا نه بللل کېږي، یوه بله مشاهده چې هلته هم X=4 خو Y=11 دی، د هغې پېشګویي شوې نمره 13 ده، په دې ځای کې دلته د ارتباط ضریب د موندلو لپاره فورمول لرو.

$$r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma X^2 \Sigma Y^2}}$$

مثال:

۳،۱۱ جدول- د X او Y لپاره یو شمېر فرضي ارقام

| X | Y | X-X | Y-$\hat{Y}$ | $(X-X)^2$ | $Y^2$ | XY |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | 9 | 0 | 3 | 0 | 9 | 0 |
| 10 | 8 | 5 | 2 | 25 | 4 | 10 |
| 2 | 6 | -3 | 1 | 9 | 0 | 0 |
| 3 | 7 | -2 | 1 | 4 | 1 | -2 |
| 1 | 3 | -4 | -3 | 16 | 9 | 12 |
| 2 | 3 | -3 | -3 | 9 | 9 | 9 |
| 4 | 6 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 8 | 4 | 3 | -2 | 9 | 4 | -6 |
| 6 | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 9 | 8 | 4 | 2 | 16 | 4 | 8 |
| 50 | 60 | 0 | 0 | 90 | 40 | 31 |
| X`=5 | Y`=6 | | | | | |

فورمول سره سم لیکو:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$r = \frac{31}{\sqrt{90+40}} = \frac{31}{\sqrt{3600}} = 0,86$$

د ذکر شوبو ټولو توضیحاتو او مثالونو لـه مخې په لنډیزه سره وایو، چې پیوستون Correlation د دوو هغو متحولینو د ارتباط څرنګوالی او د درجې یو معیار ته ویل کېږي، چې یو پر بل اغیزه لري او د ي،ه بدلونو له مخې په بل کې بدلونونه همدې معیار او درجې د مخې د پېشبیني کېدو وړ دي، د همدې ترڅنګ میلان Regression د دوو متحولینو هغه خصوصیات دي، چې د همدغو متحولینو ترمنځ د ارتباط د نه بشپړوالي درجه ښیي.

## ۱۱، ۳ – د دوو متحولینو خطي رابطه او معادله:

لکه چې پوهېږو که Y د X تابع وي او a یو ثابت قیمت ولري، نو دهغو د مستقیم خط معادله داسې ده: y=a+bx همدا ددوو متحولینو ترمنځ یوه خطي رابطه بللل کېږي، چې د مستقیم خط شکل خانته غوره کوي، په دې ډول که چېرې موږ د x د بدلونو له مخې y پېش بیني کولای شو.

که چېرې X=0 شي، نو Y=a کېږي، a د ګراف په ساحه کې د y د محور په امتداد قیمتونه اخلي او د نقاطو موقعیت په لاس راځي او b بیا د رسم شوي خط میلان دی، چې همدې ته د میلان ضریب وای، ددغه ډول خط په لاس راوړلو لپاره صرف د دوو نقطود قیمت موجودیت کفایت کوي، په دې ډول روابطو کې د متحولینو ترمنځ خطي ارتباط یا Liner Correlation بلل کېږي.

## د پیوستون ضریب THE COEFFICIENT OF CORRELATION

د یادولو وړ ده ،چې دوه متحوله رابطه Bivariate relationship هغه رابطه ده، چې د x او y دوه متحولینو ترمنځ اړیکی تشریح کوي او ددې دوه متحوله تشریح لپاره زیاتره سکټرګرام په کار وړل کېږي. په دې برخه کې به د پیوستون correlation په هکله بحث وکړو او وبه ښایو چې څرنګه ددې په استعمال سره د x او y دوه متحولینو ترمنځ خطي رابطه linear relationship اندازه کېږي. د پیوستون د عددي تشریح اندازه ګیري د پیرسن د تولید دمومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r په واسطه صورت نیسي.

**تعریف:**

د پیرسن د تولید دمومینټ د پیوستون ضریب د Pearson product moment coefficient of correlation یا r د دوو متحولینو ( x او y ) ترمنځ د خطي رابطي د قوت اندازه ګیري څخه عبارت دي. چې په (د n مقیاسونو د نمونې لپاره د x او y له مخې) په لاندې ډول محاسبه کېږي.



$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}}$$

په یاد ولرئ د پیوستون د ضریب د محاسبې لپاره فرمول په مخکنی بحث کې ورکړل شوي دي چې په کې د حداقل مربعاتو د پیش بیني دمعادلي least squares prediction equation سره مشابه ارقام کارول شوي دي. په حقیقت کې د $\hat{\beta}_1$ او r لپاره د نورمیراتوراصطلاح کټ مټ او یوشان ده، لکه چې لیدل کېږي، کله چې r = 0 نو $\hat{\beta}_1 = 0$ (په داسې حالت کې چې x د y د پیش بیني په هکله هیڅ معلومات په اختیار کې نه لري) او کله چې میلان مثبت وي نو r هم مثبت او کله چې میلان منفی نو r هم منفي وي برخلاف $\hat{\beta}_1$ ، د r د پیوستون ضریب د تخمین څخه پرته (په صرف نظر د x او y واحداتو) د 1- او 1+ قیمتونو په مینځ کې قرار لري.

د r یو قیمت چې صفرته نزدي او یا مساوي د صفر سره وي په دې دلالت کوي چې x او y ترمینځ یا په ډېره لږه اندازه او یا هیڅ خطی رابطه وجود نه لري، په مقابل کې، که چېرې r د 1+ او یا 1- سره نزدي واقع شي نو د x او y ترمینځ یوه قوي خطي رابطه موجوده ده او که چېرې r = +1 او r = -1 سره وي نو د نمونې ټول نقاط دقیقاً د حد اقل مربعاتو په خط (least squares line) قرار لري. د r مثبت قیمت د x او y ترمینځ په مثبته خطی رابطه دلالت کوي او برخلاف د r منفی قیمت د x او y ترمینځ په منفی خطي رابطه دلالت کوي، په دې معنا چې د y په کمیدو سره x د پرېږي چې ددې ټولو حالتونو تصویرونه په لاندې 13 ,9 شکل کې ښودل کېږي.

شکل: د r قیمتونه او د هغوی غبرګون

اوس د 1 ,9 جدول د ارقامو څخه په استفاده د اشتهاراتو لـه درکه د خرڅلاو دمثال لپاره د پیوستون د ضریب r محاسبه تمثیلوو. د r د سنجش لپاره د اړتیا وړ مقدارونه عبارت دي لـه: SSxy، SSxx او SSyy اولني دوه مقدارونه مخکې محاسبه شوي هم وو خو یوځل بیا یې تکرارو.

اوس د پیوستون (همبستګي) ضریب په لاس راوړو:

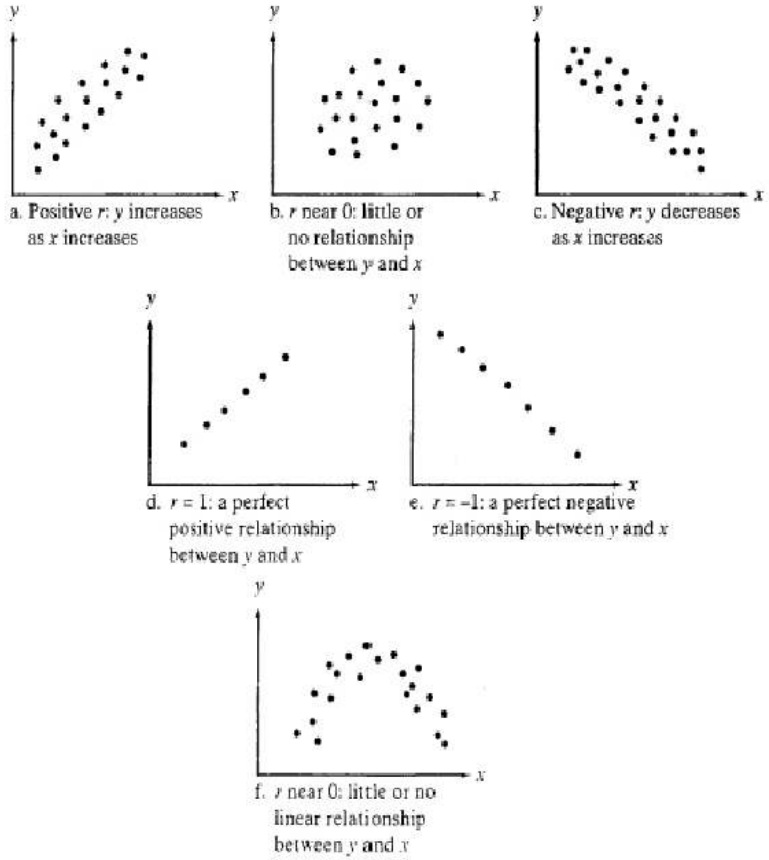
$$SS_{xy} = 7 \qquad SS_{xx} = 10 \qquad SS_{yy} = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

$$= 26 - \frac{(10)^2}{5} = 26 - 20 = 6$$

$$r = \frac{SS_{xy}}{\sqrt{SS_{xx}SS_{yy}}} = \frac{7}{\sqrt{(10)(6)}} = \frac{7}{\sqrt{60}} = .904$$

(c) ketabton.com: The Digital Library






په حقیقت کې r مثبت او یو ته نژدې عدد دي او په دې دلالت کوي چې د خرڅلاو له درکه عاید y په هغه وخت کې زیاتوالي مومي کله چې د اشتهاراتو مصارف x زیاتوالي بیا مومي (ددې پینځه میاشتنې نمونې لپاره). دا سنجش مو د حداقل مربعاتو د میلان سره چې مثبت وو مساوي دي.

9, 1 مثال:

د قمارقانوني لوبه د میسیسي د ښار کشتو په هره قمارخانه کې وجود لري، د نوموړي ښارښاروال غواړي چې د قمارخانود تعداد او د کلنې جرایمو د تعداد ترمینځ پیوستون correlation باندې وپوهیږي. ددې مسئلې د لسو کالو ریکارډ د ازمایش لاندې نیول شوي دي چې نتایج یې په 9, 5 جدول لسټ شوي دي. د نوموړي ارقامو لپاره د پیوستون ضریب r (coefficient of correlation) محاسبه کړئ.



| Year | Number of Casino Employees, x (thousands) | Crime Rate, y (number of crimes per 1,000 population) |
|---|---|---|
| 1991 | 15 | 1.35 |
| 1992 | 18 | 1.63 |
| 1993 | 24 | 2.33 |
| 1994 | 22 | 2.41 |
| 1995 | 25 | 2.63 |
| 1996 | 29 | 2.93 |
| 1997 | 30 | 3.41 |
| 1998 | 32 | 3.26 |
| 1999 | 35 | 3.63 |
| 2000 | 38 | 4.15 |

جدول: د قمارخانو تعداد او د جرایمو اندازې ارقام

حل:

علاوه پردې چې د هغه محاسباتي فرمول څخه چې په 9, 2 تعریف کې ورکول شوي وو استفاده وکړو کولاې شو چې یو احصایوي نرم کالې ته مراجعه وکړو. د 9, 5 جدول ارقام په یو کمپیوټر کې داخلو او د MINITAB نرم کالې (سافټ ویر) څخه د r د محاسبې لپاره استفاده کوو. د MINITAB پواسطه تولید شوي یو کاپي په 9, 14 شکل کې لیدل کېږي.

9, 14 شکل: د 9, 1 مثال لپاره د MINITAB پواسطه تولید شوي کاپي

```
Correlation of NOEMPLOY and CRIMERAT = 0.987
```

د پیوستون ضریب په ښکاره توګه په شکل کې لیدل کېږي چې د r = 0.987 سره مساوی دي. نو ویلاې شو چې په دې ښارکې د قمارخانو د کارقوت او د جرایمو تعداد د تیرو لسو کلونو په اړه د کې په ډېرلوړه اندازه سره پیوسته دي. باید ډېره توجو وکړو او هره غیرتضمین شوي نتیجه قبوله نه کړو. د مثال په ډول، کېدای شي چې شاروال وانګري چې د کازینو (قمارخانو) د نورو نورو کارمندانو ګمارل به د جرایمو په زیاتوالي کې مرسته وکړي، په دې معنا چې دلته یو علتي رابطه causal relationship د دوه متحولینو ترمینځ وجود لري. په هر ترتیب د پراخه پیوستون شتون په دې علت دلالت نه کوي. حقیقت دادي چې په قیمارخانو د جرایمود زیاتوالي سره کېدای شي ډېر نورشیان په احتمالي ډول مرسته کړي وي. همدارنګه د ښار توریستي سوداګري بیشکه د ښارد قمار خانود پرمختګ سره مرسته کړي ده.

مونږ نه شوکولاې چې د یوې لوې نمونې د پیوستون په سطحه علتي رابطه استنباط کړو. کله چې د ارقامو په نمونه کې په لوړه اندازه پیوستون مشاهده کېږي، یوازې د ډاډ ور او مطمئینه نتیجه

(c) ketabton.com: The Digital Library



مربعاتو least squares د استفادي لپاره تهیه کېږي یوه اندازه پراخه وي. په دي اساس به د دوه متحولینو ترمینځ د مثبي او منفی خطي رابطي د استنباط جوړولو لپاره د میلان slope څخه استفاده کوو.

## د تشخیص ضریب THE COEFFICIENT OF DETERMINATION

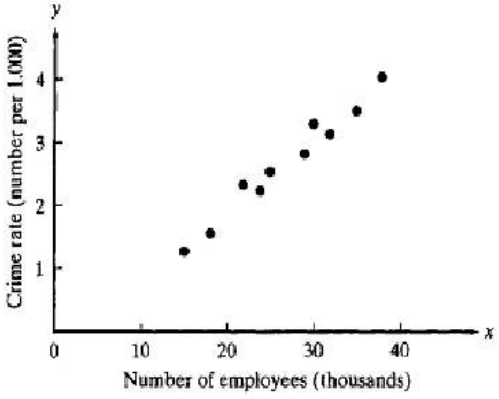
د ماډل د ګتورتوب د اندازه کولو لپاره یوبله لار د y په تخمین او ثبوت کې د x د مرستي اندازه کول دي. د ددي کار لپاره لازمه ده معلومه کړو چې د x پوسیله د تهیه شوو معلوماتو څخه په استفاده د y په تخمین کې اشتباهاتو په کومه اندازه کمبود موندلای دي. د زیات وضاحت لپاره هغه نمونه چې 9, 16a شکل کې ښودل شوي ده په پام کې ونیسي. که چېرې فرض کړو چې د x معلوماتو د y په تخمین کې هیڅ ډول مرسته نه ده کړي، نو y لپاره یو بهترین تخمین یا prediction د نمونې اوسط $\bar{y}$ دي چې په 9, 16b شکل کې په دافقي خط په ډول ښودل کېږي چې د عمودي خط برخه یې د اوسط $\bar{y}$ څخه انحرافات راښایي.

په یاد ولرئ، د تخمین د مساوات $\hat{y} = \bar{y}$ لپاره د انحرافاتو د مربعاتو جمع sum of squares of deviations عبارت ده له

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$



داده چې د x او y ترمینځ شاید یو خطي میلان وجود ولري. یو بل متحول، لکه په توریزیم کې زیاتوالي، کېدای شي چې ملاحظي ور اثر کوونکي عامل په توګه د x او y ترمینځ د لوړ پیوستون سبب وګرځي.




*د پورتنۍ مثال لپاره سکیټر ګرام*

په یاد ولرئ چې د پیوستون ضریب r په یوه نمونه کې د x او y ترمینځ یوه خطي رابطه اندازه کوي، ولي د هغه جمیعت لپاره چې د ارقامو نقاط تري انتخاب شوي وي یو مشابي د پیوستون ضریب د جمیعت د پیوستون ضریب population correlation coefficient چې په ρ (rho) سمبول سره ښودل کېږي، په نامه یاد ېږي. کیداې شي چې دا قبوله کړي چې ρ د دي د مربوط احصائیوي نمونې r پوسیله تخمین شي یا د ρ د تخمین کولو په ځاي کیداې شي چې د Ha: ρ ≠ 0 برخلاف د صفر فرضییه H0: ρ = 0 ازمایش کړو، په دي معنا کولاې شو په هغه فرضییه کې چې د مستقیم خط د ماډل څخه په استفاده x د y په تخمینولو کې د هیڅ ډول معلوماتو مرسته نه شي کولاې، برخلاف د هغه فرضییه څخه استفاده کوو چې دوه متحولین حداقل یوه خطی رابطه په خپل مینځ کې لري.

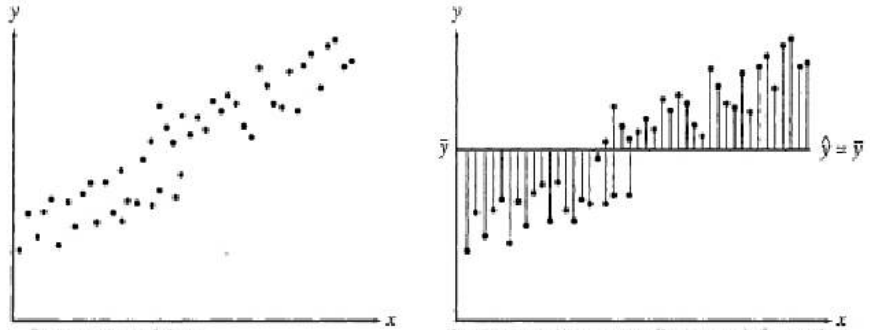
کله چې مونږ د H0: β1 = 0 صفر فرضییه د اشتهاراتو –له اثره خرڅلاو د مثال په ارتباط امتحان کوو نو د ارقامو څخه معلومېږي چې د α = 0.05 سطحي په لرلو سره کولاې شو چې د صفر فرضییه رد کړو او دا رد کونه په دي دلالت کوي چې صفر فرضییه د دوه متحولینو (د خرڅلاو عاید او د اشتهاراتو مصارف) ترمینځ صفر خطی پیوستون linear correlation 0 هم د α = 0.05 د سطحي په درلودلو سره رد کېدای شي.

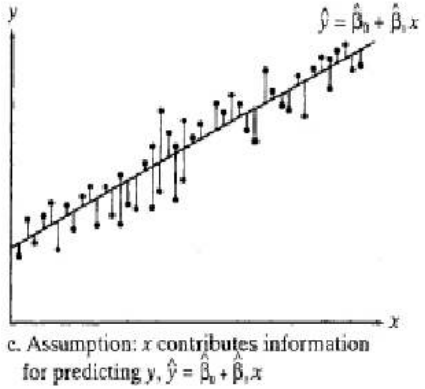
د حد اقل مربعاتو د میلان $\hat{\beta}_1$ او د پیوستون د ضریب r ترمینځ حقیقي توپیر د اندازه ګیري مقیاس یا measurement scale دي په دي اساس، هغه معلومات چې د دي په وسیله د حد اقل

(c) ketabton.com: The Digital Library



شکل: د دوه ماډولونو لپاره د اختلافاتو د مربعاتو د جمع حاصل مقایسه




اوس فرض کړئ چې د حد اقل مربعاتو خط least squares line د عین شان ارقامو سټ لپاره ترتیبوي او د خط څخه د انحرافاتو نقطې لکه چې په 9, 16c شکل کې ښودل کېږي تعیینوي، که چېرې په 9, 16b او 9, 16c شکلونو کې د پیش بیني شوي خط په اړه انحرافات سره مقایسه کړي نو وبه وینې چې:

که چېرې x د y د تخمین لپاره په لږه اندازه او یا هیڅ د معلومات مرسته ونه کړي، نود دواړو خطونو لپاره د انحرافاتو د مربعاتو د جمع حاصل sum of squares of deviations عبارت دي له، چې تقریباً سره مساوي دي

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad \text{and} \quad SSE = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

د چېرې x د y د تخمین لپاره د معلوماتو په تهیه کولو کې مرسته وکړي، نو SSE به د SSyy په



نسبت کوچنې وي. په حقیقت کې که چېرې تولې نقطې د حد اقل مربعاتو په خط وغورځېږي، نو SSE = 0

نو د انحرافاتو د مربعاتو په جمع حاصل کې تخفیف کېدای شي چې x ته منسوب کړای شي، چې د SSyy په شکل اظهار کېدای شي چې عبارت دې له:

$$\frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په یاد ولرئ چې د SSyy د "نمونې د انحرافاتو مجموعه" اوسط په شاوخوا کې د مشاهداتو څخه عبارت دي او SSE د $\hat{y}$ خط د ترتیب او تنظیم څخه وروسته باقیمانده "د وضاحت څخه پاتې د نمونې اختلافات" دي. نو د (SSyy – SSE) حاصل تفریق عبارت دي له:

$$\frac{\text{د تشریح شوی نمونې انحراف}}{\text{د نمونې د انحرافاتو مجموعه}} = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}}$$

په ساده خطي ریګریشن کې کیدای شي چې ولیدل شي چې دا نسبت (د تشخیص ضریب) د ساده خطی پیوستون د ضریب r (د پیرسن د تولید دمومینټ د پیوستون ضریب) د مربع سره مساوي وي

**تعریف**

د تشخیص ضریب coefficient of determination عبارت دي له:

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}}$$

دا فرمول د $\hat{y}$ په شاوخوا کې د تولې نمونې د انحرافاتو ښودونکی دي چې د x او y ترمینځ د خطي رابطې په وسیله تشریح کېږي (په ساده خطي ریګریشن کې، دا فرمول کیدای شي د پیوستون د ضریب مربع square of the coefficient of correlation r په شکل محاسبه شي)

په یاد ولرئ چې r2 همیشه د 0 او 1 ترمینځ وي ځکه چې r د +1 او -1 په مینځ کې قرار لري. نو د r2 ، 0.60 معنا د y د انحرافاتو د مربعاتو مجموعه د هغوی د پیش بیني شوي قیمت مطابق، د $\bar{y}$ په ځای د حداقل مربعاتو د مساوات $\hat{y}$ څخه په استفاده د y د تخمین لپاره، 60 سلنه کموالي

(c) ketabton.com: The Digital Library



مومي:

مثال:

د اشتهاراتو له درکه د خرڅلاو د مثال لپاره د تشخیص ضریب coefficient of determination محاسبه او نتیجه یي تفسیر او تعبییر کړئ د اسانتیا په خاطر د نوموړي مثال ارقام په 9, 6 جدول کې تکرار شوي دي.

جدول: د اشتهاراتي مصارفو له اثره د خرڅلاو د عواید ارقام

| Advertising Expenditure, $x$ ($100s) | Sales Revenue, $y$ ($1,000s) |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 1 |
| 3 | 2 |
| 4 | 2 |
| 5 | 4 |

حل: د مخکني محاسبي په اساس، او

نو د تعریف په اساس، د تشخیص ضریب په لاندې ډول $SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = 1.10$ ارایه شوي دي،

$SS_{yy} = 6$

$$r^2 = \frac{SS_{yy} - SSE}{SS_{yy}} = \frac{6.0 - 1.1}{6.0} = \frac{4.9}{6.0} = .82$$

د r2 د محاسبي لپاره یو بله طریقه د کتاب د 9, 6 برخي په یاد راوړلو له مخي، یعني r = 0.904 نو د r2 لروي r2 = (0.904)2 = 0.82 . او د r2 د لاس ته راوړلو لپاره دریمه لار د کمپیوټري پروګرامونو استعمال دي، چې دا قیمت په 9, 17 شکل کې د SAS په واسطه په تولید شوي نشریه کې په رنګه شوي ډول ښودل کېږي چې د R-square په نوم عنوان شوي دي، او نتیجه مو داده چې د حداقل مربعاتو د خط له مخي پوهیږو چې د y د تخمین لپاره د x څخه استفاده کوو،

$\hat{y} = -0.1 + 0.7x$

د یا بلې طریقې په اساس، د خرڅلاو په عوایدو y کې 82% د نمونې انحرافات کېدای شي چې د اشتهاراتو د مصارفو x څخه په استفاده د یو مستقیم خط په ماډل کې تشریح شي.

9, 17 شکل: د SAS نشریه د اشتهاراتو له اثره د خرڅلاو د مثال لپاره



Dependent Variable: Y

Analysis of Variance

| Source | DF | Sum of Squares | Mean Square | F Value | Prob>F |
|---|---|---|---|---|---|
| Model | 1 | 4.90000 | 4.90000 | 13.364 | 0.0354 |
| Error | 3 | 1.10000 | 0.36667 | | |
| C Total | 4 | 6.00000 | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Root MSE | 0.60553 | R-square | 0.8167 |
| Dep Mean | 2.00000 | Adj R-sq | 0.7556 |
| C.V. | 30.27650 | | |

Parameter Estimates

| Variable | DF | Parameter Estimate | Standard Error | T for HO: Parameter=0 | Prob > \|T\| |
|---|---|---|---|---|---|
| INTERCEP | 1 | -0.100000 | 0.63508530 | -0.157 | 0.8849 |
| X | 1 | 0.700000 | 0.19148542 | 3.656 | 0.0354 |

د تشخیص د ضریب لپاره عملي تفسیر

Practical Interpretation of the Coefficient of Determination, r2

په y کې د 100(r2)% په اندازه د نمونې انحراف (measured by the total sum of squares of deviations of the sample y values about $\bar{y}$) کیدای شي چې د x څخه په استفاده د مستقیم خط په ماډل کې (straight- line model) د y د اټکل لپاره په کار وړل شوی دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## تمرینات:

۱. میلان او پیوستون په هکله د لومړي څل لپاره کوم عالم کار وکړ؟

۲. لاندې سوال کې میلان حل کړئ؟ (ارقام فرضي دي)؟

| X | Y |
|---|---|
| 5 | 16 |
| 6 | 19 |
| 8 | 23 |
| 10 | 28 |
| 12 | 36 |
| 13 | 41 |
| 15 | 44 |
| 16 | 45 |
| 17 | 50 |
| $\Sigma X = 102$ | $\Sigma Y = 302$ |



## ماخذونه Reffrence


1. Bhatti, Iqbal. A. (1990): Statistics Made Easy. Bhatti Publishers. Lahore-Pakistan.
2. Chaudhry. Sher M. (1995): Introduction to Statist. Ical Theory: ilmi Kitabkhana, Lahore-Pakistan.
3. Clark, James. R. (1988): Study Guid for Biometry. Taxas Toch University, Lubbock, Texas.
4. Dospekhov. B. A. (1984): Field Experimentation: Mir Publishers Moscow.
5. Hotch, Evelyn and H. Farhady; (1982), Research Design and Statistics for Appliedingustics: University of Xalifornia, Los Angeles, USA.
6. Kalra, K.B.(1991): Academic's Dictionary of Economics: Academic (India) Publisher New Delhi.
7. Lehrmann. E. L. (1991) Testing Statistical Hypo theses (Second Edition) University of California, USA.
8. Losch, Manfred. (2009) Satistics and Econometrics: Institute of Development Research and policy, Ruher-Bochum University.
9. Maln. M.Anwar (1988), Intermediate Statistics Ilmi Kitavkhana, Lahore.

۱۰. اتوموست (ژباړونکی: دوکتور (مو یحیی امیرابوي) (۱۹۷۰) احصایه عمومي (طبع ۸) مطبعه گودرلن.

۱۱. اصیل، مراد علي، (۱۳۶۵) مبادي تیوري عمومي تیوري احصایه و تطبیق ان ها در اقتصاد پوهنځی اقتصاد، پوهنتون کابل، مطبعه وزارت تحصیلات عالی و مسلکي.

۱۲. ا.م پورپاکین (ژباړونکی: خ قربان بای) (۱۳۵۹)، برخي از مسایل نظریه عمومي احصایه کمیته، دولتي پلانګذاري، اداره مرکزي احصایه، کابل.

۱۳. دولتي، خیرالله (۱۳۶۰) مبادی احصایه در زراعت، پوهنځی زراعت، پوهنتون کابل.

۱۴. عمید، حسن، (۱۳۷۴)، فرهنگ عمید، تهران، ایران.

۱۵. ناصر شفیع و نکلاییف (۱۳۵۲)، ریاضیات ابتدائي، انستیتیوت پولیتخنیک کابل.

۱۲. سالنامه احصایه (۱۳۶۸)، اداره مرکزي احصایه.

۱۷. معلومات احصایوي افغانستان (۱۳۵۴-۱۳۵۲)، سال چاپ ۱۳۵۵ صدارت عظمی، اداره مرکزي احصایه افغانستان، کابل.

(c) ketabton.com: The Digital Library



## لومړی ضمیمه:

یو شمېر مخففات اوسمبولونه چې په متن کې راغلي او د هغو لنډه توضیح

الف- یوناني الفبا:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Aα | Alpha | Θθ | Theta | Pp | Rho |
| Bβ | Beta | Ir | Lota | Σδ | Sigma |
| Yγ | Gamma | Kχ | Kappa | Tλ | Tau |
| Δδ | Delta | Aa | Lamda | rv | Upsilon |
| Eε | Epsilon | Mμ | Mu | φφ | Pi |
| Zξ | Zeta | Nv | Nu | Xχ | Chi |
| Hη | Eta | Oo | Lmicron | ΨΨ | Psi |
| | | Ππ | Pi | Ωω | Omega |

ب- د انګلیسي حروفو د مخففاتو اوسمبولونو شرحه

K- د صنفونو شمېر.

N- د مشاهدو ټول شمېر Total Number of Observation Subject or Paird Obsevation.

n- په ورنمونو کې مشاهدې Number of Observation or Subect in Particular Sample

Xi- صنفي وسطونه

f- دفعات fi or F (Frequency).

X- ساده حسابي اوسط (Sample Mean).

G- هندسي اوسط

Xw- وزن لرونکی اوسط

Mean- یعني د اعدادو اوسط (لغت).

Med- میانه (Median).

Mo- مود (د هر پېښېدونکی، کثیر الوقوع یا د زیات واقع کېدونکي عدد څخه عبارت دی).

R- فاصله

Q.D- کارتیل انحراف



A.D- وسطي انحراف

S.D- میزاني انحراف

S- ورینس

B- میلان The Slope of Regressoin line.

P- احتمال

M- د نفوس اوسط - میزاني انحراف - په ګڼو مشاهدو کې (په لوی نفوس کې).

Z- په طبیعي منحني کې معینه ساحه

I- شاخص

P- قیمتونه

q- قیمتونه

r- د نمونې د ارتباط ضریب (Correlation Coefficient of Sample).

Y- په میلان او پیوستون کې واقعي قیمتونه

$\hat{Y}$ - په میلان او پیوستون کې پېش بیني کېدونکي قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویمه ضمیمه:

| Z | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.0 | .0000 | .0040 | .0080 | .0120 | .0160 | .0190 | .0239 | .0259 | .0359 | .0359 |
| 0.1 | .0390 | .0438 | .0478 | .0517 | .0557 | .0596 | .0636 | .0675 | .0714 | .0753 |
| 0.2 | .0793 | .0832 | .0871 | .0910 | .0948 | .0987 | .1026 | .1064 | .1103 | .1141 |
| 0.3 | .1179 | .1217 | .1255 | .1293 | .1331 | .1368 | .1406 | .1443 | .1480 | .1517 |
| 0.4 | .1554 | .1591 | .1628 | .1664 | .1700 | .1736 | .1772 | .1802 | .1844 | .1879 |
| 0.5 | .1915 | .1950 | .1985 | .2019 | .2054 | .2088 | .2123 | .2157 | ,2190 | .2224 |
| 0.6 | .2258 | .2291 | .2324 | .2357 | .2389 | .2422 | .2454 | .2486 | .2517 | .2549 |
| 0.7 | .2280 | .2611 | .2682 | .2673 | .2704 | .2734 | .2464 | .2794 | .2823 | .2852 |
| 0.8 | .2861 | .2910 | .2939 | .2967 | .2995 | .3023 | .3051 | .3078 | .3106 | .3133 |
| 0.9 | .3159 | .3186 | .3212 | .3238 | .3264 | .3269 | .3315 | .3340 | .3365 | .3389 |
| 1.0 | .4313 | .3438 | .3261 | ,3485 | .3503 | .3531 | .3554 | .3577 | .3599 | .3621 |
| 1.1 | .3643 | .3665 | .3686 | .3708 | .3729 | .3749 | .3770 | .3790 | .3810 | .3830 |
| 1.2 | .3849 | .3869 | .3888 | .3907 | .3925 | .3944 | .3962 | .3980 | .3997 | .4015 |
| 1.3 | .4032 | .4049 | .4066 | .4082 | .4099 | .4115 | .4131 | .4147 | .4162 | .4177 |
| 1.4 | .4192 | .4207 | .4222 | .4236 | .4251 | .4265 | .4279 | .4292 | .4306 | .4319 |
| 1.5 | .4332 | .4345 | .4357 | .4370 | .4382 | .4394 | .4406 | .4418 | .4429 | .4441 |
| 1.6 | .4452 | .4463 | .4474 | .4484 | .4495 | .4505 | .4515 | .4525 | .4535 | .4545 |
| 1.7 | .4554 | .4565 | .4573 | .4582 | .4591 | .4699 | .4608 | .4616 | .4625 | .4633 |
| 1.8 | .4641 | .4649 | .4656 | .4664 | .4671 | .4678 | .4686 | .4693 | .4699 | .4706 |
| 1.9 | .4713 | .4719 | .4726 | .4732 | .4738 | .4744 | .4750 | .4756 | .4761 | .4767 |
| 2.0 | .4772 | .4778 | .4783 | .4788 | .4793 | .4798 | .4803 | .4808 | .4812 | .4817 |
| 2.1 | .4821 | .4826 | .4830 | .4834 | .4838 | .4842 | .4846 | .4950 | .4854 | .4857 |
| 2.2 | .4861 | .4864 | .4868 | .4877 | .4875 | .4878 | .4881 | .4884 | .4887 | .4890 |
| 2.3 | .4893 | .4896 | .4898 | .4901 | .4904 | .4906 | .4909 | .4901 | .4913 | .4916 |
| 2.4 | .4918 | .4920 | .4922 | .4925 | .4927 | .4929 | .4931 | .4932 | .4934 | .4936 |
| 2.5 | .4938 | .4940 | .4941 | .4943 | .4942 | .4946 | .4948 | .4949 | .4951 | .4952 |
| 2.6 | .4953 | .4955 | .4956 | .4957 | .4960 | .4961 | .4962 | .4962 | .4963 | .4964 |
| 2.7 | .4965 | .4966 | .4967 | .4969 | .4970 | .4971 | .4972 | .4972 | .4973 | .4974 |
| 2.8 | .4974 | .4975 | .4976 | .4977 | .4977 | .4978 | .4979 | .4979 | .4980 | .4981 |
| 2.9 | .4981 | .4982 | .4982 | .4983 | .4984 | .4984 | .4985 | .4985 | .4986 | .4986 |
| 3.0 | .4987 | .4987 | .4981 | .4988 | .4988 | .4989 | .4989 | .4989 | .4990 | .4990 |

Areas Under The Normal Curve.

The areas are measured from the Mean, Zero to any ordinate.

د کتاب د اووم څپرکي مسایل په تېره هغه بحث چې له ۱۵۲ مخ څخه وروسته راغلی، ټول طبیعي منحني بوري اړه لري، چې په ۱۳۵ - ۱۵۲ مخونو کې مشخصې عنوان (د طبیعي منحني ساحه کې د یوې حادثې د احتمال سنجش) د همدې جدول له مخې صورت مومي، چې کینه خوا د Z ساحه نښیي له صفر څخه نیولی؛ تر پوره ۳ پورې ښودل شوي دي.



دریمه ضمیمه: (الف)

## Logarithms

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 123 | 456 | 789 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 | 0000 | 0043 | 0086 | 0128 | 017 | 0212 | 0253 | 0294 | 0334 | 0374 | 5913<br>4812 | 172126<br>162024 | 303438<br>283236 |
| 11 | 0414 | 0453 | 0492 | 0531 | 0569 | 0607 | 0645 | 0682 | 0719 | 0755 | 4812<br>4711 | 162023<br>151822 | 273135<br>262933 |
| 12 | 0792 | 0828 | 0864 | 0899 | 0934 | 0969 | 1004 | 1038 | 1072 | 1106 | 3711<br>3710 | 141821<br>141720 | 252832<br>242731 |
| 13 | 1139 | 1173 | 1206 | 1239 | 1271 | 1303 | 1335 | 1367 | 1399 | 1430 | 3610<br>3710 | 131619<br>131619 | 232629<br>222529 |
| 14 | 1461 | 1492 | 1523 | 1553 | 1584 | 1614 | 1644 | 1673 | 1703 | 1732 | 369<br>369 | 121519<br>121417 | 222528<br>202326 |
| 15 | 1761 | 1790 | 1818 | 1847 | 1875 | 1903 | 1931 | 1959 | 1987 | 2014 | 369<br>368 | 111417<br>111417 | 202326<br>192225 |
| 16 | 2041 | 2068 | 2095 | 2122 | 2148 | 2175 | 2201 | 2227 | 2253 | 2279 | 368<br>358 | 111416<br>101316 | 192224<br>182123 |
| 17 | 2304 | 2330 | 2355 | 2380 | 2405 | 2430 | 2455 | 2480 | 2504 | 2529 | 358<br>358 | 101315<br>101215 | 182023<br>172022 |
| 18 | 2553 | 2577 | 2601 | 2625 | 2648 | 2672 | 2695 | 2718 | 2742 | 2765 | 257<br>247 | 91214<br>91114 | 171921<br>161821 |
| 19 | 2788 | 2810 | 2833 | 2856 | 2478 | 2900 | 2923 | 2945 | 2967 | 2989 | 247<br>246 | 01113<br>81113 | 161820<br>151719 |
| 20 | 3010 | 3032 | 3054 | 3075 | 3096 | 3118 | 3139 | 3160 | 3181 | 3201 | 246 | 81113 | 151719 |
| 21 | 3222 | 3243 | 3263 | 3284 | 3304 | 3324 | 3345 | 3265 | 3385 | 3404 | 246 | 81012 | 141618 |
| 22 | 3424 | 3444 | 3464 | 3483 | 3502 | 3522 | 3541 | 3560 | 3579 | 3598 | 246 | 81012 | 141517 |
| 23 | 3617 | 3636 | 3655 | 3674 | 3692 | 3711 | 3729 | 3747 | 3766 | 3784 | 246 | 7911 | 131517 |
| 24 | 3802 | 3820 | 3838 | 3856 | 3874 | 3892 | 3909 | 3927 | 3945 | 3962 | 245 | 7911 | 121416 |
| 25 | 3979 | 3997 | 4014 | 4031 | 4048 | 4065 | 4082 | 4099 | 4116 | 4133 | 235 | 7910 | 121415 |
| 26 | 4150 | 4166 | 4183 | 4200 | 4216 | 4232 | 4249 | 4265 | 4281 | 4298 | 235 | 7810 | 111315 |
| 27 | 4314 | 4330 | 4346 | 4362 | 4378 | 4393 | 4409 | 4425 | 4440 | 4456 | 235 | 689 | 111314 |
| 28 | 4472 | 4487 | 4502 | 4518 | 4533 | 4548 | 4564 | 4579 | 4594 | 4609 | 235 | 689 | 111214 |
| 29 | 4024 | 4639 | 4654 | 4669 | 4683 | 4698 | 4713 | 4728 | 4742 | 4757 | 134 | 679 | 101213 |
| 30 | 4771 | 4786 | 5800 | 4814 | 4829 | 4843 | 4857 | 4871 | 4886 | 4900 | 134 | 679 | 101113 |
| 31 | 4914 | 4928 | 4942 | 4955 | 4669 | 4983 | 4997 | 5011 | 5024 | 5038 | 134 | 678 | 101112 |
| 32 | 5051 | 5065 | 5079 | 5092 | 5105 | 5119 | 5132 | 5145 | 5159 | 5172 | 134 | 578 | 91112 |
| 33 | 5185 | 5198 | 5211 | 5224 | 5237 | 5250 | 5263 | 5276 | 5289 | 5302 | 134 | 568 | 91012 |
| 34 | 5315 | 5328 | 5340 | 5353 | 5366 | 5378 | 5391 | 5403 | 5416 | 5428 | 134 | 568 | 91011 |
| 35 | 5441 | 5453 | 5465 | 5478 | 5490 | 5502 | 5514 | 5527 | 5539 | 5551 | 124 | 567 | 91011 |
| 36 | 5563 | 5575 | 5587 | 5599 | 5611 | 5623 | 5635 | 5647 | 5658 | 5670 | 124 | 567 | 81011 |
| 37 | 5682 | 5694 | 5705 | 5717 | 5729 | 5740 | 5752 | 5763 | 5775 | 5786 | 123 | 567 | 8910 |
| 38 | 5798 | 5809 | 5821 | 5832 | 5843 | 5855 | 5866 | 5877 | 5888 | 5899 | 123 | 567 | 8910 |
| 39 | 6911 | 5922 | 5933 | 5944 | 59565 | 5966 | 5977 | 5988 | 5999 | 6010 | 123 | 457 | 8910 |
| 40 | 6021 | 6031 | 6042 | 6053 | 6064 | 6075 | 6085 | 6096 | 6107 | 6117 | 123 | 456 | 8910 |
| 41 | 6128 | 6138 | 6149 | 6160 | 6170 | 6180 | 6191 | 6201 | 6212 | 6222 | 123 | 456 | 789 |
| 42 | 6232 | 6243 | 6253 | 6263 | 6274 | 6284 | 6294 | 6304 | 6314 | 6325 | 123 | 456 | 789 |
| 43 | 6335 | 6345 | 6355 | 6365 | 6375 | 6385 | 6395 | 6405 | 6415 | 6425 | 123 | 456 | 789 |
| 44 | 6435 | 6444 | 6454 | 6464 | 6474 | 6484 | 6493 | 6503 | 6513 | 6522 | 123 | 456 | 789 |
| 45 | 6532 | 6542 | 6551 | 6561 | 6571 | 6580 | 6590 | 6599 | 6609 | 6618 | 123 | 456 | 789 |
| 46 | 6628 | 6637 | 6646 | 6656 | 6665 | 6675 | 6684 | 6693 | 6702 | 6712 | 123 | 456 | 778 |
| 47 | 6721 | 6730 | 6739 | 6749 | 6758 | 6767 | 6776 | 6785 | 6794 | 6803 | 123 | 455 | 678 |
| 48 | 6812 | 6821 | 6830 | 6839 | 6848 | 6857 | 6866 | 6875 | 6884 | 7893 | 123 | 445 | 678 |
| 49 | 6902 | 6911 | 6920 | 6982 | 6937 | 6946 | 6955 | 6964 | 6972 | 698 | 123 | 445 | 678 |

(c) ketabton.com: The Digital Library



## دریمه ضمیمه: (ب) Logarithms

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 123 | 456 | 789 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 6990 | 6998 | 7007 | 7016 | 7024 | 7033 | 7042 | 7050 | 7059 | 7067 | 123 | 345 | 678 |
| 51 | 7076 | 7084 | 7093 | 7101 | 7110 | 7118 | 7126 | 7135 | 7143 | 7152 | 123 | 345 | 678 |
| 52 | 7160 | 7168 | 7177 | 7185 | 7193 | 7202 | 7210 | 7238 | 7226 | 7235 | 122 | 345 | 677 |
| 53 | 7243 | 7251 | 7259 | 7267 | 7275 | 7284 | 7292 | 7300 | 7308 | 7316 | 122 | 345 | 667 |
| 54 | 7324 | 7332 | 7340 | 7348 | 7356 | 7364 | 7372 | 7380 | 7388 | 7396 | 122 | 345 | 667 |
| 55 | 7404 | 7412 | 7419 | 7427 | 7435 | 7443 | 7459 | 7459 | 7466 | 7474 | 122 | 345 | 567 |
| 56 | 7482 | 7490 | 7497 | 7505 | 7513 | 7520 | 7536 | 7536 | 7543 | 7551 | 122 | 345 | 567 |
| 57 | 7559 | 7566 | 7574 | 7582 | 7589 | 7597 | 7612 | 7612 | 7619 | 7627 | 122 | 345 | 567 |
| 58 | 7634 | 7642 | 7649 | 7657 | 7664 | 7672 | 7686 | 7686 | 7694 | 7701 | 122 | 344 | 567 |
| 59 | 7709 | 7716 | 7723 | 7732 | 7738 | 7745 | 7760 | 7760 | 7767 | 7774 | 122 | 344 | 567 |
| 60 | 7782 | 7789 | 7796 | 7803 | 7810 | 7818 | 7832 | 7832 | 7839 | 7846 | 122 | 344 | 566 |
| 61 | 7853 | 7860 | 7868 | 7875 | 7882 | 7889 | 7903 | 7903 | 7910 | 7917 | 122 | 344 | 566 |
| 62 | 7924 | 7931 | 7938 | 7945 | 7952 | 7959 | 7973 | 7973 | 7980 | 7987 | 122 | 334 | 566 |
| 63 | 7993 | 8000 | 8007 | 8014 | 8621 | 8028 | 8041 | 8041 | 8048 | 8055 | 122 | 334 | 556 |
| 64 | 8062 | 8069 | 8075 | 8082 | 8089 | 8096 | 8109 | 8109 | 8116 | 8122 | 122 | 334 | 556 |
| 65 | 8129 | 8136 | 8142 | 8149 | 8156 | 8162 | 8176 | 8176 | 8182 | 8189 | 122 | 334 | 556 |
| 66 | 8195 | 8202 | 8209 | 8215 | 8223 | 8228 | 8241 | 8241 | 8248 | 8254 | 122 | 334 | 556 |
| 67 | 8261 | 8267 | 8274 | 8280 | 8287 | 8293 | 8306 | 8306 | 8312 | 8319 | 122 | 334 | 566 |
| 68 | 8325 | 8331 | 8338 | 8344 | 8351 | 8357 | 8370 | 8370 | 8376 | 8382 | 122 | 334 | 466 |
| 69 | 8388 | 8395 | 8401 | 8407 | 8414 | 8420 | 8432 | 8432 | 8439 | 8445 | 122 | 234 | 466 |
| 70 | 8451 | 8457 | 8463 | 8470 | 8476 | 8482 | 8494 | 8494 | 8500 | 8506 | 122 | 234 | 456 |
| 71 | 8513 | 8519 | 8525 | 8531 | 7537 | 8543 | 8555 | 8555 | 8561 | 8567 | 122 | 234 | 455 |
| 72 | 8573 | 8579 | 8585 | 8519 | 8597 | 8603 | 8615 | 8615 | 8621 | 8627 | 122 | 234 | 455 |
| 73 | 8633 | 8636 | 8645 | 8651 | 8657 | 8663 | 8675 | 8675 | 8681 | 8686 | 122 | 234 | 455 |
| 74 | 86922 | 8698 | 8704 | 8710 | 8716 | 8722 | 8733 | 8733 | 8739 | 8745 | 122 | 234 | 455 |
| 75 | 8751 | 8756 | 8762 | 8768 | 7874 | 8779 | 8791 | 8791 | 8797 | 8802 | 122 | 233 | 455 |
| 76 | 8908 | 8814 | 8820 | 8825 | 8831 | 8837 | 8848 | 8848 | 8854 | 8859 | 122 | 233 | 455 |
| 77 | 8865 | 8871 | 8876 | 8882 | 8887 | 8893 | 8904 | 8904 | 8910 | 8915 | 122 | 233 | 445 |
| 78 | 8921 | 8927 | 8932 | 8938 | 8943 | 8949 | 8960 | 8960 | 8965 | 8971 | 122 | 233 | 445 |
| 79 | 8976 | 8982 | 8987 | 8993 | 8998 | 9004 | 9015 | 9015 | 9020 | 9025 | 122 | 233 | 445 |
| 80 | 9031 | 9036 | 9042 | 9047 | 9053 | 9058 | 9069 | 9069 | 9074 | 9079 | 122 | 233 | 445 |
| 81 | 9085 | 9090 | 9096 | 9101 | 9106 | 9112 | 9122 | 9122 | 9128 | 9133 | 122 | 233 | 445 |
| 82 | 9138 | 9143 | 9140 | 9154 | 9156 | 9165 | 9175 | 9175 | 9180 | 9186 | 122 | 233 | 445 |
| 83 | 9191 | 9196 | 9201 | 9206 | 9212 | 9217 | 9227 | 9227 | 9232 | 9238 | 122 | 233 | 445 |
| 84 | 9243 | 9248 | 9253 | 9258 | 9263 | 9269 | 9279 | 9279 | 9335 | 9289 | 122 | 233 | 445 |
| 85 | 9294 | 9299 | 9404 | 9309 | 9315 | 9320 | 9330 | 9330 | 9385 | 9340 | 112 | 233 | 445 |
| 86 | 9345 | 9350 | 9355 | 9360 | 9365 | 9370 | 9380 | 9380 | 9435 | 9390 | 112 | 233 | 445 |
| 87 | 9395 | 9400 | 9405 | 9410 | 9415 | 9420 | 9430 | 9430 | 9484 | 9440 | 011 | 223 | 344 |
| 88 | 9445 | 9450 | 9455 | 9460 | 9465 | 9469 | 9479 | 9479 | 9533 | 9480 | 011 | 223 | 344 |
| 89 | 9494 | 9499 | 9504 | 9509 | 9513 | 9518 | 9528 | 9528 | 9581 | 9538 | 011 | 223 | 344 |
| 90 | 9542 | 9547 | 9552 | 9557 | 9562 | 9566 | 9576 | 9576 | 9628 | 9586 | 011 | 223 | 344 |
| 91 | 9590 | 9595 | 9600 | 9605 | 9609 | 9614 | 9624 | 9624 | 9675 | 9633 | 011 | 223 | 344 |
| 92 | 9638 | 9643 | 9647 | 9652 | 9657 | 9661 | 9617 | 9671 | 9722 | 9680 | 011 | 223 | 344 |
| 93 | 9685 | 9689 | 9694 | 9699 | 9703 | 9708 | 9717 | 9717 | 9768 | 9727 | 011 | 223 | 344 |
| 94 | 9731 | 9736 | 9741 | 9745 | 9750 | 9754 | 9763 | 9763 | 9814 | 9773 | 011 | 223 | 344 |
| 95 | 9777 | 9782 | 9786 | 9791 | 9795 | 9800 | 9809 | 9809 | 9814 | 9818 | 011 | 223 | 434 |
| 96 | 9823 | 9827 | 9832 | 9836 | 9841 | 9845 | 9854 | 9854 | 9859 | 9863 | 011 | 223 | 344 |
| 97 | 9868 | 9827 | 9877 | 9881 | 9868 | 9890 | 9899 | 9899 | 9903 | 9908 | 011 | 223 | 344 |
| 98 | 9912 | 9917 | 9921 | 9926 | 9930 | 9934 | 9943 | 9943 | 9948 | 9952 | 011 | 223 | 344 |
| 99 | 9956 | 9961 | 9965 | 9969 | 9947 | 9978 | 9987 | 9987 | 9991 | 9996 | 011 | 223 | 334 |



د لو په قاعده د اعدادو ساده لوګارتیک جدول د کتاب د درییم څپرکي د (۳۰) مخ کې د ستد چې راول فورمول کې لوګارتم کارول کېږي او د زماني سلسو په کوچنیو مربع ګانو کې د معادلو د لوګارتم د حل لپاره راوړل شوي دي.

## خلورم ضمیمه:

## د کرنې او مالداری په سکتور کې د علمي څېړنې چلند بهلګه:

د احصایې خاص رول په علمي څېړنه کې دی، د (A.T.Mosher) په وینا: عصري کرنه بې له علمي څېړنې نه شي رامنځته کېدای، موږ د تولید د فې واحد د مؤلدیت د لوړتیا، د تکنالوژیکي سطحې یا د زراعت د تخنیک د درجې د لوړېدو، د کرنیزو ناروغیو او افاتو د ښه مخنیوي، په څارویو کې واکسین او د هغو ښې پایلې موندل، د اوبو لګولو د مؤثریت، د خاورې حاصل خېزه کولو، د ښو ورایتیو اصلاح او معرفي، د کرنیزو اغېزمنو پلانونو د جوړولو، د کلیو د پراختیا، د موجوده منابعو ښه کارول او د ښته ورته ګڼ شمېر چارو لپاره علمي څېړنو ته ضرورت لرو، تحقیق (ریسرچ)، نن ورځ له پرمختیا سره یو ترلی مفهوم دی، د معاصرې نړۍ اوسني پرمختګونه د علمي تحقیق ثمره ده.

**څېړنه (Research):** د یوې تاکلې موضوع په باب ریښتیني، ژوره عالمانه پلټنه ده چې په هغې کې حقایق، د ښلو ښلو متحولینو ترمنځ د روابطو څرنګوالی او واقعیتونو او ګڼ شمېر مسایل تحلیل او تفسیر کوي، پروفیسور E.Hetch په خپل مشهور اثر:

(Linguistics Research Design and Statistics for Applied) کې وایي: څېړنه د پوښتنو د حل لپاره په سیستماتیکو وسایلو څواب موندل دي، نن ورځ په ټولو سکتورونو کې د ریسرچ او پرمختیا (R&D) ترمنځ اړیکي ورځ په ورځ زیاتوالی مومي او دولتونو د علمي څېړنو د ترسره کولو لپاره د هر لګښتونه په غړه اخیستي، په متحده ایاتو کې د (R&D) لپاره لګښت په کال ۱۹۷۱ کې د ټولو دولتي مصارفو څخه ۲۵٪ وو، له همدې نېټې وروسته دغه پاملرنه نوره هم زیاته شوه.

په فرانسه کې ۷۸، په جاپان کې ۳۲٪ او په برېتانیا کې ۲۱٪ ته رسېدل، ارقامو وښوده چې په متحده ایالاتو کې د علمي څېړنې له املې له (۱۸۷۵ څخه تر ۱۹۵۰ پورې) سرانه عاید کې څلور څله زیاتوالی راغلی و، کرنیزو علومو کې څېړنه تر هغو بشپړه نه ده، ترڅو د احصایوي معلوماتو او طریقو پواسطه ارایه او تنظیم نه شی او د احصایوي تحلیل په واسطه ثابت نه شي او تفسیر یې

(c) ketabton.com: The Digital Library



ونه شي، له همدې امله نن ورځ د علمي څېړنې لپاره لويې لويې اداري، مؤسسات او اساسي تاسيسات ايجاد شوي، احصايه د علمي څېړنې په توله چلند بهلگه (Research's Procedure) په هر تحليل او مېتود لکه سروې، تاريخي مېتود، تجربوي مېتود، تشريحي تحليل، د عواملو تحليل، پېشگويي، د حالاتو کتنې او نورو کې خپله دنده لري، د کرنې په سکتور کې علمي څېړنه د خپل ماهيت له مخې دوه ډوله ده، يو يې نوښتي او بله يې تفصيلي، نوښتي څېړنه هغه ده، چې د کرنې يو متخصص او څېړونکی د خپل مسلک ساحه کې يوې نوې موضوع باندې پلتنه کوي او د هغې په پايله کې چې کوم اثر ليکي، هغه ته بکر اثر وايي او تفصيلي څېړنه چې تائيدي څېړنه يې هم بولي، هغه ده چې څېړونکی د پخوانيو څېړنو په ادامه تفصيلي کتنې کوي، کېدای شي په موضوع کې غوره زياتوالی هم راولي، پخوانس تېروتنې اصلاح او خپل نوي نظريات وربانديې علاوه کړي، مگر کاملاً ابتکاري (بکر) څېړنه يې نشو بللای، په کرنه کې علمي څېړنې له تطبيقي پلوه دوه ډوله دي:

**الف- خالصه څېړنه (Pure Research):** مثلاً په دفتر، ساحه، کرونده يا فارم او نورو ځايونو کې د سروې په ترسره کولو او مشاهدوي نمونو په راټولولو يو تحليل ترسره کوي، يا له کنيزو توليدي واحدونو او تصديو، سيمو يا فارمونو څخه د ځينو راپورونو بشپړول او داسې نور چې هغه صرف د رسالې، کتاب، علمي راپور او نورو په بڼه يې نتايج نشر کېږي او عام شکل لري، يعنې خالص د فوري تطبيق لپاره نه وي، خالصه څېړنه ډېره مقيده هم نه وي، څکه چې د توليد د ځانگړې ډگر لپاره نه وي، دا تيوريکي ارخ لري او له ډېرې ساده څېړنې (د کتابخانې تحقيق) څخه پيل کېږي او په نورو بڼو هم وي، په دې کې لومړی موضوع غوره کېږي، بيا د بيبليوگرافی (د هغو کتابونو فهرست چې د موضوع په اړه معلومات په کې وي) اماده کېږي، بيا د موادو په ټولولو بيل کېږي او يو عمومي اوتلاين جوړېږي، چې دا له څېړونکي سره کمک کوي، چې څېړنې لاندې موضوع باندې بشپړه احاطه وموضي او خواره واره معلومات منظم شي، وروسته بيا مسوده ليکل کېږي، دې مرحلې کې د اوتلاين موادو ته پراختيا ورکول کېږي او په سيستماتيکه توگه د رسالې په بڼه اوړي، بيا لازمه اسناد، ضمايم، شکلونه، جدولونه، لمن ليکونه، نقل قولونه، علايم او سمبولونه او نور په کې درج کېږي، په پای کې ي، څل بيا د رسالې مطالب سره مقابله او مقايسه کېږي، بڼه به وي د کرنې او وترنري علومو د پوهنځيو محصلين د خپل اخري کال د سيمينارونو د پاڼو د چمتو کولو لپاره دا مراحل په نظر کې ولري، دا چې د يوې رسالې او علمي اثر ليکل کوم پراووونه لري، هغه به لږ وروسته بيان شي، دلته بايد څېړونکي د کتابخانې له کتابونو چې د احصايوي تحليل لپاره کوم ارقام را اخلي، د هغو ماخذ وښيي کېدای شي ارقام د تشريحي هدف لپاره غوره شي، يا هم د استنباط لپاره البته دا د دويم لاس معلومات



ګټل کېږي، کېدای شي څېړونکي په دغو ارقامو د احصايوي مېتودونو په واسطه ځيني عمليات ترسره او له هغو يوه غوڅه پايله ښکاره کړي، بايد له کتابونو رااخيستل شوي ارقام د موضوع په اړه وي او د جدول اصولو مطابق رساله کې درج شي، که چېرې د ارقامو تحليل ته د زماني سلسلو، د طبيعي منحني، شاخصونو او نورو په واسطه ضرورت و، د بنودل شويو طريقو مطابق دې مطلب د هغو په واسطه ثابت شي، له گرافونو څخه دې د يوې تشريحي غوره وسيلې په توگه کار واخيستل شي.

**ب- تطبيقي څېړنه (Applied Research):** دا کاملاً عملي جنبه لري، يعنې د هغې نتايج د تطبيق کېدو په خاطر ترلاسه کېږي، مثلا په لابراتوار کې د يو فنگس اغېز په يو نبات يا يوه مېوه او په هغه د يوه معين ډوز دوا تطبيق، وروسته بيا د دغې پايلې پراخه تطبيق او تولو فارمونو ياد تول هېواد د کرنې د سکتور په سطحه سپارښت کېږي، همدارنگه په لابراتوار کې د خاورې د (PH) عضوی موادو، ضروري عناصرو او نورو باندې څېړنه او بيا په عملي ساحه کې د هغو په هکله د سپارښتنو ورکول چې دغه لابراتواري څېړنې د توليد په اصلي ډگر (کرونده) کې د تطبيق لپاره ترسره کېږي، بايد ووايو چې کرنه کې دغه ټول تحقيقات، تجربه او ثابت او بيا ځانگړې ارزښت لري، دا هم بايد ووايو چې کرنيزو څېړنو کې د ساحو، خاورې او نورو توپيرونو له امله Survey او Experimental Method ډېر مهم دی، دلته بايد اصلي پرابلم په نښه شوی اوسي، پخواني مطالعات هېر نه شي او د تحقيق موډل او روش معرفي شي، د کار طرز وښودل شي، څکه کرنه او مالداري د صنعت، کانونو، بربښنا، جوړښتونو او نورو اقتصادي سکتورونو سره ځيني اساسي توپيرونه لري؛ لکه:

- کرنيز توليدات عموما موسمي ځانگړنه لري.
- د طبيعي پېښو؛ لکه باران، گرمي، يخني، لمر، باد او نورو څخه اغېزمن وي.
- کرنيز فعاليت او حاصل له ناڅاپي پېښو او طبيعي افاتو ډېر ژر اغېزمن وي.
- کرنيز محصولات عمدتا ډېر ژر فاسدېدونکي وي.
- د مارکيټ تقاضا او بيو د بدلونو په مقابل کې په لږ وخت کې نه شي عيارېدای.
- د Risk احتمال په کې زيات دی.
- د کرنيزو فعاليتونو له پيل څخه بيا تر حاصل اخيستو پورې مبهمو الی يا Uncertainty د هغو اصلی جزدی.
- په کرنه کې گڼ شمېر محصولات مشترک يا متمم شکل لري؛ لکه بوس او غنم...، نو څکه بايد څېړنه کې په پام کې ولرو؛ چې:

۱. بڼه به وي د څېړنې لپاره مد نظر ساحې څخه اقلا د هغې ۱۰٪ د څېړنې د پوښښ لاندې

(c) ketabton.com: The Digital Library



راشي، د ټوول برخو نمونې او سمپلونه بايد موجود وي، بايد د نمونوي مشاهدو د برابرولو لپاره عين چارې چې په لسم څپرکي کې بنودل شوي، ساحې کې دې په کار يوورل شي، د اثر د برابرولو وخت کې دې نقشه ارايه او د څېړنې لاندې ساحې دې په رنګ شي، چې د ټولې نقشې څخه د هغو تشخيص صورت ونيولای شي.

۲. د څېړنو لپاره نبايد ډېر مساعد يا ډېر غير عادي کال، رقم او نمونه غوره شي، د کرنې او مالداری لپاره بايد اقلاً د لسو پر له پسې کلونو مشاهدات راتول شي.

۳. غير عادي ارقام هرومرو تعديل کړئ او په تحليل کې اقلا ۵۰-۲۰۰ ډوله کرنيز محصولات شامل کړئ، خصوصا د مارکيت او قيمتونو د شاخصونو د موندلو لپاره.

۴. دا چې کرنه برسېره پر دې چې يو شغل (د ملي اقتصاد يو مؤلد سکتور) دی، د خلکو د ژوند يو طرز هم دی، يعنې د خلکو د رسم او رواج، کلتور، حکومتي پاليسي، پلانونو، سياسي بدلونو او نورو سره ډېر تراو لري، نو کله چې د پېښگويی موضوع مطرح وي، بايد په نمونو کې د شاملو احصاييو ارقامو ترڅنګ اقتصادي، تولنيز، کلتوري، سياسي او نور خصوصيات او معلومات هم نظر کې ولرئ، که چېرې څېړونکي د پوښتنليکونو د مېتود پر اساس تحقيق ترسره کوي، بايد پوښتنې د پراخې ساحې له هرې برخې څخه خواب شي او د هغو د پراګندګۍ درجه نظر کې ونيول شي، کله چې څېړونکي پوره تجربه نه لري يا موضوع خو ارخيزه وي، پوښتنليک بايد د مربوطه شعبې مؤسسې يا سازمان له مشورتي علمي بورد څخه تېره شي، پرته له هغه دې پوښتنليک د رسالې، رپورټ يا ګزارش په پای کې ضميمه شي.

د مشاهدو د تنظيم او په ساحه کې د مکملې سروې لپاره لاندې تکي مهم دي:

الف- ايا مشاهدات بايد په کومه طريقه او طرز ترسره شي؟ (مستقيماً د کروندې ليدل، له بزګرو د نمونې غوښتل او بيا مطالعه کول، صرف د درمند يا حاصل د نمونې مطالعه د هغو عکس برابرول، د خاورې نمونه لابراتوار ته راوړل، ازاد مشاهدات يا کنترول شوي مشاهدات، خو بايد هېره دې نه شي، چې ازاد مشاهدات هغه دي، چې څېړونکي هر وخت چې وغواړي ساحې ته حاضر شي؛ لکه د مېوو د قطر اندازې مشاده کول، خو کنترول شوي مشاهدات صرف يوه خاصه لحظه او معين وخت کې ترسره کېږي؛ لکه د تخم د شنه کېدو مشاهده د کرل کېدو څخه د معين وخت په تېرېدو يا له هګۍ څخه د بچي د راوتو معينه شېبه يا د خاورې د رطوبت معلومول له ابياری، د معين وخت تېرېدو وروسته، څکه که دا ډول معين وختونه او لحظات تېر شول، بيا مشاهده فايده نه لري او خپلې مشاهدې لکه د بزغلي کرل، شنه کېدل، د لومړنيو پانو تشکيل، لازم حد پورې د ساقې نمو او نور بايد وخت په وخت ثبت او کنترول شي، نو څکه ازاد مشاهدات او کنترول شوي توپير سره لري)



ب- مشاهدات بايد څه وخت (د موسم په لحاظ، سهار، غرمه، ګرمی، يخنی او نورو له لحاظه) او د څو خلو او څه مودې لپاره ترسره شي؟

ج- ايا کوم عمده علايم او مشخصات بايد ثبت شي؟

د- ترلاسه شوي ارقام او نمونې بايد څرنګه نظارت او څېړنې لاندې ونيول شي؟ په تېره بيا که نمونې ژوندۍ، نازکې يا خرابېدونکي وي؛ لکه حشرات، بوټې، مېوې يا د هغو ځينې برخې (ريښه، ښاخ، پانه او نور...)، يا کوم ځانګړی آفت او نور د مشاهدو د کتلو او څېړلو لپاره بايد هېره نه شي، چې ځينې نمونې ممکن له کروندې يا فارم څخه تر لابراتوار پورې بدلون وموميږي؛ لکه د خاورې نمونه ممکن يو اندازه رطوبت له لاسه ورکړي، يا يې فايلونه لاندې باندې شي، يا ممکن د مېوې يا نبات تازګي اووزن کې کمښت راشي او داسې نور... نو څکه ايجاب کوي، چې بعضې وسايل؛ لکه کمره، قلم، لتمس کاغذ، ترمامیتر د لابراتو تله او نور د اندازه ګيری وسايل خان سره يوسو، که منظور د يوه ځانګړې آفت په نښه کول وي، نو بايد صرف هغه نمونې چې په مرض اخته دي راوړل شي، که ځينې پروسې او مراحل د پنډک د جوړېدو ګرده افشاني او نور غواړو ثبت او څېړو، نو دا د کنترول شوي مشاهدو غوښتنه کوي، که آزاد او کنترول شوي مشاهدات سره ګډ شي، نو د خطا امکان زيات او د پېښبينی ټقه والی کمېږي.

**ه علمي اثر بشپړول:** کله چې د يوې علمي څېړنې په جريان کې د احصاييوي کرنو تيوري، احصاييوي تصاميم، فرضيې، ازمايښت، د خطا موندل او واقعي پايله موندل بشپړ شول، نو محقق علمي راپور يا علمي اثر ليکي، چې په هغه کې لاندې تکي مهم دي:

بايد پر اثر د مربوطه ارګان، اداري يا موسسې نوم موجود وي، محقق يا ليکوونکی او بشپړوونکی او نېټه بايد روښانه وي، ورپسې د اثر لپاره د محتوياتو يو فهرست برابر شي، يوه لنډه سريزه، چې د موضوع لپاره يوه پېژندنه او مدخل وي او د موضوع اهميت ورڅخه روښانه شي او د څېړنې اهداف څه دي؟ آيا څېړنه په کوم مېتود اجرا شوي او د کار وسايل کوم او څومره ساحه يې نيولې او د کارولو دوام او ساحات به يې کوم وي، ضرورده چې دې تکي ته نغوته وشي، چې آيا پخوا په عين موضوع کې څېړنه شوې کنه؟ يعنې د موضوع لنډ پس منظر (شاليد) بايد روښانه شي، بايد علمي اثر په ځانګړيو څپرکو ووېشل شي، کوم تکي چې فرعي حيثيت لري او روښانه کول يې ضروري وي، لمن ليک کې هېره نه شي، بايد مقايسو لپاره احصاييوي جدولونه او ګرافونه، چې د علمي څېړنې پر وخت بشپړ شوي هرو مرو د علمي اثر متن کې د پر له پسې ګڼو په لړلو راوستل شي، په پای کې يو لنډيز او پايليکونه او که ارتيا وه، د څېړونکي له خوا لازمې سپارښتنې هم وشي او ماخذونه دې وښودل شي، په دې ډول علمي اثر معياري بڼه غوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

| | |
|---|---|
| Book Name | Statistics |
| Author | Prof. M. Bashir Doudiyal |
| Publisher | Nangarhar Medical Faculty |
| Website | www.nu.edu.af |
| Number | 1000 |
| Published | 2013, First Edition |
| Download | www.ecampus-afghanistan.org |

This Publication was financed by German Aid for Afghan Children (www.kinderhilfe-Afghanistan) a private initiative of the Eroes family in Germany. The administrative and technical affairs of this publication have been supported by Afghanic (www.afghanic.org).
The contents and textual structure of this book have been developed by concerning author and relevant faculty and being responsible for it. Funding and supporting agencies are not holding any responsibilities.

If you want to publish your textbooks please contact us:
Dr. Yahya Wardak, Ministry of Higher Education, Kabul
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.org

All rights are reserved with the author.

ISBN: 978 993 6200 227

## Message from the Ministry of Higher Education

In the history, book has played a very important role in gaining knowledge and science and it is the fundamental unit of educational curriculum which can also play an effective role in improving the quality of Higher Education. Therefore, keeping in mind the needs of the society and based on educational standards, new learning materials and textbooks should be published for the students.

I appreciate the efforts of the lecturers of Higher Education Institutions and I am very thankful to them who have worked for many years and have written or translated textbooks.

I also warmly welcome more lecturers to prepare textbooks in their respective fields. So, that they should be published and distributed among the students to take full advantage of them.

The Ministry of Higher Education has the responsibility to make available new and updated learning materials in order to better educate our students.

At the end, I am very grateful to German Committee for Afghan Children and all those institutions and people who have provided opportunities for publishing medical textbooks.

I am hopeful that this project should be continued and publish textbooks in other subjects too.

Sincerely,
Prof. Dr. Obaidullah Obaid
Minister of Higher Education
Kabul, 2013

(c) ketabton.com: The Digital Library

## Publishing Medical Textbooks

Honorable lecturers and dear students,

The lack of quality textbooks in the universities of Afghanistan is a serious issue, which is repeatedly challenging the students and teachers alike. To tackle this issue we have initiated the process of providing textbooks to the students of medicine. In the past two years we have successfully published and delivered copies of 116 different books to the medical colleges across the country.

The Afghan National Higher Education Strategy (2010-1014) states:

*"Funds will be made ensured to encourage the writing and publication of text books in Dari and Pashto, especially in priority areas, to improve the quality of teaching and learning and give students access to state-of- the-art information. In the meantime, translation of English language textbooks and journals into Dari and Pashto is a major challenge for curriculum reform. Without this, it would not be possible for university students and faculty to acquire updated and accurate knowledge"*

The medical colleges' students and lecturers in Afghanistan are facing multiple challenges. The out-dated method of lecture and no accessibility to update and new teaching materials are main problems. The students use low quality and cheap study materials (copied notes & papers), hence the Afghan students are deprived of modern knowledge and developments in their respective



subjects. It is vital to compose and print the books that have been written by lecturers. Taking the situation of the country into consideration, we need desperately capable and professional medical experts. Those, who can contribute in improving standard of medical education and Public Health throughout Afghanistan, thus enough attention, should be given to the medical colleges.

For this reason, we have published 116 different medical textbooks from Nangarhar, Khost, Kandahar, Herat, Balkh and Kapisa medical colleges and Kabul Medical University. Currently we are working to publish 20 more medical textbooks for Nangarhar Medical Faculty. It is to be mentioned that all these books have been distributed among the medical colleges of the country free of cost.

All published medical textbooks can be downloadable from www.ecampus-afghanistan.org

The book in your hand is a sample of printed textbook. We would like to continue this project and to end the method of manual notes and papers. Based on the request of Higher Education Institutions, there is need to publish about 100 different textbooks each year.

As requested by the Ministry of Higher Education, the Afghan universities, lecturers & students they want to extend this project to the non-medical subjects e.g. Science, Engineering, Agriculture, Economics, Literature and Social Science. It is reminded that we publish textbooks for different colleges of the country who are in need.

(c) ketabton.com: The Digital Library

**I would like to ask all the lecturers to write new textbooks, translate or revise their lecture notes or written books and share them with us to be published. We assure them quality composition, printing and free of cost distribution to the medical colleges.**

**I would like the students to encourage and assist their lecturers in this regard. We welcome any recommendations and suggestions for improvement.**

It is mentionable that the authors and publishers tried to prepare the books according to the international standards but if there is any problem in the book, we kindly request the readers to send their comments to us or authors to in order to be corrected in the future.

We are very thankful to German Aid for Afghan Children its director Dr. Eroes, who has provided funds for this book. To be mentioned in Past two years he also Provided funds for 20 medical textbooks which are being used by the students of Nangarhar and others medical colleges of the country.

I am especially grateful to GIZ (German Society for International Cooperation) and CIM (Centre for International Migration & Development) for providing working opportunities for me during the past three years in Afghanistan.

In Afghanistan, I would like cordially to thank His Excellency the Minister of Higher Education, Prof. Dr. Obaidullah Obaid, Academic Deputy Minister Prof. Mohammad Osman Babury and Deputy



Minister for Administrative & Financial Affairs Prof. Dr. Gul Hassan Walizai as well as the chancellor of Nangarhar University Dr. Mohammad Saber for their cooperation and support for this project. I am also thankful to all those lecturers that encouraged us and gave all these books to be published. At the end I appreciate the efforts of my colleagues in the office for publishing books.

Dr Yahya Wardak
CIM-Expert at the Ministry of Higher Education, March, 2013
Karte 4, Kabul, Afghanistan
Office: 0756014640
Email: textbooks@afghanic.org
wardak@afghanic.org

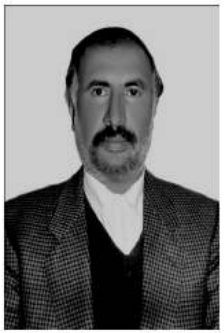
(c) ketabton.com: The Digital Library

۲۰.د تصوف حقیقت، ۱۳۸۹ ش. د میوند خپرندویه تولنه.
۲۱.اداره، گودر خپرندویه تولنه ۱۳۸۸ش. (په پښتو اودري ژبودري خله چاپ شوی دی).
۲۲.غزنوي سلطان محمود (ژوند او پېښلیک) د میوند خپروندیي تولنې چاپ.
۲۳.د علمي تجربو طرح او دیزاین، گودر خپرندویه تولنه، ۱۳۸۴ش.، درسي کتاب.
۲۴.په پینځه توکو کې د یو شمېر سبو تولید او روزنه (له پوهنمل سیداجان عبدیاني او پوهنیار محمد اسماعیل سعادت سره په گډه).۱۳۸۵ش. کال. او دیو شمیر سبومارکیټنگ
۲۵.د ننگرهار ولایت او جلال اباد بنار پېژندنه (له اسدالله حصارشاهیوال او سیدپاچا باور سره په گډه).
۲۲.مرکه (د لنډو کیسو ټولگه)، (امین افغانپور، ډاکتراسدالله حبیب او بیرک ارغند سره په گډه).
۲۷.سرگرمي بااعداد (د able د اداري چاپ-۱۳۸۹ کال)
۲۸.سوداگري دټولو لپاره (ژباړه، ۱۳۸۸ش. کال- کابل)
۲۹.دخریداری هیات( دطنزونو مجموعه ۱۳۸۲ ش.کال، سبا خپرندویه تولنه.
۳۰.پښتو ریاضي(ژباړه، ۱۳۸۲ ش.کال- پېښور)
۳۱.د طبیعي منابعو اقتصاد( دپوهنتونو لپاره درسي کتاب- لومړی چاپ۱۳۸۴ ش.کال، دوېم چاپ ۱۳۸۲ ش. کال. دریېم خل ۱۳۸۹ ش.کال).
۳۲.نباتات او د هغو ارزښت زمونږ په ژوند کې.
۳۳. په افغانستان کې هنر اوښکلي هنرونه.
۳۴.د اقتصادي پروژو تحلیل او مدیریت.
۳۵.د وزو روزنه او ساتنه.
۳۷.د مدیریت علم (ژباړه).
۳۷.اسانه محاسبه.
۳۸.ولایتي شوراگاني (ژباړه).
۳۹.حکایتونه او په زړه پوری مطالب (ژباړه)
۴۰. د ژویو او څارویو په زړه پوری نړۍ.
۴۱. کوچنی او تطبیقی اقتصاد(ژباړه)
۴۲. عامه اقتصاد( ژباړه)
۴۳.بزنس انفارماتیک(ژباړه)۱۳۹۱له دوه تنو نورو استادانو سره په گډه
۴۴. د افغانستان لومړنی اقتصادی پینځه کلن پلانونه او...۱۳۹۱ څېړنیز اثر
۴۵. وگړنیزه او عنعنوی تکنالوژی(په کابل پوهنتون کی د افغانستان د معلوماتو د مرکز چاپ ۱۳۹۲

همدارنگه پوهاند محمد بشیر دودیال د یو شمېر علمي اثارو لپاره تقریظونه لیکلي او د افغانستان د علومو د اکاډمۍ، د اقتصاد پوهنځي او د کرنې پوهنځیو د یو شمېر استادانو لارښود استاد او د دفاع وزارت دستر درستیز د قوماندانیت او قرارگاه د کورس د عالي رتبه افسرانو لارښود استادپاتې شوی دی، تراوسه یې دایرة المعارف ته۳۲ ارتیکلونه او دولسو کتابونوته تقریظونه لیکلي او د هېوادپه نورو مطبوعاتو کې یې ۲۹۷ مقالې چاپ او خپرې شوې دي. باید ووایم چې محترم پوهاند صاحب د معارف د وزارت دنشراتی ارگان (عرفان مجلی) قلمی همکار پاتی شوی ، د معارف د نوی نصاب دکتابونو په پروژه کی یی هم خان ستومانه کړی او په ژباړه کی یی برخه اخیستی اودهیوا ټولو فرهنگي مرکزونو او اکاډمیکو اداراتوسره یی پوره معنوي مرستې کړې دي او خان یې دخوان نسل په روزنه او هغو ته د تدریس په برخه کې پوره ستومانه کړی دی. غرفان مجله یې له دغې پاملرنې څخه مننه کوي اوراتلونکي کې ورته دلوی خدای له دربار څخه لا زیات بریالیتوبونه غواړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

# لنډه پېژندګلوي



پوهاندمحمد بشير دوديال د علي محمد خان حسين خېل زوی، په ۱۳۴۰ ش. کال د کابل په ولايت کې زيږېدلی دی. لومړنی زده کړې يې د کابل ښار د سردارمحمدجانخان په لومړني ښوونځي کې او منځنی او متوسط زده کړې يې د حبيبې په عالي لېسه کې پای ته رسولې دي. لوړې زده کړې يې د ماستری (M sc.(Hons) ) په سويه د کرنيز اقتصاد او توسعې په ځانګه کې بشپړې کړې دي. د افغانستان دليکوالو او ژورنالستانو د اتحاد يې غړی، د تګرهار پوهنتون کې د کرنې،د وترنری دعلومو او اقتصاد پوهنځيو کې استاد، د افغانستان د علومو د اکادمی علمي غړی او د اريانا دايرة المعارف انستيتوت مشر، د وترنری علومو د پوهنځي مرستيال، په GTZ/PAL کې ترينر، د اداري اصلاحاتو په کمپسون کې د اداري د کورس استاد، په پېښور کې د افغانانو د پوهنتون استاد، د تګرهار پوهنتون کې د تقرر او د انفکاک د کمېټې غړی، د علمي ترفيعاتو د کمېټې غړی، د کانکور د کمېټې غړی،دپوهنتون د اعتبارموندنی دتضمين اوځان ارزونی دکيمټی غړی، د نشراتو د بورد او د يو شمېر مجلو او اخبارونو ډوډه، انګازه، ارزښت، نتداره او افغان يووالي) د ليکنې د هنيت غړي په توګه يې دندې ترسره کړې دي. څه موده د اقتصاد پوهنځي تدريسي مدير او دوه دورې د پوهنتون د علمي شورا غړی ؤ.څه موده يې د( A.H.F) ددفتر فرهنګي ځانګه کې،دوه کاله يې داريانا خصوصي پوهنتون دعلمي مرستيال په توګه او يوکال يې د جامعه العلوم الاسلاميه دمشاور په توګه کارکړی دی. اخه موده دتګرهار پوهنتون داقتصاد دپوهنځي مرستيال او ددغه پوهنځي استادو اوس دپالیسی او عامه اداری د پوهنځی رييس دی. د خپل خدمت په دوره کې يې په ۱۳۲۹ش. کال کې د اسد د ۲۸ مې په مناسبت د استقلال ستاينليک، په ۱۳۷۴ش. کال کې يې د غوره خدمت ستاينليک اوپه ۱۳۸۸ش. کال کې يې درېيمه درجه ستاينليک ترلاسه کړی دی. دوه ځله يې د کال ادبي جايزې، پينځه ځله د ادبي کانکورونو د جايزو ګټونکی شو. په ۱۳۸۹ کال کې يې د ادبي کانکور لومړی جايزه ترلاسه کړېده. په راديو، تلويزيون کې يې يو شمېر مقالې خپرې شوي دي. محترم استاد يو شمير بهرنيو هيوادو لکه جرمني ، هندوستان،ا يران،ترکيی او پاکستان ته رسمي او علمي سفرونه کړي دي.د يو شمېر چاپ اوخپرو شويو اثارو نومونه يې دا دي:

۱. Constraint in Adoption of Technology د ماستری تيزس.
۲. اقتصادي پلان جوړونه د پوهنيار علمي رتبې ته ژيارل شوی اثر.
۳. د کرنيزې مناسبې تکنالوژۍ ستونزې اود حل لارې ( د پوهنمل علمي رتبې لپاره څېړنيز اثر ).
۴. د کرنې او صنعت متوازنه وده ( د پوهندوی عملي رتبې ته څېړنيز اثر ).
۵. تانده غوټی (لنډې کيسې) د افغانستان د ليکوالو ټولنه ۱۳۵۲- کابل دولتي مطبعه.
۲. د کرنې پلان جوړونه( علمي- مسلکي ژباړه ) د کرنې وزارت، د کرنيز تبليغ ترويج او زده کړو رياست خپرونه۱۳۲۲- کال- کابل.
۷. ؛په کرنه کې د طبيعي منابعو پلان جوړونه ( دغه کوچنی رساله دمنې د کښت د کمپاېن په مناسبت) په ۱۳۲۸- کال کې د کرنې وزارت د ترويج د رياست له خوا خپره شوې وه.
۸. شاهين ( د لنډو کيسو مجموعه )- اردو مطبعه- کابل ۱۳۲۷ ل.هـ.
۹. د مينې والی (ناول) د ليکوالو ټولنه- کابل ۱۳۲۷، دولتي مطبعه.
۱۰.دشواريهای بازگشت اواره گان افغان، مرکز مطالعات افغانستان (ASC) پېښور ۱۳۷۷ کال- تاپ پرنتز- پاکستان.
۱۱.د افغانستان د طبيعي سرچينو پېژندنه- د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه- جرمني- کولن ۱۳۷۹ ( ۲۰۰۰ م)
۱۲.حيات وحش افغانستان- چاپ مرکز منابع نشراتی واطلاعاتی اکبر (ARIC) پېښور- پاکستان. ۱۳۸۱ش. کال.
۱۳.د اقتصادي پرمختا تيوري او پلان جوړونه- د ختيځ بيارغاونه د خپرونو ځانګه.
۱۴.ضايع در افغانستان ونقش انها در اقتصاد ملی، چاپ کتابخانه های اريک نمبر مسلسل۱۳۸۲، ۱۲۲ ش. کال، پېښور-پاکستان.
۱۵.ديموګرافي او د نفوسو تحليل( د پوهنتون درسي کتاب )- دانش خپرندويه ټولنه ۱۳۸۲ ش. کال.
۱۲.نباتات طبی-چاپ دفتر اکبر- انتشارات الازهر- پېښور- پاکستان (۲۰۰۴) ۱۳۸۴ش. کال.
۱۷.احصائيه (لومړی، دويم، دريم چاپ) خپروونکي سايې د پښتو څېړنو او پراختيا مرکز، پېښور (۸۱، ۸۴، ۱۳۸۷ش.) درسي کتاب.
۱۸.اصل خلجی های افغانی (ژباړه) ۱۳۸۹ش. د ميوند کتاب چاپولو مؤسسه.
۱۹.پښتو رياضي ۱۳۸۸ ش. د سبا نشراتي مؤسسه.

**Get more e-books from www.ketabton.com**
**Ketabton.com: The Digital Library**