له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالوالي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب ځځه داسې د نمونې په ځیر ځه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرځه لومړی د ست تعریف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو ځه د پرتلې ولرو:

تعریف: ست د څرګند تاکلو یو له بل کره توپیرپدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې ست ترې جوړ شوی دی، د ست توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

ست چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: $A = \{2, 3,4, 5\}$

دلته 2 د ستA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A ځخه یا 2 په A کې) او 6 د ست Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aځخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

Ketabton.com

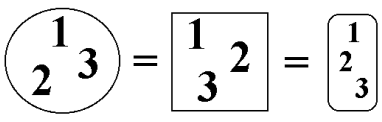
ست په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: $A = \{2, 3,4, 5\}$

۲ - شننیز لیکنډول: $A=\{x| \ x \in N \wedge 1< x<6\}$

د ۲ - لوستل: ست A د ټولو x ستِ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته /\ د او په معنا دی.

۳ – د ون دیاګرام سره ستِ آنځوریږي:



تشست: تشستِ یو ستِ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ليکندود:

1. تشتې په ښوونځي کې داسې ليکل، کيږي : {}
2. بل ډول ليکندود يې داسې دی Ø

پام : دا مخامخ ليکندود د تش ستې لپاره ناسم يا ناټيک دی : {∅}

دا پورته يومخ په شپږو مخونو کې ليکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دريم او څلورم مخ کې ليکي(دا بيخي هغه پيل دی)

هريک از تيم‌های فوق يک خصوصيت مشترک دارند يا به عبارۀ ديگر هر يک از اين تيم‌ها يک مجموعه(ست) را تشکيل می‌دهند.

د ليکونکي سور ليکلی غوره دی او څه ترې نه پوهيدل کيږي.

،، خصوصيت مشترک ،، يعنې څه؟ او دا چې ،،ستې جوړوي،، يعنې ستې څه شي دی؟ تراوسه د ستې تعريف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي يعنې د ستې د ليکنې يو ډول يې په څو ډوله نوموي او بيا د ستې د ليکلو څخه په ناسمه توګه غږيږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند.
طور مثال می‌توان ست های A, B و C را در اشکال زیر نشان دهیم.



،، ستها را ميتوان توسط اشکال مختلف نشان دهيم،، . پورته دري ډوله ليکل شوي دي. دا دون دياګرام په توګه ليکنه ده، چې د ستې يو ډول ليکندول دی، اشکال يې په دې توګه چې ليکونکي غواړي وليکي، پا ي ته نه رسيږي. ،، بې شميره نه ليکم، ځکه چې دا په رياضي کې يو بله ترې پوهيدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران ليکونکي دي ته ګوته نه ده نيولې ـ دا لاندې د ستې تعريف وي، چې زما له پورته تعريف سره نيمګړی دی، چې اوس يې ورکړي.

يو شمېر څانګړو شيانو ته ستې او پخپله شيانو ته د ستې عناصر(غړي) وايي.

شيان څانګړي نه دي بلکه شيان تاکلي يا تعين دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي ليکل شوي، چې توکي يا عناصر يې يو له بل کره توپير لري، چې بې له دې تعريف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس بايد پوه شو، چې د سټ تعريف کوم دی؟

هودا اخر يې بايد تعريف وي، چې له دې د مخه يې تش سټ په ګوته کړي او د سټ ليکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

ليکونکي دا په دوه مخه کې ليکلي او دا لاندې يې هم په دوه مخ کې ليکلي، چې موږ پورته د تعريف سره يوځای ليکلي او بايد داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه ليکل شوي؟

ليکونکي د سټ د ليکلو طريقې دوه ښايي او موږ وښوده چې په دري ډوله ليکل کيږي. ليکونکي دا يو څل پورته ليکلي هم دي، چې دا يې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهيږو، چې داپورته عنوان داسې ليکلی شو:

مساوي ستونه اوبرابر زوريز - يا ايکويوالنت ستونه

The **cardinality** of a set A, written as |A| or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د سټ زور: د سټ د توکو تعداد ته د سټ زور وايو. په پورته تعريف کې يې د سټ د توکو تعداد ليکلی او يا د سټ پراخوالی. خو موږ او تاسې يې زور بللی شو او داسې يې ليکو:,|A| or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعريف ۲ او تعريف ۳ اړيين نه دی،چې ويې ليکو، خو د لږ روښانولو له امله يې ليکو.

دوه ستونه برابرزوريز دي - که ايکويوالنت ورته وايې هم خوښه مو- که د توکو تعداد يې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه يې د روښانه ونې ليارې راوړم. د دې ټولګي ليارې يې دا پيژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the function*f*(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ــم مخ



هرگاه $A = \{a, b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a, e, i, o, u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندی پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره اوکه $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 تر منځ د طبيعي طاقو عددونو ست په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګليسي ژبې د غږ لرونکو تورو ست يو معين ست دی.

چې عناصر يې د شمېر ور دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبيعي عددونو ست يو غير معين ست دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر ور نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دې ليکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نميباشد،، يا چې ،، عناصر يې د شمير ور نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير ور دي، خو پای نه لري يعنې ناپای دي، يعنې هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې تاکلي دي يعنې معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنور هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنور دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه څه ته ګوته ونيول شوه، چې:

۱ ـ ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ـ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او نا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په ست کې مهمې عملیې دي، چې ليکونکي يې ځنې يادې کړي، خو نه په ترتيب.

۱۲ – م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوییم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B \quad و \quad B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ ليکل کيږي: که دA توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي دA توکي وي، نو A او B سره مساوي دي يا A=B او په څټ يا برعکس..

هر ست د خپل ځان برخست يا سبست دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ – م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لوبوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:

- هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
- قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:

$$|-7| = |+7| = 7$$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

مور داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ــم مخ

دا لاندې یوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اګر.....،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوي، چې کوچنیوالی او لوبوالی یې سره پرتله کوي؟

اګر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اګر به قسمي دیګر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدور وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږپږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:

د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دریمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دریمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.

یا که غواړی، نو داسې ولیکی:

که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنی وي، نو دا دري کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند
اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:
1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.
2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اګر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیګري نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مي باشد، این حالت دیګر نیست.

دي باندي بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسي دي. زما په لیکنو کي دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کي یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندي ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي څیرو تشریح راوړي، حال دا چي موږ له ریاضي څخه ځړیږو. که په قایمالزاویه مثلث کي ضلعي سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چي متن یي دومره باید نه وي، چي له چا څخه په کي لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کي ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کي ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتي مساوي له اصلي عدد سره وي.
2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتي څخه زیات دي.

موږ په جذر کي دري څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندي عدد، دریم د جذر وښتلی عدد یعني هغه عدد، چي د جذر نیونې څخه لاس ته راغلی وي. دي ته دي فکر وشي، چي له جذر وښتلي عدد څخه د جذر لاندي عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ .....

زه پوهیږم، چي ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبري په ریاصي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به تري لاس ته راشي چي پرې پوه به نه شو . راځي چي دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چي لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دي $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کي ضرب یي 5 دی. جمعه یي پاتي نه پوهیږم خو ?+5، چي څه شي. برابر په اصلي عدد? یعني څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$ ، دوه برابره یي $2\sqrt{5}$ جمعه یي ۱ یعني $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتي به څه وي ، چي دا تري لوي وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرځه ګډ وډ دي او نه پوهيږم، چې دا څه به ده ولې ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيدای شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي ټوګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دې لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلآ څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعې- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ــم مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه ښايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چې هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدنې يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په ياد ولرئ: که چېرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته تري راځي $\sqrt{4} = \pm 2$ بيا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړئ. دلته دابرابر په ۲ کيږي.

څه چې ليکو، نو د سمون په هکله يې بايد مسئول وو.

په دې هکله زما د شميرپوهنې ستر کتاب کتلی شئ.

۳۰ – مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي بايد نه وي، بلکه بايد منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت يو جوړه يا جفت طبيعي عدد وي.

III- په عمومي توګه د ضرب په عمليه کې ويلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه يې مساوي وي، په داسې حال کې چې a،b او c حقيقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

دلته بايد دا نيونه يا فرصيه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د يوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه ليکل شوي او له بله پلوه د ريښې درس پوره نه دې ليکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانين سم درس ته راوړل شوي وای، نو بيا دا هم ليکل کيده.
دا پورته په جملو تشريح ناسمه راځي.جمله سم يا پوره څه نه وايي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب يې داسې ليکل کيږي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاويې يو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د يو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وايي که چېرې دوه شکلونه داسې اړيکي ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښيي.

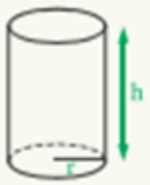
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چيرته تعريف شوی، چې همدوله زاويې يا همدوله ضلعې په څه معنا دي؟ تيره کونجونه که مساوي وي يا نا مساوي، همدوله دي. همداسې پخکونجونه، که برابر وي يا نابرابر، خو همدوله دي او له دې.
سم: ورته - يا برابرارزښته درېګوډي څيرلي. دوه درېګوډي ورته دي، که اړونده کونجونه يې سره برابر وي.
دا يې له څو جملو يوه جمله ده.
۱۴۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قايمه استوانه له دوو انطباق منونکو دايروي قاعدو او يوي جانبي سطحي څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوي ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښيو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښيو:

پورته له دويمې کربنې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښايو.،،
دا د يوې وينا نتيجه نه ده.
که يو څه ولرې، نو تري لاسته ... راځي. يعني که... ، نو ..... .
دلته ګران ليکونکي سم نه ليکي.
سم: مورِ د توتې اتفاع په... ، د دايرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښايو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$
د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$
د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$
$A = 2\pi r(r + h)$
$\pi = 3.14$

د دايرې مساخت چېرته تعريف شوي؟؟؟؟
دايره په نهم ټولګي کې لوستل کيږي.

۱۵۹

له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو خرنګه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليکلای شو نو دغه ډول تورې متحول بلل کيږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بيانول يې او داسې ليکل يې چې له تورو څخه په کې کار اخلې؟

ګران ليکونکي غواړي، چې د واريابل يا متحول يا تغيرخوړونکي تعريف وکړي، خو تري پيجلی کيږي او لار تري ورکيږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

مورِ ليکو:

پيژند: هغه توري، چې د اعدادو ځاي نيونکي وي يا د اعدادو په ځای ليکل کيږي، متحول يا تغير خوړونکي يا مجهول يا واريابل بلل کيږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کيږي.

۱۸۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پښتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره تړلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوږین نه دي.

نهم ټولګی

اوم څپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننني ادباتو کې د مربع مساوات (څلورې برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړۍ بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو اپستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ ا $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ د سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره دبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.

د ویټا د ریښې جملې(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویټا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):

که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$x_1 \cdot x_2 = q$ او $-x_1 - x_2 = p$

د یوه مربع مساوات کربنیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دي د یوه مربع مساوات حل وي.

$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{aktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا دبل حلونه لري.

لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، یواځي دریمه بڼه یې تر څیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:

په ۱۷۷ مخ کې درووند لیکونکي لومړی بیلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمي درجې ته فکر کړی؟

بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.

دی د مکملې او نیمګړي معادلې عږیږي. زما لیکنه وګوري.

څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ –م مخ کې د دویمي رجې معادلې حل ته راځي.

مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکي. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟

لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی

۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پراوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:

لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

د لیکونکي داسي حل نیمګړی او که غواړئ ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm 3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ــم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل څخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پرېږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ويشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې يو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاپېرو د x د ضريب د نيمايي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نړدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1-که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2-که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3-که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دې حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړی پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، .....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي تل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښایي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دې څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لورې ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمې په نوم یادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله:د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې گټه واخلو.

نه پوهیږم، چې لیکونکي، دا پورته جمله ولې لیکلې؟ دا یې باید روښانه کړي وی چې څنګه؟

پایله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نوري هم که وڅیړو- ما پوره په غور لوستلې – هم همداسې ستونځمنې لیکل شوي.

د مربع مساوات د شمیرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککړټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کې‌دی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاپه ځای شي، یعنې کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د ریښې [ملي سره.

د ویتا**Vieta** جمله :

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې لیکونکی ولې داسې عنوان د خپلو لیکنو له پاره راوړي نه پوهیږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه یم مخامخ شوی او یا شاید دی د څو جمله یې لاندې بل څه وپوهیږي. په دې هکله یې بیا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ویلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



لیکونکي دا پورته عنوان چې لیکي باور وکړی، چې داسې څه په ریاضي کې نه شته او دا سې څه چې په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چيرې په يوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته يوازې يو حد ولرئ، هغې ته يو حده،(Monomial) که جمع يا تفريق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده يا (Bionomial) که جمع يا تفريق ددريوحدنووولروهغې ته درې حده يا (Trinomial) اوکه له دريو حدونو څخه زيات حدونه ولرو پولينوم يا(Polinomila) په نامه يادېږي په دي شرط چه د تورو توانونه ئې مکمل عدودنه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت يوه خانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کېږي.

زه پوهيږم، چې ګران لیکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ویل غواړي، خو باور وکړی، چې داسې ویینه هیڅ ژبه کې نه شته او مور په ریاضي کې د جملې لاندې یو ځانګړي څه پوهيږو. په شمیرپوهنه کې هر نوم یو ځل کارول کیږي او جمله یو ځانګړی تعریف لري.

په نورو ادبیاتو کې لومړی پولینوم تعریفیږي او بیا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعریفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې يوه ګډه جمله و لري ليکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بيا الجبري عبارتونه او ګډه جمله ليکي. زه نه پوهيږم، چې ډېر محترم ليکونکي دا نومونه له کومه ځايه رانيسي. که د الجبري عبارتونو څخه يې موخه الجبري افادې نه وې، نو زه پرې نه پوهيږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضريبونو په هر يو يې د جمعې په حالت دی، يو برابر زياته وونو يا زياتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b اوc - d ولرو، نو داسې يې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بينوم فرمولونو حل هم همدسې دی، خو هغلته بيادوه همغه يا مساوي ترمونو جمعه يا تفرق سره ضربيږي، چې دلته يې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چې دی حل ورکوي، بايد وليکي چې مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چيرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غيرمساوات حل کړئ.

حل: د غيرمساوات د حل ستې پيدا کولو لپاره لومړی کسري افاده يو وار د صفر څخه کوچنی يا لويه ليکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غيرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غيرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	$+$	0	$-$		$-$
$5x+3$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	$-$	0	$+$	له دې تعريف شوی	$-$
			د نامساوي حل		

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غيرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غيرمساوات داسې ليکو چې له صفر څخه کوچنی يا لويه وي.
- غيرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غيرمساوات د حل ستې په لاس راوړو.

حل: د غيرمساوات د حل ستې پيدا کولو لپاره لومړی کسري افاده يو وار د صفر څخه کوچنی يا لويه ليکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \Rightarrow \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران ليکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه رياضيکي حل چې په دې برسيره د داسې نامساوتو کيږي، محترم ليکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګوری، چې دې ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران ليکونکي د الجبري افادې او ثابتې تعريف ته راځو، زه دا لاندې تعريف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نيونکي وي يا د اعداد ځای نيسي، متحولې بلل کيږي، چې د $x,y,z,...$ سره ښول کيږي. نورې نومونې يې : مجهولې واريابلې، تغيرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته يا تل همغه: ثابت يا تل همغه: هغه اعداد چې تل همغه وي ، نو ثابتې يا تل همغه بللکيږي، لکه ۴ و ۵ ، e او π ، e د اويلر عدد او π د دايرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندي کي به ترم يا افاده لږ زوره وځيږو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په يوه لړۍ کي، يواځي ثابتي (همغه)، اووښتوني(مجهولي، واريابلي) نښلوني (نښلوني يعني جمع تفريق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنيکي نخښي (نوکانو يا قوسونو کي رابندول) کارول شوي وي، يانې اړيکي نه وي کارول شوي، نو دي ته ترم ويل کيږي. ګورو چې په پيژند کي د جذر عمليه نه راځي، نو له دي امله ګرانو ليکونکو دلته او هم په نورو ځايونوکي دا سم نه دي ليکلي، چې جذر کي متحولي نيول شوي وي.

که ترمونه اووښتوني ولري، نو د اووښتونو يوه ورزياته نخښه په نوکانو کي نيولکيږي، لکه :
T(x); T(x,y)

بيلګه
الف : ترم 126 + 3/4 ، چې اووښتوني نه لري په Tسره په نخښه کوو او ليکو:
T=126 + 3/4

$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم 10 + 2x چې اووښتوني x لري يانې T(x) = 10 + 2x . د اووښتونو بنسټيزې دي د پيدايښتي ګڼونو- يا د طبيعي اعدادو ډيرې N°وي
تعريفډيرې د بنسټيزې سره برابره ده، که په ترم کي د اووښتوني يا واريابلي x پۀ ځاي يو پيدايښتي ګڼ 2 کيږدو، نو د
$\frac{x+2y}{x}$ يا (x+2y)/x
پ :

دلته ماتلاندي يا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

$$T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$$ يا T(x,2y) = (x,y) /x د ترم

ارزښتشميرنه د x=2 او y= 3 لپاره په دي ډول ده T(2,3) = (2+6) / 2 = 4 :

تاسو دا لاندي د پورته تعريف سره پرتله کړۍ، وبه ګورۍ، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړۍ د ستِ تشريحي ليکنډول دۍ د متحولي.

دريم مخ: عنوان: الجبري افادي

ليکونکي لاندي د متحول او ثابت تعريف داسي راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي ستِ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN \text{ او } x \le 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشوي - تعريف سره يې پرتله کړۍ. دا ده چې څه ليکلي، دا د ستِ شننيز ليکنډول دۍ.
بيا د متحول تعريف يا پيژند: متحول هغه لويه ده، چې د عددونو ځاينيونکي وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعريف کې به وګورى، چې غيرناطقه الجبري افاده - د ليکونکي په موخه - نه شته، يعني داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولينوم لپاره دا لاندې انګريزي هم وګورى:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or $9y - 2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or $9y - 2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

E**xample:**

$x^2 - 7x - 6$

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	**Numerical Coefficient**
x^2 $-7x$ -6	1 -7 -6

$8x^2$ -3x -2	Polynomial	
$8x^{-3}$ +7y -2	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2$ +8x - 2/3	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه

(Descending and ascending Polynomes):

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسي عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعني د پولینوم لیکنه د ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له څېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ يا $16x$ ته مونوم يا (Monomial) (يو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ يا $ab-y$ ته
بايِنوم (Binome) يا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري

افاده ترينوم (Trinomial) (دري حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته
مولتينوم (Multinomial) وايي.

خپني وختونه پولينوم له يو، دوه، دري او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.

د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولينوم د يو متحول، $2x^3-3y$ پولينوم د دوه متحولونو او

د دريو متحولونو لرونکی پولينوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي. $x+y+z$

په الماني ادبياتو کې د مولتينوم څخه په دې موخه لکه چې ليکونکی تری غږيږي نه شته او د دې په ځای يې هغه غوره پولينوم دی، چې مونوم، بينوم او ترينوم هم په دې بنسټ تعريف شوي دي.
زمږ ليکونکي د ډېرو شيانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. مږ خو حد هغه د پښتو پولي ته وايو، چې زمږ ادبيان ورته په ډېره مينه برېد وايي. مونوم هغه پولينوم دی، چې يو غړی ولري. يا په بل عبارت مونوم هغه لويه ده، چې له يوه غړي جوړه وي. يعنې ثابتي، ثابتي او واريابلي يا متحولې او .... څخه د يو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لويه.
دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم يوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

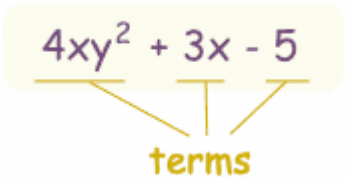
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes **$4x^2 - 2x + 1$**

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: $4x^2 - 2x + 1$ *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چې لیکلی د مونومیال او... کورنۍ سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چې یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسې نور.

مور چې پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتي.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له دېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولینوم له یوه توري یا دېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعني که یوه – یا دوه - او یا ... متحولي ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چې متحول نه دي.
لیکونکي د لیکنې له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ورته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت تاکل ولې د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولي کومې دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کې خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$ له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که a, b او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې $p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $a = 9cm, b = 12cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړې،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي. سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا ۹ندسي بیلګې ناسمې دي.

د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوي.

داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.،،...

چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$ داسې دی.

پوښتنه فقط داسې ده: که وړانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه تولګیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟

۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.



حل:

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د تورې (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسي به ښه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسي ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کي(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غږیږي او په ریښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دي مساحت ته ځي بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څیرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسي نه دي او نه داسي لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوی ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې مور کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دایرې مساحت (A) ، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري $(A=\pi r^2)$

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

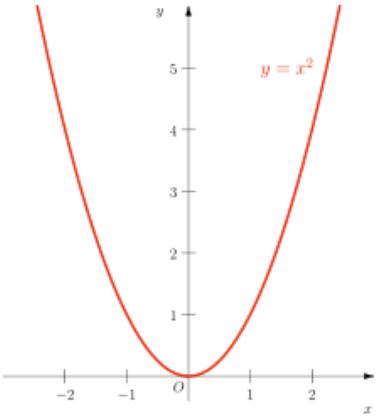
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په ځير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحې ځخه ځه نه ليدل کيږي او نه د حجم ځخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې ځيرلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه ست هر توکي د يوه بل ست ټيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګورې، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د ست تعريف دی او نه متحولې.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول يو سمبول (Symbol) دی چې د يوه غير خالي ستٓ د هر عنصر په ځای وضع کيږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in IN \text{ او } x \leq 10\}$ وي.

نو د A په ستٓ کې x له يوه څخه تر 10 پورې د طبيعي عددونو قيمتونه اخيستلای شي. x ، ته متحول(Variable) وايي. عموماً متحولونه د انګليسي ژبې د کوچنيو تورو لکه x, y, z او نورو په واسطه ښودل کيږي.

د يوه عدد قيمت تغير نه کوي، لکه د 4 عدد هيڅکله له 5 يا 3 او يا کوم بل عدد سره مساوي کيدای نه شي، نو ټول حقيقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقيقي عددونو سربيره د انګليسي د ژبې توري لکه $a, b, c, \ldots$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کيږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کيدای شي الجبري افاده له يوه ثابت، يو متحول او يا د ثابتو او متحولونو له ترکيب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $5+\frac{15}{t^2}+4x$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نيول يې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضريب** (Coefficient) وايی. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضريب دی. $-3x^3y^3$ او $15x^3y^3$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، يوازې عددي ضريبونه يې سره تويير لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په درېو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک
شامل وي، پولينوم نومېږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ
$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال: په a) $\sqrt{2}x$ ، b) $2\sqrt{x}$ ، c) $\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$ ، d) $x^{\frac{1}{2}}$ ، e) $x^{-3}+x^2$
f) $8p^2+p^{2.2}$ ، g) $9x^2-\frac{7}{x^2}$ ، h) 88 ، i) $6a^2-4a$ افادو کې:

a, h او i پولينومونه دي، خو b, c, d, e, f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو
يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولينوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام
دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-
د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کېږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n يو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضريبونه دي چې حقيقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولينوم درجه ده.

فعالیت

له -8 ، $-8x^2$ ، $\sqrt{8}x^3$ ، $\frac{1}{x}$ ، x ، $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه يوه يې پولينوم دی او کومه يوه پولينوم نه دی؟

دويم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولينوم کې، $n = 3$ ، $a_n = -5$ ، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولينوم کې، $n = 2$ ، $a_n = 11$ ، $a_1 = 0$ او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8 ، $-8x^2$ ، $\sqrt{8}x^3$ ، $\frac{1}{x}$ ، x ، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$، $a_n=-5$، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$، $a_n=11$، $a_1=0$ او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هري الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $\frac{x^2-1}{1}=x^2-1$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

331 seit

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې وېشو. ددې لپاره چې بنې خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي وټاکل شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40'+y\sin 123^\circ 40'-\frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

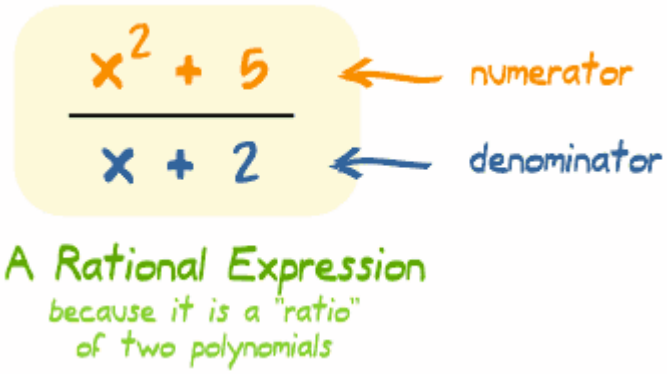
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيداى شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په ستې کې شامل وي.

دا لاندې انګرېزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$\frac{1}{1-x^2}$ The top polynomial is "1" which is fine.

$2x^2+3$ Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not



$$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$$

the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)



$$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$$

1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپيوتر(شميروني) کي ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کي پيدا نه کړی. نه پوهيږم، چې ليکونکي به دا له کومه ځايه ليکلي وي. دا مي په ډېرو کتابونو او نت کي وکتل.
ما په انګليس ادبياتو کي يوځای ولوستل چې: ايراشنل الجبرايک اکسپرېشن هغه دی، چې د پولينوم وېش له لاري نه شي ليکل کيدی. بيلګه يي هم نه وه او په پورته له ماځخه راوړ شوي تعريف کي هم نه شته.
الجبري

يوه الجبري افاده کيدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په ست کې شامل وي.

په لاندي به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم يو به د پولينوم درجه وي؟ رياضي يو ډېر څرګند علم دی او بايد هر څه يې څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

مور رياضي کي اوس له ځانه څه نه ليکو، دا مو يا بايد له نورو کتابونو زده کړي وي او يا مو له نورو کتابون را اخستي وي.....

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پوري

د رياضي منطق

دا لاندي دري مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چې دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کي نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چې ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسي د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغې بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.



پخوا تر دېـر و پيړيو پوري خلکو فکر کاوه چې خمکه هواره ده او ستوري د خمکې پر شاوخوا خرخيږي.

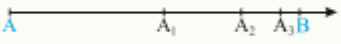
ايا پوهيږي چې خمکه کروي ده؟

ايا لمر دخمکې پر شـاوخوا او که خمکه د لمر پرشاوخوا خرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چې دهغې په مرسته ديوې موضوع سموالي يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چې کيدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کې يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندې شکل په نظر کې نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوې نقطې په پام کې ونيسئ:



يو سړی غواړي چې ددې مستقيم خط پر مخ د A له نقطې څخه په دې ډول د B نقطې ته لاړشي چې د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځنی نقطه A_1 کې توقف وکړي او بل وار چې د A_1 نقطې ته رسيدلی دی، ددې لپاره چې د B نقطې ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کې توقف وکړي، که په همدې ډول دوام ورکړي، نو لاندې پوښتنو ته خوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چې د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځنی نقطه کې توقف وکړي، پاي لري؟
- که په همدې ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطې ته ورسيږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او يا له لاړي ېيرته راونه ګرځي، نو نه يوازې چې د B نقطې ته به ورسيږي، بلکې ترې ټير به هم شي. په دې اساس ددې مسلې د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړي ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چې په ټولګي کې واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندې نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کې د مختلفو مفهومونو په منځ کې دورته والي پيداکول دي. له دې سببه تمثيلونه کيدای شي، د ډيرو مفهومونو يا رياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکې د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخورلی له برګ پرې څخه ډاريږي) دا يو قياسي استدلال دی، څکه چې برګ پرې د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کې ورته والی لېدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



استقرايي استدلال

يو زده کوونکی په لومړنۍ صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازمويتوکي هم 100 نمرې اخلي.
په اخرنۍ ازمويته کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خايونه ډک کړئ.

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پورې مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتنۍ فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي:

نتيجه: استقرايي استدلال د يو شمير مشاهده و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنۍ نمونې ته په کتنه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، څکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړاندیز هم کوم، چې د اووم تولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

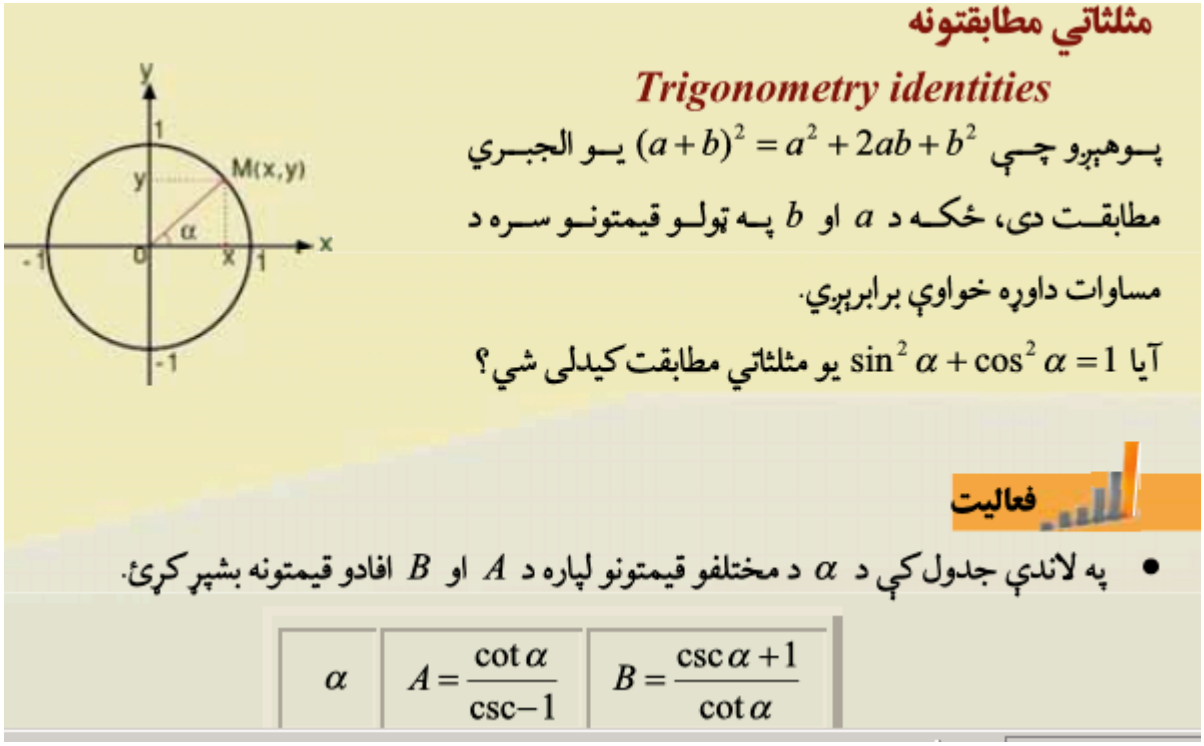
An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم ټولګی

د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د څیړنې موخه يې د ترادفونو پولي ته تلنه یا نه تلنه یا په انګریزي يې کونورګنت او دیوګنت دي، چې محترم لیکونکي دا هلته نه دي څیړلي.



تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه:

$$\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \frac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$$

دا برخه يې پوره نیمګړې پریښودي ده.

د وکتور شمیرنه يې هم پوره او مناسب نه ده څیړلې.

زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کې هندسي برخې ته داسې لږ ګوته نیسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلې

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.

_ آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

_ آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کیدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوي کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړي. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف تري لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلي وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې مورږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښودـ دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دي لیکي په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولـو قیمتونـو سـره ، د مـساوات دواړه خـواوې برابـرې شـي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه: $\dfrac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\dfrac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.
۶۵ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تریګونومتریکي مساوات:
یو تریګونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریګونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلګه:
تریګونومتریکي مساوات

$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو

$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$

نو دی

$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

د دې حل سره

$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسي د قوس اندازې له لارې

$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بڼه بدلون ورته يا اکويوالنت بڼه بدلون نه دی، نو دا حل بايد په وتونمساوات کې رښتيا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پيدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

پورته ليکنه د پوهيدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهيدلو څه نه لري.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتآ بڼه وای که داسې يې ليکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

مساوات

له يوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې مورِ يې په افغانستان کې سره بيلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هيڅ نه وايي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کيږي.

بيا يې راوړو:

تعريف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاويې په څينو قيمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له رياضي داسې ووايو: زردالو ميوه، چې د دې وني زردالو دی يا د دې وني څخه راشکول شوی زردالو دی، وښايي، چې دا د دې وني زردالو د دې وني مندته ده (مورِ زردالو ته مندته وايو) .

۷۰ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پيدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونيسئ.

۷۳ – م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول يو ډول بې څه ويني بيلګې دي.

۹۸ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له يو بل سره د دوو مستقيمو كرښو نسبي حالت:

1- كه چيرې دوه مستقيم خطونه په يوه مستوي كې شامل وي، نومورې خطونه د همغې مستوي خطونه بلل كيږي، او يو له لاندينيو حالتونو(وضعيتونو)څخه لري.

۱۰۰ – م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زمور كار په مستوي كي دې او بل څه مو زده كړئ ته نه دي رامنځ ته كړي، نو دا ليكنه ولې؟
۱۰۴

د قضيې پايله:

i) كه په ترتيب سره د دوو زاويو ضلعې موازي او هم لوري وي، نومورې زاويې يو له بل سره مساوي دي.

ii) كه د دوو زاويو يوه، يوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو يوه، يوه ضلع يې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دواړو زاويو پراخوالي 180° دی.(ثبوت يې د زده‌كوونكو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقيمو كرښو ترمنځ زاويه:

تعريف: په فضا كې د دوو متنافر و مستقيمونو ترمنځ زاويه له هغې زاويې څخه عبارت ده چې د يوې مستوي په يوه اختياري نقطه كې له هغو سره د دوو موازي مستقيمونو د رسمولو په واسطه حاصليږي

۱۰۶-م مخ گران ليكونكی د هندسۀ څيرو غږيږي، مگر عكس يې هيڅ ځای كې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ كوي او دا پورته د ،، قضي پايله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. كه چيرې گرام ليكونكی دې د دې څيره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره يادونه: په زياتو هندسي درسونو كې څيرې نه شته، چې دا هغه غوره نيمگړتيا بلل كيږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتايج قضيه:

I- اگر اضلاع دو زاويه بالترتيب موازی و هم جهت باشند زوايای مذكور باهم مساوی می باشند.

II- اگر يک يک ضلع دو زاويۀ موازی و هم جهت و يک يک ضلع ديگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت اين دو زاويه 180° است، شاگردان نتايج را ثبوت كنند.

زاويه بين دو خط مستقيم متنافر

تعريف: زاويه بين دو خط مستقيم متنافر درفضا عبارت از زاويه است كه توسط ترسيم دو خط مستقيم موازی به آنها از يک نقطۀ اختياری دريک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پايله: که چيري ديوه نامعلوم قيمت د پيداکولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعددونو په مرسته نامعلوم عدد پيداکړو، په دې صورت کې نوموړي طريقه د خطي انټرپولېشن په نامه يادېږي.
که يو خلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاريتم له دري رقمي جدول څخه په لاس راوړو، نو د دې دول عددونو لوګاريتم د خطي انټرپولېشن په واسطه پيداکولای شو.

د اکسپوننشيل تابع خاصيتونه: له تيرو معلوماتو څخه په ګټه اخيستنې سره د اکسپوننشيل تابع خواص په لاندې دول بيانوو

1. د هرې اکسپوننشيل تابع د تعريف ناحيه ټول حقيقي عددونه او د قيمتونو ناحيه يې مثبت حقيقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشيل تابع يوه يو (injective) ده يعنې د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$
$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چې ګران ليکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بيخي ناسمه ده. دا کيدی شي په هغه حالت کي صدق وکړي، چې برابر بنستونه ولري. په داسي حال کي بيا د داسي ادعا راوړل نا اړين دي.
که دا يوه الجبري تابع وي، نود اينجکتيويتي لپاره يې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه يې سمون په لاندې انګريزي متن کي راوړم. ژباړې ته به يې اړتيا نه وي.
يادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسځندنت تابع وايي.

د لاندې انګريزي ژباړه: f دې يوه تابع وي، چې تعريفست يې Aده. تابع f د ټولو a او b لپاره چې په A کي دي ، اينجکتيو ده ټيک هلته او هلته (ژباړې: يا هلته او په څټ يا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته يا دي ته ايکويوالنت يا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سيمبوليک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ايکويوالنت يا برابرارزښته دی و کونترا پوزيتيو يا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څيره يې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if $f(a) = f(b)$, then $a = b$; that is, $f(a) = f(b)$ implies $a = b$. Equivalently, if $a \neq b$, then $f(a) \neq f(b)$.

Symbolically,

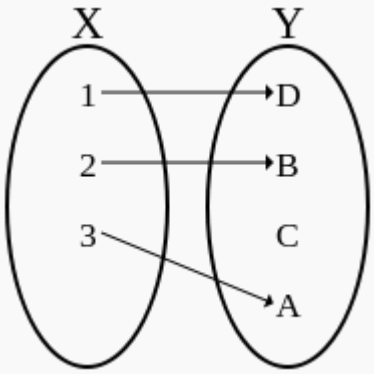
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

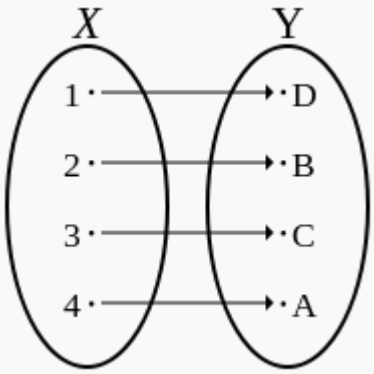
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موټی د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نوري ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او تيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړي، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څيړل شوي وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څيړنه ځکه اړيينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړی پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه دلته اوس په دې هکله پوره خبری نه کوم او راځم د ۱۲ ــم ټلګي کتاب ته.

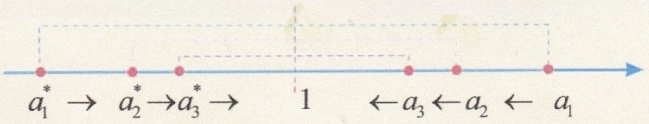
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کرښه د ښې او کينې لوری يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ــم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پايله: ليدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کيڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زياتېدو سره نږدې کېږي، يعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهايت ته تقرب وکړي، مساوي په (1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهايت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېميټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پراو کې هغه په څو ترادفونو کې دګراف په پام کې نيولو سره تر څېړنې لاندې نيسو.

زه پوهيږم، چې دا کار دې درنو ليکوالانو ولې کړی؟
له همدې پيله روښانيږي، چې محترم ليکونکي د درس سره کومه بلدتيا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هيڅکله له) ۱ « سره نه برابريږي، لکه ښاغلی ليکوال چې ليکي.
پسې يې بيا د پرلپسې يا رديفونو لپاره بيل بيل ګرافونه کښلي.
په پرلپسيو يا رديفونوکې چې مور ليمټ راوړو، نو موخه تري د پرلپسې کونورګنت او ډيورګنت دي. په پرلپسې کې اړين نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسې له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسې پرلپسې شته او هغه يو ترادف دی نه دوه.
دويم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه يې ليکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسې داسې يوې موضوع ته راغلی او بيا د ښي او کيڼ لورې ليمټ ته راځي او که وکتل شي، نو په ليکنو کې کوم توپير نه شته. دلته د زده کړې څه نه ليدل کيږي او دا اخره کرښه يې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چيرې دا ټيک هم وي، نو ځای يې بې ځايه ځکه راوړي، چې د ښی او کيڼ لور ليمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اوم مخ کې څيړل(که چيرې څيړنه يې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، يعنې څه؟ دا هيڅ مفهوم يا تری پوهيدنه نه لري. که ... ترادف وي هم بايد د ترادف په ډول وليکل شي او که تابع وي هم بايد د تابع په ډول وليکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدی کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچني دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{يا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{يا} \quad x \to a \quad \text{يا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدی شي.

$$x : a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^+$$

له کېڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدی شي.

$$x : a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \iff (x \to a^+\ ,\ x \to a^-)$$

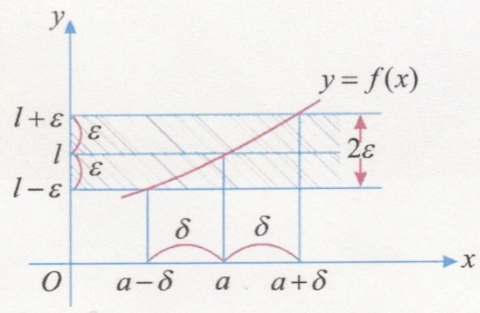
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{يا} \quad \lim_{x \to a} x = a \quad \text{يا} \quad x \to a \quad \text{يا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوي وي داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولې.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، خکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر تړلي انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوی. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدی شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدی کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لېمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x \to a} f(x) = l$ يا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x)-l| < \varepsilon$$
$$\lim_{x \to a} f(x) = l \iff (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$ او $\exists$ نه دي ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کيږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کي بيلګه راوړي او بيا دا ښايي، ښي او کيڼي لوري ليميټ يي شميري.

باید د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ لپاره $x\neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کي ليکي. دا چې دا بايد څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کي شته.

دويمه بيلګه: و ښيئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي اوکيڼي خوا لېميټونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

ليدل کيږي چې د ښی خوا اوکيڼي خوا لېميټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کي xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دي امله په جدول کي، نه د ښی لوري او نه د کيڼي لوري دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکي خبره ده.....

دويمه طريقه: د لېميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall\varepsilon>0 \quad \exists\delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعنې دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه تري پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د لېميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع لېميټ لري، يعنې: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او ټيکاوی:

د کتاب په پيل کي راوړل شوي د ترادف يا پرلپسي موضوع بايد د يوولسم ټولګي کتاب کي پوره څېړل شوي وی، مګر هلته يې يواځې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولي ته تلنه يا کونورګنت او له پولي اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په ريښتيا کي د ترادف يا پرلپسي څېرنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د يوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په ربښتيا کي خپل غوره والی او اړيينوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته يي ګوته نه نسم، همدا بسيا کوي، چي څه په کي نه دي ويل شوي يا ليکل شوي.

د ۱۲ ــم ټولګي کتاب ته:

يادونه: دا چي ګومان کيږي د داسي ليکنو سره به بلدتيا لږ وي، نو تشريح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څيره کي ښوونه



که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقيقي اعدادو (ګڼونو) ترادف يا پرلپسي وي، نو عدد $a \in \mathbb{R}$ د دي ترادف يا پرلپسي پوله ارزښت بلل کيږي او پرلپسي a ته کونورګير کيږي يا a ته هڅيږي يا نږدي کيږي، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ کي له يوه اندکس يا پيژند نخبني اخوا يا وروسته يا پسي د پرلپسي يا ترادف ټول غړي(دوي يي حدونه يا جملي بولي، نه پوهيږم ولي؟) د انتروال په دننه کي او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندي پراته وي.

(دنوري اوږدي روښانه ونکي شننې څخه تيريږم)

لنډ پيژند يي:

عدد $a \in \mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کيږي، که د ټولو $\varepsilon > 0$ لپاره يو طبيعي يا پيداښتي عدد N شتون ولري، داسي چي $|a_n - a| < \varepsilon$ باور ولري، که $n \geq N.$ وي.

دا پيژند راکوي، چي: د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو ايندکس N شته، داسي چي له دي ايندکس يا پيژندنخبني وروسته د پرلپسي(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لري پراته دي يعني له ε څخه چي a ته څومره نږدي دی دا نور هم a ته نږدي دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولي ارزښت ليکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim_{n\to\infty} a_n = a$

د دي ليکدود سره سم د يوي پرلپسي پوله ارزښت تعريف داسي رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad \Longleftrightarrow \quad \forall \varepsilon > 0\ \exists N \in \mathbb{N}\ \forall n \geq N:\ |a_n - a| < \varepsilon$$

د داسي ليکنو لپاره د ε (لوستل: ايپسيلون) تورى ورځنی يا مروج شوی.

بيلګه:

په يوه بيلګه کي يي روښانه کوو:

د دي لپاره چي د $\frac{1}{n}$ پرلپسي يا رديف و 0 ته کونورګنت وښايو، يو د مخه ورکړ شوي ε ته يوه په خوښه طبيعي عدد يا ګڼ N ټاکو، چي له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n > N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پیژنو یا تعریفوو:

$\lim_{x \to p} f(x)=L$

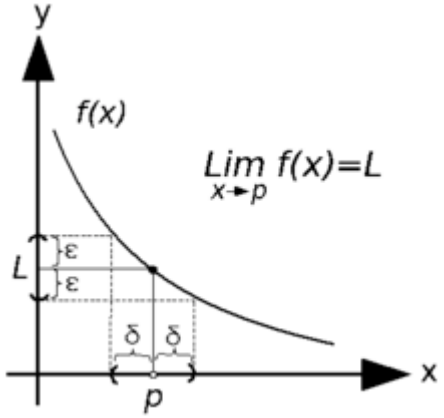
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې یې لیکو:

لوستل یې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې یې شمیرپوهنیز لیک دود باندې تعریفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شمیرپوهنیز یا ریاضیکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې ځیره



پورته دوه تعریفونه برابر ارزښته دي یعني له یوه ځخه بل لاس ته راځي او په ځټ یا برعکس یعني لیکو:
تعریف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کیږي، L دی، ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته او په ځټ، یا له دې لاس ته راځي او په ځټ یا برعکس چې د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسیا کوو، که ځه هم روښانه کیدل نوري شننې ته هم اړتیا لري.

دې ته دلته په اخر کې بیا ګوته نیسم، چې دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي ډول لیکنې ستونځمنې دي او باید تري تیر شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتیب ګران لیکونکي لیکلی چې زه نور پرې نه غږیږم.
دا بسیا کوي، چې کتاب د ښوونځیو ځخه راټول شي او له سره ولیکل شي.

ستاسو له سړي سیني ځخه – که ومو لوسته- ډېره مننه.

ستاسو ډاکټر ماخان شینواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library