له اوم تر دولسم ټولګي پورې

د ښوونځي د شمیرپوهنې کتابونو ته یو ځغلند پام.

د ښوونځي په کتابونو کې ستونځې هر اړخیزه دي، چې زه یې دلته په ټولو اړخونو نه غږیږم، داسې لنډ لیکم: کتابوه پنډ او په ځانګړې توګه یې په نور منځ پانګې برسیره، چې ګوته ورته نیسم په یاد راوړم، چې د ټولو ټولګیو په کتابونو کې د احصایې او احتمالوالي برخه باندې نه لیکونکي پوه شوی، نه به پرې استاد او نه زده کوونکي پوه شي، داپه دې معنا، چې دا برخې باید ترې لرې شي .

زه په لاندې کې یواځې د کتابونو ناسمون ته ګوته نیسم. د هر کتاب ځخه داسې د نمونې په ځیر ځه رااخلم.

د اوم ټولګي کتاب یوې برخې ته ځغلند پام:

له هرڅه لومړی د سټ تعریف ورکوم، چې په راتلونکي کې د ګران نصاب لیکونکي تعریف سره یو ځه د پرتلې ولرو:

تعریف: سټ د څرګند ټاکلو یو له بل کره توپیرېدونکو شیانو ټولګه ده. شیان چې سټ ترې جوړ شوی دی، د سټ توکي یا غړي او که غواړی عناصر بللکیږي.

انګریزي پیژند یې:

A mathematical *set* is defined as an unordered collection of distinct elements

سټ چې له توکو 2,3,4,5, جوړ وي، داسې لیکو: A = {2, 3,4, 5}

دلته 2 د سټA توکی دی، چې داسې یې لیکو: $2 \in A$ **(ویل 2 له A ځخه یا 2 په A کې) او 6 د سټ Aتوکی نه دی، چې داسې یې لیکو:** $6 \notin A$ **(ویل: 6 له Aځخه نه یا 6 په A کې نه).**

یا دالاندې د کانتور تعریف، چې غوره یې همدا دی.

... G. **Cantor**, the principal founder of **set theory**, **defined** a set as "a collection into a whole, of definite,
well-distinguished objects (called the 'elements' of the set) of our perception or of our thought."

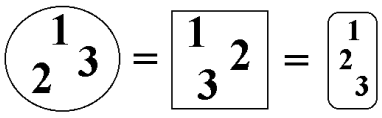
Ketabton.com

سټ په درې ډوله لیکل کیږي:

۱ - شمیرنیزه لیکنډول: A = {2, 3,4, 5}

۲ - شننیز لیکنډول: $x \in N \wedge$ **A={x| 1< x<6}**

د ۲ - لوستل: سټ A د ټولو x سټ دی، چې x یو طبیعي عدد دی، له 1 لوي او له 6 کوچنی دی. پورته $\wedge$ د او په معنا دی.
۳ – د ون دیاګرام سره سټ آنځوریږي:



تشسټ: تشسټ یو سټ دی، چې کوم توکی نه لري

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لیکندود:
❶ تشستې په ښوونځي کې داسې لیکل، کیږي : {}
❷ بل ډول لیکندود یې داسې دی∅

پام : دا مخامخ لیکندود د تش ستې لپاره ناسم یا ناټیک دی : {∅}

دا پورته یومخ په شپږو مخونو کې لیکل شوي. وبه ګورو، چې هغه ناسم دي.

اوس کتاب ته راځو

په دریم او څلورم مخ کې لیکي(دا بیخي هغه پیل دی)

هریک از تیم‌های فوق یک خصوصیت مشترک دارند یا به عبارۀ دیگر هر یک از این تیم‌ها یک مجموعه(ست) را تشکیل می‌دهند.

د لیکونکي سور لیکلی غوره دی او څه ترې نه پوهیدل کیږي.

،، خصوصیت مشترک ،، یعنې څه؟ او دا چې ،،ستې جوړوي،، یعنې ستې څه شي دی؟ تراوسه د ستې تعریف نه شته. دا لاندې هم ناسم څه ورکوي یعنې د ستې د لیکنې یو ډول یې په څو ډوله نوموي او بیا د ستې د لیکلو څخه په ناسمه توګه غږیږي.

ست ها را می توانیم توسط اشکال مختلف نشان دهیم که بنام **دیاگرام وین** یاد می شوند.
طور مثال می‌توان ست های B, A و C را در اشکال زیر نشان دهیم.

،، ستها را میتوان توسط اشکال مختلف نشان دهیم،، . پورته درې ډوله لیکل شوي دي. دا دون دیاګرام په توګه لیکنه ده، چې د ستې یو ډول لیکندول دی، اشکال یې په دې توګه چې لیکونکي غواړي ولیکي، پا ي ته نه رسیږي. ،، بې شمیره نه لیکم، ځکه چې دا په ریاضي کې یو بله ترې پوهیدنه لري.

زما په اند به ـ که څه هم ګران لیکونکي دې ته ګوته نه ده نیولې- دا لاندې د ستې تعریف وي، چې زما له پورته تعریف سره نیمګړی دی، چې اوس یې ورکړي.

یو شمېر ځانګړو شیانو ته ستې او پخپله شیانو ته د ستې عناصر(غړي) وایي.

شیان ځانګړي نه دي بلکه شیان ټاکلي یا تعین دي، ګورو چې په پورته کې دا نه دي لیکل شوي، چې توکي یا عناصر یې یو له بل کره توپیر لري، چې بې له دې تعریف ناسم دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس باید پوه شو، چې د ستې تعریف کوم دی؟

هودا اخر یې باید تعریف وي، چې له دې د مخه یې تش ستې په ګوته کړي او د ستې لیکل هم. دا هرڅه سره ګډوډ او هم ناسم دي.

۵ – مخ

عناصر یک ست(Members of a Set)

لیکونکي دا په دوه مخه کې لیکلي او دا لاندې یې هم په دوه مخ کې لیکلي، چې موږ پورته د تعریف سره یوځای لیکلي او باید داسې هم وي.

اتم مخ

طرق نوشتن یک ست

د اتم مخ پورې نور څه لیکل شوي؟

لیکونکي د ستې د لیکلو طریقې دوه ښایي او موږ وښوده چې په درې ډوله لیکل کیږي. لیکونکي دا یو ځل پورته لیکلي هم دي، چې دا یې تکرار دی.

مخ ۹

ست‌های مساوی و ست‌های معادل(Equal and Equivalent Sets)

د لاندې څخه به وپوهیږو، چې داپورته عنوان داسې لیکلی شو:

مساوي ستونه اوبرابر زوریز - یا ایکویوالنت ستونه

The **cardinality** of a set A, written as IAI or #(A), is the number of elements in A. Cardinality may be interpreted as "set size" or "the number of elements in a set".

د ستې زور: د ستې د توکو تعداد ته د ستې زور وایو. په پورته تعریف کې یې د ستې د توکو تعداد لیکلی او یا د ستې پراخوالی. خو موږ او تاسې یې زور بللی شو او داسې یې لیکو:,IAI or #(A)

For example, given the set **A = { 1,2,kanada, afghanistan,0,3}**

we can count the number of elements it contains, a total of six. Thus, the cardinality of the set A is 6, or $|A| = 6$. Since sets can be infinite, the cardinality of a set can be an infinity

دا لاندې تعریف ۲ او تعریف ۳ اړیین نه دی،چې ویې لیکو، خو د لږ روښانولو له امله یې لیکو.

دوه ستونه برابرزوریز دي - که ایکویوالنت ورته وایې هم خوښه مو- که د توکو تعداد یې سره برابر وي. په لاندې کې دا موضوع د فنکشن له لارې روښانه شوې، چې زه یې د روښانه ونې لپاره راوړم. د دې ټولګې لپاره یې دا پیژند نه دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Definition 1: | *A* | = | *B* |[edit]

Two sets *A* and *B* have the same cardinality if there exists a bijection, that is, aninjective and surjective function, from *A* to *B*. Such sets are said to be *equipotent*,*equipollent*, or *equinumerous*.

For example, the set *E* = {0, 2, 4, 6, ...} of non-negative even numbers has the same cardinality as the set **N** = {0, 1, 2, 3, ...} of natural numbers, since the function*f*(*n*) = 2*n* is a bijection from **N** to *E*.

Definition 2: | *A* | ≥ | *B* |[edit]

A has cardinality greater than or equal to the cardinality of *B* if there exists an injective function from *B* into *A*.

Definition 3: | *A* | > | *B* |[edit]

A has cardinality strictly greater than the cardinality of *B* if there is an injective function, but no bijective function, from *B* to *A*.

> If $|A| \geq |B|$ and $|B| \geq |A|$ then $|A| = |B|$ (Cantor–Bernstein–Schroeder theorem). The axiom of choice is equivalent to the statement that $|A| \geq |B|$ or $|B| \geq |A|$ for every A,B.[3][4]

۲۱ ـم مخ

هرگاه $A = \{a,b\}$ باشد، A دارای دو عنصر و هرگاه $B = \{1,2,3,4\}$ باشد، B دارای چهار عنصر می‌باشند. هرگاه ست اعداد طبیعی طاق بین 2 تا 20 را به C نشان دهیم، $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ بوده و دارای 9 عنصر می‌باشد.

مثال اول: ست حروف صدا دار زبان انگلیسی یک ست متناهی است:

که عناصر آن قابل شمار اند $A = \{a,e,i,o,u\}$

اما ست اعداد طبیعی یک ست نامتناهی بوده که طور زیر نشان داده می شود.

که عناصر آن قابل شمار نمیباشند $N = \{1,2,3,4...\}$

اگر عناصر یک ست قابل شمارش(معین) باشند، به نام **ست متناهی** یاد می شوند. و اگر عمل شمارش عناصر یک ست به انتها نرسد، این گونه ست را **ست نا متناهی** می گویند. ست خالی نیز یک ست متناهی است.

لاندي پښتو

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $A = \{a,b\}$ وي، A دوه عنصره او که $B = \{1,2,3,4\}$ وي، B څلور عنصره لري. که د 2 او 20 تر منځ د طبيعي طاقو عددونو ست په C سره ښکاره کړو، نو $C = \{3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$ دی او 9 عناصر لري.

لومړی مثال: د انګليسي ژبې د غږ لرونکو تورو ست يو معين ست دی.

چې عناصر يې د شمېر وړ دي: $A = \{a,e,i,o,u\}$

خو د طبيعي عددونو ست يو غير معين ست دی چې په لاندې ډول ښودل کېږي.

چې عناصر يې د شمېر وړ نه دي: $N = \{1,2,3,4...\}$

دا چې دی ليکي،،، که عناصر ان قابل شمارس نميباشد،، يا چې ،، عناصر يې د شمير وړ نه دي،، ناسمه ده.

سم يې: عناصر يې د شمير وړ دي، خو پای نه لري يعني ناپای دي، يعني هغه د عربي لامتناهي دي. دا په دې معنا، چې ټاکلي دي يعني معين دي، شميرل يې پای ته نه رسيږي.

ناشميرنوړ هم شته، خو هغه بيا بله موضوع ده، دومره به يې ياد کړم، چې ريل عددونه ناشميرنوړ دي، چې دا په پوهنتون کې ښوول کيږي.

دوه څه ته ګوته ونيول شوه، چې:

۱ ـ ،، چې عناصر يې د شميرلو نه دي،، ناسمه ده او

۲ ـ د (Finite and Infinite Sets)

ژباړه يا متناهي او نا متناهي ده او يا معين او نا معين ده، دواړه نه شي کيدی. معين او نامعين ليکنه ورته ناسمه ده.

په ست کې مهمې عملیې دي، چې ليکونکي يې ځنې يادې کړي، خو نه په ترتيب.

۱۲ ـ م مخ

اگر هر عنصر ست A در ست B و برعکس هر عنصر ست B در ست A شامل باشد می گوییم که این دو ست با همدیگر مساوی اند و میتوانیم بنویسیم:

$A \subset B$ و $B \subset A \Rightarrow A = B$

پورته ليکنه بايد داسې وي::

$A \subseteq B \wedge B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$

پورته $\wedge$ د او په معنا دی.

دا اصلاً داسې لنډ ليکل کيږي: که د A توکي په B کې خوندي وي يا د B توکي وي او د B توکي د A توکي وي، نو A او B سره مساوي دي يا A=B او په څټ يا برعکس..

هر ست د خپل ځان برخست يا سبست دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۷۵ او ۷۶ ـ م مخ

قیمت مطلقهٔ یک عدد

د پورته عنوان لاندې ګران لیکونکی د دوه مخونو په لویوالي دا تعریف لیکي:

آموختیم که:

- هر عدد که صفر نباشد (مثبت یا منفی) قیمت مطلقهٔ آن یک عدد مثبت است، قیمت مطلقهٔ صفرمساوی به صفر است، یعنی: $|0| = 0$ می باشد.
- قیمت مطلقهٔ یک عدد و قیمت مطلقهٔ متضاد آن باهم مساوی اند؛ یعنی:

$$|-7| = |+7| = 7$$

دا پورته څه چې لیکل شوي د عددونو مطلقه قیمت دی، خو د مطلقه قیمت تعریف باید وشي:

موږ داسې لیکو:

تعریف: قیمت مطلقه یک عدد قرار زیل میباشد:

$$|x| = x; x > o$$
$$|x| = 0; x = 0$$
$$|x| = -x; x < 0$$

۱۳۰ ـم مخ

دا لاندې یوه د هندسې څخه:

اگر مجموع دو ضلع از ضلع سوم کوچکتر باشد، مثلث تشکیل نمی‌شود.

داسې لیکنه ناسمه ده ،، اگر.....،، . که مثلث نه تشکیل کیږي، نو بیا ضلعې د کومه شوې، چې کوچنیوالی او لویوالی یې سره پرتله کوی؟

اگر نه خواهي مثلث تشکیل نه میشود اگر به قسمي دیگر هم باشد. یو څه چې لیکل کیږي باید لیدوړ وي. یوه څیره چې نه وي، نو ضلع نه شته. له ضلعې چې غږیږي باید ضلعه وي.

دا خو کوم شکل یا څه شي نه دی.

ګران لیکونکی باید دا داسې ولیکي:

د یوه مثلث د دوه ضلعو (د مجموعې) اوږدوالی د دریمې ضلعې د اوږدوالي څخه لوی دی یا د یوه مثلث د دوه ضلعو د اوږدوالي مجموعې څخه د دریمې ضلعې اوږدوالی کوچنی دی.

یا که غواړی، نو داسې ولیکی:

که د دوه کرښو د اوږدوالي مجموعه د یوې دریمې کرښې له اوږدوالي کوچنی وي، نو دا درې کرښې مثلث نه شي جوړولي. چې مثلث نه جوړوي، نو مخ د مخه یې ضلع هم نه شي بللی.

۱۴۸ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دو مثلثی که یک ضلع و دو زاویهٔ همجوار آن ها با هم مساوی باشند، یا یک زاویه و دو ضلع همجوار آن باهم مساوی و یا سه ضلع آنها باهم مساوی باشند مثلث ها انطباق پذیر می باشند اما در مثلث های قایم الزاویه دو حالت دیگر نیز وجود دارد:

1- اگر وتر و یک زاویهٔ حادهٔ یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک زاویهٔ حادهٔ مثلث قایم الزاویهٔ دیگر مساوی باشند، این دو مثلث با هم انطباق پذیراند.

2- اگر وتر و یک ضلع قایم یک مثلث قایم الزاویه با وتر و یک ضلع قایم مثلث قایم الزاویهٔ دیگری مساوی باشند، این دو مثلث انطباق پذیراند.

اگر استاد محترم دقت ورزد، این دو حالت در مثلثهای قایمالزاویه، حالتهای دیگرې نیست.

در ۱ – دو زاویه و ضلع همجوار دو مثلث با هم مساوي میباشد و

در ۲ – در اینجا خم دو ضلع و زاویه بیني ان با هم مساوي مې باشد، این حالت دیگر نیست.

دې باندې بسیا کوو. دا نور درسونه هم همداسې دي. زما په لیکنو کې دا شته. زما د کتابونو د کتلو نړیوال جال هم تاسو ته په ګوته کوم.

اتم ټولګی

د اتم ټولګي کتاب کې یو عنوان:

،، د حقیقي عددونو مفهوم،، لاندې ښاغلی لیکونکي شپږ مخونه لیکي او هلته د هندسي څیرو تشریح راوړي، حال دا چې موږ له ریاضي څخه غږیږو. که په قایمالزاویه مثلث کې ضلعې سره پرتله کو، هغه یوه ریاضیکي موضوع ده. په هر صورت ډېره اوږده لیکنه، چې متن یې دومره باید نه وي، چې له چا څخه په کې لار ورکه شي.

د عددونو په عملیو کې ـ که د اووم ټولګي دي یا د اتم ټولګي- سیستم نه شته او پوره هم نه دي راوړل شوي. دلته پوره روښانتیا ته اړتیا شته.

۱۸ مخ

1- د جذرالمربع عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.

2- د جذرالمربع دوه برابره جمع یو(1) له پاتې څخه زیات دي.

موږ په جذر کې درې څه لرو. لومړي جذر، دویم د جذر لاندې عدد، دریم د جذر وېستلی عدد یعنې هغه عدد، چې د جذر نیونې څخه لاس ته راغلی وي. دې ته دې فکر وشي، چې له جذر وېستلي عدد څخه د جذر لاندې عدد څنګه بیرته لاس ته راوړو؟ .....

زه پوهیږم، چې ګران لیکونکی څه لیکل غواړي، خو دا په خبرو سم نه شي لیکلی. که د د ه دا خبرې په ریاصي ژبه ولیکل شي، نو یو څه به ترې لاس ته راشي چې پرې پوه به نه شو . راځي چې دا د خبرو څخه د ریاضي په ژبه ولیکو او وګورو، چې لیکونکي څه غواړي:

1 - جذرالمربع عدد دې $\sqrt{5}$ وي. په خپل ځان کې ضرب یې 5 دی. جمعه یې پاتې نه پوهیږم خو ?+5، چې څه شي. برابر په اصلي عدد? یعنې څه. اصلي عدد کوم دی.

2 - جذر مربع $\sqrt{5}$ ، دوه برابره یې $2\sqrt{5}$ جمعه یې ۱ یعنې $2\sqrt{5}+1$ دی او پاتې به څه وي ، چې دا ترې لوي وي؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګورو، چې هرڅه ګد وډ دي او نه پوهيږم، چې دا څه به ده ولې ليکلي و؟.

۱۹ مخ

د جذري عددونو جمع او تفريق په داسې حال کې کيدای شي، چې تر جذرالمربع لاندې عدد او د جذرالمربع درجه يو ډول وي. د ورته(مشابه) حدونو ضريبونه يو له بل سره جمع او يا يو له بله تفريقوو.

په عمومي ټوګه: $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$

سم يې: د جذري عددونو يا په ټوليزه توګه د ريل عددونو جمعه او تفريق هر وخت کيږي. د دې لاندې او پورته ليکنو خو څوک نه شي پوهيدلی، چې ګران ليکونکی اصلاً څه ليکي يا وايي؟

په پورته سره ليکنه، چې د ليکونکي لپاره غوره ده، څوک نه پوهيږي، خو موخه يې دا لاندې ده:

که $x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a}$ **ولرو، نو په دواړو د جمعي- تفريق اعضاو کې ګډ ضريب له قوس دباندې راباسو او ليکو:**

$$x\sqrt[n]{a} \pm y\sqrt[n]{a} = (x \pm y)\sqrt[n]{a}$$

په داسې موضوعاتو کې ډېرو خبرو ته اړتيا نه شته او ځای هم نه لري.

۲۰ ــم مخ

فعاليت:

- د $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ او $\sqrt{9+16}$ قيمتونه په لاس راوړئ، دا قيمتونه يو له بل سره پرتله کړئ؟
- د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ قيمتونه په لاس راوړئ، آيا دا دوه قيمتونه يوله بل سره مساوي دي؟

له پورته فعاليت څخه نتيجه اخيستل کيږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$$

زه دا دلته نه ښايم. وخت نيسي، فقط داسې ليکم:

که a او b دواړه او يا يو يې د صفر سره برابر وي، نوبيا څنګه؟

څوک چې هر څه ليکي، هغه بنديزونه يا غزېدنې يې هم بايد ورسره وليکل شي.

۲۹ ــ م مخ

په ياد ولرئ: که چېرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

زما د روښانه ونې پيل:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

که ولرو $\sqrt{2^2}$ نو لاس ته ترې راځي $\sqrt{4} = \pm 2$ بیا څه.
او

$\sqrt{(-2)^2}$ نو لرو $\sqrt{4} = \pm 2$

او که $(\sqrt{2})^2$ ولرو، نو فکر په کې وکړئ. دلته دابرابر په ۲ کیږي.

څه چې لیکو، نو د سمون په هکله یې باید مسئول وو.

په دې هکله زما د شمیرپوهنې ستر کتاب کتلی شئ.

۳۰ – مخ

په لاندې کې a,b,c د صفر سره نامساوي باید نه وي، بلکه باید منفي اعداد نه وي، په هغه حالت کې چې اکسپوننت یو جوړه یا جفت طبیعي عدد وي.

5³

III- په عمومي توګه د ضرب په عملیه کې ویلای شو چې که چېرې قاعدې نامساوي او کسري توانونه یې مساوي وي، په داسې حال کې چې a،b او c حقیقي عددونه او د صفر خلاف وي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

دلته باید دا نیونه یا فرصیه وي، چې د جذر لاندې عددونه منفي هم نه وي.

ستونځې : دلته ستونځې په دې کې دي، چې د یوه پلوه موضوع د وخت څخه د مخه لیکل شوي او له بله پلوه د ریښې درس پوره نه دئ لیکل شوی او په همدې توګه د پوتنځ درس هم.

۳۰-م مخ

که د توان او جذر قوانین سم درس ته راوړل شوي وای، نو بیا دا هم لیکل کیده.
دا پورته په جملو تشریح ناسمه راځي.جمله سم یا پوره څه نه وایي.
لنډ: که مختلف ، د صفر سره نابرابر د قاعدې اعداد a,b,c همغه کسري توانونه ولري، نو ضرب یې داسې لیکل کیږي:

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

۶۹ مخ

په ورته شکلونو کې هم دوله زاویې یو له بله سره مساوي دي او د هم دولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وایي که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري ، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي ، دوه ورته شکلونه د (~) نښې په واسطه ښیي.

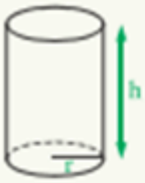
دې پورته کې روښانه نه ده او نه چیرته تعریف شوي، چې همدوله زاویې یا همدوله ضلعې په څه معنا دي؟ تیره کونجونه که مساوي وي یا نا مساوي، همدوله دي. همداسې پخکونجونه، که برابر وي یا نابرابر، خو همدوله دي او له دې.
سم: ورته - یا برابرارزښته درېګوډې ځیرلي. دوه درېګوډې ورته دي، که اړونده کونجونه یې سره برابر وي.
دا یې له څو جملو یوه جمله ده.
۱۴۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

قایمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او یوې جانبي سطحي څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوې ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع یې په r سره وښیو نو د هغې ټول مساحت په A سره ښیو:

پورته له دویمې کرښې:،، ... که ... سره ...، نو ... سره ښایو.،،
دا د یوې وینا نتیجه نه ده.
که یو څه ولرې، نو ترې لاسته ... راځي. یعنې که... ، نو ..... .
دلته ګران لیکونکي سم نه لیکي.
سم: موږ د توتې اتفاع په... ، د دایرې وړانګه په... او ټوله سطحه په ... سره ښایو.



د جانبي سطحو مساحت $s = 2\pi r \cdot h$
د دوو قاعدو مساحت $= 2\pi r^2$
د استوانې کلي مساحت $A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h$
$A = 2\pi r(r + h)$
$\pi = 3.14$

د دایرې مساحت چېرته تعریف شوې؟؟؟؟
دایره په نهم ټولګي کې لوستل کیږي.

۱۵۹

له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:
کولای شو د قاعدې او قانون د بیانولو لپاره د تورو څخه کار واخلو څرنګه چې د تورو په ځای مختلف قیمتونه لیکلای شو نو دغه ډول تورې متحول بلل کیږي.

۱۵۹

قاعده او قانون او بیانول یې او داسې لیکل یې چې له تورو څخه په کې کار اخلي؟

ګران لیکونکي غواړي، چې د واریابل یا متحول یا تغیرخوړونکي تعریف وکړي، خو ترې پیجلی کیږي او لار ترې ورکیږي. لاندې ورسره پرتله کړی.

موږ لیکو:

پیژند: هغه توري، چې د اعدادو ځای نیونکي وي یا د اعدادو په ځای لیکل کیږي، متحول یا تغیر خوړونکي یا مجهول یا واریابل بلل کیږي،، چې په x,y,z;... سره ښول کیږي.

۱۸۳ – مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته فعالیت کې د یوه کیلوګرام بوري د ټلو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې
د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

۱۸۳

تعریف

یو الجبري مساوات چې یو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځینو قیمتونو لپاره صدق کوي معادله
بلل کیږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په یوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل یا ځواب بلل
کیږي.
• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د معادلې مجهول بلل کیږي او هغه
په x سره ښیي.

په پورته لیکنه کې ګران لیکونکي څه نه وایي او په څه ویلو هم نه پوهیږي. پښتو هم سمه نه لیکي.

سم یې داسې دی:

پیژند: که چیرې دوه ترمونه د مساوي نخښې له لارې سره تړلي وي، دا برابرون یا مسات یا معادله بلل کیږي.

اتم ټولګي ته کتنه همدلته بس کوو. دا پسې هم دومره غوړین نه دي.

نهم ټولګی

اوم څپرکی
دویمه درجه یو مجهوله معادله
۱۷۷ – م مخ
له دې د مخه چې د لیکونکي په لیکنه پیل کوو، زه دې موضوع ته لنډه ګوته نیسم، چې دا څه دي؟
دویمه درجه یومجهوله معادله په ننني ادباتو کې د مربع مساوات (څلورې برابرون) یا د مربع معادلې په نامه یادیږي،
چې دا لاندې درې بڼې یې په کې څیړل کیږي:

لومړی بڼه: $ax^2 + c = 0$
بڼه بدلون و $x^2 = ?$ ته او د ریښه نیونې له لارې حل
دویم بڼه یا ډول: $ax^2 + bx = 0$
د مجهولې یا متحولې x له نوکانو ایستلو له لارې حل.
$x(ax + b) = 0$ او د صفر ضرب جمله و کاروی.
دریمه بڼه: $ax^2 + bx + c = 0$
مساوات په نورمال بڼه راوړی
$x^2+px+q = 0$ او د P-q -فرمول سره حل کړی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ د $D = \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ سره

د $D > 0$ لپاره دوه حلونه شتون لري. $L = \{x_1 ; x_2\}$

د $D = 0$ لپاره ډبل حل شتون لري $x_1 = x_2 \Rightarrow L = \{x_{1/2}\}$

د $D < 0$ لپاره حل شتون نه لري. $L = \{\ \} = \varnothing$

دا پورته د شمیرپوهنې په ادبیاتو د p-q -فرمول په نامه یادیږي.
د ویتا د ریښې جمله(موخه د مربع مساواتو د حلونو جمله هم کیدی شي. د ویتا جملې په مرسته د مربع مساوات سم یا نا سم حل ازمایل کیږي):
که مربع مساوات $ax^2 + bx = 0$ دوه حلوه ولري، نو باور لري:

$-x_1 - x_2 = p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$

د یوه مربع مساوات کرښیزه بڼه:

$L = \{x_1 \mid x_2\}$ دې د یوه مربع مساوات حل وي.

$$\underbrace{(x - x_1)}_{\text{Faktor 1}} \cdot \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Faktor 2}} = 0$$

نو باور لري: (ضرب)

یا $a(x - x_1)(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow L = \{x_1 \mid x_2\}$

لنډ او پوره پام ورته کړو: مربع مساوات یا دوه حله لري یا کوم حل نه لري او یا ډبل حلونه لري.
لیکونکي په اصلي برخه کې د مربع مساوات د لومړیو دوه بڼو سره تماس نه دی نیولی، یواځې دریمه بڼه یې تر څیړنې نیولې او دا هم پوره ناسمه، چې روښانه به شي:

د لیکونکي لیکنه:
په ۱۷۷ مخ کې دروند لیکونکي لومړی بیلګه راوړي. تاسو دا وګورئ، چې څه لیکي او یا دلته یې دویمې درجې ته فکر کړی؟
بل مخ کې مثال راوړي او بیا حل وروسته څیړي. هغه به وګورو، چې هغه به څه وي. د معادلې حل نه شته مثالونه راوړي اونور څه نه شته. دا ۱۷۷ او ۱۷۸ مخونه د درس سره سر او کار نه لري.
دی د مکملې او نیمګړې معادلې عږیږي. زما لیکنه وګوري.
څو مخونه کار کوي، هغه هم ناسم او بیا په ۱۷۹ –م مخ کې د دویمې رجې معادلې حل ته راځي.
مخ ۱۸۱ کې بیا بل عنوان غیر خطي اړیکې. زه نه پوهیږم چې ولې داسې زر زر دی خپل فکر بدلوي؟
لیکونکی لاندې لیکي:

$$(x + p)^2 = q^2$$

خو بیا یې د دې فرمول حل سره تماس نه دی نیولی
۱۸۷- م مخ

محمد بن موسی دا لاره(طریقه) د دویمه درجه معادلې لپاره پیدا کړله. د دې طریقې په پوره کیدو سره د دویمې درجه معادلو په حل کې په بشپړه(عمومي) توګه ګټه اخیستل کیږي، په دې تګلاره(روش) کې د $x^2 + bx + c = 0$ دویمه درجه معادله په $(x + p)^2 = q^2$ بڼه بدلیږي چې د تجزیې پړاوونه یې عبارت له:

لیکونکي لاندې بیلګه هم د نورمال بڼې په لیکدود راوړي او د مربع د تکمیل له لارې مخ ته تللي، خو ګورو، چې په اخر کې یې موضوع خرابه کړې او دا لاندې ناسم لیکي:
لومړی مثال راوړي:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $x^2+2x-8=0$ معادله د تکمیل مربع په تګ لاره حل کړئ.

حل: لومړی معادله په لاندې ډول لیکو:

$$x^2+2x=8$$

د x د ضریب نیمایي په لاس راوړو، مربع یې له دواړو خواوو سره جمع کوو:

$$x^2+2x+1=8+1$$
$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

او پسې لیکي.

یادونه: ټولې دویمه درجه معادلې نشو کولای په دې تګ لاره حل کړو ځکه دا لاره هندسي تعبیر ته اړتیا لري؛ نو ځکه په دې لاره نشو کولای هغه معادلې چې منفي جذرونه لري هم په

د لیکونکي داسې

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=3$$
$$x=2$$

حل نیمګړی او که غواړی ناسم دی او په لاندې توګه تصحیح کیږي:

$$(x+1)^2=9$$
$$x+1=\pm\sqrt{9}$$
$$x=\pm 3-1$$
$$x_1=2$$
$$x_2=-4$$

ګورو، چې د لیکونکي د لیکنو په خلاف دوه حلونه شتون لري.
بیا: مربع مساوات دوه حله یا یو ډبل حل لري او یا کوم حل نه لري.

۱۸۸ ـم مخ

لاس راوړو.
لیکونکي پورته د مربعتکمیل څخه غږیږي او دلته یې په حل پیل کوي او دابیا نیمګړي پرېږدي.
لیکونکي لیکي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

• د $ax^2+bx+c=0$ معادلې دواړه خواوې په a ویشو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

• ثابت عددونه د معادلې یو خوا او مجهول حدونه د مساوي بلې خوا ته سره چاڼوو د x د ضریب د نیمایي مربع د معالې دواړو خواوو ته جمع کوو:

$$x^2+\frac{b}{a}x+(\frac{b}{2a})^2=(\frac{b}{2a})^2-(\frac{c}{a})$$

$$(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

د لنډې لیکنې لپاره b^2-4ac په Δ سره ښیوو.

لیکونکی لاندې د ښوونې نږدې اخره برخه راوړي او پسې حل نه پوره کوي او په لاندې توګه د فعالیت په نامه مخ ته ځي:

فعالیت

هره دویمه درجه معادله چې $ax^2+bx+c=0$ بڼه ولري، لاندې پوښتنو ته ځوابونه ووایئ:

1-که $\Delta=b^2-4ac=0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

2-که $\Delta=b^2-4ac>0$ وي؛ نو په دې صورت کې د معادلې حلونه کوم دي؟

3-که $\Delta=b^2-4ac<0$ وي؛ نو ایا معادله د حقیقي عددونو په سټ کې حل لري؟

زه نه پوهیږم، چې دی ولې دا حل سر ته نه رسوي؟
مساوات نه دی حل شوی. د دې موضوع اصلي برخه همداده، چې دا فرمول حل شي.
پسې بیا پایله لیکي:

لومړی پایله: د $ax^2+bx+c=0$ دویمې درجه معادلې چې b,a او c حقیقي عددونه او $a\neq 0$ وي.

دا پورته داسې غزول کیدی شي. ،، .....،،. یعني دا به داسې وغزوو: د .... چې ... او ... وي، نو دا به ډېر ناسم کار دي.
دا پورته پایله نه ده، بلکه دا د مربع مساوات تعریف په بنسټ دی، a له صفرسره باید برابر نه وي، ځکه چې دامربع مساوات دی، پرته له دې بیا مربع مساوات نه شي کیدی.
بیا وایم: لیکونکي تل په دې ډول پایلې راوړي، چې سمې نه د او سمې یې هم نه راوړي.
که د لیکونکي پورته لیکنې ته پام وکړو، نو باور وکړی، چې پوره ستونځې لري.
ګران لیکونکی غواړي ولیکي، چې:
په $ax^2+bx+c=0$ مساوات کې a,b,c حقیقي اعداد دي او $a\neq 0$ ده .

لیکونکي په لاندې کې هغه پورته فعالیتونه په پوره نامکمل ډول لیکي، چې د زده کوونکو لپاره د پوهیدلو نه دي او پسې بیا دویمه پایله لیکي، چې دا پایله نه ده، بلکه دا د ویتا جمله ده، چې له مخې یې د مربع ساوات د حل سمون له دې لارې ښایي، یعني دا سمه جمله، چې باید وښوول شي. زه پوهیږم، چې دې څه لیکي، خو دی باید دزده کوونکو لپاره دا پوره ولیکي. جمله باید د کتاب لیکونکي له لورې ولیکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\Delta = b^2 - 4ac$ د قاسمي په نوم یادېږي.

1- که $\Delta > 0$ وي معادله دوه بیلابیل حلونه لري چې عبارت له:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2- که $\Delta = 0$ وي معادله دوه مساوي یا مضاعف حلونه لري چې عبارت له: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3- که $\Delta < 0$ وي معادله په حقیقي اعدادو کې حل نه لري.

دویمه پایله: د حلونو د جمع او ضرب حاصل

$$x_1 + x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2-\Delta}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}$$

د جذرونو د جمع او د ضرب له حاصل څخه کولای شو د دویمې درجه معادلې په تجزیه کولو کې ګټه واخلو.

نه پوهیږم، چې لیکونکي، دا پورته جمله ولې لیکلې؟ دا یې باید روښانه کړي وی چې څنګه؟

پایله: دا برخه پوره ناسمه ده او دا نوري هم که وڅیړو- ما پوره په غور لوستلي – هم همداسې ستونځمنې لیکل شوي.

د مربع مساوات د شمیرلو لپاره زما کتابونه کتلی شی

د مربع توابعو صفرځایونه

د دې لپاره چې د یوه مربع تابع صفرځایونه پیدا کړو، تل باید یو مربع مساوات حل کړو.

که دا دوه حتونه و لري، نو مربع تابع د ګراف دx – محور په دوه ټکو کې غوڅوي..

که یو حل ولري، نو دا ګراف د x محور په یوه ټکي کې لمسوي(د خپل ککرټکي سره).

که حل ونه لري، نو ګراف د x - محور پورته لور ته یا کښته لور ته ځغلي او غوڅټکی نه لري.

د حل کنترول
لکه په هر مساوات کې کېدی شي حل داسې کنترول شي، چې د حلتوکي په سرچینیز مساوات کې ځاپه ځای شي، یعنې کنترول وکړي.
په مربع مساواتو کې دا ساده دی، د ویتا د ریښې [ملې سره.

د ویتا**Vieta** جمله :

که مربعیز مساوات $x^2 + px + q = 0$ دوه حلونه ولري، نو باور لري:

$$-x_1 - x_2 = p \quad \text{او} \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

۱۲۷ مخ کې عنوان: داچې لیکونکی ولې داسې عنوان د خپلو لیکنو له پاره راوړي نه پوهیږم. زه تراوسه دداسې کوم عنوان سره نه یم مخامخ شوی او یا شاید دی د څو جمله یې لاندې بل څه وپوهیږي. په دې هکله یې بیا د کتاب په دننه کې هم څه نه دي ویلي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم څپـــرکی
څو جمله یي

لیکونکي دا پورته عنوان چې لیکي باور وکړی، چې داسې څه په ریاضي کې نه شته او دا سې څه چې په نور متن کې راوړي هم ناروا دي.

لکونکی په ۱۲۹ – م مخ کې

که چیرې په یوه الجبري افاده کې د مشابه جملاتو له ساده کولوڅخه وروسته یوازې یو حد ولرئ، هغې ته یو حده،(Monomial) که جمع یا تفریق د دوحدونو ولرو هغې ته دوه حده یا (Bionomial) که جمع یا تفریق ددریوحدنوولروهغې ته درې حده یا (Trinomial) اوکه له دریو حدونو څخه زیات حدونه ولرو پولینوم یا(Polinomila) په نامه یادیږي په دې شرط چه د تورو توانونه ئی مکمل عددونه وی هره الجبري افاده کې تر ټولو لوړ توان نسبت یوه ځانګړی متحول ته د الجبري افادې درجه نظر هغه متحول ته بلل کیږي.

زه پوهیږم، چې ګران لیکونکي د مشابه جملاتو لاندې څه ویل غواړي، خو باور وکړی، چې داسې وییني هیڅ ژبه کې نه شته او موږ په ریاضي کې د جملې لاندې یو ځانګړي څه پوهیږو. په شمیرپوهنه کې هر نوم یو ځل کارول کیږي او جمله یو ځانګړی تعریف لري.

په نورو ادبیاتو کې لومړی پولینوم تعریفیږي او بیا د هغې په بنسټ مونوم او ... تعریفوي.

په لاندې کې:

د دوو الجبري عبارتونوله ضرب څخه چې یوه ګډه جمله و لري لیکلای شوچې:

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+a\times b$$

په پورته ګوره بیا الجبري عبارتونه او ګډه جمله لیکي. زه نه پوهیږم، چې ډېر محترم لیکونکي دا نومونه له کومه ځایه رانیسي. که د الجبري عبارتونو څخه یې موخه الجبري افادې نه وي، نو زه پرې نه پوهیږم.
دا د جمعو ضرب دی، چې د دواړو ضریبونو په هر یو یې د جمعې په حالت دی، یو برابر زیاته وونو یا زیاتوونی ولري . دا د دوه جمعو ضرب دی او د دوه جمعو ضرب د همدې قانون له لارې مخ ته تللی شي.
که a-b او c - d ولرو، نو داسې یې سره ضربوو:
(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd

د بینوم فرمولونو حل هم همدسې دی، خو هغلته بیادوه همغه یا مساوي ترمونو جمعه یا تفرق سره ضربیږي، چې دلته یې نور نه غزوم.

نامساوات
۱۶۶ – م مخ
په لاندې مثال کې چې دی حل ورکوي، باید ولیکي چې مخرج د صفر سره برابر نه دی او دا چیرته؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

مثال: د $\frac{2x}{5x+3} \geq 1$ کسري غیرمساوات حل کړئ.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

اوس د غیرمساوات د علامې د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات حل په لاس راوړو.

x		-1		$-\frac{3}{5}$	
$-3x-3$	+	0	−		−
$5x+3$	−		−	0	+
$\frac{-3x-3}{5x+3}$	−	0	+ د نامساوي حل	له دی تعریف شوی	−

له پورتنی جدول په پاملرنې سره د غیرمساوات حل عبارت دی له: $\{x \in IR : -1 \leq x < \frac{-3}{5}\}$

په بشپړ ډول د کسري نامساوي د حل لپاره په لاندې ډول پر مخ ځو:

- غیرمساوات داسې لیکو چې له صفر څخه کوچنی یا لویه وي.
- غیرمساوات د علامو د ټاکلو له جدول څخه د غیرمساوات د حل سټ په لاس راوړو.

حل: د غیرمساوات د حل سټ پیداکولو لپاره لومړی کسري افاده یو وار د صفر څخه کوچنی یا لویه لیکو:

$$\frac{2x}{5x+3} \geq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x}{5x+3} - 1 \geq 0$$

$$\frac{2x-(5x+3)}{5x+3} \geq 0 \Rightarrow \frac{-3x-3}{5x+3} \geq 0$$

$$-3x-3=0 \Rightarrow x=-1$$

$$5x+3=0 \quad \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$$

حل ته که وګورو، نو له نامساوات څخه ګران لیکونکی مساوات ته راغلی، چې دا کار ناسم دی.
هغه ریاضیکي حل چې په دې برسیره د داسې نامساوتو کیږي، محترم لیکونکي نه دی کړی.
د هغې حل لپاره زما ستر کتاب وګوری، چې دې ته ورته په کې شته:

د نهم ټولګي کتاب ته کتنه هم دلته رالندوو.

لسم ټولګي ته:

لسم ټولګی
له دې د مخه چې د ګران لیکونکي د الجبري افادې او ثابتې تعریف ته راځو، زه دا لاندې تعریف ورکوم:
متحوله: توري، چې د اعداد ځای نیونکي وي یا د اعداد ځای نیسي، متحولې بلل کیږي، چې د z,y,x,... سره ښول کیږي. نورې نومونې یې : مجهولې واریابلې، تغیرخوړونکي او اوښتونکي دي.

ثابته یا تل همغه: ثابت یا تل همغه: هغه اعداد چې تل همغه وي ، نو ثابتې یا تل همغه بللکیږي، لکه ۴ و ۵ , e او π ، e د اویلر عدد او π د دایرې عدد دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې کې به ترم یا افاده لږ زوره وڅېرو:
۲ - ترمونه terms, Termen : که په یوه لړۍ کې، یواځې ثابتې (همغه)، اووښتونې(مجهولې، واریابلې) نښلونې (نښلونې یعنې جمع تفریق، ضرب او وېش(چې مخرج صفر نه وي)) او تخنیکي نخښې (نوکانو یا قوسونو کې رابندول) کارول شوي وي، یانې اړیکې نه وي کارول شوي، نو دې ته ترم ویل کیږي. ګورو چې په پیژند کې د جذر عملیه نه راځي، نو له دې امله ګرانو لیکونکو دلته او هم په نورو ځایونوکې دا سم نه دي لیکلي، چې جذر کې متحولې نیول شوي وي.

که ترمونه اووښتونې ولري، نو د اووښتونو یوه ورزیاته نخښه په نوکانو کې نیولکیږي، لکه :
$T(x); T(x,y)$

بیلګه
الف : ترم 126 + 3/4 ، چې اووښتونې نه لري په Tسره په نخښه کوو او لیکو:
$T=126 + 3/4$

$$T=126+\frac{3}{4}$$

ب : ترم 10 + 2x چې اووښتونې x لري یانې $T(x) = 10 + 2x$. د اووښتونو بنسټېږی دې د پیدایښتی ګڼونو- یا د طبیعي اعدادو ډېرۍN°وي
تعریفډېرۍ د بنسټېږۍ سره برابره ده، که په ترم کې د اووښتونې یا واریابلی x پۀ ځای یو پیدایښتي ګڼ 2 کیږدو، نو د

پ : $(x+2y)/x$ یا $\frac{x+2y}{x}$

دلته ماتلاندې یا مخرج اجازه نه لري، چې صفر وي.

د ترم $T(x,2y) = (x,y) /x$ یا $T(x,2y)=\frac{x+2y}{x}$

ارزښتشمیرنه د x=2 او y= 3 لپاره په دې ډول ده $T(2,3) = (2+6) / 2 = 4$:

تاسو دا لاندې د پورته تعریف سره پرتله کړۍ، وبه ګورۍ، چې هغه تعریف، چې ګران لیکونکي راوړۍ د سټ تشریحي لیکندول دۍ د متحولې.

دریم مخ: عنوان: الجبري افادې

لیکونکی لاندې د متحول او ثابت تعریف داسې راوړي:

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که $A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

د پورته – له ما ورکړشړي - تعریف سره یې پرتله کړۍ. دا ده چې څه لیکلي، دا د سټ شننیز لیکندول دۍ.
بیا د متحول تعریف یا پیژند: متحول هغه لویه ده، چې د عددونو ځاینیونکي وي او ....
۶ – م مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه الجبري افاده کیدای شي چې ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا
څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توتونه یې د مکملو عددونو په سټ کې شامل وي.

په پورته تعریف کې به وګورئ، چې غیرناطقه الجبري افاده - د لیکونکي په موخه - نه شته، یعني داسې افاده، چې متحول د جذر لاندې وي.

د پولینوم لپاره دا لاندې انګریزي هم وګورئ:

Polynomials

Polynomials are algebraic expressions that include real numbers and variables. Division and square roots cannot be involved in the variables. The variables can only include addition, subtraction and multiplication.

Polynomials contain more than one term. Polynomials are the sums of monomials.

A monomial has one term: 5y or $-8x^2$ or 3.
A binomial has two terms: $-3x^2$ 2, or 9y - $2y^2$
A trinomial has 3 terms: $-3x^2$ 2 3x, or 9y - $2y^2$ y

The degree of the term is the exponent of the variable: $3x^2$ has a degree of 2.
When the variable does not have an exponent - always understand that there's a '1' e.g., 1^x

E**xample:**

x^2 - 7x - 6

(Each part is a term and x^2 is referred to as the leading term.)

Term	**Numerical Coefficient**
x^2	1
-7x	-7
-6	-6

$8x^2$ -3x -2	Polynomial	
$8x^{-3}$ +7y -2	NOT a Polynomial	The exponent is negative.
$9x^2$ +8x - 2/3	NOT a Polynomial	Cannot have division.
7xy	Monomial	

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

دا د پولینوم د لیکنې ډول دی، چې د درجې په جګیدونې ډول یا د درجې په ټیټیدونې ډول لیکل کیږي.

نزولي او صعودي پولینومونه
(Descending and ascending Polynomes):

که یو پولینوم د متحول له لوړ توان څخه ټیټ توان ته ترتیب شوی وي، نزولي او که له ټیټ توان څخه لوړ توان ته ترتیب شوی وي، صعودي ترتیب ورته وایي.

داسي عنوان نه شته. هغه د پولینوم د د درجې جګیدنه او ټیټیدنه ده یعني د پولینوم لیکنه د ascending or descending order په ترتیب دی. د پولینوم جګیدنه او ټیټیدنه خو دپولینوم د لیکنو له لارې نه شی روښانه کیدی.

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

پولینوم زیات وخت له یوه توري نه جوړیږي. ستا موخه ده ، چې که پولینوم یوه متحوله یا مجهوله ولري. نه د توري لوړ توان بلکه د مجهول یا متحول لوړ توان.

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د لومړۍ جملې سمه، لنډه او پوهوړ لیکنه:
که په p(x) کې دx پرځای د x لپاره یو راکړشوی قیمت وضع کړو، د پولینوم قیمت په لاس راځي.

اووم مخ:
د پولینوم درجه او د پولینوم ډولونه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$3x$ یا $16x$ ته مونوم یا (Monomial) (یو حده)الجبري افاده وايي. $x-4$ یا $ab-y$ ته بایینوم (Binome) یا (Binomial) (دوه حده) الجبري افاده وايي او د $2x^3-x-1$ الجبري افاده ترینوم (Trinomial) (دري حده) الجبري افاده ده او $\sqrt{2x}-\frac{1}{y}+1$ الجبري افادې ته مولتینوم (Multinomial) وايي.

ځینې وختونه پولینوم له یو، دوه، دري او څو متحولونو څخه جوړ شوی وي.

د $2x^3-8x^2+7x+11$ پولینوم د یو متحول، $2x^3-3y$ پولینوم د دوه متحولونو او $x+y+z$ د دریو متحولونو لرونکی پولینوم دی چې په لاندې جدول کې ښودل شوي دي.

په الماني ادبیاتو کې د مولتینوم څخه په دې موخه لکه چې لیکونکی ترې غرېږي نه شته او د دې په ځای یې هغه غوره پولینوم دی، چې مونوم، بینوم او ترینوم هم په دې بنسټ تعریف شوي دي.
زموږ لیکونکي د ډېرو شیانو لپاره د ،، حد،، وي کاروي. موږ خو حد هغه د پښتو پولې ته وایو، چې زموږ ادیبان ورته په ډېره مینه برید وايي. مونوم هغه پولینوم دی، چې یو غړی ولري. یا په بل عبارت مونوم هغه لویه ده، چې له یوه غړي جوړه وي. یعنې ثابتي، ثابتي او واریابلي یا متحولي او .... څخه د یو بل سره د ضرب په حالت کې جوړه لویه.
دا پورته، چې متحوله په مخرج کې ده او د جذر لاندې هم یوه الجبري افده نه ده.

- A **monomial** is the product of non-negative integer powers of variables. Consequently, a monomial has NO variable in its denominator. It has one term. (mono implies one)
  13, $3x$, -57, x^2, $4y^2$, $-2xy$, or $520x^2y^2$
  (*notice:* no negative exponents, no fractional exponents)

- A **binomial** is the sum of two monomials. It has two unlike terms.
  (bi implies two)
  $3x + 1$, $x^2 - 4x$, $2x + y$, or $y - y^2$

- A **trinomial** is the sum of three monomials. It has three unlike terms. (tri implies three)
  $x^2 + 2x + 1$, $3x^2 - 4x + 10$, $2x + 3y + 2$

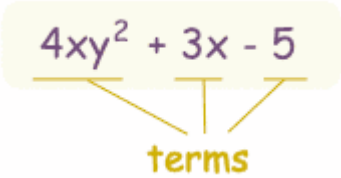
- A **polynomial** is the sum of one or more terms. (poly implies many)
  $x^2 + 2x$, $3x^3 + x^2 + 5x + 6$, $4x - 6y + 8$

Polynomials are in **simplest form** when they contain no like terms.
$x^2 + 2x + 1 + 3x^2 - 4x$ when simplified becomes $4x^2 - 2x + 1$

Polynomials are generally written in **descending order**.
Descending: $4x^2 - 2x + 1$ *exponents of variables decrease from left to right*

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library



example of a polynomial

this one has 3 terms

یو مولتینومیال لکه ګران لیکونکي، چې لیکلی د مونومیال او... کورنۍ سره څه اړیکه نه لري.
پولینومیال، چې یو غړی ولري مونومیال بلل کیږي او داسې نور.

موږ چې پولینومونه راوړو، نو یوه واریابله به لري او نه زیاتې.

اوو لسم مخ

که پولینوم له یوه توري څخه جوړ شوی وي، د دې توري لوړ توان د پولینوم درجه ده او که پولینوم له ډېرو تورو څخه جوړ شوی وي، د لوړ توان لرونکي مونوم درجه د دې پولینوم درجه ده. هغه پولینومونه چې یو متحول ولري او د مشابه حدونو ضریبونه یې سره مساوي وي، د معادلو پولینومو په نامه یادېږي. او هغه پولینوم چې د ټولو حدونو توانونه یې سره مساوي وي، متجانس پولینوم دی.

دا څه معنا لري، چې که پولینوم له یوه توري یا ډېرو تورو څخه جوړ وي؟ د محترم لیکونکي موخه د توري څخه متحوله ده، یعني که یوه – یا دوه - او یا ... متحولې ولري، توري خو ضریبونه هم کیدی شي، چې متحول نه دي.
لیکونکي د لیکنې له لارې د لیکلو سره ستونځې لري. هغه څه چې دی غواړي باید د ریاضي فرمول له لارې ګوته ورته ونیسي.

۱۴ مخ
زه نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي دلته د دایرې او د مثلث مساحت ټاکل ولې د پولینومونو لپاره راوړي. دا هندسه ده او هلته تعریف او تشریح دي. دا په هندسه کې د ځانګړو فرمولونو له لارې تعریف شوي. بیا هم دلته متحولې کومې دي او پولینوم دلته څنګه تعریف شوی. په پولینوم کې خو جذر نه دی تعریف.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم مثال: لکه څرنګه چې پوهیږئ د دایرې محیط (Circumference) د $C = 2\pi r$

له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي.

که د یوې دایرې شعاع $r = 3\frac{1}{2}cm$ وي، ددې دایرې محیط (C) پیدا کړئ.

حل:

$$C = 2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot \frac{7}{2} cm = 22cm$$

څلورم مثال: که b, a او c د مثلث د ضلعو اوږدوالی او p د مثلث د محیط نیمایي وي یعنې

$p = \frac{a+b+c}{2}$، د مثلث مساحت د دې فورمول په واسطه لاس ته راځي.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

که په یوه مثلث کې د ضلعو اوږدوالی $a = 9cm$, $b = 12cm$ او $c = 15cm$ وي، ددې مثلث مساحت پیدا کړئ.

حل:

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{9+12+15}{2} = \frac{36}{2} = 18cm$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{18(18-9)(18-12)(18-15)}$$

$$= \sqrt{18 \cdot 9 \cdot 6 \cdot 3} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 9^2} = 2 \cdot 3 \cdot 9 = 54cm^2$$

فعالیت

د استوانې حجم د $V = \pi r^2 h$ له فورمول څخه لاس ته راځي، چې V د استوانې حجم، r د قاعدې شعاع او h د استوانې لوړوالی دی. که د یوې استوانې $r = 5cm$ او $h = 21cm$ وي، ددې استوانې حجم پیدا کړئ.

که ګران لیکونکی دا پورته بیلګې د پولینومونو لپاره هم راوړي،، پولینوم کې مو لاتراوسه مساوات نه دي تعریف کړي. سړی کړی شي، چې پولینوم متحولو ته ارزښتونه ورکړي او بیا د پولینوم ارزښت وټاکي. سره له دې هم دا هم دا ۹ندسي بیلګې ناسمې دي.

د پورته دریم او څلورم تمرین لیکنه له یوې خوا د ژبې له امله پوره ستونځې لري او له بلې خوا نه پوهیږو، چې په پورته کې متحوله یا مجهوله کومه ده. دلته هندسي موضوعات حل شوي.

داسې پوښتنه څوک نه کوي، لکه دا لاندې.

...،، له فورمول څخه لاس ته راځي چې که $\pi = \frac{22}{7}$ او r د دایرې شعاع وي. ،، چې که $\pi = \frac{22}{7}$ نه دی بلکه $\pi = \frac{22}{7}$ داسې دی.

پوښتنه فقط داسې ده: که وړانګه ... وي، نو د ګردی یا دایرې محیط پیدا کړی. دا لا د مخه ټولګیو کې شمیرل شوي او فرمولونه یې هم ورکړي دي. نه پوهیږم، چې محترم لیکونکي، دا ولې په پولینومونو کې راوړي؟

۱۵ مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$1^4+4\cdot1^3\cdot1+6\cdot1^2\cdot1^2+4\cdot1\cdot1^3+1^4=1+4+6+4+1=16$

شپږم مثال: د $(x-3y)^4$ د ضریبونو مجموعه پیدا کړئ.

حل:

$(1-3\cdot1)^4=(1-3)^4=(-2)^4=16$

اووم مثال: د $(7x^2-5x-1)^{600}(2x^3-1)^{17}(x+2)^4$ د ضریبونو مجموعه په لاس راوړئ.

حل:

$(7\cdot1^2-5\cdot1-1)^{600}(2\cdot1^3-1)^{17}(1+2)^4=(1)^{600}(1)^{17}(3)^4=81$

اتم مثال: که ددې توپ شعاع 6cm وي ددې توپ حجم پیدا کړئ.

حل:

$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi(6cm)^3=\frac{4}{3}\pi(216cm^3)=288\pi cm^3$

د x د یوه راکړ شوي قیمت لپاره د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي که په یوه پولینوم کې د توري (متحول) پر ځای یو وضع شي د پولینوم د ضریبونو مجموعه په لاس راځي.

د .... راکړ شوي قیمت لپاره .... د...پر ځای راکړ شوی قیمت وضعه کوو.

داسې به ښه وای: که د $P(x)$ په پولینوم کې د x پر ځای راکړ شوی قیمت وضع کوو، د پولینوم قیمت په لاس راځي

۶۹ ـ ۷۰

د تابع تعریف به هم داسې ورکړم: که د یوه سټ هر توکي د یوه بل سټ یا خپل ځان په تیک یوه توکي تنظیم شي، نو دا نظم فنکشن (تابع) بلل کي(نور یې غزوم نه).

ګران لیکونکی له تابع څخه غږیږي او په رښتیا چې څه لیکي هغه د تابع سره سر او کار نه لري. دې مساحت ته ځې بیا حجم معلوموي. ته نه پوهیږي، چې دا څرنګه د ریاضي د تابع څیرل دي. که دلته مستقله مجهوله او تابع مجهوله وي، بیا به دا یو مربع مساوات وي، چې هغه داسې نه دي او نه داسې لیکل کیږي. د دې کاپي لاندې مربع تابع تعریف شوي ده.

که فکر وکړو، نو جمع، تفریق او ضرب هم د فنکشن په څیر تعریفولی شو، خو دا کار نه کوو، ځکه چې موږ کلاسیک مخ ته ځو.

لیدل کیږي چې نفوس (Population) یا P د وخت (t) تابع ده یا $p=f(t)$

3 - د دایرې مساحت (A) ، د دایرې شعاع (r) پورې اړه لري $(A=\pi r^2)$

4 - د کرې حجم (V) د کرې په شعاع (r) پورې اړه لري چې د $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ د معادلې په واسطه ښودل کیږي.

مربع تابع څه شي دی؟

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

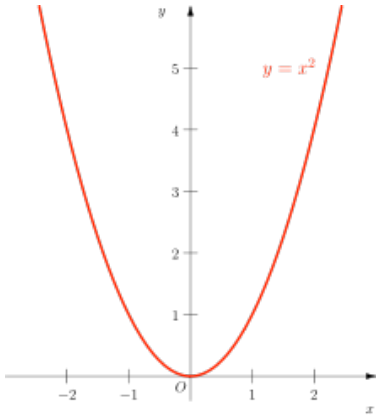
که موږ له مربع واورو، نو سملاسي مو د هندسي مربع ته پام اوړي، خو په رياضي کې د دوه په توان تابع ته مربع تابع وايي او د درې په توان تابع ته مکعب تابع، او دا داسي ليکل کيږي

$f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ د $a \neq 0$ سره

او $f(x) = x^2$ دالاندې ګراف لري: ګورو چې دا کږه(منحني) ده او نه سطحه.

زموږ سر او کار د داسي ليکنوسره دی. ما پورته وويل، چې جمع، ... د فنکشن په څير ليکلی شو، خو اوس دلته د ښوونځي لپاره دا کار نه کوو.



ګورو، چې دلته د سطحې څخه څه نه ليدل کيږي او نه د حجم څخه.

زه نه پوهيږم، چې ګران ليکونکي دا له کومه ځايه ليکي؟

ګورو، چې په دايره کې ساين او... فنکشنونه دي، خو د هغې سره موږ دلته سر او کار نه لرو، هغه په خپل ځای کې څيرلکيږي، ځکه چې هغه الجبري فنکشنونه يا توابع نه دي.

د تابع تعريف: که چيرې د يوه ست هر توکي د يوه بل ست تيک له يوه توکي سره ترتيب يا په نظم کې راشي، نو دا فنکشن (تابع) بلل کيږي. نورو ځايونو کې هم دا تعريف راغلی.

تاسو دا لاندې د پورته تعرف سره پرتله کړی، وبه ګورئ، چې هغه تعريف، چې ګران ليکونکي راوړی د ست تعريف دی او نه متحولې.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول او ثابت (variable and constant): متحول یو سمبول (Symbol) دی چې د یوه غیر خالي سټ د هر عنصر په ځای وضع کیږي. د مثال په ډول که

$A = \{x / x \in IN$ او $x \leq 10\}$ وي.

نو د A په سټ کې x له یوه څخه تر 10 پورې د طبیعي عددونو قیمتونه اخیستلای شي. x، ته متحول(Variable) وایي. عموماً متحولونه د انګلیسي ژبې د کوچنیو تورو لکه z, y, x او نورو په واسطه ښودل کیږي.

د یوه عدد قیمت تغیر نه کوي، لکه د 4 عدد هیڅکله له 5 یا 3 او یا کوم بل عدد سره مساوي کیدای نه شي، نو ټول حقیقي عددونه ثابت (Constants) دي.

د حقیقي عددونو سربیره د انګلیسي د ژبې توري لکه $a, b c \ldots$ او نور هم د ثابتو پر ځای کارول کیږي.

الجبري افاده (Algebraic Expression): کیدای شي الجبري افاده له یوه ثابت، یو متحول او یا د ثابتو او متحولونو له ترکیب څخه جوړه شوې وي. د الجبري افادو لاندې مثالونه وګورئ.

$5\sqrt{x}$، $4x+5+\frac{15}{t^2}$، $\sqrt{3}x$، x^2-x+1، x، -12، 12 او داسې نور.

په مثال کې د متحولې د جذر لاندې نیول یې الجبري افاده نه ده.

۴ مخ

په $3x^2$ الجبري افاده کې 3 ته **ضریب** (Coefficient) وایي. په $-\frac{1}{2}y$ کې د $-\frac{1}{2}$ عدد او په x کې (1) ضریب دی. $-3x^3y^3$ او $15x^3y^3$ **مشابه حدونه** (Liketerms) دي چې مشابه متحولونه او مساوي توانونه لري، یوازې عددي ضریبونه یې سره توپیر لري.

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دریو ډولو دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د الجبري افادو ډولونه: الجبري افادې په دريو ډولو دي.

1- پولينومي الجبري افادې (Polynomial algebraic expressions)

پولينوم: هغه يوه يا څو حده الجبري افاده، چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په سټ ک
شامل وي، پولينوم نومېږي. x^3-x+1 ، $2x^2+x-1$ ، $x-1$ ، 12 او نور پولينومونه دي، خ
$x^{-2}+x-1$ ، $\frac{1}{x}+x$ او $x^3+\sqrt{x}+\frac{y}{x^2}$ پولينومونه، نه دي، يا د پولينوم مشخصې دا دي:

- د ټولو متحولونو توانونه يې مکمل عددونه وي.
- په مخرج کې متحول ونه لري.
- متحول تر جذر لاندې نه وي.

لومړی مثال:په $a)\sqrt{2}x$, $b)2\sqrt{x}$, $c)\frac{1}{y^2}-\frac{2}{x^3}$, $d)x^{\frac{1}{2}}$, $e)x^{-3}+x^2$
$f)8p^2+p^{2.2}$ $g)9x^2-\frac{7}{x^2}$, $h)88$, $i)6a^2-4a$ افادو کې:

h,a او i پولينومونه دي، خو b,c,d,e,f او g پولينومونه، نه دي. په ياد ولرئ چې هر پولينو
يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو هره ناطقه الجبري افاده پولينوم نه دی. د مثال په ډول:

$x^3+\frac{y}{x^2}+\frac{y}{x}+y^3$ يوه ناطقه الجبري افاده ده، خو پولينوم نه دی.

12 هم يو پولنيوم دی ځکه چې: $12=12x^0$ دی او صفر هم د مکملو عددونو په سټ کې شام
دی، خو $5\sqrt{x}$ او $\frac{5}{x^3}$ پولينومونه نه دي، ځکه $5\sqrt{x}=5x^{\frac{1}{2}}$ ، $\frac{5}{x^3}=5x^{-3}$ چې $\frac{1}{2}$ او 3-
د مکملو عددونو په سټ کې شامل نه دي.

پولينوم د يو توري په واسطه لکه P ښودل کېږي، يو پولينوم چې له يو متحول څخه جوړ شوی و

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

عمومي شکل يې په لاندې ډول دی.

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$

n یو مکمل عدد او $a_1, a_2, \ldots a_{n-1}, an$ ضریبونه دي چې حقیقي عددونه دي. که $a_n \neq 0$ نو n د پولینوم درجه ده.

فعالیت

له -8, $-8x^2$, $\sqrt{8}x^3$, $\frac{1}{x}$, x, $2x^3 - x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x) = -5x^3 + x^2 - x + 12$ په پولینوم کې، $n = 3$، $a_n = -5$، $a_1 = -1$ و $a_0 = 12$ دی. او د $11x^2 - 1$ په پولینوم کې، $n = 2$، $a_n = 11$، $a_1 = 0$، او $a_0 = -1$ دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له -8 ، $-8x^2$ ، $\sqrt{8}x^3$ ، $\frac{1}{x}$ ، x ، $2x^3-x^2$ او $8\sqrt{x}$ الجبري افادو څخه کومه یوه یې پولینوم دی او کومه یوه پولینوم نه دی؟

دویم مثال: د $P(x)=-5x^3+x^2-x+12$ په پولینوم کې، $n=3$ ، $a_n=-5$ ، $a_1=-1$ و $a_0=12$ دی. او د $11x^2-1$ په پولینوم کې، $n=2$ ، $a_n=11$ ، $a_1=0$ ، او $a_0=-1$ دی.

2- ناطقه الجبري افاده (Rational algebraic expression):

که یوه الجبري افاده د $\frac{p}{q}(q\neq 0)$ په شکل ولیکلای شو چې p او q پولینومونه وي. داسې الجبري افادې ته ناطقه الجبري افاده وایي. د مثال په ډول $x^2-\frac{1}{x^2}$ چې د $\frac{x^4-1}{x^2}$ په شکل یې هم لیکلای شو چې یو متحول لري یوه ناطقه الجبري افاده ده. څرنګه چې هرې الجبري افادې ته یو مخرج ورکولای شو، نو (x^2-1) هم یوه ناطقه الجبري افاده ده، ځکه چې $\frac{x^2-1}{1}=x^2-1$ دی.

3- غیر ناطقه الجبري افاده (Irrational algebraic expression):

داسې یوې الجبري افادې ته چې د دوو پولینومونو د خارج قسمت په بڼه یې نه شو لیکلای، غیر

شپږم مثال: $2x-3y+6=0$ معادله په نورمال شکل واړوئ.

حل: د معادلې دواړه خواوې په $\sqrt{2^2+(-3^2)}=\pm\sqrt{13}$ باندې وېشو. ددې لپاره چې ښې خوا مثبت وي د $\sqrt{13}$ علامه باید منفي وټاکل شي:

$$\frac{2x-3y+6}{-\sqrt{13}}=0 \text{ یا } -\frac{2}{\sqrt{13}}x+\frac{3}{\sqrt{13}}-\frac{6}{\sqrt{31}}=0$$

نو θ په دویمه ناحیه (ربعه) کې ده.

د مثلثاتي جدول څخه لرو چې $\theta=123^\circ 40'$ ده نو ددې مستقیم خط نورمال معادله عبارت ده له:

$$x\cos 123^\circ 40'+y\sin 123^\circ 40'-\frac{6}{\sqrt{13}}=0$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

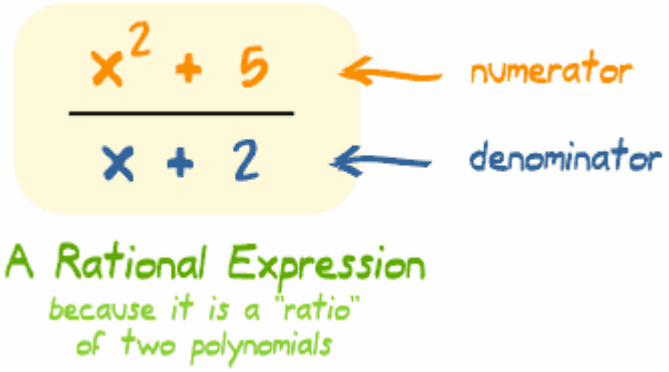
ناطقه الجبري افاده وايي، لکه: $\sqrt{xy}$، $\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}$ او $\sqrt{y^2+1}$ د غير ناطقو الجبري افادو مثالونه دي.

يوه الجبري افاده کيدای شي چې ناطقه، غير ناطقه او يا پولينومي الجبري افاده وي. پولينوم هغه يو يا څو حده الجبري افاده ده چې د تورو توانونه يې د مکملو عددونو په ستې کې شامل وي.

دا لاندې انګريزي ستونځې حل کوي.

Rational Expressions

An expression that is the ratio of two polynomials :



It is just like a fraction, but with polynomials.

Other Examples:

$$\frac{x^3+2x-1}{6x^2} \qquad \frac{2x+9}{x^4-x^2}$$

Also

$$\frac{1}{1-x^2}$$

The top polynomial is "1" which is fine.

$$2x^2+3$$

Yes it is! As it could also be written:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^2+3}{1}$$

But Not

✗	$\frac{2-\sqrt{x}}{4-x}$	the top is not a polynomial (a square root of variable is not allowed)
✗	$\frac{1-x}{1+\frac{1}{x}}$	1/x is not allowed in a polynomial

In General

A rational function is the ratio of two polynomials P(x) and Q(x) like this

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

Except that Q(x) cannot be zero (and anywhere that **Q(x)=0** is undefined)

که تاسو په کمپیوتر(شمیروني) کي ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن ورکړي، نو پرته له راشنل به بل څه په کي پیدا نه کړی. نه پوهیږم، چي لیکونکي به دا له کومه ځایه لیکلي وي. دا مي په ډېرو کتابونو او نت کي وکتل.
ما په انګلیس ادبیاتو کي یوځای ولوستل چي: ایراشنل الجبرایک اکسپرېشن هغه دی، چي د پولینوم وېش له لاري نه شي لیکل کیدی. بیلګه یي هم نه وه او په پورته له ماڅخه راوړ شوي تعریف کي هم نه شته.
الجبري

یوه الجبري افاده کیدای شي چي ناطقه، غیر ناطقه او یا پولینومي الجبري افاده وي. پولینوم هغه یو یا څو حده الجبري افاده ده چي د تورو توانونه یي د مکملو عددونو په سټ کي شامل وي.

په لاندي به د کوم توري توان موخه وي
$a^3x^2+b^3x+c$
پورته ټول توري دي، نو کوم یو به د پولینوم درجه وي؟ ریاضي یو ډېر څرګند علم دی او باید هر څه یي څرګند روښانه ورکړل شوي وي.

موږ ریاضي کي اوس له ځانه څه نه لیکو، دا مو یا باید له نورو کتابونو زده کړي وي او یا مو له نورو کتابون را اخستي وي.....

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ۳۹۳ - ۳۹۵ پوري

د رياضي منطق

دا لاندي دري مخونه ما د رياضي له منطق څخه رانيولي. زه نه پوهيږم، چي دلته ده څه او څنګه ليکلي، خو د رياضي منطق په کي نه شته او زورول دي. زه نه پوهيږم، چي ،،د شهودي درک استدلال،، او همداسي د ،، استقرايي استدلال،، په ګران ليکونکي له کومه ځايه رانيولي وي. که دا بيا يوبل ډول منطق وي، نو په هغي بيا زه نه پوهيږم، د رياضي له منطق سره سر او کار نه لري.

د شهودي درک استدلال

پخوا تر ډيـر و پيړيو پوري خلکو فکر کاوه چي خمکه هواره ده او ستوري د خمکي پر شاوخوا ځرخيږي.

ايا پوهيږي چي خمکه کروي ده؟

ايا لمر دخمکي پر شـاوخوا او که خمکه د لمر پرشاوخوا ځرخيږي؟

تعريف: هغه طبيعي يا حسي پوهه چي دهغي په مرسته ديوي موضوع سموالی يا حقيقت او يا يو مفهوم پر ته له استدلاله قبلوو، له شهودي درک څخه عبارت ده چي کيدلی شي، دوخت په مختلفو مرحلو کي يوله بله سره توپير ولري.

فعاليت

د لاندي شکل په نظر کي نيولو سره د مستقيم خط پر مخ د A او B دوي نقطي په پام کي ونيسئ:

A A_1 A_2 A_3 B

يو سړی غواړي چي ددي مستقيم خط پر مخ د A له نقطي څخه په دي ډول د B نقطي ته لاړشي چي د $\overline{AB}$ د قطعه خط منځني نقطه A_1 کي توقف وکړي او بل وار چي د A_1 نقطي ته رسيدلي دي، ددي لپاره چي د B نقطي ته ورسيږي، بياد A_2 په نقطه (د $\overline{A_1B}$ د قطعه خط دتنصيف نقطه) کي توقف وکړي، که په همدي ډول دوام ورکړي، نو لاندي پوښتنو ته خوابونه ورکړئ:

- ايا په پورته ډول چي د خط پر مخ د هرو دوو نقطو په منځني نقطه کي توقف وکړي، پاي لري؟
- که په همدي ډول تر پايه دوام ورکړئ، دا سړی به د B نقطي ته ورسيږي؟
- که دا سړی توقف و نه کړي او يا له لاړي بيرته راونه ګرځي، نو نه يوازي چي د B نقطي ته به ورسيږي، بلکي ترې ئيز به هم شي. په دي اساس ددي مسلئي د واقعيت او ستاسو د شهودي درک ترمنځ څه توپير شته؟

- دويم زده کوونکي هم شوخي کړي ده.
- ناروغه دی، نه غواړي چي په ټولګي کي واوسي.

له تعريف او د زده کوونکو له فعاليت څخه لاندی نتيجه پلاس راځي:

نتيجه: قياس يا تمثيل په حقيقت کي د مختلفو مفهومونو يه منځ کي دورته والي پيداکول دي. له دي سببه تمثيلونه کيدای شي، د ډيرو مفهومونو يا رياضي د قضيو د درک کولو لپاره شهودي زمينه پيداکړي. تمثيلي استدلال د ثبوت په حيث نه شمارل کيږي، بلکي د ثبوت لپاره زمينه برابروي.

لومړی مثال: په عامه ژ به(مارخوړلی له برګ پړي څخه داريږي) دا يو قياسي استدلال دی، څکه چي برګ پړی د مارسره پر تله شوی دی او دهغوی په منځ کي ورته والی ليدل شوی دی.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

استقرايي استدلال

يو زده کوونکی په لومړنی صنفي ازموينه کې 100 نمرې اخلي او په دويم او دريم صنفي ازمويتوکې هم 100 نمرې اخلي.
په اخرنی ازموينه کې څه نتيجه اخيستلای شئ چې دا زده کوونکی به څونمرې واخلي؟

فعاليت

د مسلسلو طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل په پام کې نيسو، ددې کار لپاره د يو 1 له عدد څخه پيل وکړئ او خالي خايونه ډک کړئ:

$1+3=\square=(\quad)^2$

$1+3+5=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7=\square=(\quad)^2$

$1+3+5+7+9=\square=(\quad)^2$

پورتنيو پوښتنو ته په پاملرنې سره ليدل کيږي چې د طاقو طبيعي عددونو د جمعې حاصل د طبيعي عددونو د شمير له پوره مربع سره مساوي دی.

- آيا کولای شو نتيجه واخلو چې هر وخت د طاقو مسلسلو عددونو د جمعې حاصل ددې عددونو د شمير له مربع سره مساوي دی؟

- کوښښ وکړئ له n طاقو مسلسلو عددونو د جمعې د حاصل لپاره فورمول په لاس راوړئ.

دپورتني فعاليت د سرته رسولو په اساس لاندې نتيجه په لاس راځي:

نتيجه: استقرايي استدلال د يو شمير مشاهد و پر بنسټ د عمومي نتيجې اخيستنې طريقه ده. په حقيقت کې يوې کوچنی نمونې ته په لويه نمونه عموميت ورکول دي.

لومړی مثال: (موږ د خروار نمونه ده) داخبره استقرايي استدلال ته اشاره کوي، ځکه په دې مثال

په هر صورت داپورته د پوهيدلو لپاره پوره ستونځې لري. د رياضي منطق خورا ساده دی او زه له دې امله وړانديز هم کوم، چې د اووم ټولګي په سر کې دې راشي.

Was ist eigentlich ein algebraischer Ausdruck?

Statt Ausdruck kann man auch Term sagen: Es sind Summen und Produkte, die Variablen enthalten. Bei einem "algebraischer Ausdruck" kommen von den Variablen auch Potenzen vor. Haben alle Potenzen einen natürlichen Exponenten nennt man den algebraischen Ausdruck auch ganzrationalen Ausdruck oder Polynom in einer bestimmten Variable. Ein Bruch von zwei ganzrationalen Ausdrücken heisst ein gebrochen rationaler Ausdruck.

An algebraic expression that cannot be written as a quotient of polynomials.

Downloaded from: ketabton.com

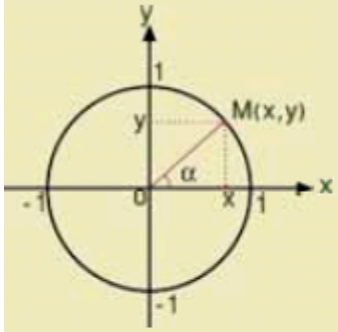
(c) ketabton.com: The Digital Library

یولسم ټولګی

د ۱۱ – م ټولګي په درس کي د ترادفونو درس هم شامل دی. په ترادفونو کي هغه غوره او اصلي د ځیرني موخه يي د ترادفونو پولي ته تلنه یا نه تلنه یا په انګریزي يي کونورګنت او دیوګنت دي، چي محترم لیکونکي دا هلته نه دي ځیرلي.

مثلثاتي مطابقتونه

Trigonometry identities



پـوهېږو چـې $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ يـو الجبـري مطابقـت دی، ځکـه د a او b پـه ټولـو قیمتونـو سـره د مساوات داوړه خواوې برابرېږي.

آیا $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ یو مثلثاتي مطابقت کیدلی شي؟

فعالیت

- په لاندې جدول کې د α د مختلفو قیمتونو لپاره د A او B افادو قیمتونه بشپړ کړئ.

α	$A = \dfrac{\cot\alpha}{\csc - 1}$	$B = \dfrac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه:

$$\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha - 1} = \frac{\csc\alpha + 1}{\cot\alpha}$$

دا برخه يي پوره نیمګړي پریښودي ده.
د وکتور شمیرنه يي هم پوره او مناسب نه ده ځیرلي.
زه د ۱۱ – م ټولګي کتاب کي هندسي برخي ته داسي لږ ګوته نیسم:

۶۳ – مخ

ورکړشوی عنوان:
مثلثاتي معادلي

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

- د β د مختلفو قیمتونو لپاره د $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ او $1-2\sin\beta=0$ ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري.
  - آیا $1+\tan^2\beta=\sec^2\beta$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟
  - آیا $1-2\sin\beta=0$ یو مطابقت دی، که یوه معادله؟

له پورتني فعالیت څخه لاندې تعریف په لاس راځي.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ځینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

هر مثلثاتي مطابقت یوه معادله کیدلی شي، خو هره مثلثاتي معادله، مثلثاتي مطابقت نه شي کېدلای.

هره مثلثاتي معادله له لاندې څلورو حالتونو څخه په یو حالت باندې حلولای شو.

مطابقت خو مساوات یا معادله ده، نو دا پوښتنه ولې؟ پوښتنه هم باید د پوښتنې منطق ولري.
پورته تعریف څخه داسې پوهیږو:
هغه مثلثاتي مساوات، چې ... د مساوات دواړه خواوې مساوی کیږي(د مساوات دواړه خواوې مساوي وي، دا د مساوات تعریف دی) مثلثاتي مساوات(معادلې) بلل کیږي.
مثلثاتي مساوات خو طبعآ مثلثاتي مساوات دي، که نه مثلثاتي مساوات مثلثاتي مساوات نه وي، نو بیا به څه وی؟

پورته پوښتنه شوې او له پوښتنې څخه یې لاس ته راوړنه بیا اعلان کړي. دا په دې معنا چې ګوندې د پوښتنې له ځواب یې وروسته بیاتعریف ترې لاس ته راوړي، او همداسې دا پورته تعریف کې چې څه راغلي، نه ژبه ده او نه ریاضي.
روښانه ونه: که چیرې دوه الجبري افادې (دلته مثلثاتي افادې) د مساوات نخښې له لارې سره تړلي وي، مساوات بلل کیږي. دلته مثلثاتي مساوات.

له یوې خوا مساوات او معادله همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګوری:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.
که د پورته توپیر چا د دې لاندې سره و ښود- دا د مخه راغلی- نو ډېر به تکړه وي. زه خو نه پرې پوهیږم او دا چې دې لیکې په دې هم نه پوهیږم.

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په ټولو قیمتونو سره ، د مساوات دواړه خواوې برابرې شي، مثلثاتي مطابقت بلل کېږي،لکه:

$$\frac{\cot\alpha}{\csc\alpha-1}=\frac{\csc\alpha+1}{\cot\alpha}$$

توپیر یې دا دی، چې په یوه کې ځنې او په بل ټول قیمتونه راغلي، خو مساوات خو لا له ورایه دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مثال: د $\frac{\sin\alpha\cos\alpha\cdot\tan\alpha\cot\alpha}{1-\sin^2\alpha}$ مثلثاتي افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{\sin\alpha\ \cos\alpha\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$$

دویم مثال: د $\sin^2\beta\cdot\cot^2\beta+\cos^2\beta\cdot\tan^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$ مثلثاتي مطابقت ثبوت کړئ.

حل: په لاندې ډول افاده ساده کوو:

$$\sin^2\beta\cot^2\beta+\cos^2\beta\tan^2\beta+\tan^2\beta=\sin^2\beta\frac{\cos^2\beta}{\sin^2\beta}+\cos^2\beta\cdot\frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$
$$+\tan^2\beta=\cos^2\beta+\sin^2\beta+\tan^2\beta=1+\tan^2\beta$$

دریم مثال: لاندې افاده د $\cos\beta$ له جنسه حساب کړئ.

$$(1-\sin^2\beta)\ \ (1+\sec^2\beta)=?$$

حل: $(1-\sin^2\beta)(1+\sec^2\beta)=\cos^2\beta(1+\frac{1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta(\frac{\cos^2\beta+1}{\cos^2\beta})=\cos^2\beta+1$

تریگونومتریکي مساوات:
یو تریگونومتریکي مساوات هغه دی،، چې په هغه کې د ټاکلکیدو متحوله د تریگونومتریکي توابعو په مستقله متحوله کې منځ ته راشي.

بیلگه:
تریگونومتریکي مساوات

$$\sin\ x=\cos\ x$$

کې کیدی شي سړی د $\cos x=\sqrt{1-\sin^2\ x}$ اړیکو د بڼه بدلون له لارې و

$$\sin\ x=\sqrt{1-\sin^2\ x}.$$

واړوي.

د مربع کولو له لارې لرو

$$\sin^2\ x=1-\sin^2\ x$$

نو دی

$$\sin\ x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$$

د دې حل سره

$$x=45^\circ\pm k\cdot 90^\circ\quad(k=0,1,2,...)$$

همداسې د قوس اندازې له لارې

$$x=\frac{\pi}{4}\pm k\cdot\frac{\pi}{2}\qquad(k=0,1,2,...).$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا چې مربع بڼه بدلون ورته یا اکویوالنت بڼه بدلون نه دی، نو دا حل باید په وتونمساوات کې رښتیا وګڼل شي. له دې سره په وتونمساوات کې لاندې حل لاس ته راځي

$$x = \frac{\pi}{4} \pm 2k \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (k = 0, 1, 2, ...).$$

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

پورته لیکنه د پوهیدلو نه ده. همداسې دالاندې هم د پوهیدلو څه نه لري.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

د سمون: لپاره به نسبتاً ښه وای که داسې یې لیکلي وای: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسی.

مساوات

له یوې خوا څخه خو مساوات او معادله (Equation) همغه معنا ورکوي، خو چې موږ یې په افغانستان کې سره بیلوو، دا به ومنو، خو دا د مخه جمله وګورئ:،، مساوات...و چې .. د مساوات دواړه خواوې مساوي وي. ،،. دا خو هیڅ نه وایي پرته له له دې چې مساوات، چې ... مساوات ... مساوات معادله بلل کیږي.

بیا یې راوړو:

تعریف: هغه مثلثاتي مساوات چې د زاویې په څینو قیمتونو سره د مساوات دواړه خواوې مساوي کېږي، مثلثاتي معادله بلل کېږي.

دا به بې له ریاضي داسې ووایو: زردالو میوه، چې د دې ونې زردالو دی یا د دې ونې څخه راشکول شوی زردالو دی، وښایی، چې دا د دې ونې زردالو د دې ونې مندته ده (موږ زردالو ته مندته وایو) .

۷۰ ــم مخ

لومړی حالت: د $a\sin\alpha + b = 0$ معادله د پورتنی معادلې په حل کې د مناسب ځواب د پیدا کولو لپاره لاندې مثالونه په پام کې ونیسئ.

۷۳ ــ م مخ

څلورم حالت: د $\cot x + b = 0$ معادله، د معادلې د عمومي حل لپاره لاندې مثالونو ته پام وکړئ.

لومړی مثال: د $\cot x - 1 = 0$ معادله حل کړئ.

دا پورته ټول یو ډول بې څه ویني بیلګې دي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

له یو بل سره د دوو مستقیمو کرښو نسبي حالت:

1- که چیرې دوه مستقیم خطونه په یوه مستوي کې شامل وي، نوموړي خطونه د همغې مستوي خطونه بلل کیږي، او یو له لاندینیو حالتونو(وضعیتونو)څخه لري.

۱۰۰ – م مح

اوضاع نسبی دو خط مستقیم با یکدیگر

هر گاه دو خط مستقیم دریک مستوی قرار گیرند، خطوط مذکور هم مستوی نامیده شده ویکی از وضعیت های زیر را دارا می باشند:

تر اوسه زموږ کار په مستوي کې دی او بل څه مو زده کړئ ته نه دې رامنځ ته کړي، نو دا لیکنه ولې؟
۱۰۴

د قضیې پایله:

i) که په ترتیب سره د دوو زاویو ضلعې موازي او هم لوري وي، نوموړي زاویې یو له بل سره مساوي دي.

ii) که د دوو زاویو یوه، یوه ضلع موازي او هم جهته وي او د هغو یوه، یوه ضلع یې موازي او مختلف جهتونه(لوري) ولري، د دغو دواړو زاویو پراخوالي 180° دی.(ثبوت یې د زده‌کوونکو دنده ده).

د دوو متنافر و مستقیمو کرښو ترمنځ زاویه:

تعریف: په فضا کې د دوو متنافر و مستقیمونو ترمنځ زاویه له هغې زاویې څخه عبارت ده چې د یوې مستوي په یوه اختیاري نقطه کې له هغو سره د دوو موازي مستقیمونو د رسمولو په واسطه حاصلیږي

۱۰۶-م مخ گران لیکونکی د هندسئ څیرو غږیږي، مگر عکس یې هیڅ ځای کې نه شته، چې دا پخپله درس د ناسمون سره مخامخ کوي او دا پورته د ،، قضي پایله،، ناسمه ده. دا ۱۸۰ درجې نه ده. که چیرې گرام لیکونکی دې د دې څیره وباسي، نو وزته روښانه به شي..
غوره یادونه: په زیاتو هندسي درسونو کې څیرې نه شته، چې دا هغه غوره نیمگړتیا بلل کیږي. دا په دې معنا چې درس ناسم دی.

نتایج قضیه:

I- اگر اضلاع دو زاویه بالترتیب موازی و هم جهت باشند زوایای مذکور باهم مساوی می باشند.

II- اگر یک یک ضلع دو زاویهٔ موازی و هم جهت و یک یک ضلع دیگر آنها موازی و دارای جهات مخالف باشند. مجموع وسعت این دو زاویه 180° است، شاگردان نتایج را ثبوت کنند.

زاویه بین دو خط مستقیم متنافر

تعریف: زاویه بین دو خط مستقیم متنافر درفضا عبارت از زاویه است که توسط ترسیم دو خط مستقیم موازی به آنها از یک نقطهٔ اختیاری دریک مستوی حاصل می گردد.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۸۵ ـم مخ

پایله: که چیرې دیوه نامعلوم قیمت د پیدا کولو لپاره چې ددوو معلومو عددونو تر منځ پروت وي، د معلوموعددونو په مرسته نامعلوم عدد پیدا کړو، په دې صورت کې نوموړي طریقه د خطي انټرپولیشن په نامه یادیږي.
که یو خلور رقمي عددلکه: 1.234 ولرو، نه شوکولای د هغه لوګاریتم له درې رقمي جدول څخه په لاس راوړو، نو د دې ډول عددونو لوګاریتم د خطي انټرپولیشن په واسطه پیدا کولای شو.

۱۵۵ ـ مخ

د اکسپوننشیل تابع خاصیتونه: له تیرو معلوماتو څخه په ګټه اخیستنې سره د اکسپوننشیل تابع خواص په لاندې ډول بیانوو

1. د هرې اکسپوننشیل تابع د تعریف ناحیه ټول حقیقي عددونه او د قیمتونو ناحیه یې مثبت حقیقي عددونه دي.
2. هره اکسپوننشیل تابع یوپه یو (injective) ده یعنې د هر

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$$
$$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

دا پورته ادعا چې ګران لیکونکي د اکسپوننشل تابع لپاره کوي بیخي ناسمه ده. دا کیدی شي په هغه حالت کې صدق وکړي، چې برابر بنسټونه ولري. په داسې حال کې بیا د داسې ادعا راوړل نا اړین دي.
که دا یوه الجبري تابع وي، نود اینجکتیویتي لپاره یې هم دا راوړنه ناسمه ده، چې زه یې سمون په لاندې انګرېزي متن کې راوړم. ژباړې ته به یې اړتیا نه وي.
یادونه: اکسپوننشل تابع الجبري تابع نه ده. دې ته ترانسڅندنت تابع وایي.

د لاندې انګرېزي ژباړه: f دې یوه تابع وي، چې تعریفست یې Aده. تابعf د ټولو a او b لپاره چې په A کې دي ، اینجکتیو ده ټیک هلته او هلته (ژباړې: یا هلته او په څټ یا دران جای و برعکس) که f(a) = f(b)وي، ځکه چې a=bده، دا دی، له f(a) = f(b) لرو a = b . دې ته ورته یا دې ته ایکویوالنت یا هم ارزښته، که $a \neq b$ ، نو $f(a) \neq f(b)$.
سیمبولیک،

$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

کوم چې منطقي ایکویوالنت یا برابرارزښته دی و کونترا پوزیتیو یا برعکس ته

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$

څیره یې لاندې شته

Definition[edit]

For more details on notation, see function(mathematics) § notation.

Let *f* be a function whose domain is a set *A*. The function *f* is **injective** if and only if for all *a* and *b* in *A*, if *f*(*a*) = *f*(*b*), then *a* = *b*; that is, *f*(*a*) = *f*(*b*) implies *a* = *b*. Equivalently, if *a* ≠ *b*, then *f*(*a*) ≠ *f*(*b*).

Symbolically,

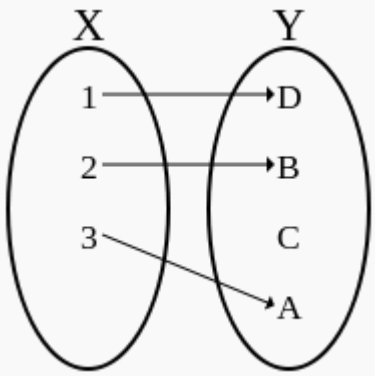
$$\forall a, b \in A, \quad f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

which is logically equivalent to the contrapositive,

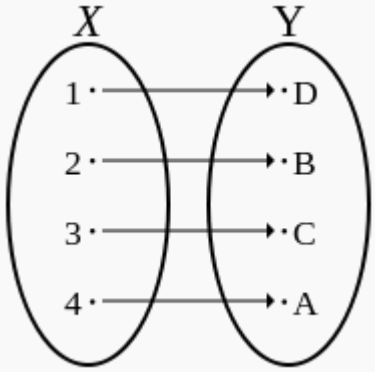
Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\forall a, b \in A, \quad a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$$



An injective non-surjective function (not a bijection)



وايي چې موتۍ د خروار نمونه ده. دا بسيا کوي. نورې ليکنې هم په همدې توګه دي.

د ۱۲ ټولګي کتاب منځپانګې ته داسې ځغلند نظر او ټيکاوی يې:

دا چې ليکوالانو د دې لپاره، چې له پولې يا ليميټ څخه پيل وکړي، له رديفون يا ترادفونو(پرله پسيو) څخه يې پيل کړي او د همدې د پيل مخ څخه يې ناسم ليکلی.
دا موضوع بايد په يولسم ټولګي کې په پوره پيمانه څيړل شوې وی، مګر هلته هم دا کار پوره نيګړی شوی. د پرلپسيو څيړنه ځکه اړيينه ده، چې و پوهيږو، د ناپای غړو (دوی يې حدونه او يا جملې بولې) سره ترادف چيرته ځي، يوې پولې ته ځي، له ټولو پولو اوړي او که مبهمه يا ناټاکلې پولې لري.
په دې هکله د يولسم ټولګي ليکوالانو دا برخه پوره نيمګړې پرېښودلې يا هغه اړيين څه يې هيڅ نه دي راوړي، چې زه دلته اوس په دې هکله پوره خبرې نه کوم او راځم د ۱۲ ـم ټلګي کتاب ته.

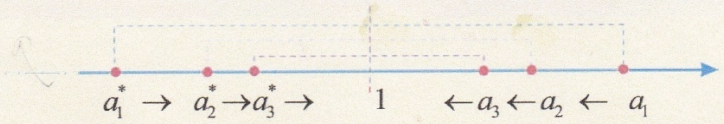
د دولسم ټولګي کتاب:
لومړي: په دولسم ټولګي کې پيل له ترادفونو شوی او په سر کې يې دوه ترادوفونه راوړي او دا يې بيا په يوه ګراف يا کرښه د ښي او کيڼې لورې يوې پولې ته ځغلولي.
د کتاب ۳ ـم مخ

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

پایله:لیدل کېږي، چې د a_n ترادف له ښي لوري څخه د 1 او د a_n^* ترادف له کيڼ لوري څخه د 1 عدد ته د n په زياتېدو سره نږدې کېږي، يعنې:

ـ د a_n ترادف کله چې n بې نهايت ته تقرب وکړي، مساوي په(1) سره کېږي او همداشان د a_n^* د ترادف $n-$ام حد که n بې نهايت ته نږدې شي هم مساوي له (1) سره کېږي.



ددې لپاره چې د لېميټ مفهوم مو ښه څرګند کړی وي، په لومړی پړاو کې هغه په څو ترادفونو کې د ګراف په پام کې نيولو سره تر څېړنې لاندې نيسو.

زه پوهېږم، چې دا کار دې درنو ليکوالانو ولې کړی؟
له همدې پيله روښانيږي، چې محترم ليکونکي د درس سره کومه بلدتيا نه لري.
په پورته کې دا دوه پرلپسې هيڅکله له) ۱ « سره نه برابرېږي، لکه ښاغلی ليکوال چې ليکي.
پسې يې بيا د پرلپسې يا رديفونو لپاره بيل بيل ګرافونه کښلي.
په پرلپسيو يا رديفونوکې چې موږ ليمټ راوړو، نو موخه ترې د پرلپسې کونورګنت او ډيورګنت دي. په پرلپسې کې اړين نه ده، چې د کونورګنت حالت کې دې پرلپسې له دواړو لورو پولې ته لاړ شي، خو داسې پرلپسې شته او هغه يو ترادف دی نه دوه.
دويم: دا لاندې څه چې راغلي، هم کوم درس پورې اړوندوالی نه لري، همداسې څه يې ليکلي. دی د ناسم د ترادف درس څخه سملاسې داسې يوې موضوع ته راغلی او بيا د ښي او کيڼ لورې ليميټ ته راځي او که وکتل شي، نو په ليکنو کې کوم توپير نه شته. دلته د زده کړې څه نه ليدل کيږي او دا اخره کرښه يې داسې ده، چې په دې موضوع کې کومه پوهه هم نه لري.
که چيرې دا ټيک هم وي، نو ځای يې بې ځايه ځکه راوړي، چې د ښی او کيڼې لور ليمټونه، چې هلته هم ناسم دي، په اووم مخ کې څيړل(که چيرې څيړنه يې وبولو)

په لاندې کې ،، د متحول تقرب،، يعنې څه؟ دا هيڅ مفهوم يا ترې پوهيدنه نه لري. که ... ترادف وي هم بايد د ترادف په ډول وليکل شي او که تابع وي هم بايد د تابع په ډول وليکل شي.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

د متحول تقرب: ویل کېږي چې د x متحول د a عدد ته تقرب کوي، په داسې حال کې چې x په اختیاري ډول د a عدد ته نږدې کېږي، یعنې د x او a ترمنځ تفاوت له هر کوچني عدد($\delta > 0$) څخه کوچني دی یا په لاندې ډول:

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

له ښي لوري د متحول تقرب: ($x \to a^+$) که چیرې د x د قیمتونو یو متناقص ترادف موجود وي په داسې حال کې چې په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a+0.1,\ a+0.01\ ,\ a+0.001\ ,\ a+0.0001\ ,\ \ldots \to a^+$$

له کیڼ لوري د متحول تقرب: ($x \to a^-$) که چیرې د x د قیمتونو یو متزاید ترادف موجود وي په داسې حال کې چې x په تدریجي ډول د a اختیاري عدد ته نږدې شي.

$$x:\ a-0.1,\ a-0.01\ ,\ a-0.001\ ,\ a-0.0001\ ,\ \ldots \to a^-$$

نو د x د متحول تقرب د a عدد ته معادل دی د x د متحول تقرب له ښي لوري او د x د متحول تقرب له چپ لوري؛ یعنې:

$$x \to a \quad \Leftrightarrow \quad (x \to a^+\ ,\ x \to a^-)$$

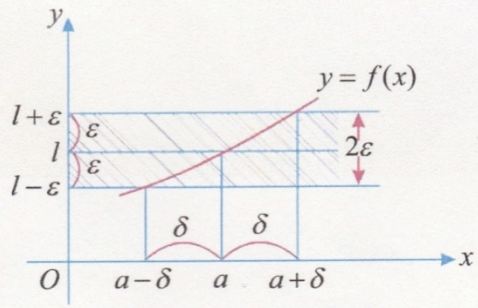
د

$$\forall \delta > 0 : |x-a| < \delta \quad \text{یا} \quad \lim_{x\to a} x = a \quad \text{یا} \quad x \to a \quad \text{یا} \quad |x-a| \to 0$$

ډول لیکنو سره ګران لیکونکي بلدتیا نه لري او نه داسې څه د مخه راغلي، چې روښانه شوي وي
داسې لیکنې د ښوونځیو لپاره ستونځمنې دي. له دې امله ماهم په خپلو لیکنو کې نه وې راوړې. ګورو چې د کتاب ناسموونکي هم دا څه ناسم یا بې له تشریح کارولې.
په دې هکله زما لیکنه په لاندې کې شته.

دریم: په لاندې تعریف کې د پوهیدلو څه نه شته او په دې ریاضیکي تعریف خو نه پوهیږي، خکه چې په لاندې یې د پوښتنې د حل نتیجه راوستلې او دا بحث له دې سره په رښتیا کې هیڅ سر او کارنه لري.

تعریف: که چیرې د $f(x)$ تابع په یوه غیر ترلې انټروال کې چې د a عدد په هغې کې ګډون لري کیدای شي چې تابع په a کې نه وي تعریف شوی. که چیرې د x متحول د a عدد ته نږدې شي نو د $f(x)$ تابع د l عدد ته نږدې کېږي، نو ویل کېږي چې د $f(x)$ تابع لیمیټ عبارت له l څخه دی، کله چې د x متحول د a عدد ته تقرب وکړي نو داسې یې لیکو: $\lim_{x\to a} f(x) = l$ یا $\begin{matrix} x \to a \\ f(x) \to l \end{matrix}$



$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 : |x-a| < \delta \ \Rightarrow\ |f(x)-l| < \varepsilon$$

$$\lim_{x\to a} f(x) = l \ \Leftrightarrow\ (|x-a| \to 0 \Rightarrow |f(x)-l| \to 0)$$

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا سومبولونه $\forall$ او $\exists$ نه دي ښوول شوي، چې څه شی دی او څه بلل کيږي.
ښاغلي ليکونکی په اووم مخ کې بيلګه راوړي او بيا دا ښايي، ښي او کيڼي لوري ليميټ يې شميري.

باید د $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ لپاره $x \neq 3$ وليکي،چې هلته فنکشن تعريف نه دی. دی بيا په ناسمه توګه په جدول کې ليکي. دا چې دا باید څنګه وليکل شي، زماپه ليکنو کې شته.

دويمه بيلګه: و ښيئ چې $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$ سره دی.

حل: د ښي او کيڼي خوا ليميټونه تر څېړنې لاندې نيسو:

x	3.5	3.1	3.01	3.001	...	3^+
$f(x)$	6.5	6.1	6.01	6.001	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^+}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

x	2.5	2.9	2.99	2.999	...	3^-
$f(x)$	5.5	5.9	5.99	5.999	...	6

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3^-}\frac{x^2-9}{x-3}=6$$

ليدل کيږي چې د ښی خوا او کيڼي خوا ليميټونه سره مساوي دي، نو $\lim_{x\to 3}=\frac{x^2-9}{x-3}=6$ دي.

په پورته کې xد 3 قيمت نه شي اخستلی، هلته فنکشن تعريف نه دی، نو له دې امله په جدول کې، نه د ښی لوري او نه د کيڼي لوري دا ارزښت 3 اخستلی شي، هلته 3 ته ور نږدې کيږي.
د بيلګې حل يې هم بيا سم نه دی کړي، په هغه ورسره بلده لار.
دا هغه د کاغي او د زرکي خبره ده.....

دويمه طريقه: د ليميټ د تعريف په پام کې نيولو سره فرضوو چې د هر اختياري کوچني عدد ε لپاره يو δ شتون لري داسې چې:

$$\forall \varepsilon>0 \quad \exists \delta>0 : \ |x-a|<\delta \ \Rightarrow \ |f(x)-l|<\varepsilon$$

$$|x-3|<\delta \ \Rightarrow \left|\frac{x^2-9}{x-3}-6\right|=\left|\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}-6\right|=|x+3-6|=|x-3|<\varepsilon$$

$$\Rightarrow \varepsilon=\delta$$

د بيلګې د حل نتيجه
$\varepsilon = \delta$
دا د دی بحث سره سر او کار نه لري يعنې دا مو موخه نه ده، نو بايد ووايم، چې دروند ليکونکي د موضوع څخه بوي هم نه وړي.(بخښنه دې وي، که زما ليکنې داسې لږ توندې برېښي)
او بې ځايه مخ ته ځي، چې څه ترې پوهيدل کيږي هم نه.

له پورتنی اړيکې څخه دا معلومېږي چې ε له δ سره اړيکه لري، که δ ته قيمت ورکړو ε قيمت اخلي او که ε ته قيمت ورکړو δ قيمت اخلي، بنا پر دې هغه تعريف چې د ليميټ لپاره موجود دی سم دی او تابع ليميټ لري، يعنې: $\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=6$

دې پورته ته په لنډه توګه زما نوره ليکنه او ټيکاوی:

د کتاب په پيل کې راوړل شوې د ترادف يا پرلپسې موضوع بايد د يوولسم ټولګي کتاب کې پوره څيړل شوې وی، مګر هلته يې يواځې دا نومونه راوړل شوي او نور ليکونکي – بې له دې، چې د موضوع اړيين څه راوړي - له موضوع څخه تير شوی.

د دې موعوع څخه موخه د ترادف پولې ته تلنه يا کونورګنت او له پولې اووښتنه يا ناپای ته تلنه يا ډيورګنت او... دي، چې بې له دې په رښتيا کې د ترادف يا پرلپسې څيړنه کوم غوره والی يا اهميت نه لري، يعنې خپله موخه له لاسه

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورکوي. دا د يوولسم ټوګي د ترادف درس، نو په رښتيا کې خپل غوره والی او اړيينوالی له لاسه ورکوي. نور سموالي او ناسموالي ته يې ګوته نه نسم، همدا بسيا کوي، چې څه په کې نه دي ويل شوي يا ليکل شوي.

د ۱۲ ـم ټولګي کتاب ته:

يادونه: دا چې ګومان کيږي د داسې ليکنو سره به بلدتيا لږ وي، نو تشريح به راڅخه لږ ډېره شي.

د ،، پوله ارزښت،، په څيره کې ښوونه

که $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د حقيقي اعدادو (ګڼونو) ترادف يا پرلپسې وي، نو عدد $a \in \mathbb{R}$ د دې ترادف يا پرلپسې پوله ارزښت بلل کيږي او پرلپسې a ته کونورګير کيږي يا a ته هڅيږي يا نږدې کيږي، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره په انتروال $(a-\varepsilon, a+\varepsilon)$ کې له يوه اندکس يا پيژند نخښې اخوا يا وروسته يا پسې د پرلپسې يا ترادف ټول غړي(دوي يې حدونه يا جملې بولي، نه پوهيږم ولې؟) د انتروال په دننه کې او فقط پای ډېر غړي له انتروال څخه دباندې پراته وي.

(دنورې اوږدې روښانه ونکې شننې څخه تيريږم)

لنډ پيژند يې:

عدد $a \in \mathbb{R}$ د ترادف $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ پوله بلل کيږي، که د ټولو $\varepsilon > 0$ لپاره يو طبيعي يا پيداښتي عدد N شتون ولري، داسې چې $|a_n - a| < \varepsilon$ باور ولري، که $n \geq N.$ وي.

دا پيژند راکوي، چې: د هر $\varepsilon > 0$ لپاره يو ايندکس N شته، داسې چې له دې ايندکس يا پيژندنخښې وروسته د پرلپسې(ترادف) ټول غړي د ε څخه په کم واټن له a لرې پراته دي يعنې له ε څخه چې a ته څومره نږدې دی دا نور هم a ته نږدې دي.

د $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ د پولې ارزښت ليکلو لپاره خپل ځانله سومبول لرو: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$

د دې ليکدود سره سم د يوې پرلپسې پوله ارزښت تعريف داسې رالنډولی شو:

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \quad \Longleftrightarrow \quad \forall\varepsilon > 0\ \exists N \in \mathbb{N}\ \forall n \geq N:\ |a_n - a| < \varepsilon$$

د داسې ليکنو لپاره د ε (لوستل: ايپسيلون) توری ورځنی يا مروج شوی.

بيلګه:

په يوه بيلګه کې يې روښانه کوو:

د دې لپاره چې د $\frac{1}{n}$ پرلپسې يا رديف و 0 ته کونورګنت وښايو، يو د مخه ورکړ شوي ε ته يوه په خوښه طبيعي عدد يا ګڼ N ټاکو، چې له $\frac{1}{\varepsilon}$ لوی وی، نو د ټولو $n > N$ لپاره باور لري:

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$|a_n - 0| = \frac{1}{n} < \frac{1}{N} < \varepsilon$$

موضوع اوږدولی نه شم، ځکه چې دا یو درس نه دی، دا فقط په موضوع داسې لږ رڼا اچونه ده.

د فنکشن پوله ارزښت:

یادونه: د دې ۱۲ – م ټولګي د درس دا هغه اصلي موضوع ده.

د فنکشن پوله ارزښت په لاندې توګه پیژنو یا تعریفوو:

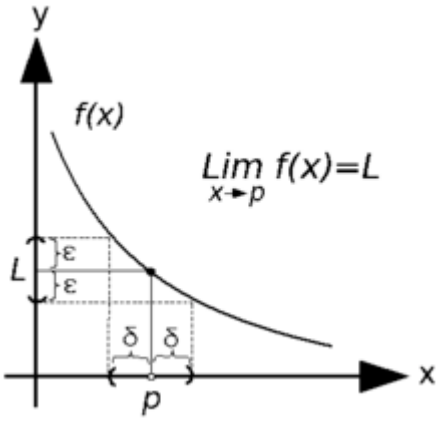
پیژند: د فنکشن f پوله ارزښت، د x لپاره چې p ته نږدې کیږي، L دی او داسې یې لیکو: $\lim_{x \to p} f(x)=L$

لوستل یې هم همداسې دي لکه پورته تعریف

داسې یې شمیرپوهنیز لیک دود باندې تعریفوو:

فنکشن f پوله ارزښت L لري، که د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

د پورته شمیرپوهنیز یا ریاضیکي فنکشن پوله ارزښت لپاره لاندې څیره



پورته دوه تعریفونه برابر ارزښته دي یعنې له یوه څخه بل لاس ته راځي او په څټ یا برعکس یعنې لیکو:
تعریف: د فنکشن f پوله ارزښت، چې x و p ته نږدې کیږي، L دی، ټیک هلته یا هلته او هلته یا هلته او په څټ، یا له دې لاس ته راځي او په څټ یا برعکس چې د هر $\varepsilon > 0$ لپاره یو $\delta > 0$ شتون ولري، داسې چې د هر x لپاه د $0<|x-p| < \delta$ سره $|f(x)-L| < \varepsilon$ هم باور ولري.

دلته هم په همدومره بسیا کوو، که څه هم روښانه کیدل نورې شننې ته هم اړتیا لري.

دې ته دلته په اخر کې بیا ګوته نیسم، چې دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي ډول لیکنې ستونځمنې دي او باید ترې تیر شو، د ترادفونو او فنکشنونو لپاره.

دا نور پاتې درس هم په همدې ترتیب ګران لیکونکي لیکلی چې زه نور پرې نه غږیږم.
دا بسیا کوي، چې کتاب د ښوونځیو څخه راټول شي او له سره ولیکل شي.

ستاسو له سړې سینې څخه – که ومو لوسته- ډېره مننه.

ستاسو ډاکتر ماخان شینواری.

Downloaded from: ketabton.com

(c) ketabton.com: The Digital Library

Downloaded from: ketabton.com

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library