تقریظ

داوسنۍ هر اړخیز ناورین څخه د افغان ولس د خلاصون لاره یوائې په علم کښې نښتي ده. یوه ټولنه هغه وخت پرمختګ کولي شي ،کله چه د علم په ډ ګر کښې مخکې لاړه شي. په نړي کښې هغه ملتونه مخکې ، اسوده او سوکاله ژوند لري په کومو کښې چه علمیت خپور شوي ده . که وغواړو چه د پرمختللو هیوادونو په شمار کښې راشو نوباید په خپل ځوان نسل باندي زیاته سرمایه ګذاري وکړو ،دغه ځوانان باید په تعلیمي او تحصیلي اډکامیو کې ورروزل شي تر څو هغه تشه چه زمونږ په ټولنه کښې وجود لري ډکه شي .

زه د زړه له تله د دلاور(رضا) دغه نیک اقدام ستایم ، دلاور رضا یو هیوادپاله ،احساس پاله اومسولیت پاله ځوان ده.تل مدام زیار او کوشش کوي چه په ټولنه کښې علمي او کولتوري خدمت وکړي .د نومورې دغه اثار(لوګارتم) علمي او څیړنیز اثر په علمي او کولتوري ډکر کښې نه هیریدونکي اقدام ده .

لوګارتم په روزمره ژوند کې ډیر استعمال ساحه لري ،د ښاغلې استاد دلاور رضا دغه هڅه ټولو ډیر هغو اشخاصو لپاره موثٌر تمامیدلي شي ،کوم چې په طبعي علومو کښې لوړي زده کړي ،ماستري او حتي کوم چې دوکتورا کوي.ځکه ټولي بهترین علمي منابع او سرچیني او حتي دنن ورځي بهترین کتابتون(انترنیت) چې دنړي موثره کتابونه په کښې په کم نرخ اوهر ځای کښې ترلاسه کیداشي، په هغي کې هم اکثره کتابونه په انکلیسي ژبه خپریږي .

زه ښاغلي دلاور (رضا) ته ددي کتاب مبارکي وایم .او هیله ورڅخه کوم چه تل همداسي د خپل ځوریدلي هیواد او هیوادالو خدمتګار ووسي ،له څښتن تعالي څخه ورته ددي ستر زیار او کوښښ بدله په دي او هغي ابدي دونیا کښې غواړم.

پوهیالي نورزمان (باوري)

ننګرهار پوهنتون

ساینس پوهنځي استاد

پیل خبرې

ریاضي د لاتیني کلمې(Mahatmata) څخه اخیستل شوی چه معنی یې جمناستیک دی، ځکه چه پخوانیو یونانیانو فکر کاوه چې لکه چه جمناستیک د بدن فزیکي فعالیتونو کې رول لري دغه رنګه ریاضي هم د دماغو په سالم ساتلو او فعالیتونو کې رول لري .

که چیرې یو څوک په ریاضي پوهیږي او ریاضي پر هغه تاثیر کړی وي نو لاندې خواص به په هغه کې لیدل کیږي. اول خدا ای پیژوندونکې ، دویم ځیرکتیا ، دریيم منطقي فکر ، څلورم پراخه لیدل ، پنځم لطیف روح او اخري ټکی نظم په واقیعت سره ریاضي پوه دی .

ریاضیات د ذهن او فکر د انکشاف او ودې له پاره ډېر ګټور او اغیزمن دی، لکه د ورزش او بدن ښکلا (باډي بلډینګ) لپاره تمرینات ضرور دي همدارنګه د مغزو رشد ، پراختیا او خرکت لپاره د ریاضي زده کړه اړینه ده .یعنې په دی معني که څوک غواړي چې پراخه لیدلوری ولري ، غښتلی منطقی نظر ولري نو ریاضي دې زده کړي .

هغه ماشومان چې کم ذهنه او ګوډ وي نو بهترینه خبره ده چې په نوموړي ماشوم باندې د حساب د زده کړې تمرین او کوشش وشي . په ښوونځیو کې هغه زده کوونکي په طبیعي ډول پر نورو مضامینو هم بر لاسي وي چې څه ناڅه په ریاضي پوهیږي او هغه زده کوونکي چې ریاضي یې نه وي ، زده نو پر نورو مضامینو هم نه پوهیږي.

په یو مطلب کې راغلي دي چې لومړۍ نړیواله جګړه د کیمیا پوهانو ترمنځ وه ، دویمه نړیواله جګړه د فزیک پوهانو تر منځ وه او خدای د ونګړي که چیرې دریمه نړیواله جګړه پېښه شي نو دغه جګړه به د ریاضیکي جګړه وي په نتیجه کې به نړۍ ته ستر زیان واوړي ، .د په ریاضي هکله د یو شمیر پوهانو ویناوي :

افلاطون د اکاډمي په دراوزې لیکل شوي وو ، هر هغه څوک چې په هندسه نه پوهیږی د ننه نه شي.

ریاضي پوهه ټایلور وویلي وه هندسه هغه پل دی چې انسان د ظلم نړۍ څخه یو د خقیقت یو نوراني ښار او محل ته رسوي.

افلاطون وواېي : د ریاضي د کار کولو محصول د طبیعت ښکلا دی او هغه څوک چې پر ریاضي نه پوهیږی نو د طبیعت ښکلا په ښه ډول نشي درک کولای

راجر بیکن وو ایې : ریاضیات د علومو د دروازې کیلي دی ، په ریاضیاتو کې لتې کول ټولو علومو ته صدمه رسوي.

اریک تمپل بل وایې : ټول ریاضي پوهان د ریاضي ښوونکې ندي او ټول د ریاضي ښوونکې ریاضي پوهان ندي.

ګالیله وایې : په ریاضیاتو کې څه مهم دي؟ فکر کول ، ریاضیات الفبا دي چې د همدې الفبا پر مټ الله ج نړۍ خلق کړې دی.

حضرت علي کرم الله وجهه څخه یو چا پوښتنه وکړه چې 17 اوښان درانګه وویشی چې اول نفر $\frac{1}{2}$ برخه ، دویم برنفر $\frac{1}{3}$ برخه ، دریم نفر $\frac{1}{9}$ برخه واخلي او د قربانۍ یو اوښ هم حلال نشي؟

حضرت علي کرم الله وجهه یو نفر ته وویل ، چې یو اوښ له بیت المال څخه راوړی او د 17 اوښانو سره یې یو ځای کړی چې 18 اوښان کېږي ، او د معینه نسبتونو د ویش څخه وروسته پورته ذکر شوي برخې په لاس راځي یعنې : اول نفر ته 9 اوښان ، دویم نفر ته 6 اوښان او دریم نفر ته 2 اوښان وویشل شول ، چې ټول 17 اوښان کېږي او د بیت المال اوښ یې بیرته بیت المال ته وسپارلو.

په هر صورت د ریاضي زده کړه هر چاته ضرور ده چه یاده یې کړي ، مسلکي اشخاص باید خپلې ملي ژبي ته د ریاضیاتو استعمال را وژباړي .

د سوکاله او پرختللې افغانستان په هیله

استاد دلاور رضا معروف خیل

د ریاضي علوم

د ریاضیاتو په تعریف کې ویل کېږي، چې یو عقلاني پوهه (علم) دی، چې ځینې کمیتونه (مقادیر) د ځینې نورو کمیتونو په واسطه د هغو دقیقو روابطو په واسطه چې د دوی ترمینځ وجود لري، تعین او بحث کوي.

کمیت:

هر هغه څه چې د اندازه کولو وړتیا ولري، زیات او یا کم شي کمیت نومېږي؛ لکه سرعت، قوه، کتله او نور.

د اوولسم قرن مشهور ریاضي پوه له نظره (دګارت):

ریاضیات د نظم او اندازې خالص علوم دی، ددې علم د کلیت قاطعیت او بارزوالي په پام کې نیولو سره چې د ریاضیاتو تعریف مو بشپړ کړی وي، ویل کېږي.

ریاضیات د کمیتونو غیر مستقیمه اندازه ګیري ده او د کمیتونو ترمینځ روابط برقراروي.

دا علم نظر د کمیتونو د څېړنې لپاره په کوچنیو څانګو وېشل کېږي؛ لکه حساب، هندسه، مثلثات، الجبر، انالیز، وکتور، مترکس او نور، چې په عمومي ډول حساب د منفصل کمیتونو او هندسه د منتصل کمیتونو څخه (اشکال، اجسام) څخه بحث کوي.

کله د اعدادو پرځای د حروفونو څخه استفاده کوي؛ مثلاً:

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2.3.4 + 4^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

دا ډول فورمولونه چې په واقعیت کې د غیر مشخص کمیتونو اړیکې څرګندوي، د ریاضي په الجبر څانګې پورې اړه لري، په دې توګه الجبر د فورمولونو په پلي کولو د حساب عملي ساده او عمومیت ورکوي.

دکارت په اوولسم قرن کې یو هندسي شکل د یو الجبري معادلې په واسطه ارایه کړ، چې د مختصاتو په سیستم پورې اړه درلوده او تحلیلي هندسه یې مینځته راوړه، په دې ترتیب الجبر د ریاضي هغه برخه ده، چې هم منفصل او هم منتقل کمیتونه تر څېړنې لاندې نیسي.

د ریاضي مفاهیمو د منشاء په هکله باید ووایو چې دا مفاهیم د انسان ذهن ته د خارجي جهان د تجربې او لیدنې کتنې څخه حاصل او په لاس راغلي، چې وروسته ذهن هغه ته انکشاف او جوړښت ورکړی او یا یې نومولی وي.

غیر منظم شکل یې منظم او یا منظم شکل ته یې غیر منظم شکل ورکړی، لېکن مشهور فیلسوف او ملګري یې هر ډول مفهوم د تجربې او عمل محصول ګڼي، ولې په مقابل کې یې عقلي فلاسفه لکه دکارت واسیتیوزوا، اولایب ننز په عقل ممتاز او مستقل له تجربې څخه ګڼي او په دې عقیده دي، چې انتان لرونکي د فطري افکارو دي او له تجربې څخه یې مستقل ګڼي؛ مثلا دکارت او کانت په دې عقیده دي، چې په طبیعت کې اساساً عدد وجود نه لري او دا ذهن دی، چې واحد په واحد زیات او اعداد مینځته راوړي.

همدارنګه د هندسې په اړه نوموړي وایي، چې اصلاً هندسي اشکال په طبیعت کې وجود نه لري او ټول اجسام درې بعدي دي، په دې ترتیب دوه یو اړخیزې قطري مینځته راځي، چې یوه یې محض د تجربې او عمل اصالت دی او بل یې محض د عقل اصالت دی.

په هر ترتیب په لنډ ډول وایو، دا تجربه ده، چې د ریاضي لومړني مفاهیم انسان ته تلقین او بیا د ذهن عقل او فکر فعالیت دي، چې هغه له سره نوي، کامل او یا متغیر شکل ورکوي او د خپل د علاقې وړ شکل، حالت ته یې راولي؛ مثلا د تسبیح دانې او داسې نور د اعدادو د ښودلو لپاره په کار یووړل شو، چې وروسته بیا مختلف عددونه مینځته راغلل.

د فکــر متــداوم او فعــال جریــان حتــی منفــي او موهــومي عددونــه رامینځتــه کــړل، همدارنګــه هندسي مفـاهیم د ډېـر کـوچني شـي د لیـدلو څخـه د نقطې مفهـوم د نــازک او باریــک ســیم د لیــدلو څخــه د خــط مفهــوم د ســپوږمۍ د لیــدلو څخــه د دایــرې مفهــوم د هګــۍ د لیــدلو څخــه، د بیضــوي مفهــوم رامینځتــه شــو، چــې وروسته یې انکشاف او پرمختګ وکړ.

پــه مصر کې د نیـل د سیند طغیـان چې ځمکې بـه یې خرابې او حدود بـه یې لـه مینځــه وړل، د مثلــث، مربــع او مســتطیل او مســاحت مفاهیــة مینځتــه راغلــل، چې د نن ورځې د عصري هندسې اساسات جوړوي.

د ریاضي اصول او روش

د ریاضــیاتو روش ددې علـم پـه مبـداء او منشـاء کـې د یـو شـمېر اصـولو وضـع کــول دي، چــې ددې اصــولو پــه کــار اچولــو ســره او پــه هغــوی اســتدلال کــول، یــو سلســله قضــیې مینځتــه راوړي، چې پــه منطقــي ډول لــه لــومړني اصــولو څخــه پــه لاس راځي.

په بل عبارت:

د ریاضــیاتو روش یــو جــوړوونکی قیــاس یــا قضــیې دي، چــې پــایلې یــې د وضع شوو اصولو په کار اچولو څخه حاصلېږي.

دا لومړني اصول عبارت دي له:

۱. د ریاضي تعریف. ۲. بدیهي اصول یا متعارف اصول. ۳. موضوعه اصول.

i. د ریاضي تعریف:

هغــه څــه چــې د یــو شــي طبیعــت، ذات، خــواص واضــح او روښــانه کــړي، یــا د هغه په اړه یو فکر رامینځته کړي، تعریف نومېږي.

پــه بــل عبــارت؛ د ریاضــي تعریــف یــو قضــیه ده، چــې د یــو معــین مقــدار ذات معلوم کړي، د مثال په ډول د (α)زاویه، چې $0^{0} < \alpha < 90^{0}$ وي، حاده زاویه ده.

ii. بدیهه اصول (متعارف اصول):

هغه قضیه ده، چې بدیهه څرګند او د معینو مقادیرو ترمینځ د یوې ضروري رابطې ښوونکې وي؛ مثلاً کل د جز څخه لوی دی، یا که: $A=B$, $B=C$ وي، نو $A=C$ دی او نور.

iii. موضوعه اصول:

دا هغه اصول دي، چې اثبات یې ناممکن وي، کېدای ش د هغه نه انکار وشي او یا تجدید شي، ولې دا اصول قبلول ددې لپاره چې هغه دلایل چې دا اصول یې مبدا او منشا ګڼل کېږي، ځای په ځای پاتې نه شي او استدلال ادامه وکړي، له نوم نه یې معلومېږي، دا اصول د اشخاصو له خوا وضع او قرار دادي جنبه لري او پرته له دې چې ضرور وي قبلېږي او منطقي ضرورت نه لري؛ مثلاً د اقلیدوس موضوعه اصول.

د ریاضي استدلال او برهان:

معمولاً ویل کېږي، چې د ریاضي استدلال قیاس دی او دا په هغه استدلال اطلاق کېږي، چې ذهن د یوې کلي قضیې څخه د هغه جز خواته ځي او د هغه اصولو څخه چې په ابتداء د دغه علم کې وضع شوي وي، منطقا نورې قضیې نتیجه ګیري کېږي؛ مثلاً د یو مستطیل د تعریف څخه چې یوه کلي قضیه ده، د مستطیل نور خواص نتیجه ګیري کېږي.

ولې اکثر د ریاضي علما د ریاضیاتو قیاس روش نه قبلوي او وایي چې زیاضیات په لومړي سر کې د تجربې بڼه درلوده او استقرایي روش یې درلود، چې بیا د استقرا نه قیاس ته لاره بدله کړې ده.

مثلا ؛ د حساب نه الجبر او د مسطحه هندسې نه فضایي هندسې ته رسېدلي دي.

د ریاضي استدلال کې ذهن د خارجي جهان د واقعیتونو په اساس خپل فعالیت ته ادامه ورکوي، هر هغه څه چې بهتر او مناسب وي، پایلو ته د

رسېدلو په خاطر انتخاب او حاصل شوي نتایج بیا د بعدي استدلال لپاره په کاروي.

معمولا د ریاضي په استدلال کې د تجربې او تحلیل روش نه کار اخلي، چې دا په حقیقت کې د کل څخه تجزیه تلل دي او یا هم د تکریبي روش څخه کار اخلي، چې د جز څخه کل ته تلل دي.

یادونه کېږي، چې تحلیل او ترکیب یو د بل تکمیل کوونکي دي، د تجزیې پرته ترکیب او د ترکیب پرته تجزیه ناقصه ده، د ریاضي له تعریف نه شروع او مطلوب قضیې ته رسېږي، ولې په تحلیل او تجزیه کې د قضیې نه تعریف ته رسېږو ، په دې ترتیب تحلیل له قضیې نه پر تعریف ختمېږي او ترکیب له تعریف نه پر قضیه ختمېږي.

د ریاضیاتو علمي ارزش او استعمال یې په نورو علومو کې:

همغسې چې مخکې یادونه وشوه، علوم د عمل او تجربې څخه سرچینه اخلي او وروسته توسعه او پراختیا پیدا کوي.

د ریاضي په برخه کې هم لومړني مفاهیم له عیني جهان او تجربې څخه اخیستل شوي دي او بیا یې توسعه او انکشاف کړی دی، چې ثابت او استوار قوانین او روابط لري.

چې یو کمیت د بل کمیت له مخې تعین او پیدا کوي، د ریاضي علومو لړۍ اوس کچې ته رسېدلی، چې د تجربې پرته د مقادیرو تر مینځ ثابت روابط او قوانین رامینځته کړي.

په داسې حال کې چې ریاضیات یو ذهني علم شمېرل کېږي، خو لومړني مفاهیم په تجربه او عینیت استوار ده.

دې علم کاملاً دقیق، قاطع او مسلم احکام یې حقیقي دقیق او مطمین دي، چې هیڅوک په کې تردید نه لري، په همدې دلیل هر تجربې علم چې د ریاضي

په چوکاټ کې ولوېږي او د ریاضي فورمولونه پرې تطبیق شي، همغو مره به قاطع، دقیق او د اعتماد وړ وي.

په اوسني عصر او زمان کې حتی د اجتماعي علومو عالمان او استادان کوښښ کوي، ترڅو خپل نظریات او تیوري ګانې د ریاضي په قالب او فورمولونو کې ارایه کړي.

په دې مورد کې لارډکالوین د فزیک یو مشهور عالم وایي:

((کله چې د یو موضوع په هکله صحبت کوې، که وتوانېږې هغه اندازه او د اعدادو په ژبه یې ارایه کړې، که د هغه باره کې ډېر هم پوهېږې، خو له دې کار نه بغیر به مو معلومات نیمګړي وي.))

بله دا چې ځینې عالمان وایي:

((شناخت عبارت د اندازه ګیرۍ څخه ده.))

د نجوم فزیک عالمان غالباً داسې روابط په ریاضي کې برقرار او قایموي چې د غسې جهان سره انطباق لري، یعنې د ریاضي قوانینو ته د تجربې جنبه ورکوي.

د اوسني عصر فزیک، نجوم، تحلیلي او محاسبوي کیمیا، روانشناسي، انجینري، ساختمان، بانکداري... دا هغه علوم دي، چې د ریاضي د پوښښ او قالب پرته به نیمګړي او کم اعتباره وي، د پورته خبرو حقیقت به خپله د ساینس پوهنځي په څلورو کلونو کې احساس کړي.

لوګاریتم (Logarithm)

د ریاضي اوومه عملیه ده، چې ریاضي د عملیو د ډېرو لویو او یا د ډېرو کوچنیو عددونو په محاسبه کې؛ لکه ضرب، تقسیم، طاقت، جذر، نمایي (اکسپوننشیل) معادلې، نفوسو د تکثر مسایل، د بکتر یا دوه ګوني وېش، د رادیو اکتیف موادو تخریب، بانکونو په مرکبه ربحه او داسې نورو ځایونو کې ترې استفاده کېږي.

لوګاریتم هغه عملیه ده، چې د ضرب او تقسیم عملیې په جمع او تفریق په عملیو، د توان او جذر عملیې په ضرب او تقسیم په عملیو بدلوي.

لوګاریتم یوه داسې عملیه ده، چې نه یوازې محاسبه ساده کوي، بلکې د محاسبې وخت هم لنډوي.

دا عملیه د لومړي ځل لپاره د یو مسلمان ریاضي پوه (الخوارزمي AL-Khwarizmi) له خوا وپېژندل شوه او د یوه سکاتلندي ریاضي پوه (جان نیپر Jhon Napier) په واسطه پراختیا ورکړل شوه.

وروسته د جان نیپر د مړینې څخه (برکس Briggs) نومې عالم د جان نیپر د زوی په مرسته د لومړي ځل لپاره د لوګاریتم جدول د لسو (10) په قاعده ترتیب او منتشر کړی.

بالاخره د دې عملیې په واسطه د محاسبې خطکش، د حساب ماشین او داسې نور شیان اختراع شوي دي.

د لوګاریتم په واسطه مسایل په اسانه، ژر، په لږ وخت او په دقیق ډول سره

حل کېږي.

لوګاریتمي تابع (Logarthm Function)

لوګاریتم په لغت کې د متناسبو اعدادو شمېرلو ته وايي او په اصطلاح کې د اکسپوننشیل معادلې معکوسې معادلې ته لوګاریتم وايي.

اکسپوننشیل معادله:

هغه معادله ده، چې توان یې مجهول وي، عمومي شکل $a^x = b$ ، چې a او b ثابت عددونه دي، او x په کې مجهول دی؛ لکه $2^x = 16$

دا چې د اکسپوننشیل معادلې معکوس شکل ته لوګاریتم وايي، نو لیکو چې:

$b = a^x$ یو اکسپوننشیل معادله ده، نو معکوسه شکل یې عبارت ده له $Log_a^b = x$ څخه.

پاملرنه:

کولی شو، چې اکسپوننشیل معادله په لوګاریتمي معادلو او لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل معادلو بدلې کړو.

مثال: لوګاریتمي $x = 2^3 \Rightarrow Log_2^x = 3$ اکسپوننشیل.

اکسپوننشیل $2^x = 16 \Rightarrow Log_2^{16} = x$

په بل عبارت سره: لوګاریتم د x عدد ($x > 0$) د a په قاعده ($a \neq 1, a > 0$) عبارت له هغه عدد څخه دی، چې a د نوموړي عدد په توان رفع شي، نو حاصل یې د x سره مساوي کېږي؛ مثلاً:

$Log_a^x = y \Rightarrow a^y = x$

1). $Log_8^{64} = 2 \Rightarrow 8^2 = 64$

2). $Log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

3). $Log_9^{81} = 2 \Rightarrow 9^2 = 81$

4). $Log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

5). $Log_{3}^{9} = 2 \Rightarrow 3^2 = 9$

6). $Log_{25}^{625} = 2 \Rightarrow 25^2 = 625$

7). $Log_{13}^{169} = 2 \Rightarrow 13^2 = 169$

8). $Log_{21}^{441} = 2 \Rightarrow 21^2 = 441$

9). $Log_{20}^{400} = 2 \Rightarrow 20^2 = 400$

10). $Log_{30}^{900} = 2 \Rightarrow 30^2 = 900$

په بل عبارت سره:

فرضوو چې N او b دوه داسې مثبت حقیقي عددونه دي، چې $b \neq 0$ او $a \neq 1$ وي، نو د N عدد لوګاریتم د b په قاعده د a څخه عبارت دی، که چېرې b د a په توان رفع شي، د N عدد لاسته راشي؛ دارنګه چې:

$$Log_{b}^{N} = a \Leftrightarrow b^a = N$$

$Ex: 4^2 = 16 \Leftrightarrow Log_{4}^{16} = 2$

$Ex: 10^3 = 1000 \Leftrightarrow Log_{10}^{1000} = 3$

$Ex: 6^0 = 1 \Leftrightarrow Log_{6}^{1} = 0$

په بل عبارت سره:

که $y = a^x$ اکسپوننشیل تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د (y) لوګاریتم وایي، چې دغه عبارت په ریاضي کې داسې ($x = Log_{a}^{y}$) ښودل کېږي.

یا په بل عبارت سره:

که $a > 0$ او $a \neq 1$ او هم $N > 0$ وي، د N عدد لوګاریتم د a په قاعده د x عدد دی، که a په توان د x رفع شي، نو د N عدد لاسته راشي.

پورته تعریف ریاضي په ژبه داسې لیکل کېږي:

معادل روابط $\begin{cases} Log_{a}^{N} = x \\ N = a^x \end{cases}$ لوګاریتمي تابع
نمایي (اکسپوننشیل) تابع

1). $Log_{6}^{36} = 2 \Rightarrow 36 = 6^2$

2). $Log_{2}^{1/16} = -4 \Rightarrow \frac{1}{16} = 2^{-4}$

3). $Log_7^{49} = 2 \Rightarrow 49 = 7^2$

يا په بل عبارت:

د يوه طاقت توان ته لوګاريتم وايي.

$x = Log_a^y \Rightarrow y = a^x$

په لنډ ډول د توان محاسبه کولو ته لوګاريتم وايي.

$Ex: 256 = 16^2 \Rightarrow Log_{16}^{256} = 2$

$Ex: 289 = 17^2 \Rightarrow Log_{17}^{289} = 2$

د ټولو ذکر شوو تعريفونو له مخې د يوه عدد لوګاريتم مفهوم او مقصد دا دی، چې د يوه عدد لوګاريتم نظر يوې قاعدې ته هغه عدد دی، چې که قاعده پرې رفع شي، نو خپله عدد په لاس راځي.

پاملرنه:

له يوه څخه د لويو عددونو لوګاريتم مثبت او له يوه څخه د کوچنيو عددونو لوګاريتم منفي دی.

همدارنګه لوګاريتم صرف مثبت عددونه لري، خو منفي عددونه لوګاريتم نه لري.

همدا شان د يو لوګاريتم صفر دی، او د صفر لوګاريتم منفي لايتناهي ($-\alpha$) دی.

$Ex: Log_2^{32} = 5 \Rightarrow 32 = 2^5$

$Ex: Log_{125}^{5} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

$Ex: Log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 0,1 = 10^{-1}$

$Ex: Log_{10}^{0,01} = -2 \Rightarrow 0,01 = 10^{-2}$

(ا). له (1) نه د لوی عددونو لوګاريتم تل مثبت وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^1 = 10 \longrightarrow Log_{10}^{10} = 1$

$10^2 = 100 \longrightarrow Log_{10}^{10^2} = 2$

$10^3 = 1000 \longrightarrow Log_{10}^{10^3} = 3$

$10^4 = 10000 \longrightarrow Log_{10}^{10^4} = 4$

(II). له (1) نه د کوچنیو عددونو لوگاریتم تل منفي وي.

$10^0 = 1 \longrightarrow Log_{10}^{1} = 0$

$10^{-1} = 0,1 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-1}} = -1$

$10^{-2} = 0,01 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-2}} = -2$

$10^{-3} = 0,001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-3}} = -3$

$10^{-4} = 0,0001 \longrightarrow Log_{10}^{10^{-4}} = -4$

(III). د صفر لوگاریتم ($-\alpha$) دی.

(IV). د صفر څخه کوچني عددونه یعنې منفي عددونه لوگاریتم نه لري.

د لوگاریتم ساده مثالونه

Number	Exponential Expression	Logarthm
10000	10^4	4
1000	10^3	3
100	10^2	2
10	10^1	1
1	10^0	0
$\frac{1}{10} = 0,1$	10^{-1}	-1
$\frac{1}{100} = 0,01$	10^{-2}	-2
$\frac{1}{1000} = 0,001$	10^{-3}	-3
$\frac{1}{10000} = 0,0001$	10^{-4}	-4

لوګاریتمي تابعګانې

(Logarithmic Function)

لوګاریتمي تابع:

که $y = a^x$ یوه نمايي (اکسپوننشیل) تابع وي، نو x ته د (a) په قاعده د y لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

یعنې د نمايي تابع معکوس حالت ته لوګاریتمي تابع ویل کېږي.

او په $y = a^x \Leftrightarrow x = Log_a^y$ شکل سره ښودل کېږي.

$$f(x) = a^x : \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases} , \qquad \begin{Bmatrix} Do\min\ f(x) = IR \\ Range\ f(x) = IR > 0 \end{Bmatrix}$$

$$f^{-1}(x) = Log_a^x \qquad , \qquad \begin{cases} a > 0 \\ a \neq 1 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$Dom\ f(x)^{-1} = IR > 0$$

$$Range\ f(x)^{-1} = IR$$

یعنې د لوګاریتمي تابع ډومین د نمايي تابع رینج او د لوګاریتمي تابع رنج د نمايي تابع ډومین دی.

د لوګاریتمي تابع خاصیتونه
(Logarthmic Function Laws):

۱. د لوګاریتمي تابع د کمیتونو ساحه د مثبتو عددونو له سیټ څخه عبارت ده.

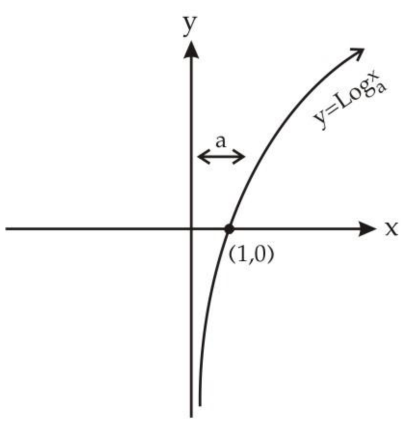
۲. څرنګه چې Log_a^1 د هرې اختیاري قاعدې لپاره مساوي په صفر سره ده، نو په دې اساس ویلی شو، چې هر لوګاریتمي تابع یوازې یو جذر $x_0 = 1$ لري، چې په دې ترتیب د هر لوګاریتمي تابع ګراف په قایمو مختصاتو کې د $(1,0)$ له نقطې څخه تېرېږي.

۳. هره لوګاریتمي تابع یو په یو یا (Injection) ده، یعنې د هر $x_1 = x_2$ لپاره تل $f(x_1) = f(x_2)$ او یا د هر $x_1 \neq x_2$ لپاره تل $f(x_1) \neq f(x_2)$ ده.

که $y = Log_a^x$ تابع ولري، دلته (a) دوه حالته لري، چې ګراف یې هم فرق کوي.

۱. که چېرې $a > 1$ وي، نو لرو چې:

$y = Log_a^x$

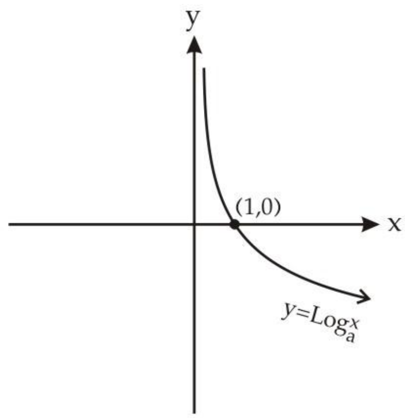


x	Log_{aX}
0	-5
1	0
a	1
$+\alpha$	$+\alpha$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، نو په دې حالت کې لرو چې:

$y = Log_a^x$, $0 < a < 1$

x	Log_{aX}
0	$+\alpha$
a	1
1	0
$+\alpha$	$-\alpha$



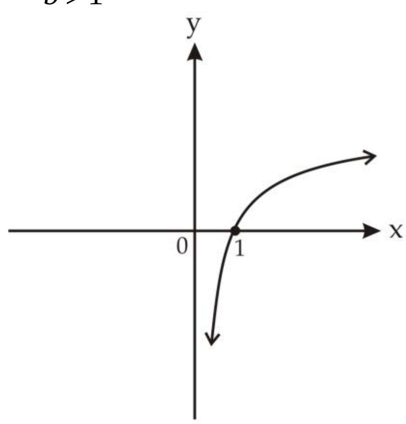
گراف $y = Log_a^X$

دلته b دوه حالتونه لري:

۱. که چېرې $b > 1$ وي، نو گراف يې په لاندې ډول دی:

$y = Log_a^X$

$b > 1$



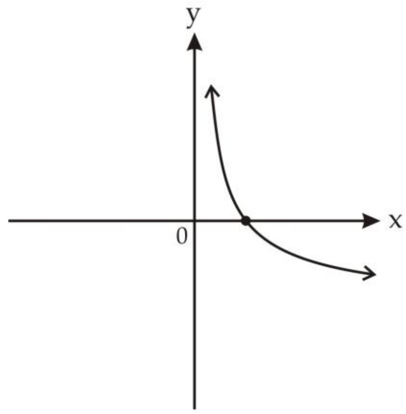
$Domain = (0, \alpha)$

$Range = (-\alpha, \alpha)$

۲. که چېرې $0 < b < 1$ وي، نو گراف، دومين او رنج يې په لاندې ډول سره دی.

$y = Log_a^X$

$0 < b < 1$



$Domain = (0, \alpha)$
$Range = (-\alpha, \alpha)$

په عمومي ډول د لوګارتمي تابع د ګراف د رسمولو لپاره د لوګاريتمي $y = Log_a^x$ او نمايي $y = a^x$ تابع ګرافونه نسبت $y = x$ مستقيم خط ته متناظر دی.

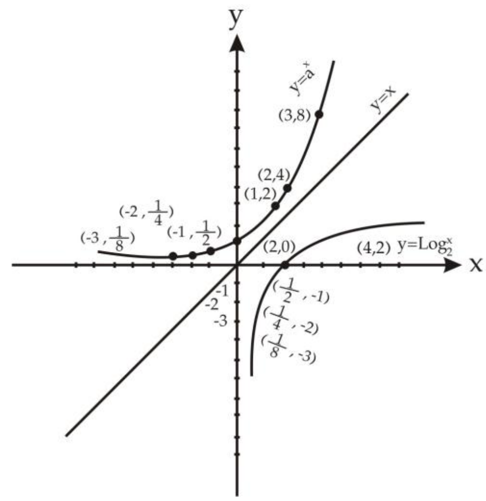
دلته (a) دوه حالتونه لري:

۱. که $a > 1$ وي، مثلا $y = Log_2^x$ ، يعنې $a = 2$ فرض شي، نو دې ډول تابع ګراف صعودي دی او قايم مجانب يې $x = 0$ خط دی.

x	Log_a^y	لوګاريتمي تابع
1	0	$\Rightarrow (1,0)$
2	1	$\Rightarrow (2,1)$
1/2	-1	$\Rightarrow (1/2,-1)$
4	2	$\Rightarrow (4,2)$
1/4	-2	$\Rightarrow (1/4,-2)$
1/8	-3	

x	$y = 2^x$	نمايي تابع
3	8	$\Rightarrow (3,8)$
2	4	$\Rightarrow (2,4)$
1	2	$\Rightarrow (1,2)$
-1	1/2	$\Rightarrow (-1,1/2)$
-2	1/4	$\Rightarrow (-2,1/4)$
-3	1/8	$\Rightarrow (-3,1/8)$

الف شکل:



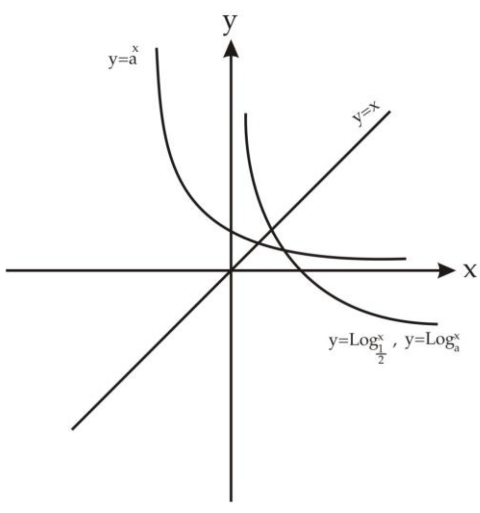
$$Do\min of\ y = 2^x \Rightarrow (-\alpha, \alpha) \Leftrightarrow Range\, of\ y = Log_2^x$$
$$Range\, of\ y = 2^x \Rightarrow (0, \alpha) \Leftrightarrow Do\min of\ y = Log_2^x$$

۲. که چېرې $0 < a < 1$ وي، یعنې $a = \frac{1}{2}$ فرض شي، $y = Log_{\frac{1}{2}}^x$ وساتو، په دې صورت کې تابع نزولي ده.

نو په هغه صورت کې چې $0 < a < 1$ وي، د $y = Log_x^a$ تابع ګراف په لاندې ډول ده.

دیتر ګراف په خپر کمیتونه ورکوو:

ب شکل:



له بلې خوا پوهېږو چې لوګاریتمي او اکسپوننشیل تابعګانې یو د بل معکوس دي، او س که چېرې f ته نمایي تابع او f^{-1} ته لوګاریتمي تابع و وایو، نو د دوی ترکیب هم په لاندې ډول دی:

$$fof^{-1} = f^{-1}of$$
$$fof^{-1} = f(f(x)^{-1}) = f(\log_a^x) = a^{\log_a^x} = x$$
$$f^{-1}of = f(f(x)) = f^{-1}(a^x) = \log_a^{a^x} = x$$

نتیجه: نو له دې ترکیب څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي.

$$\left.\begin{array}{l} Log_a^{a^x} \Rightarrow \\ a^{Log_a^x} = x \end{array}\right\} Log_a^{a^x} = a^{Log_a^x} = x$$

مثال: د $f(x) = Log_5^x$ تابع قیمتونه په $f(\frac{1}{25}), f(1), f(5)$ او $f(125)$ کې پیدا کړئ؟

حل: په راکړل شوي تابع کې د x پرځای قیمتونه لیکو، چې په نتیجه کې د تابع قیمت په لاس راځي.

$$f(x) = \log_5^x \Rightarrow f(5) = \log_5^5 = 1$$
$$f(x) = \log_5^x = f(1) = \log_5^1 = 0$$
$$f(x) = \log_5^x = f(\frac{1}{25}) = \log_5^{(\frac{1}{125})} = \log_5^{5^{-2}} = -2.\log_5^5 = -2.1 = -2$$
$$f(x) = \log_5^x = f(125) = \log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$$

مثال: د $f(x) = \log_3^x$ تابع قیمتونه په $f(1)$ ، $f(3)$ ، $f(27)$ او $f(81)$ کې په لاس راوړو.

حل: راکړل شوي قیمتونه په تابع کې د x پرځا وضع کوو.

$$f(x) = Log_3^X \Rightarrow f(1) = \log_3^1 = 0$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(3) = \log_3^3 = 10$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(27) = \log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3$$
$$f(x) = Log_3^x \Rightarrow f(81) = \log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4$$

تمرین (Excerces):

۱. د $f(x)=Log_4^x$ تابع قیمتونه په $f(4), f(16), f(1)$ او $f(\frac{1}{16})$ کې پیدا کړئ؟

۲. د $f(x)=Log_2^x$ تابع قیمتونه په $f(1), f(64), f(32)$ او $f(\frac{1}{4})$ کې پیدا کړئ.

لوګاریتمي او اکسپوننشیل (نمایي) تابع ګانې یو پر بل تبدیلول

(Logarithmic Function)

لاندې نمایي مساوات په لوګاریتمي حالت تبدیلوو:

1). $100^{0} = 1 \Rightarrow \log_{100}^{1} = 0$

2). $10^{-4} = 0{,}0001 \Rightarrow \log_{10}^{0{,}0001} = -4$

3). $10^{\frac{1}{3}} = 10^{-3} \Rightarrow \log_{10}^{10^{\frac{1}{3}}} = -3$

4). $2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2} \Rightarrow \log_{2}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

5). $(\frac{1}{2})^{-4} = 16 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{16} = -4$

6). $10^{3} = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

لاندې لوګاریتمي مساوات په نمایي حالت تبدیلوو:

1). $\log_{2}^{4x} = x \Rightarrow 2^{x} = 4x$

2). $\log_{\frac{2}{3}}^{\frac{4}{9}} = 2 \Rightarrow (\frac{2}{3})^{2} = \frac{4}{9}$

3). $\log_{c}^{\frac{1}{x}} = -y \Rightarrow c^{-y} = \frac{1}{x}$

4). $\log_{10}^{0{,}01} = -2 \Rightarrow 10^{-2} = 0{,}01$

5). $\log_{8}^{1} = 0 \Rightarrow 8^{0} = 1$

6). $\log_{2}^{32} = 5 \Rightarrow 2^{5} = 32$

عملي مثالونه:

د اکسپوننشیل شکل څخه لوګاریتمي شکل ته د معادلو تبدیلول:

1). $4^2 = 16 \Rightarrow \log_4^{16} = 2$

2). $10^3 = 1000 \Rightarrow \log_{10}^{1000} = 3$

3). $6^0 = 1 \Rightarrow \log_6^1 = 0$

4). $3^4 = 81 \Rightarrow \log_3^{81} = 4$

5). $12^2 = 144 \Rightarrow \log_{12}^{144} = 2$

6). $10^5 = 100000 \Rightarrow \log_{10}^{100000} = 5$

لوګاریتمي معادلې په اکسپوننشیل شکل بدلول:

1). $\log_{10}^{100} = 2 \Rightarrow 10^2 = 100$

2). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

3). $\log_5^{125} = 3 \Rightarrow 5^3 = 125$

4). $\log_{10}^1 = 0 \Rightarrow 10^0 = 1$

5). $\log_3^3 = 1 \Rightarrow 3^1 = 3$

6). $\log_{10}^{0,1} = -1 \Rightarrow 10^{-1} = 0,1$

7). $\log_{10}^{0,001} = 3 \Rightarrow 10^{-3} = 0,001$

8). $\log_{10}^{0,0001} = -4 \Rightarrow 10^{-4} = 0,0001$

9). $\log_{125}^5 = \frac{1}{3} \Rightarrow 5 = (125)^{\frac{1}{3}}$

10). $\log_2^{32} = 5 \Rightarrow 2^5 = 32$

11). $\log_3^{27} = 3 \Rightarrow 3^3 = 27$

12). $\log_6^{36} = n \Rightarrow 6^n = 36 \Rightarrow 6^n = 6^2 = n = 2$

13). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

14). $\log_2^8 = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$

15). $\log_7^{\frac{1}{49}} = -2 \Rightarrow 7^{-2} = \frac{1}{49}$

16). $\log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{1000}$

17). $\log_2^{16} = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$

عملي مثالونه:

لوګاریتمي شکل په اکسپوننشیل (نمایي) شکل بدلول او اکسپوننشیل شکل په لوګاریتمي شکل بدلول.

1). $Ex: \log_x^y = m \Leftrightarrow x^m = y$

2). $Ex: \log_{10}^{10^3} = 3 \Leftrightarrow 10^3 = 10^3$

3). $Ex: \log_7^{49} = 2 \Leftrightarrow 7^2 = 49$

4). $Ex: \log_{10}^{10000000} = 7 \Leftrightarrow 10^7 = 10000000$

5). $Ex: \log_y^{\frac{1}{8}} = -3 \Leftrightarrow y^{-3} = \frac{1}{8}$

6). $Ex: \log_5^{625} = 4 \Leftrightarrow 625 = 5^4$

7). $Ex: \log_{12}^{144} = 2 \Leftrightarrow 12^2 = 144$

8). $Ex: \log_a^{\frac{1}{m}} = n \Leftrightarrow a^n = \frac{1}{m}$

9). $Ex: \log_4^{64} = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$ ذ

10). $Ex: \log_{10}^{1} = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

عملي مثالونه:

لاندې افادې د اکسپوننشیل نه په لوګاریتمي او د لوګاریتمي شکل نه په اکسپوننشیل واړوئ.

1). $4^3 = 64 \Rightarrow \log_4^{64} = 3$

2). $3^3 = 27 \Rightarrow \log_3^{27} = 3$

3). $10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{1}{1000}} = -3$

4). $\log_9^{\frac{1}{9}} = -1 \Rightarrow 9^{-1} = \frac{1}{9}$

5). $\log_9^9 = 1 \Rightarrow 5 = 5^1 \Rightarrow \log_9^9 = 1 \Rightarrow 9^1 = 9 \Rightarrow 9 = 9$

6). $\log_b^{\frac{1}{y}} = d \Rightarrow \frac{1}{y} = b^d$

7). $\log_{10}^{10000000} = 7 \Rightarrow 10000000 = 10^7$

8). $\log_{10000}^{1} = 0$

9). $\log_{10^3}^{10^3} = 1$

10). $\log_8^{8^{-3}} = -3.\log_8^8 = -3.1 = -3$

11). $\log_{13}^{13^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{1}{2}.\log_{13}^{13} = -\frac{1}{2}.1 = -\frac{1}{2}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې په نمایي شکل ولیکئ.

1). $\log_{8}^{2} = \frac{1}{3}$

2). $\log_{27}^{3} = \frac{1}{3}$

3). $\log_{4}^{\frac{1}{32}} = -\frac{5}{2}$

4). $\log^{0,01} = -2$

5). $\log^{1000} = 3$

6). $\log^{1} = 0$

7). $\log_{144}^{12} = \frac{1}{2}$

8). $\log_{5}^{\frac{1}{625}} = -3$

9). $\log_{100}^{1000} = \frac{3}{2}$

10). $\log_{32}^{4} = \frac{2}{5}$

تمرین:

لاندې اکسپوننشیل (نمایي) رابطې په لوګاریتمي شکل ولیکئ؟

1). $5^{4} = 625$

2). $7^{-1} = \frac{1}{7}$

3). $10^{-4} = 0,0001$

4). $32^{2/5} = 4$

5). $256^{-1/4} = \frac{1}{4}$

6). $8^{2/3} = 4$

7). $4^{3/2} = 8$

8). $11^{-2} = \frac{1}{121}$

9). $10^{-2} = 0,01$

10). $4^{-1} = 0,25$

د لوګاریتم قوانین او مثالونه

د لوګاریتم قضیې او خواص
(Property of Logarithm)

لومړی خاصیت: د یو لوګاریتم د هر مثبت عدد په قاعده صفر (0) دی.

$\log_a^1 = 0$

$\mathrm{Proof}: \quad \log_a^1 = 0 \;\Rightarrow\; a^0 = 1$

$\log_{1000}^1 = 0 \;\Rightarrow\; 1000^0 = 1$

دویم خاصیت: د هر مثبت عدد لوګاریتم په خپله قاعده مساوي کېږي، له یو سره.

$\log_a^a = 1$

$\mathrm{Proof} \Rightarrow \log_a^a = 1 \Rightarrow\; a = a^1$

د طاقت قانون دی:

$\log_{1000}^{1000} = 1 \;\Rightarrow\; 1000^1 = 1000$

$\log_a^1 = 0$

درېیم خاصیت: د یوه طاقت عدد لوګاریتم په خپله قاعده د توان څخه عبارت دی.

$\log_b^{b^r} \Rightarrow r \qquad\qquad b \neq 1$

$\mathrm{Proof} = \log_b^{b^r} = r \qquad \Rightarrow\; b^r = b^r$

$Ex = \ \log_{20}^{20^2} = 2 \ \Rightarrow \ 20^2 = 20^2$

$Ex = \ \log_{x}^{x^6} = 6 \ \Rightarrow \ x^6 = x^6$

څلورم خاصیت: د یوه حاصل ضرب لوګاریتم په یوه قاعده باندې د ضربي عواملو د لوګاریتمو د مجموعې سره مساوي دی.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n$

$\Pr oof = \qquad \log_a^m = x \ \Rightarrow \ a^x = m$

$\qquad \log_a^n = y \ \Rightarrow \ a^y = n$

$a^x . a^y = m.n$

طرف په طرف ضربوو او د طاقت قانون پرې عملي کوو.

$a^{x+y} = m.n$ دا چې اکسپوننشیل (نمایي تابع) شکل لري، نو لوګاریتمي شکل ته اړوو.

$a^{x+y} = m.n \quad \Rightarrow \quad \log_a^{m.n} \Rightarrow x+y$

پورته معادله کې د x او y پرځای مخکیني قیمتونه ذکر کوو.

$\log_a^{m.n} = \log_a^m + \log_a^n \qquad \left.\begin{matrix} x = \log_a^m \\ y = \log_a^n \end{matrix}\right\}$

$Ex: \ \log_2^{(2x)} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^x \quad \Rightarrow \ 1 + \log_x^2$

$Ex: \ \log_m^{my} \Rightarrow \log_m^m + \log_m^y \Rightarrow 1 + \log_m^y$

$Ex: \ \log_2^{14} \Rightarrow \log_2^{2.7} \Rightarrow \log_2^2 + \log_2^7 \Rightarrow 1 + \log_2^7$

$Ex: \log_A^{ARAZAN} = \log_A^A + \log_A^R + \log_A^A + \log_A^Z + \log_A^A + \log_A^N$

$= 1 + \log_A^R + 1 + \log_A^Z + 1 + \log_A^N \ \Rightarrow 3 + \log_A^R + \log_A^Z + \log_A^N$

لاندې افادې چې د ضرب په شکل لیکلی شوي دي، د جمعې په شکل (فورمول) باندې لیکو:

$1: \ \log_6^{(6x^2)} = ?$

$Solution: \log_6^{(6x^2)} = \log_6^6 + \log_6^{x^2} \ \Rightarrow 1 + 2\log_6^x$

$2: \ \log_{10}^{(10x^2.y)} = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{10} + \log_{10}^{x^2} + \log_{10}^y \Rightarrow 1 + 2\log_{10}^x + \log_{10}^y$

$3: \ \log_2^{(x.y.z)} = ?$

$Solution: \log_2^{(x.y.z)} = \log_2^x + \log_2^y + \log_2^z$

لاندې افادې چې د جمعې په شکل ليکل شوي، د ضرب په شکل يې تبديل کړئ؟

$$1.\ \log_7^{\frac{x^3}{5y^4}}+\log_7^{\frac{5.y^4}{x^2}}=?$$

$$Solution:\ \log_7^{(\frac{x^3}{5.y^4}.\frac{5.y^4}{x^2})}=\log_7^{(\frac{x}{1})}\Rightarrow\log_7^x$$

$$2.\ \log_{10}^4+\log_{10}^5\Rightarrow\log_{10}^{4.5}\Rightarrow\log_{10}^{20}$$

$$3.\ \log_9^9+\log_3^3\Rightarrow 1+1=2$$

$$4.\ \log_{10}^{1000}+\log_{10}^{\frac{1}{100}}\Rightarrow\log_{10}^{(1000\frac{1}{100})}=\log_{10}^{10}=1$$

$$5.\ \log_{12}^{36}+\log_{12}^4=\log_{12}^{36.4}=\log_{12}^{144}=\log_{12}^{12^2}=2$$

$$6.\ \log_3^{(\frac{8x}{3y^3})}+\log_3^{(\frac{3.y^4}{})}=\log_3^{(\frac{8x}{3y^3}.3y^4)}=\log_3^{8x.y}\Rightarrow\log_3^8+\log_3^x+\log_3^y$$

$$7.\ \log_{10}^5+\log_{10}^{20}\Rightarrow\log_{10}^{5.20}=\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{10^2}=2\Rightarrow 3-\log_5^2$$

لاندې د خارج قسمت افادې د تفاضل په شکل ليکو:

$$1.\ \log_4^{\frac{32}{2}}\Rightarrow\log_4^{16}=\log_4^{4^2}=2.\log_4^4=2.1\Rightarrow 2$$

$$2.\ \log_5^{\frac{250}{160}}=\log_5^{\frac{25}{16}}=\log_5^{25}-\log_5^{16}\Rightarrow\log_5^{5^2}-\log_5^{16}$$

$$\Rightarrow 2\log_5^5-\log_5^{2^4}\Rightarrow 2.1-4.\log_5^2\Rightarrow 2-4\log_5^2$$

$$3.\ \log_7^{(\frac{63}{49})}=\log_7^{63}-\log_7^{49}=\log_7^{7.9}-\log_7^{7^2}=$$

$$\Rightarrow\log_7^7+\log_7^9-2.\log_7^7\Rightarrow 1+\log_7^9-2$$

$$\Rightarrow\log_7^9-1$$

$$4.\ \log_m^{(\frac{x.y.z}{d})}=\log_m^{(x.y.z)}-\log_m^d\Rightarrow\log_m^x+\log_m^y+\log_m^z-\log_m^d$$

لاندې د تفاضل افادې د خارج قسمت په شکل ليکو:

$$1.\ \log_a^{y^2a}-\log_a^{y^2}=\log_a^{\frac{ay^2}{y^2}}=\log_a^a=1$$

$$2.\ \log_2^{32}-\log_2^{16}=\log_2^{\frac{32}{16}}=\log_2^2=1$$

$$3.\ \log_{10}^{10000}-\log_{10}^{1000}=\log_{10}^{\frac{10000}{1000}}=\log_2^2=1$$

$$4.\ \log_5^{625}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{625}{25}}=\log_5^4$$

$$5.\ \log_5^{125}-\log_5^{25}=\log_5^{\frac{125}{25}}=\log_5^5=1$$

شپږم خاصيت: د يوه طاقت لرونکي عدد لوګاريتم پر بله قاعده د توان او همغه عدد دلوګاريتم د حاصل ضرب سره مساوي ده.

$\log_b^{m^r} \Rightarrow r.\log_b^m$

$\Pr oof = \log_b^m = x \Rightarrow m = b^x$

اوس دواړه خواوې د (r) په توان پورته کوو.

$m^r = (b^x)^r \Rightarrow m^r = b^{x.r}$

په لوګاریتمي معادله يې بدلوو.

$\log_b^{m^r} = x.r$

په آخر کې د x پرځای ذکر شوی قیمت وضع کوو.

$\log_b^{m^r} = x.r \Rightarrow \log_b^{m^r} = \log_b^m .r$

$\log_b^{m^r} = r.\log_b^m$

$Ex: \log_2^{49^3} \Rightarrow 3.\log_2^{49}$

$Ex. \log_9^{81^5} \Rightarrow 5.\log_9^{81} \Rightarrow 5.\log_9^{9^2} \Rightarrow 5.2.1 = 10$

$Ex: \log_5^{(5x)^3} \Rightarrow 3(\log_5^{5x}) \Rightarrow 3(\log_5^5 + \log_5^x) \Rightarrow 3(1+\log_5^x) \Rightarrow 3+3\log_5^x$

$Ex: \log_3^{(\frac{9}{5})5} \Rightarrow 5.\log_3^{\frac{9}{2}} \Rightarrow 5(\log_3^9 - \log_3^2) \Rightarrow 5(\log_3^{3^2} - \log_3^2) \Rightarrow 5(2-\log_3^2) \Rightarrow 10-5\log_3^2$

اووم **خاصیت:** د یوه عدد لوګاریتم د یوه طاقت لرونکي عدد پر قاعده عبارت دی د قاعدې د توان معکوس ضرب يې د همغه عدد لوګاریتم د قاعدې د قاعدې په قاعده.

$\log_{a^b}^m = \frac{1}{b}\log_a^m$

$\Pr oof \Rightarrow \log_a^m = y \Rightarrow m = a^y ....I$

(I) رابطه په عین ضرب او تقسیموو، کوم فرق نه کوي، یو طرف.

$m = a^y \Rightarrow m = (a^y)^{\frac{b}{b}} \Rightarrow m = (a^b)^{\frac{y}{b}} ....II$

(II) د رابطې لوګاریتم نیو.

$m = (a^b)^{\frac{y}{b}} \Rightarrow \log a^{b^m} = \frac{y}{b}$

$\log a^{b^m} = \frac{1}{b}.y \Rightarrow \log_a^{b^m} = \frac{1}{b}.\log_a^m$

پاملرنه:

د پورته قضيې ثخه لاندې قضيې نورې هم لاسته راځي.

$$1.\ \log_{a^n}^{x^m} = \frac{m}{n}\log_a^x$$

$$2.\ \log_{a^n}^{x^n} \Rightarrow \frac{n}{n}\log_a^x \Rightarrow \log_a^x$$

$$3.\ \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{x}} = \log_a^x$$

د يادې قضيې په اثبات په لوګاريتم کې د لاندې خواصو نه هم استفاده کولای شو.

$$1.\ a^{\log_a^m} = x \Rightarrow x = m$$

$$2.\ \log_b^a . \log_a^b . \log_d^c \ldots\ldots\ldots\ldots \log_m^n \Rightarrow \log_n^a$$

$$3.\ \log_a^{\log_b^{\log_c^x}} = n \Rightarrow x = \left[(C^b)^a\right]^n$$

مثالونه:

$$Ex: \log_5^3 . \log_8^5 . \log_9^8 \Rightarrow \log_9^3$$

$$Ex: 5^{\log_5^{12}} \Rightarrow 12 \qquad Ex: \log_2^{\log_3^{\log_5^x}} = 8 \Rightarrow x = \left[(5^3)^2\right]^8$$

$$Ex: \log_{16}^{32} \Rightarrow \log_{2^4}^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}\log_2^{32} \Rightarrow \frac{1}{4}.\log_2^{2^5} = \frac{5}{4}.1 = \frac{5}{4}$$

اتم خاصيت: د يوه جذر لرونکي عدد لوګاريتم د عدد لوګاريتم او جذر د درجې د تقسيم له حاصل سره مساوي دی.

$$\log_a^{\sqrt[n]{m}} \Rightarrow \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$\text{Pr}oof: \sqrt[n]{m} = m^{\frac{1}{n}}$$

د دواړو خواوو نه لوګاريتم نيسو، د a په قاعده:

$$\log_a^{\sqrt[a]{m}} = \log_a^{m^{\frac{1}{n}}} \Rightarrow \log_a^{\sqrt[n]{m}} = \frac{1}{n}\log_a^m$$

$$Ex: \log_4^{\sqrt[3]{16}} \Rightarrow \log_4^{16^{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \frac{1}{3}\log_4^{4^2} \Rightarrow \frac{1}{3}.2.1 = \frac{2}{3}$$

$$Ex: \log_5^{\sqrt[2]{5}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_5^5 \Rightarrow \frac{1}{2}$$

$$Ex: \log_R^{\sqrt[D]{R}} \Rightarrow \frac{1}{D}.\log_R^R = \frac{1}{D}.1 \Rightarrow \frac{1}{D}$$

$Ex:\ \log_{10}^{\sqrt[3]{1000}} \Rightarrow \frac{1}{3}.\log_{10}^{1000} \Rightarrow \frac{1}{3}.3=1$

نهم خاصيت: که قاعده د لوګاريتم په طاقت سره وي، نو په هغه صورت کې چې د لوګاريتم قاعده او د نيمايي تابع قاعده سره مساوي وي، خپله د عدد سره مساوي دي.

$a^{\log_a^y} = y$

$\Pr oof = \log_a^y = x \Rightarrow y = a^x \Rightarrow y = a^{\log_a^y}$

$Ex:\ 10^{\log 10^4} = 4$

$Ex:\ 0,2^{\log_{0,2}^5} = 5$

$Ex:\ 2^{\log_2^3} = 3$

پاملرنه:

هيڅ وخت په لاندې ډول لوګاريتم نه شو ليکلی:

$Ex:\ \log_5^{4^5} \neq 4$

ځکه چې هيڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 3^{\log_4^3} \neq 4$

ځکه چې هيڅ قاعدې ته برابر نه دی.

$Ex:\ 8^{\log 3^8} \neq 8$

ځکه دا هم هيڅ قانوني قاعدې ته نه ده جوړه.

لسم خاصيت: که چېرې $a,b \in R$ او خلاف د يو $(a \neq 1 \ ,\ b \neq 1)$ وي، نو لرو، چې:

$\log b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_b^a.\log_a^b = 1$

$\Pr oof:\ \log_b^a = y \Rightarrow a = b^y$

که د اطراف لوګاريتم د a په قاعده ونيسو، لرو چې:

$a = b^y \Rightarrow \log_a^a = \log_a^{b^y} \Rightarrow 1 = y.\log_a^b \Rightarrow y = \frac{1}{\log_a^b}$

$\Rightarrow \log b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

$Ex:\ \log_3^5 . \log_5^3 = 1$

$Ex:\ \log_2^{1000} . \log_{1000}^2 = 1$

$Ex:\ \log_y^x . \log_x^y = 1$

$Ex:\ \log_{64}^2 = ?$

$$\log_{64}^2 = \frac{1}{\log_2^{64}} = \frac{1}{\log_2^{2^6}} = \frac{1}{6}$$

یوولسم خاصیت: د یوه معکوس عدد لوګاریتم د خپله عدد د منفي لوګاریتم سره مساوي دي، چېد یوه عدد منفي لوګاریتم ته د هغه عددونو لوګاریتم هم وايي.

$$\log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A \Rightarrow Co\log_a^A$$

$$\Pr oof:\ \log_a^{\frac{1}{A}} = \log_a^1 - \log_a^A = 0 - \log_a^A \Rightarrow -\log_a^A \Rightarrow co\log_a^A$$

$$\Rightarrow \log_a^{\frac{1}{A}} = -\log_a^A = Co\log_a^A$$

دولسم خاصیت: د قاعدې د بدلولو فارمول:

که د یو عدد لوګاریتم په یوه قاعده غوښتل شوي وي، مګر د دغه عدد لوګاریتم پر دغه قاعده مشکل وي، نو د عدد او د لوګاریتم د قاعدې لوګاریتم پر یوه بله قاعده پیدا کوو، د عدد لوګاریتم پر دغه قاعده د لوګاریتم د قاعدې په لوګاریتم باندې وېشو، مطلوب عدد په لاس راځي.

$$\log_a^m = \frac{\log_b^m}{\log_b^a}$$

ثبوت:

که چېرې $\log_a^m = x$ وښیو، نو په اکسپوننشیل شکل یې بدلوو.

$$\log_a^m = x \Rightarrow m = a^x$$

د دواړو خواوو لوګاریتم د b په قاعده نیسو.

$$\log_b^m = \log_b^{a^x} \Rightarrow x\log_b^a$$

$$\log_b^m = \log_a^m . \log_b^a$$

$$\frac{\log_b^m}{\log_b^a} = \frac{\log_a^m . \log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^m = \frac{\log_b^a}{\log_b^a}$$

د تبدیلۍ $(\log_a^x = \dfrac{\log_b^a}{\log_b^a} \Rightarrow \log_a^x . \log_b^a = \log_b^x)$ فارمول په مرسته لاندې مثالونه حلوو:

1. $\log_{64}^{16} = ?$

$$Solutin: \ \log_{64}^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^{64}} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^6}} = \frac{4.\log_2^2}{6.\log_2^2} = \frac{1.4}{6.1} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2. $\log_{100}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \ \log_{10}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{100}} = \frac{\log_{10}^{10^{-4}}}{\log_{10}^{10^2}} = \frac{-4.\log_{10}^{10}}{2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-4.1}{2.1} = \frac{-4}{2} \Rightarrow -2$$

3. $\log_{0,01}^{10000} = ?$`

$$Solution: \ \log_{0.01}^{10000} = \frac{\log_{10}^{10000}}{\log_{10}^{0,01}} = \frac{\log_{10}^{10^4}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{4.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} = \frac{4.1}{-2.1} = \frac{4}{-2} = -2$$

4. $\log_{16}^{32} = ?$

$$Solution: \ \log_{16}^{32} = \frac{\log_2^{32}}{\log_2^{16}} = \frac{\log_2^{2^5}}{\log_2^{2^4}} = \frac{5.\log_2^2}{4.\log_2^2} = \frac{5.1}{4.1} = \frac{5}{4}$$

5. $\log_{121}^{14641} = ?$

$$Solution: \log_{121}^{14641} = \frac{\log_{11}^{14641}}{\log_{11}^{121}} = \frac{\log_{11}^{11^4}}{\log_{11}^{11^2}} = \frac{4.\log_{11}^{11}}{2.\log_{11}^{11}} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} \Rightarrow 2$$

6. $\log_{0,001}^{0,0001} = ?$

$$Solution: \log_{0,001}^{0,0001} = \frac{\log_{10}^{0,0001}}{\log_{10}^{0,001}} = \frac{\log_{10}^{10^{-3}}}{\log_{10}^{10^{-2}}} = \frac{-3.\log_{10}^{10}}{-2.\log_{10}^{10}} \Rightarrow \frac{-3.1}{-2.1} = \frac{3}{2}$$

7. $\log_{0,1}^{1000} = ?$

$$Solution: \log_{0,1}^{1000} = \frac{\log_{10}^{1000}}{\log_{10}^{0,1}} = \frac{\log_{10}^{10^3}}{\log_{10}^{10^{-1}}} = \frac{3.\log_{10}^{10}}{-1.\log_{10}^{10}} = \frac{3.1}{-1.1} \Rightarrow -3$$

8. $\log_9^{27} = ?$

$$Solution: \log_9^{27} = \frac{\log_3^{27}}{\log_3^9} = \frac{\log_3^{3^3}}{\log_3^{3^2}} = \frac{3.\log_3^3}{2.\log_3^3} = \frac{3.1}{2.1} = \frac{3}{2}$$

9. $\log_{25}^{625} = ?$

$$Solution: \log_{25}^{625} = \frac{\log_5^{625}}{\log_5^{25}} = \frac{\log_5^{5^4}}{\log_5^{5^2}} = \frac{4.\log_5^5}{2.\log_5^5} = \frac{4.1}{2.1} = \frac{4}{2} = 2$$

10. $\log_{27}^{81} = ?$

$$Solution: \ \log_{27}^{81} = \frac{\log_3^{81}}{\log_3^{27}} = \frac{\log_3^{3^4}}{\log_3^{3^3}} = \frac{4.\log_3^3}{3.\log_3^3} = \frac{4.1}{3.1} = \frac{4}{3}$$

11. $\log_8^{16} = ?$

$$Solution: \log_8^{16} = \frac{\log_2^{16}}{\log_2^8} = \frac{\log_2^{2^4}}{\log_2^{2^3}} = \frac{4.\log_2^2}{3.\log_2^2} = \frac{4}{3}$$

12. $\log_b^a . \log_c^b . \log_a^d = 1$

$$Solution: \frac{\log_m^a}{\log_m^b} . \frac{\log_m^b}{\log_m^c} . \frac{\log_m^c}{\log_m^a} . \frac{\log_m^d}{\log_m^a} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

دیارلسم خاصیت: د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^\alpha}^A = \frac{1}{\alpha}\log_a^A$ څخه په استفادې بل خاصیت هم رامینځته کېږي.

$$\log_{a^\alpha}^{A^n} = \frac{n}{\alpha}\log_a^A$$

پاملرنه:

د $\log_a^{A^n} = n\log_a^A$ او $\log_{a^m}^A = \frac{1}{m}\log_a^A$ خاصیتونو څخه په استفادې سره لیکلی شو.

1. $\log a^{m^{x^n}} \Rightarrow \frac{n}{m}\log_a^x$

2. $\log a^{x^m} \Rightarrow \log a^{\frac{1}{m}^x}$

3. $\log a^{m^x} \Rightarrow \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$

مقصد دا دی، چې پورته شکلونه د خپل د ګټې لپاره په دا شان تبدیلولی شو.

څوارلسم خاصیت: که عدد او قاعده د یو واحد په یوه خوا کې قرار ولري، نو لوګاریتم یې مثبت او که یو یې یوه خوا او بل یې بله خوا قرار ولري، نو لوګاریتم یې منفي دی.

یعنې؛

۱. پوهېږو چې $a^x>1$ دی، کله چې $a>1$ او هم $x>0$ وي او یا دا رنګه چې $a<1$ او هم $x<0$ وي.

۲. که $a>1$ او $x<0$ او یا $a<1$ او $x>0$، نو پوهېږو چې $a^x<1$ لاسته راځي.

$$a>1 \;,\; N<1 \Rightarrow \log_a^N < 0$$

$$a>1 \;,\; N>1 \Rightarrow \log_a^N > 0$$

$a<1\ ,\ N>1 \Rightarrow \log_a^N < 0$

$a<1\ ,\ N<1 \Rightarrow \log_a^N > 0$

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی.

$a)\ \log_5^{13}$

$b)\ \log_9^8$

$c)\ \log_{2,1}^{0,3}$

حل:

a) $\log_5^{13} > 0$ دی، ځکه چې (13) او هم 5 دواړه په یوه خوا قرار لري.

یعنې 13>1 او هم 5>1 ،نو په نتیجه کې ویلی شو، چې نوموړی لوګاریتم مثتب دی.

b) $\log_9^8 > 0$ دی، ځکه 8 او هم 9 په یوه خوا قرار لري، یعنې 8>1 او 9>1 دي، نو په نتیجه کې یاد لوګاریتم مثتب دی.

c) $\log_{2,1}^{0,3} < 0$ دی، ځکه چې 0,3<1 او 2,1>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

مثال: د لاندې لوګاریتمونو څخه کوم یو یې مثبت او کوم یو یې منفي دی؟

$a).\ \log_{0,9}^{0,2}$

$b).\ \log_{0,3}^{8}$

$c).\ \log_2^{0,5}$

حل:

a) جز: $\log_{0,9}^{0,2} > 0$ دی، ځکه چې 0,2<1 او هم 0,9<1 دی، یعنې دواړه په یو خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم مثتب دی.

b) جز: $\log_{0,3}^{8} < 0$ دی، ځکه چې 8>1 او 0,3<1 دی، یعنې یو په یو خوا او بل یې په بله خوا قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

c) جز: $\log_2^{0,5} < 0$ دی، ځکه 0,5<1 او 2>1 دی، یعنې یو د بل په مختلف لوري سره قرار لري، په نتیجه کې ویلی شو، چې دغه لوګاریتم منفي دی.

پنځلسم خاصیت lemma: که چېرې $\log_a^M = \log_a^N$ وي، نو M=N دی.

$$proof:\ M=N\Leftrightarrow a^{\log_a^M}=a^{\log_a^N}$$

د طاقت د خاصیت نه په استفاده لرو ، چې:

$$M=N\Leftrightarrow \log_a^M=\log_a^N$$

شپاړلسم خاصیت: که a>1 او هم N>M>0 وي، نو:

$$\log_a^N>\log_a^M$$

ثبوت:

که چیرې N>M>0 وي، نو $\frac{N}{M}>1$ دی او

$$\log_a^{\frac{N}{M}}=\log_a^N-\log_a^M>0$$

او له دې څخه لرو ، چې:

$$\log_a^{\frac{N}{M}}\Rightarrow \log_a^N>\log_a^M$$

مثالونه:

د لوګاریتم قوانین عملي کول:

$$1).\ \log_2^{\frac{1}{8}}=\log_2^{\frac{1}{2^3}}=\log_2^{2^{-3}}=(-3)\log_2^2=(-3).1=-3$$

$$2).\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}^{\frac{1}{4}}=\log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2^3}}=\log_{2^{-\frac{1}{3}}}^{2^{-2}}=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}\log_2^2=\frac{-2}{-\frac{1}{3}}.=2.\frac{3}{1}=6$$

$$3).\ \log_{10}^{(20x2y)}-\log_{10}^{\left(\frac{1}{5}x^2y\right)}=\log_{10}^{(\frac{20x^2y}{\frac{1}{5}x^2y})}=\log_{10}^{(\frac{20}{\frac{1}{5}})}=\log_{10}^{100}=\log_{10}^{(10)^2}=2.\log_{10}^{10}=2$$

$$4).\ \frac{\log_5^{16}}{\log_5^8+\log_5^4}=\frac{\log_5^{16}}{\log_5^{8.4}}=\frac{10\log_5^{16}}{\log_5^{32}}=\log_{32}^{16}$$

$$\left(\log_b^a=\frac{\log_c^a}{\log_c^b}\right)$$

$$=\log_{2^5}^{2^4}=\frac{4}{5}\log_2^2=\frac{4}{5}$$

$$5).\ \log_a^{\left(\frac{\sqrt{3x-5}}{7x^3}\right)}=\log_a^{\sqrt{3x-5}}-\log_a^{7x^3}=\log_a^{(3x-5)^{\frac{1}{2}}}-\left[\log_a^7+\log_a^{x^3}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-\log_a^{x^3}=\frac{1}{2}\log_a^{3x-5}-\log_a^7-3\log_a^x$$

$$6).\ \log_a^{\left(\frac{5x^2}{y}\right)^3} = 3\left[\log_a^{\frac{5x^2}{y}}\right] = 3\left[\log_a^{5x^2} - \log_a^{y}\right] = 3\left[\log_a^{5} + \log_a^{x^2} - \log_a^{y}\right]$$

$$= 3\left[\log_a^{5} + 2\log_a^{x} - \log_a^{y}\right] = 3\log_a^{5} + 6\log_a^{x} - 3\log_a^{y}$$

$$7).\ \frac{1}{2}\log_{10}^{x} - 3\log_{10}^{(x-1)} = \log_{10}^{x^{\frac{1}{2}}} - \log_{10}^{(x-1)^3} = \log_{10}^{\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^3}}$$

$$8).\ 2\log(x+1) - \frac{1}{3}\log x + \frac{1}{3}\log y =$$

$$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}(\log x - \log y)$$

$$= \log(x+1)^2 - \frac{1}{3}\left[\log\frac{x}{y}\right]$$

$$= \log(x+1)^2 - \log\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$$

$$= \log\left[\frac{(x+1)^2}{\sqrt[3]{\frac{x}{y}}}\right]$$

$$9).\ \frac{1}{\log_2^{12}} + \frac{1}{\log_6^{12}} = \log_{12}^{2} + \log_{12}^{6} \ldots\ldots\ldots\ldots \left(\log_b^{a} = \frac{1}{\log_a^{b}}\right)$$

$$10).\ \log_x^{\left(\sqrt{x\sqrt[3]{x}\sqrt[5]{x}}\right)} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15}.x^{5}.x}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{15+5+1}}} = \log_x^{\sqrt[30]{x^{21}}}$$

$$= \log_x^{\frac{21}{30}} = \log_x^{\frac{7}{10}} = \frac{7}{10}\log_x^{x} = \frac{7}{10}$$

$$11).\ (49)^{\left[1+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = (49)^{\left[\log_7^{7}+\log_7^{\frac{1}{2}}\right]} = 49^{\log_7^{\frac{7}{2}}} = (\frac{7}{2})^{\log_7^{49}}$$

$$= (\frac{7}{2})^{\log_7^{7^2}} = (\frac{7}{2})^{2\log_7^{7}} = (\frac{7}{2})^2 = \frac{49}{4}$$

$$12).\ (10)^{(2\log5-1)} = 10^{(2\log5-\log_{10}^{10})} = 10^{\log5^2-\log10} = 10^{\log\frac{25}{10}}$$

$$= \frac{25}{10}\log10 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

$$13).\ \frac{(\sqrt{3})^{(2\log5-\log7)}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log(0,3)}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log5^2-\log7}}{\left(\frac{5}{\sqrt{7}}\right)^{\log0,3}} = \frac{(\sqrt{3})^{\log25-\log7}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$=\frac{(\sqrt{3})^{\log\frac{25}{7}}}{\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{0,3}}}=\frac{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{3}}}{(\frac{25}{7})^{\log\sqrt{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{3}}-\log^{\sqrt{0,3}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\sqrt{\frac{3}{0,3}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log\frac{1}{\sqrt{0,1}}}=\left(\frac{25}{7}\right)^{\log^{10^{-\frac{1}{2}}}}$$

$$=\left(\frac{25}{7}\right)^{-\frac{1}{2}}=\left(\frac{7}{25}\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$$

لاندې سوالونه او ځوابونه درکړل شوي، تاسې پر سوالونو عمليه اجرا کړئ او درکړل شوي ځوابونه مربوطه سوالونو ته په خانه خالي کې وليکئ؟

1). $5\log 2+\log 3-\log 8=?$ ( ) $A=-4\log 2$

2). $\log_6^{2.\sqrt{3}}+\log_6^{3.\sqrt{2}}=?$ ( ) $B=\log 12$

3). $\log_{x.\sqrt{x}}^{(x.\sqrt[3]{x})}=?$ ( ) $C=0$

4). $5^{(2.\log_5^2+3.\log_5^3)}=?$ ( ) $D=\frac{3}{2}$

5). $a^{\log_x^b}-b^{\log_x^a}=?$ ( ) $E=\frac{8}{9}$

6). $2^{\log_4^9}=?$ ( ) $F=108$

7). $\log_y^x.\log_m^y.\log_x^m=?$ ( ) $G=\log\left(\frac{256}{3}\right)$

8). $\log\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=?$ ( ) $H=1$

9). $\log 2^4-\log 3+\log 16=?$ ( ) $I=3$

10). $\sqrt{\log 2(0,5)^4}=?$ ( ) $J=\frac{1}{6}$

د لوګاریتم د خاصیتونو لنډیز

Property of Logarithm

1. $\log a^{1} = 0$
2. $\log_{a}^{(x.y)} \Rightarrow \log_{a}^{x} + \log_{a}^{y}$
3. $\log_{a}^{a} = 1$
4. $\log_{b}^{b^{r}} = r$
6. $\log_{b}^{m^{r}} = r.\log_{b}^{m}$
7. $\log_{a}^{b^{m}} = \dfrac{1}{b}\log_{a}^{m}$
8. $a^{\log_{a}^{m}} = m$
9. $\log_{b}^{a}.\log_{a}^{b}.\log_{d}^{c}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\log_{n}^{m} = \log_{n}^{a}$
10. $\log a^{\sqrt[n]{m}} = \dfrac{1}{n}\log_{a}^{m}$
11. $\log_{N}^{m} = \dfrac{\log_{a}^{M}}{\log_{a}^{N}}$
12. $\log_{a}^{m} = \dfrac{1}{\log_{m}^{a}}$
13. $\log a^{\frac{1}{A}} = -\log_{a}^{A} = co\log_{a}^{A}$
14. $\log a^{m^{x^{n}}} = \dfrac{n}{m}\log_{a}^{x}$
15. $\log a^{x^{m}} = \log a^{\frac{1}{m}^{x}}$
16. $\log_{a^{m}}^{x} = \log a^{x^{\frac{1}{m}}}$
17. $a^{\log_{a}^{x} - \log_{a}^{y}} = \dfrac{x}{y}$
18. $a^{\log_{a}^{x} + \log_{a}^{y}} = x.y$
19. $a^{\log_{b}^{x}} = x^{\log_{b}^{a}}$

$20.\log_a^b . \log_b^a = 1$

$21.\dfrac{\log_a^m}{\log_{ab}^m} = 1 + \log_a^b$

$22.\log a^{\log_b^{\log_c^x}} = m \Rightarrow x = c^{b^{a^m}}$

$23.\log_{ab}^c = \dfrac{1}{\log_c^a + \log_c^b}$

$24.\log_a^x = \log_a^y \Rightarrow x = y$

$25.\log_a^{(\frac{x}{y})} = \log_a^x - \log_a^y$

پاملرنه:

په لاندې ډول لیکل صحیح نه دي.

$1.\ \log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي خوا نه مو د چپ طرف لاسته نه شو راوړلی، ګورو چې:

$\log_b^M - \log_b^N \ \Rightarrow \log_b^{(\frac{M}{N})}$

نو بناءً داسې $\log \dfrac{b^N}{a^N} \neq \log_b^M - \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$2.\ \log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي.

ثبوت:

په ښي طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، ګورو که چپ طرف تر لاس ته راغی صحیح ده او که نه، نو غلط ده.

نوټ: جمع په ضرب بدلیږي:

$\log_b^M + \log_b^N = \log_b^{(M.N)}$

نو ثبوت شوه چې $\log_b^{(M+N)} \neq \log_b^M + \log_b^N$ لیکل غلط دي.

$3.(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

دا ځکه چې د ښي طرف نه چپ طرف لاسته نه راځي، د لوګاریتم د خواصو په تطبیقولو سره، اوس چپ طرف د لوګاریتم خواص تطبیقوو، که چېرې چپ

طرف ترې لاسته راغ، نو صحیح ده او که رانه غی، نو غلطه ده.

$\log_b^{x^2} = 2.\log_b^x$

نو ثبوت شوه چې:

$(\log_b^x)^2 \neq \log_b^{x^2}$

لاندې سوالونه څلور ځوابونه لري، تاسې په کې صحیح ځواب په لاس راوړئ؟

1. $\log_{10}^{0,0001} = ?$

$a).\ -4 \qquad b).\ 4 \qquad c).\ -3 \qquad d).\ 3$

2. $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

$a).\ 3 \qquad b).\ -3 \qquad c).\ 9 \qquad d).\ 3$

3. $\log_{10}^{(1000)^{\frac{5}{3}}} = ?$

$a).\ 3 \qquad b).\ -3 \qquad c).\ 5 \qquad d).\ -5$

4. $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-4}} = ?$

$a).\ 4 \qquad b).\ \frac{1}{5} \qquad c).\ -4 \qquad d).\ -\frac{1}{5}$

5. $\log_b^{(y^2.b)} - \log_b^{y^2} = ?$

$a).\ 2 \qquad b).\ 1 \qquad c).\ -2 \qquad d).\ -1$

6. $\log_{\frac{1}{76}}^{8} = ?$

$a).\ -\frac{3}{2} \qquad b).\ \frac{1}{2} \qquad c).\ \frac{3}{2} \qquad d).\ 3$

7. $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = ?$

$a).\ \frac{3}{2} \qquad b).\ -\frac{3}{2} \qquad c).\ 3 \qquad d).\ 2$

د لوګاریتم د خواصو په اساس انکشاف ورکړئ؟

1. $\log_b^{u^2 v^7}$

2. $\log_b^{\frac{u}{vw}}$

3 $\log_b^{\sqrt[3]{x^2-y^2}}$

4. $\log_4 \sqrt{\frac{x^2 y^3}{\sqrt{z}}}$

5. $\log_b^{n^{\frac{1}{2}}.m^{\frac{1}{3}}}$

6. $\log_b^{\sqrt{n^2+1}}$

7. $\log_b^{\sqrt[5]{(\frac{x}{y^2.z^9})^3}}$

8. $\log_b^{\frac{m^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{1}{3}}}}$

9. $\log_b^{\frac{1}{a^2}}$

10. $\log\frac{\sqrt[3]{n}}{p^2q^3}$

11. $\log_b^{\frac{m^3}{n^5}}$

12. $\log_2^{\frac{1}{x^2}}$

13. $\log_a^{\frac{m^4n^3}{\sqrt{P}}}$

پر لاندې مثالونو د حل شوي مثال په څېر عمليه اجرا کړئ؟

مثال:

$$\log_b^{u^2}-\log_b^{v}=\log_b^{(\frac{u^2}{v})}$$

1. $2\log_b^{x}-\log_b^{y}=?$

2. $\log_a^{m}-\log_a^{n}-\log_a^{p}=?$

3. $9.\log_a^{x}+2\log_a^{y}-\frac{1}{4}\log_a^{z}=?$

4. $5.(\frac{1}{2}\log_b^{m}-2\log_b^{n})=?$

5. $\frac{1}{8}(2.\log_b^{x}+3\log_b^{y})=?$

6. $\log_b^{w}+\log_b^{x}-\log_b^{y}=?$

7. $\frac{1}{3}\log_b^{w}-3\log_b^{x}-5.\log_b^{y}=?$

8. $7(4\log_b^{m}+\frac{1}{3}\log_b^{n})=?$

9. $\frac{1}{3}(4\log_b^{x}-2\log_b^{y})=?$

د لوګاريتم اقسام

Kind of Logarithm

۱. اعشاري يا برګس لوګاريتم:

هغه لوګاريتم ته وايي، چې قاعده يې لس (10) وي، د اعشاري لوګاريتم جدول په 1931 م کال د هانربريکس امريکايي رياضي دان له خوا ترتيب شوی دی، څرنګه چې د دغه لوګاريتم قاعده (10) ده، نو ليکلو ته ضرورت نه شته.

$$\log_{10}^{x} = \log x$$

۲. معمولي لوګاريتم:

هغه لوګاريتم ته وايي، چې قاعده يې يو کيفي عدد وي، دا چې کيفي هر عدد کېدای شي، نو په هر سوال کې مربوطه قاعده ليکل ضرور ده.

$$\log_{a}^{x} \quad , \quad a \in IR^{+} \setminus \{1\}$$

۳. طبيعي لوګاريتم يا نيپرين لوګاريتم:

هغه لوګاريتم ته وايي، چې قاعده (e) وي، دغه لوګاريتم په (1614) م کال د نيپرين انګليسي رياضي دان له خوا کشف شوی، دغه لوګاريتم په لاندې ډول ليکل کېږي.

$$\log_{e}^{x} = \ln x$$

e يو غير نسبتي عدد دی، چې د نيپرين عدد په نوم هم يادېږي، او تقريبي

قیمت یې په لاندې ډول سره دی.

$$\ln_{x\to\alpha}(1+\frac{1}{x})^x = 2 = 2,718281824$$

استعمال ځایونه:

د طبیعـي لوګـاریتم نـه پـه عـالي ریاضـیاتو ، سـاینس، انجینـري، تخنیـک او طبابت کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

د اعشـاري لوګـاریتم او معمـولي لوګـاریتم څخـه پـه بـانکي، مـالي، د راکـټ پـه فیـر، د اوازونـو د سـرعت پـه معلومولـو، د زلزلـې پـه اندازه او د محاسـباتو پـه ساده کولو کې ډېره ګټه اخیستل کېږي.

Table of Logarithm

Common Logarithm	Natural Logarthim
$\log x.y = \log x + \log y$	$\ln xy = \ln x + \ln y$
$\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$	$\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$
$\log x^y = y.\log x$	$\ln x^y = y.\ln x$
$\log \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\log x$	$\ln \sqrt[y]{x} = \frac{1}{y}\ln x$
$\log x = \log y \ if \ \ x = y$	$\ln y = \ln x \ \ if \ \ \ x = y$

د lnx او logx ترمنځ رابطه

د ln او log یو د بل له جنسه پیدا کول:

مخکې ثبوت شو، چې $\log_a^x = \log_b^x . \log_a^b$ او س که چېرې a او b مثبت عددونه او b,a خلاف د یو وي، که چېرې a=10 او b=e وضع کړو، نو لرو چې:

دا چې وي، $e = 2{,}71828281$ نو :

$$\log_{10}^x = \log_e^x . \log_{10}^e \Rightarrow \log x = \ln x . \log e$$

فورمول:

$$\Rightarrow \log x = 0{,}4343 . \ln x$$

نو:

او یا که د مساوات دواړه خواوې په 0,4343 تقسیم کړو، نو:

$$\log x = 0{,}4343 \ln x \Rightarrow \frac{1}{0{,}4343} . \log x = \frac{0{,}4343}{0{,}4343} \ln x$$

$$\Rightarrow 2{,}3026 \log x = \ln x$$

فورمول:

$$\Rightarrow \ln x = 2{,}3026 \log x$$

د ذکر شوو فورمولونو په واسطه کولی شو، چې د لسو د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د e قاعدې ته او د e د قاعدې د یو عدد لوګاریتم د لسو قاعدې ته تبدیل کړو.

مثال: ln4,69 پیدا کړئ، داسې چې log4,69=0,6712

حل: د $\ln x = 2{,}3026\log x$ فورمول څخه استفاده کوو.

$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026\ \log 4{,}69 \Rightarrow$$
$$\ln 4{,}69 = 2{,}3026.0{,}6712$$
$$\ln 4{,}69 = 15455$$

مثال: $\ln 8910$ پیدا کړئ؟

$$\ln x = 2{,}3026\log x \qquad \ln 8910 = 2{,}3026\ .\ \log 8910$$
$$\Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91.10^3 \Rightarrow \ln 8910 = 2{,}3026.\log 8{,}91 + \log 10^3$$
$$\ln 8910 = 2{,}3026(\log 8{,}91 + 3\log 10) \Rightarrow 2{,}3026(0{,}9499 + 3) = 9{,}095$$

مثـال: تاسـې ln70,9 پیـدا کـړئ، پـه هغـه صـورت کـې چـې Log70,9=1,8506 وي؟

$$\ln 70{,}9 = 2{,}3026.\log 70{,}9 \Rightarrow 2{,}3026.1{,}8506 = 4{,}25981$$
$$\ln 70{,}9 = 4{,}2{,}5981$$

مثال: تاسې $\ln 15$ پیدا کړئ، داسې چې $\log 15 = 1{,}17609$

$$\ln 15 = 2{,}3026.\log 15 = 2{,}3026.1{,}1709 = 2{,}69611434$$
$$\ln 15 = 2{,}69611434$$

مثال: $\ln(\frac{3}{4})$ پیدا کړئ، داسې چې $\log(\frac{3}{4}) = -0{,}12486$ وي.

$$\ln(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.\log(\frac{3}{4}) = 2{,}3026.(-0{,}12486) = -0{,}287502$$
$$\ln(\frac{3}{4}) = -0{,}287502$$

مثال: که $\ln 11 = 2{,}3978952$ وي، $\log 11 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 11 = 0{,}4343.\ln x = 0{,}4343.2{,}3978952$$
$$\log 11 = 1{,}04140589$$

مثال: که $\log_{10}^{1} = 0$ وي، نو $\ln_e^1 = ?$ ده.

$$\ln_e^1 = 2{,}3026.\log_{10}^1 = 2{,}3026.0 = 0$$
$$\ln_e^1 = 0$$

مثال: $\ln 10^4 = 9{,}2104$ ده، نو $\log 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$$\log 10^4 = 0{,}4343.\ln 10^4 = 0{,}4343.9{,}2104 = 4{,}0007$$

مثال: $\log 10^4 = 4$ ده، نو $\ln 10^4 = ?$ پیدا کړئ؟

$\ln 10^4 = 2,3026.\log 10^4 = 2,3026.4 = 9,2104$

$\ln 10^4 = 9,2104$

تمرین:

۱. د $\log 6,73$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\ln 6,73 - 1,906$ وي؟

۲. د $\ln 481 = ?$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 481 = 2,6821$ وي؟

۳. د $\ln(48100)$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 48100 = 4,6821$ وي؟

۴. د $\ln 0,0481$ قیمت پیدا کړئ، داسې چې $\log 0,0481 = \bar{2},6821$ وي؟

انتي لوګاریتم Anti Logarithm

هر عدد د خپل لوګاریتم انتي لوګاریتم دی.

مثلا ؛ $\log 1000 = 3$ دی، نو $Anti\log 3 = 1000$ دی.

عمومي قاعده:

که چېرې $\log_a^y = x$ وي، نو y د x انتي لوګاریتم دی.

$$\log_a^y = x \;\Rightarrow\; y = Anti\log x$$

د انتي لوګاریتم پیدا کول:

که د یوه عدد لوګاریتم راکړل شوی وي او وغواړو چې انتي لوګاریتم یې پیدا کړو، نو مانتیس یې په جدول کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د مانتیس د ستون او د N په کرښه واقع دی، لیکو او هغه رقمونه چې د مانتیس د کرښې او د N په ستون کې واقع دی، وروسته یې لیکو، په دې ترتیب هغه رقمونه او د هغوی ترتیب پیدا کېږي، چې لوګاریتم یې نیول شوی وي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک د انتي لوګاریتم د رقمونو څخه یو کم دی او که کرکترستیک منفي وو، نو د اعشاریې د علامې د دواړو خواوو د صفرونو د شمېر سره مساوي دي، یو صفر د اعشاریې د علامې چپې خواته او نورې ښي خواته دي.

مثال: $Anti\log 4{,}6590 = ?$

0,6590 د یو لوګاریتم په جدول کې پیدا کوو، په ستون کې یې 6 او په کرښه کې یې 45 دی، 6 په یویز مرتبه کې او 45 ورپسې لیکو، چې 456 ورنه

جوړېږي.

بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 4 دی، نو هغه عدد چې لوګاریتم یې نیول شوی دی، رقمونه یې پنځه دي، نو 456 مخې ته دوه صفرونه لیکو، چې 45600 په لاس راځي.

یعنې: $Anti\log 4{,}5690 = 45600$ دی.

مثال: $\log\bar{3}{,}3598$ پیدا کړئ؟

حل: 0,3598 په جدول کې پیدا کوو، د 0,3598 په ستون کې 9 او په کرښه کې یې 22 دی، نو 229 هغه رقمونه دي، چې مانتیس 0,3598 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو، کرکترستیک یې 3- دی، نو عدد اعشاري دی او د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته یې 3 صفرونه ږدو، نو:

$$Anti\log\bar{3}{,}3598 = 0{,}00229$$

مثال: $Anti\log(-5{,}2628)$ پیدا کړئ؟

حل: د 5- څخه (1+) منفي کوو او د (0,2628-) سره (1+) جمع کوو، په نتیجه کې کرکترستیک (6-) او مانتیس یې 0,7372+ په جدول کې پیدا کوو، په نتیجه کې 549 کېږي، ددې رقمو شاته د اعشاري د علامې دواړو خواوو ته 6 صفرونه ږدو.

$$Anti\log(-5{,}2628) = 0{,}00000546$$

مثال: $\log x = 3{,}9939$ راکړل شوی دی، نو x یې پیدا کړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستیک 3 دی، نو x باید څلور رقمي عدد ولرو، څرنګه چې 0,9939 په جدول کې په 9,8 سطر او 6 ستون کې واقع دی، نو:

$$\log x = 3{,}9939 \Rightarrow x = 9860 \Rightarrow \log 9860 = 3{,}9939$$

$$Anti\log 3{,}9939 = 9860$$

مثال: $\log N = 3{,}82530$ دی، د N قیمت پیدا کړئ؟

حل: څرنګه چې کرکترستیک 3 دی، نو مطلوب عدد باید څلور رقمي وي او د راکړل شوي عدد مانتیس په 668 سطر او 8 ستون کې پروت دی، نو لیکو چې:

$\log N = 3{,}82530 \Rightarrow N = 6688$

مثال: د 3,8182 انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

حل: د 0,8182 په کرښه کې د N په ستون کې (8) او د 0,8182 په کرښه او د N په ستون کې 6,5 لیکل شوی دی، نو د هغه عدد رقمونه چې لوګاریتم یې نیول شوی 658 دی، بیا کرکترستیک ته ګورو کرکترستیک (3) دی، نو عدد څلور رقمه دی، یعنې $Anti\log 3{,}8182$ عبارت د 6580 څخه دی، نو:

$Anti\log 3{,}8182 = 6580$

انتي لوګاریتم یې پیدا کړئ؟

1. $x = anti\log 3{,}3214$
2. $x = anti\log 4{,}5436$
3. $x = anti\log 5{,}7180$
4. $x = anti\log 2{,}4935$
5. $x = anti\log \bar{1}{,}4982$
6. $x = anti\log 4{,}8972$
7. $x = anti\log \bar{4}{,}4256$
8. $x = anti\log 2{,}23852$
9. $x = anti\log 0{,}5093$
10. $x = anti\log(-5{,}5744)$
11. $x = anti\log(-4{,}3645)$
12. $x = anti\log 2{,}4416$
13. $x = anti\log 2{,}5946$
14. $x = anti\log 5{,}7180$

کرکترستیک او مانتیس

راکړل شوی عدد په عملي ډول (Scientific Notation) لیکو:

مثلاً؛ که x یو مثبت عدد وي، نو $x = S.10^n$

په پورته مساوات کې $1 \le S < 10$ او n یو تام عدد دی.

$$\log x = \log(S.10^n) \Rightarrow \log x = \log S + \log 10^n \Rightarrow \log x = \log 5 + n.\log 10$$

$$\log x = \log S + n.1 \Rightarrow \log x = n + \log S$$

په پورته مساوات کې $\log S$ په لاندې ډول پیدا کېږي.

$$\log 1 \le \log S < \log 10$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$0 \le \log S < 1$$

لیدل کېږي، چې $\log x$ او n مجموعه ده، د $\log S$ کسري برخه (Mantissa) مانتیس او n یو تام عدد، چې د $\log x$ د صحیح یا مشخصي یا کرکترستیک (Characteristic) په نوم یادېږي.

یا په بل عبارت سره د یوه عدد لوګاریتم دوه برخې لري، یوه برخه یې صحیح او بله برخه یې اعشاري ده، صحیح برخې ته یې کرکترستیک (Characteristic) او اعشاري برخې ته یې مانتیس وایي.

کرکترستیک د محاسبې په واسطه پیدا کېږي او مانتیس د حساب د ماشین یا د لوګاریتم د جدول له مخې پیدا کېږي.

$\log x =$ کرکترستیک + مانتیس

د کرکترستیک یا مشخصې ټاکل په اعشاري لوګاریتم:

Finding the Characteristic of a Common Logarithm

د یو عدد د لوګاریتم مشخصه (کرکترستیک) د لاندې دوو قاعدو (اصولو) له مخې ټاکل کېږي.

۱. د هغه عدد کرکترستیک چې د یوه څخه لوی وي، د عدد د صحیح برخې د رقمونو له شمېر څخه یو کم دی، که عدد په صحیح برخه کې n رقمونه ولري، نو کرکترستیک به یې د (n-1) سره مساوي وي.

۲. د هغه عدد کرکترستیک چې له یوه څخه کوچنی د صفر او یو ترمینځ وي، د هغو صفرونو له شمېر څخه یو زیات دی، کوم چې د اعشاري علامې او د اعشاري برخې د کینې خوا د لومړي رقم په مینځ کې وجود لري، خو علامه یې منفي ده، که د نوموړو صفرونو شمېر n وي، نو کرکترستیک یې (n+1)- دی، له صفر څخه کوچنی یعنې د منفي عدد لوګاریتم نه لري.

مثال: که چېرې P یو عدد او n د صحیحو رقمونو شمېر وي، نو:

$$10^{n-1} < P < 10^{n}$$

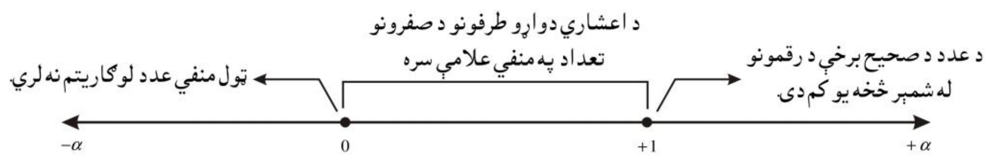
که چېرې د ټولو طرفونو څخه لوګاریتم ونیسو، نو $\log 10^{n-1} < \log P < \log 10^{n}$

$$n-1 < \log P < n$$

دا چې د n او (n-1) عددونو ترمینځ کوم عدد وجود نه لري، نو لهذا:

$$\log P = n-1+ \text{کسري عدد}$$

له دې څخه دا نتیجه لاس ته راځي، چې P کرکترستیک عدد چې لرونکی د n تامو عددونو عبارت دی، له (n-1) څخه:



مثال: د $\log 814{,}6$ کرکترستیک (ch) وټاکئ؟

حل: دلته ګورو چې د صحیح ارقامو شمېر 3 دی، نو د قاعدې مطابقت

کرکترستیک (Ch) یې 2=1-3 دی.

مثال: د $\log 0{,}009$ کرکترستیک (Ch) وټاکئ؟

حل:

$$\log 0{,}009 = \log 9.10^{-3} = \log 9 + \log 10^{-3}$$
$$= \log 9 - 3.\log 10 \Rightarrow \log 9 - 3$$

نو کرکترستیک یې عبارت دی له 3- څخه.

یا همدا مثال حل په بله وینا سره:

دلته ګورو $\log 0.009$ چې عدد د یو څخه کوچنی دی او دغه قسم عددونو کرکترستیک د اعشاري د علامې د ښي خوا د صفرونو له شمېر څخه د یوه عدد په اندازه زیات دی، خو علامه منفي نیول کېږي.

په یاد مثال کې ګورو، چې د اعشاري علامې نه ښي خواته دوه صفرونه موجود دي، نو د قاعدې له مخې یو ورسره جمع کوو، چې درې عدد لاسته راځي، خو د قاعدې له مخې علامه ورته منفي نیسو، نو د $\log 0{,}009$ کرکترستیک عبارت دی له 3- څخه.

له تېرو مثالونو څخه په ګټه اخیستنې سره د لاندې عددونو کرکترستیک په لاس راوړو.

$1.Ex: \ \log 0{,}27 \Rightarrow Characteristic = -1$

$2.Ex: \ \log 0{,}0783 \Rightarrow Ch = -2$

$3.Ex: \log 0{,}0008 \Rightarrow Ch = -4$

$4.Ex: 0{,}00005 \Rightarrow Ch = -5$

$5.Ex: \ \log 0{,}000000000321 = Ch = -11$

$6.Ex: \ \log 5 \Rightarrow Ch = 0$

$7.Ex: \ \log 12 \Rightarrow Ch = 1$

$8.Ex: \ \log 4{,}2 \Rightarrow Ch = 0$

$9.Ex: \ \log 49{,}7 \Rightarrow Ch = 1$

$10.Ex: \log 547{,}11 \Rightarrow Ch = 2$

$11.Ex: \log 2134632 = 3$

$12.Ex: \log 10000000 \Rightarrow Ch = 6$

$13.Ex: \log 93{,}41 \Rightarrow ch = 1$

$14.Ex: \log 1{,}42305 \Rightarrow ch = 0$

$15.Ex: \log 0{,}010002 \Rightarrow ch = -2$

$16.Ex: \log 0{,}00004 \Rightarrow ch = -5$

$17.Ex: \log 8 \Rightarrow ch = 0$

$18.Ex: \log 3466 \Rightarrow ch = 3$

$19.Ex: \log 0{,}8 \Rightarrow ch = -1$

$20.Ex: \log 0{,}00008 \Rightarrow ch = -5$

$21.Ex: \log 33{,}02 \Rightarrow ch = 1$

د مانتیس ټاکل:

مانتیس همېشه مثبت وي او د لوګاریتم په ټولو جدولونو کې مثبت حفظ او ترتیب شوی دی، که چېرې کوم مانتیس منفي په لاس راشي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي، نو مانتیس سره یو جمع او له کرکترستیک سره یو تفریق کوو.

$Ex: \log = -2{,}6198$

دا چې مانتیس او کرکترستیک دواړه منفي دي، نو ددې لپاره چې مانتیس مثبت شي؛ لرو چې:

$\log = -2{,}6198 \Rightarrow -0{,}6198 + (-2) \Rightarrow (-0{,}6198 + 1) + (-2 + 1)$

$\log x = 0{,}3802 - 3 \Rightarrow \bar{3}{,}3802$

نو اوس په دې ځای کرکترستیک منفي او مانتیس یې مثبت دی.

پاملرنه:

کرکترستیک کله مثبت او کله منفي وي، مګر مانتیس همېشه لپاره مثبت وي، خو کله چې په سوال کې منفي راکړل شوی وي، باید مثبت ته یې د پورته

طريقې په شان مثبت ته واړوو.
د اعـدادو د لوګـاريتمونو مشخصـه يـا کرکترسـتيک پـه خپلـه د عـدد څخـه پـه لاس راځـي، حـال دا چـې اعشـاري برخـه د ترتيـب شـوو جـدولونو لـه مخـې چـې څلور رقمي او پينځه رقمي ... دي په لاس راځي.
د عــددونود ليکلــو د علمــي روش (طريقــې) او د لوګــارېتم د قوانينــو څخــه پــه استفادې سره هم کولای شو، د عددونو لوګاريتم لاس ته راوړو.

1). $\log 0{,}035 = \log(3{,}5.10^{-2}) \Rightarrow \log 3{,}5 + \log_{10}^{-2} = 0{,}5441 + (-2) \Rightarrow \bar{2}{,}5441$

2). $\log 85300 \Rightarrow \log(8{,}33.10^{10}) = \log 8{,}33 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}7657 + 4 \Rightarrow 4{,}7657$

3). $\log 0{,}00024 \Rightarrow \log(2{,}4.10^{-4}) = \log 2{,}4 + \log 10^{-4} \Rightarrow 0{,}3802 + (-4) \Rightarrow \bar{4}{,}3802$

4). $\log 0{,}000428 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-5} \Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675$

مثــال: پــه هغــه صــورت کــې چــې $\log 9{,}28 = 0{,}9675$ وي، نــو د لانــدې عــددونو لوګاريتم پيدا کړئ، البته د عملي روش نه ګټه پورته کړئ؟

a). $\log 92800$

b). $\log 92{,}800$

c). $\log 0{,}00928$

d). $\log 0{,}0000928$

حل:

د (a) جز حل:

a). $\log 92800 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{4}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{4} \Rightarrow 0{,}9675 + 4 \Rightarrow 4{,}9675$

د (b) جز حل:

b). $\log 92{,}800 \Rightarrow \log(9{,}28.10) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10 \Rightarrow 0{,}9675 + 1 \Rightarrow 1{,}9675$

د (c) جز حل:

c). $\log(9{,}28.10^{-3}) \Rightarrow \log 9{,}28 + \log 10^{-3} \Rightarrow 0{,}9675 + (-3) \Rightarrow \bar{3}{,}9675 = -2{,}0325$

د (d) جز حل:

d). $\log 0{,}0000928 \Rightarrow \log(9{,}28.10^{-5}) = \log 9{,}28 + \log 10^{-5}$

$\Rightarrow 0{,}9675 + (-5) \Rightarrow \bar{5}{,}9675 \Rightarrow -4{,}0325$

لاندې عددونه په علمي روش ولیکئ؟

1.) 789000
2). 0.00521
3). 6753102
4). 405
5). 8600000
6). 0.00052
7). 0,780905
8). 0,00081202
9). 0,00001111
10). 10000

د لوګاريتم د جدول ترتيب

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(I)$$

په پورته رابطه کې د x پرځاى (x-) ليکو.

$$\ln(1-x) = -x - \frac{(-x)^2}{2} + \frac{(-x)^3}{3} - \frac{(-x)^4}{4} + \frac{(-x)^5}{5} - \frac{(-x)^6}{6} + \ldots\ldots\ldots$$

$$\ln(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots\ldots(II)$$

اوس د (I) رابطې نه دوہم (II) رابطه منفي کوو.

$$Ln(1+x) - \ln(1-x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \ldots\ldots\ldots - (-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6})$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} + \ldots\ldots\ldots + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^6}{6}$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = 2x + \frac{2x^3}{3} + \frac{2x^5}{5} + \frac{2x^7}{7} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ln\frac{(1+x)}{(1-x)} = 2(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots\ldots) \ldots\ldots\ldots\ldots(III)$$

په (III) رابطه کې د x پرځاى $\frac{1}{2n+1}$ وضع کوو.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2n+1}}{1-\frac{1}{2n+1}} = 2(\frac{1}{2n+1} + \frac{1}{3(2n+1)^3} + \frac{1}{5(2n+1)^5} + \frac{1}{7(2n+1)^7}\} \ldots\ldots\ldots(IV)$$

اوس نو که په (IV) رابطه کې د n پرځاى (1) وضع کړو ، نو ln2 کېږي.

$$\ln 2 = 2\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3.3^3} + \frac{1}{5.3^5} + \frac{1}{7.3^7}\right)$$

$$\ln 2 = 0{,}693147180$$

اوس د ln2 د کميت څخه log2 هم پيدا کولى شو.

$$\log 2 = 0{,}434294.\ln 2$$

$$\log 2 = 0{,}30103$$

که چېرې د n=2 وضع کړو ، نو Ln3 لاسته راځي.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.2=1}}{1-\frac{1}{2.2+1}} = 2\left(\frac{1}{2.2+1}+\frac{1}{3(2.2+1)^3}+\frac{1}{5(2.2+1)^5}+\frac{1}{7(2.2+1)^7}\ldots\ldots.\right)$$

$$\ln\frac{\frac{6}{5}}{\frac{4}{5}} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\ldots.\right)$$

$$\ln\frac{6}{4} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+\ldots\ldots\right)$$

$$\ln\frac{3}{2} = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}+\ldots\right)$$

$$\ln 3-\ln 2 = 2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = \ln 2+2\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{3.5^3}+\frac{1}{5.5^5}+\frac{1}{7.5^7}+\frac{1}{9.5^9}\right)$$

$$\ln 3 = 1{,}0986122$$

اوس log3 هم پیدا کولی شو.

$$\log 3 = 0{,}434294.\ln 3$$

$$\log 3 = 0{,}434294.1{,}0986122 \Rightarrow \log 3 = 0{,}47712$$

اوس نو log4 د log2 څخه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 4 = \log 2^2 = 2.\log 2 = 2.0{,}30103 = 0{,}60206$$

$$\log 4 = 0{,}60206$$

د log5 پیدا کولو لپاره n=4 وضع کوو ، په (IV) رابطه کې.

$$\ln\frac{1+\frac{1}{2.4+1}}{1-\frac{1}{2.4+1}} = 2\left(\frac{1}{2.4+1}+\frac{1}{3(2.3+1)^3}+\frac{1}{5(2.4+1)^5}+\frac{1}{7(2.4+1)^7}\right)$$

$$\ln\frac{\frac{10}{9}}{\frac{8}{9}} = 2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5-\ln 4=2.\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=\ln 4+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.\ln 2+2\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3.9^3}+\frac{1}{5.9^5}+\frac{1}{7.9^7}+\frac{1}{9.9^9}\right)$$

$$\ln 5=2.0{,}693147180+2(0{,}11156)$$

$$\ln 5=1{,}386254360+0{,}22312$$
$$\ln 5=1{,}609414360 \Rightarrow \log 5=0434294.1{,}60941436=0{,}698466$$
$$\log 5=0{,}69896676$$

Log6 هم په اسانه د log2 او log3 نه پیدا کېږي.

$$\log 6=\log 2.3=\log 2+\log 3$$

$$=0{,}30103+047712$$

$$\log 6=0{,}77815$$

د log7 پیدا کولو لپاره په (IV) رابطه د n پر ځای 6 لیکو.

$$\ln\frac{6+1}{6}=2\left\{\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right\}$$

$$\ln\frac{7}{6}=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7-\ln 6=2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=\ln 6+2\left(\frac{1}{13}+\frac{1}{3.13^3}+\frac{1}{5.13^5}+\frac{1}{7.13^7}+\frac{1}{9.13^9}\right)$$

$$\ln 7=0{,}84510$$

اوس نو log7 لاسته راوړو ، له ln7 **څخه**.

$$\log 7=0{,}434294.\ln 7=0{,}434294.0{,}84510$$

$$\log 7=0{,}36702186$$

Log8 هم د log2 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 8=\log 2^3=3.\log 2=3.0{,}30103=0{,}90309$$

$$\log 8=0{,}90309$$

Log9 د log3 له جنسه اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 9 = \log 3^2 = 2.\log 3 = 2.0,47712 = 0,95424$$

$$\log 9 = 0,95424$$

Log10 د log2 او log5 له جنسه په اسانه پیدا کولی شو.

$$\log 10 = \log 2.5 = \log 2 + \log 5 = 0,30103 + 0,69896676$$
$$\log 10 = 0,9999676 \sim 1$$
$$\log 10 = 1$$

معلومه شوه چې log10=1 دی.

په هم دې ترتیب د ټولو عددونو لوګاریتم پیدا کولی شو.

د لوګاریتم د جدول استعمال

د اعشاري لوګاريتم (برکس لوګاريتم) مانتيسونه محاسبه او په جدول کې ليکل شوي دي، ځينې جدولونه تر اوو، ځينې تر پينځو، ځينې تر څلورو او دريو اعشاري مرتبو پورې مانتيسونه لري، چې د همدې مرتبو له مخې جدولونه اووه رقميز، پينځه رقميز او داسې نور نومول کېږي، هغه جدول چې له ټولو نه زيات استعماليږي، څلور رقميز جدول دی.

١. د پينځه رقميز جدول د استعمال طريقه:

په دې جدول کې د يوه څلور رقمي عدد مانتيس د پيدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا درې رقمونه د عددونو په ستون (N) کې پيدا کوو او ورپسې څلورم رقم د جدول په سر (لومړي کرښه) کې پيدا کوو.

هغه عدد چې په دې کرښه او نومورې ستون کې واقع دي، د راکړل شوي عدد مانتيس دی.

مثال: د $\log 7545$ پيدا کولو لپاره د پينځه رقميز جدول څخه استفاده کوو؟

حل: د راکړل شوي عدد کرکترستيک 3 دی او مانتيس يې په جدول کې د 5 تر ستون لاندې په 754 کرښه کې 0,87766 دی، نو ليکلای شو، چې:

$$\log 7545 = 3 + 0,87766$$

مثال: $\log 0,008743$ په لاس راوړئ؟

حل: ددې عدد کرکترستيک 3- او مانتيس يې په 874 کرښه کې د 3 تر ستون لاندې 0,94166 دی، نو:

$$\log 0{,}0038743 = 0{,}94166 + (-3) = \bar{3}{,}94166$$

۲. د څلور رقمیز جدول د استعمال طریقه:

په دې جدول کې د یوه درې رقمي عدد مانتیس د پیدا کولو لپاره د هغه د چپې خوا دوه رقمونه د (N) په ستون او دریم رقم یې د (N) په سطر کې پیدا کوو، چې د دې سطر او ستون تقاطع د راکړل شوي عدد مانتیس دی.

مثال: $\log 431$ په لاس راوړئ؟

حل: د دې عدد کرکترستریک 2 دی او مانتیس یې په 41 کرښه کې د 3 ستون لاندې 0,1660 دی، نو لیکلای شو، چې:

$$\log 431 = 2{,}6160$$

مثال: $\log 0{,}0452$ پیدا کړئ.

حل: د دې کرکترستیک (2-) دی او مانتیس یې د جدول د 45 کرښه کې د 2 ستون لاندې (0,6551) دی، نو :

$$\log 0{,}0452 = \bar{2}{,}6551$$

مثلا د 386 لوګاریتم په لاس راوړو.

$$386 = 3{,}86.10^2$$

$$\log 386 = \log(3{,}86.10^2)$$

$$\Rightarrow \log 3{,}86 + \log 10^2$$

$$= \log 3{,}86 + 2$$

اوس $\log 3{,}86$ په جدول کې ګورو او د اسې یې په لاس راوړو.

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3,5	5563	5575	5587	5599	5611		5835		5658	
3,6						5623		5658		5670
3,7										
3,8	5789	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
3,9										
40										

د چپ خوا دوه رقمه یعنې 3,8 د N په سطر کې او د (6) عدد د N په ستون

کې پیدا کوو.

هغه عدد چې د 3,8 د کرښې او د (6) ستون د تقاطع په ځای کې واقع وي، د 3,86 عدد لوګاریتم د مانتیس ښخه عبارت دی، (لکه چې په جدول کې لیدل کېږي)، یعنې:

$$\log 3{,}86 = 0{,}5866$$

$$\log 386 = \log 3{,}86 + 2$$

$$\log 386 = 0{,}5866 + 2$$

$$\log 386 = 2{,}5866$$

لوګاریتمي افاده
Logarithmic Expressions

هــره الجبــري افــاده او یــا عــدد چــې لــه دې ســره (log) موجــود وي، نــو د لوګــاریتمي افــادې پــه نــوم یــادېږي. د دې د ســاده کولــو لپــاره د لوګــاریتم د مربوطو قضیو څخه استفاده کېږي.

د لوګــاریتمي افــادې د حــل کولــو لپــاره بایــد کوښــښ وشــي، چــې وروســتۍ نتیجه یې $\log_a^a = 1$ شي، چې له دې څخه آخري ځواب لاسته راځي.

پاملرنه:

افاده (Expression): د حدونو د جمع او تفریق حالاتونو ته افاده وایي.

لکه؛ $\log_{12}^{36}+\log_{12}^{4}-\log_5^5 = ?$ لوګاریتمي افاده

Logarithmic Expression
اسانه مثالونه

1). $\log_{10}^{100} = 2$

2). $\log_3^{81} = 4 \Rightarrow 3^4 = 81$

3). $\log_7^{49} = 2 \Rightarrow 7^2 = 49$

4). $\log_5^{25} = 2 \Rightarrow 5^2 = 25$

5). $\log_2^{4} = 2 \Rightarrow 2^2 = 4$

6). $\log_{12}^{144} = 2 \Rightarrow 12^2 = 144$

7). $\log_5^1 = 0 \Rightarrow 5^0 = 1$

8). $\log_5^{\frac{1}{5}} = -1 \Rightarrow \frac{1}{5} = 5^{-1}$

9). $\log_2^{0,002} = -3 \Rightarrow 0,002 = 2^{-3}$

10). $\log_{\sqrt{2}}^1 = 0 \Rightarrow \sqrt{2}^0 = 1$

11). $\log_{100}^{100} = 1 \Rightarrow 100 = 100^1$

1). $\log_e^1 = 0$

2). $\log_e^{e^{2x+2}} = 2x+2$

3). $e^{\log_e^{x^2+1}} = x^2 + 1$

4). $\log_e^{e^{m+n}} = m+n$

5). $e^{\log_e^{(x^4+1)}} = x^4 + 1$

6). $\log\dfrac{mn}{b^{pq}} = \log_b^{mn} - \log_b^{pq} = \log_b^m + \log_b^n - (\log_b^p + \log_b^q)$

7). $\log_b^{(m.n)^{\frac{2}{3}}} = \dfrac{2}{3}\log_b^{(m.n)} = \dfrac{2}{3}(\log_b^m + \log_b^n)$

Logarthim Expressions

1). $Ex:\log_{\frac{1}{3}}^{625^{-1}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}} = \log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}} = 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} = 4$

2). $Ex:\log_{3}^{(9.27)} \Rightarrow \log_{3}^{9}+\log_{3}^{27} \Rightarrow \log_{3}^{3^{2}}+\log_{3}^{3^{3}} \Rightarrow 2\log_{3}^{3}+3\log_{3}^{3} \Rightarrow 2+3=5$

3). $Ex:\log_{10}^{(20x^{2}z)}-\log_{10}^{(\frac{1}{5}x^{2}z)} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{20x^{2}z}{\frac{1}{5}x^{2}z})} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{20}{\frac{1}{5}}} \Rightarrow \log_{10}^{100}=8$

4). $Ex:\log_{5}^{(10y^{2}x)}-\log_{5}^{(2xy^{2})} \Rightarrow \log_{50}^{(\frac{10y^{2}x}{2xy^{2}})} = \log_{5}^{5}=1$

5). $Ex:\log_{2}^{8^{-\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{3}.\log_{2}^{2^{3}} = -\frac{1}{3}.3\log_{2}^{2} = -1$

6). $Ex:\log_{4}^{\sqrt{256}} \Rightarrow \log_{4}^{(256)^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow \frac{1}{2}\log_{4}^{4^{4}} = \frac{1}{2}.4.\log_{4}^{4} = \frac{1}{2}.4 = 2$

7). $Ex:\log_{9}^{27} \Rightarrow \frac{\log_{3}^{27}}{\log_{3}^{9}} = \frac{\log_{3}^{3}}{\log_{3}^{3^{2}}} = \frac{3.\log_{3}^{3}}{2.\log_{3}^{3}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

8). $Ex:\log_{10}^{(0,1)^{5}} \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{10})^{5}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{(-1)^{5}}} \Rightarrow 5.-1\log_{10}^{10} = -5$

9). $Ex:\log 0{,}0001 \Rightarrow \log_{10}^{(\frac{1}{4})} \Rightarrow \log_{10}^{-4} = -4$

10). $Ex:\log\frac{1}{1000} \Rightarrow \log\frac{1}{10^{3}} \Rightarrow \log 10^{-3} = -3$

11). $Ex:\ln(e,e.e) \Rightarrow \ln e+\ln e+\ln e = 1+1+1 = 3$

12). $Ex:\ln\left(\frac{1}{e.e}\right) \Rightarrow \ln\frac{1}{e^{2}} \Rightarrow \ln e^{-2} = -2$

13). $Ex:\log\frac{1}{10^{-2}} \Rightarrow \log 10^{2} = 2$

14). $Ex:\log 0{,}01 = \log 10^{-2} = -2$

15). $Ex:\log 0{,}001 = \log 10^{-3} = -3$

16). $Ex:\log_{10}^{100}+\log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100.\frac{1}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

17). $Ex:\log_{10}^{5}+\log_{10}^{20} \Rightarrow \log_{10}^{5.20} = \log_{10}^{100} = \log_{10}^{10^{2}} = 2$

18). $Ex:\log_{12}^{36}+\log_{12}^{4} \Rightarrow \log_{12}^{36.4} = \log_{12}^{144} \Rightarrow \log_{12}^{(12)^{2}} = 2$

19). $Ex:\log_{a}^{ax^{2}}-\log_{a}^{x^{2}} \Rightarrow \log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$

20). $Ex:\log_{10}^{0,001} \Rightarrow \log_{10}^{0,00110^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1}+\log_{10}^{-3} = 0-3 = -3$

21). $Ex:\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{8^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{(2^{3})^{-3}} \Rightarrow -1.\log_{2}^{2^{-9}} \Rightarrow -1.9.\log_{2}^{2} = 9$

22). $Ex:\log_{\frac{1}{5}}^{625^{1}}=\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{625}}=\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^{4}}=4.1=4$

23). $Ex:\log_{16}^{32}=\log_{2^{4}}^{2^{5}}=\frac{5}{4}\log_{2}^{2}=\frac{5}{2}$

24). $Ex:\log_{3}^{81}=\log_{3}^{3^{4}}=4.\log_{3}^{3}=4$

25). $Ex:\log_{0,01}^{0,001}=\log_{10^{-2}}^{10^{-4}}=\frac{-4}{-2}\log_{10}^{10}=2$

26). $Ex:10^{\log_{10}^{10}+\log_{10}^{\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{10\frac{9}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{90}{4}}}\Rightarrow 10^{\log_{10}^{\frac{45}{2}}}=\frac{45}{2}=22,5$

27). $Ex:5^{\log_{5}^{7}}=7$

28). $Ex:3,2^{\log_{3,2}^{100}}=100$

29). $Ex:\log_{3}^{\frac{1}{9}}=\log_{3}^{3^{-2}}=-2$

30). $Ex:\log_{8}^{\sqrt[5]{8}}\Rightarrow\log_{8}^{8^{\frac{1}{5}}}=\frac{1}{5}\log_{8}^{8}=\frac{1}{5}$

31). $\log_{\sqrt{5}}^{25}\Rightarrow\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5^{2}}=2.\log_{5^{\frac{1}{2}}}^{5}=2.\frac{1}{\frac{1}{2}}.\log_{5}^{5}=2.2.1=4$

1). $\log_{10}^{1000^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{(10^3)^{\frac{4}{3}}} = \log_{10}^{10^4} = 4.\log_{10}^{10} = 4.1 = 4$

2). $\log_2^{16} = \log_2^{2^4} = 4.\log_2^2 = 4.1 = 4$

3). $\log_3^{81} = \log_3^{3^4} = 4.\log_3^3 = 4.1 = 4$

4). $\log_5^{625} = \log_5^{5^4} = 4.\log_5^5 = 4.1 = 4$

5). $\log_4^{256} = \log_4^{4^4} = 4.\log_4^4 = 4.1 = 4$

6). $\log_3^{27} = \log_3^{3^3} = 3.\log_3^3 = 3.1 = 3$

7). $\log_5^{125} = \log_5^{5^3} = 3.\log_5^5 = 3.1 = 3$

8). $\log_2^{8} = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

9). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{(10^2)^{\frac{3}{2}}} = \log_{10}^{10^3} = 3.\log_{10}^{10} = 3.1 = 3$

10). $\log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3.\log_4^4 = 3.1 = 3$

11). $\log_2^{4} = \log_2^{2^2} = 2.\log_2^2 = 2.1 = 2$

12). $\log_5^{25} = \log_5^{5^2} = 2.\log_5^5 = 2.1 = 2$

13). $\log_3^{9} = \log_3^{3^2} = 2.\log_3^3 = 2.1 = 2$

14). $\log_{216}^{1296} = \log_{6^3}^{6^4} = 4.\frac{1}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}\log_6^6 = \frac{4}{3}.1 = \frac{4}{3}$

15). $\log_{\frac{1}{16}}^{8} = \log_{\frac{1}{2^4}}^{2^3} = \log_{2^{-4}}^{2^3} = 2.-\frac{1}{2}\log_2^2 = -\frac{3}{2}.\log_2^2 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

16). $\log_{\frac{1}{36}}^{216} = \log_{6^{-2}}^{6^3} = -\frac{3}{2}\log_6^6 = \frac{-3}{2}.1 = \frac{-3}{2}$

17). $\log_{49}^{7} = \log_{7^2}^{7} = \frac{1}{2}\log_7^7 = \frac{1}{2}.1 = \frac{1}{2}$

18). $\log_{84}^{4} = \log_{4^3}^{4} = \frac{1}{3}\log_4^4 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

19). $\log_{64}^{2} = \log_{2^6}^{2} = \frac{1}{6}\log_2^2 = \frac{1}{6}.1 = \frac{1}{6}$

20). $\log_{10000}^{10} = \log_{10^4}^{10} = \frac{1}{4}.\log_{10}^{10} = \frac{1}{4}.1 = \frac{1}{4}$

21). $\log_{125}^{5} = \log_{5^3}^{5} = \frac{1}{3}\log_5^5 = \frac{1}{3}.1 = \frac{1}{3}$

22). $\log_3^{(9.27)} = \log_3^{3^2} + \log_3^{3^3} = 2.\log_3^3 + 3.\log_3^3 = 2.1 + 3.1 = 2 + 3 = 5$

23). $\log_2^{\frac{1}{16}} = \log_2^{2^{-4}} = -4.\log_2^2 = -4.1 = -4$

24). $\log_{10}^{\frac{1}{10^8}} = \log_{10}^{10^{-8}} = -8.\log_{10}^{10} = -8.1 = -8$

25). $\log_2^8 = \log_2^{2^3} = 3.\log_2^2 = 3.1 = 3$

26). $2^{\log 4^x} \Rightarrow 2^{\log 2^{2x}} = 2x$

27). $\log_4^{\frac{1}{4}} \Rightarrow \log_{2^2}^{4^{-1}} = \frac{1}{2}\log_2^{2^{-2}} = \frac{-2}{2}\log_2^2 = -1$

28). $\log_7^8 - \log_7^2 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{\frac{8}{2}} + \log_7^3 = \log_7^4 + \log_7^3 \Rightarrow \log_7^{4.3}$

حل شوي مثالونه:

1). $\log_{10}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{0,001.10^{3}.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1.10^{-3}} \Rightarrow \log_{10}^{1} + \log_{10}^{10^{-3}} = 0 - 3\log_{10}^{10}$$
$$\Rightarrow 0 - 3.1 = -3$$

2). $\log_{3}^{81} = ?$

حل:

$$\log_{3}^{81} \Rightarrow \log_{3}^{3^{4}} \Rightarrow 4.\log_{3}^{3} \Rightarrow 4.1 = 4$$

3). $\log_{0,01}^{0,001} = ?$

حل:

$$\log_{0,01}^{0,001} \Rightarrow \log_{10^{-2}}^{10^{-3}} \Rightarrow -3.\frac{1}{-2}\log_{10}^{10} \Rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

4). $\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} = ?$

حل:

$$\log_{10}^{(100)^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{(10^{2})^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} \Rightarrow 3.\log_{10}^{10} \Rightarrow 3.1 = 3$$

5). $\log_{64}^{16} = ?$

حل:

$$\log_{64}^{16} = 2.\frac{1}{3}\log_{4}^{4} \Rightarrow \frac{2}{3}.\log_{4}^{4} = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$$

6). $\log_{a}^{ax^{2}} - \log_{a}^{x^{2}} = ?$

حل:

$$\log_{a}^{\frac{ax^{2}}{x^{2}}} \Rightarrow \log_{a}^{a} = 1$$

7). $\log_7^{\frac{63}{49}} = ?$

حل:

$\log_7^{63} - \log_7^{49} \Rightarrow \log_7^{7.9} - \log_7^{7^2} \Rightarrow \log_7^7 + \log_7^9 - 2\log_7^7$

$\Rightarrow 1 + \log_7^9 - 2 \Rightarrow -1 + \log_7^9 \Rightarrow \log_7^9 - 1$

8). $\log_{\frac{1}{5}}^{(625)^{-1}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{5}}^{(\frac{1}{5})^4} \Rightarrow 4.\log_{\frac{1}{5}}^{\frac{1}{5}} \Rightarrow 4.1 = 4$

9). $\log_{\frac{1}{2}}^{8^{-3}} = ?$

حل:

$\log_{\frac{1}{2}}^{(2^3)^{-3}} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{2^{-9}} \Rightarrow \log_{2^{-1}}^{2^{-9}} \Rightarrow -1\log_2^{2^{-9}} \Rightarrow -1.-9\log_2^2$

$\Rightarrow +9\log_2^2 \Rightarrow 9.1 = 9$

10). $\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} = ?$

حل:

$\log_{10}^{100} + \log_{10}^{\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{100\frac{1}{10}} \Rightarrow \log_{10}^{\frac{100}{10}} = \log_{10}^{10} = 1$

11). $\log_{10}^{5} + \log_{10}^{20} = ?$

حل:

$\log_{10}^{5.20} \Rightarrow \log_{10}^{100} \Rightarrow \log_{10}^{10^2} \Rightarrow 2.\log_{10}^{10} = 2.1 = 2$

12). $\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 = ?$

حل:

$\log_{12}^{6^2} + \log_{12}^{2^2} - \log_5^5 \Rightarrow 2.\log_{12}^{6} + 2.\log_{12}^{2} - \log_5^5 \Rightarrow 2(\log_{12}^{6} + \log_{12}^{2}) - \log_5^5$

$$\Rightarrow 2\left(\log_{12}^{6.2}\right)-1 \Rightarrow 2\left(\log_{12}^{12}\right)-1 \Rightarrow 2(1)-1 \Rightarrow 2.1-1 \Rightarrow 2-1=1$$

13). $\log_5^{5x^2}=?$

حل:

$$\log_5^{5x^2} \Rightarrow \log_5^5+\log_5^{x^2} \Rightarrow 1+2\log_5^x$$

14). $-\log_n^{mp}+\log_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{mp}}=?$

حل:

$$-\log_n^{mp}+\log_{n^{-1}}^{(mp)^{-1}} \Rightarrow -\log_n^{mp}+-1.-1\log_n^{mp}$$

$$-\log_n^{mp}+\log_n^{mp} \Rightarrow 0$$

15). $\log_{27}^{3c}=?$

حل: که $\log_3^c=0,2$ Note: if

$$\log_{27}^{3c} \Rightarrow \log_{27}^3+\log_{27}^c \Rightarrow \log_{3}^{3^3}+\log_{3^3}^c$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\log_3^3+\frac{1}{3}\log_3^c \Rightarrow \frac{1}{3}.1+\frac{1}{3}.0,2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{0,2}{3} \Rightarrow \frac{1+0,2}{3} \Rightarrow \frac{1,2}{3}$$

16). $9^{2\log_9^8}=?$

حل:

$$9^{2\log_9^8} \Rightarrow 9^{\log_9^{8^2}} \Rightarrow 8^2=64$$

17). $\log_{27}^{(\frac{1}{3})^{18}}=?$

حل:

$$\log_{27}^{(3^{-1})^{18}} \Rightarrow \log_{3^3}^{3^{-18}} \Rightarrow -18.\frac{1}{3}\log_3^3 \Rightarrow \frac{-18}{3}.1=-6$$

18). $\log_{\frac{1}{10}}^{\frac{1}{10^{10}}} = ?$

حل:

$$\log_{10^{-1}}^{10^{-10}} \Rightarrow -10.-1\log_{10}^{10} \Rightarrow +10.1 = 10$$

19). $\dfrac{\log_5^{125} + \log_{12}^{144}}{\log_{1000}^{10^6}} = ?$

حل:

$$\frac{\log_5^{5^3} + \log_{12}^{12^2}}{\log_{10^3}^{10^6}} \Rightarrow \frac{3.\log_5^5 + 3.\log_{12}^{12}}{6.\frac{1}{3}\log_{10}^{10}} = \frac{3.1 + 2.1}{\frac{6}{3}.1}$$

$$\Rightarrow \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2\frac{1}{2}$$

20). $\log_2^8 + \log_4^{16} + \log_3^{27} = ?$

حل:

$$\log_2^{2^3} + \log_4^{4^2} + \log_3^{3^3} \Rightarrow 3.\log_2^2 + 2.\log_4^4 + 3.\log_3^3$$

$$\Rightarrow 3.1 + 2.1 + 3.1 \Rightarrow 3+2+3 \Rightarrow 8$$

21). $1 + \log_n^{\frac{1}{n}} = ?$

حل:

$$1 + \log_n^{\frac{1}{n}} \Rightarrow 1 + \log_n^{n^{-1}} \Rightarrow 1 - 1\log_n^n \Rightarrow 1 - 1.1 \Rightarrow 0$$

22). $\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} = ?$

حل:

$$\log_{p^2}^{p^3} + \log_{\frac{1}{m}}^{m^2} \Rightarrow \frac{1}{2}.3\log_p^p + \log_{m^{-1}}^{m^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.1 + -1.2 \Rightarrow \frac{3}{2} - 2 \Rightarrow -\frac{1}{2}$$

23). $\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} = ?$

حل:

$$\log_n^{n^2} + \log_m^{m^3} \Rightarrow 2.\log_n^{n} + 3.\log_m^{m} \Rightarrow 2.1 + 3.1 \Rightarrow 2+3=5$$

24). $a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} = ?$

حل:

$$a^{\frac{1}{2}\log_a^{16}} \Rightarrow a^{\log_a^{16^{\frac{1}{2}}}} \Rightarrow 16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} \Rightarrow 4$$

25). $2^{1-\log_2^5} = ?$

حل:

$$2^{1-\log_2^5} \Rightarrow 2^1 - 2^{\log_2^5} \Rightarrow 2^1 . \frac{1}{2^{\log_2^5}}$$
$$\Rightarrow \frac{2}{2^{\log_2^5}} \Rightarrow \frac{2}{5}$$

لاندې افادې ثبوت کړئ؟

$Ex:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = ?$

$Solve:\ \log_3^7 . \log_5^3 . \log_7^5 = \log_3^7 . \dfrac{\log_3^3 . \log_3^5}{\log_3^5 . \log_3^7} = \log_3^3 = 1$

$Ex:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \log_{\sqrt{3}}^{0,1} . \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} = ?$

$Solve:\ \log_{0,1}^{\sqrt{2}} . \dfrac{\log_{0,1}^{0,1} . \log_{0,1}^{\sqrt{3}}}{\log_{0,1}^{\sqrt{3}} . \log_{0,1}^{\sqrt{2}}} = \log_{0,1}^{0,1} = 1$

$Ex:\ \log_b^a . \log_c^b . \log_a^c = ?$

$Solve:\ \log_b^a . \dfrac{\log_b^b . \log_b^c}{\log_b^c . \log_b^a} = \log_b^b = 1$

مثال: که $\log 2 = 0{,}3010$ او $\log 6 = 0{,}7782$ وي، $\log 12$ پیدا کړئ؟

$$\log 12 = \log 2.6 = \log 2 + \log 6 = 0{,}3010 + 0{,}7782$$

$$\log 12 = 1{,}0792$$

مثال: که $\log 6 = 0{,}7782$ او $\log 5 = 0{,}6990$ وي، نو $\log 30$ به څو وي؟

$$\log 30 = \log 6.5 = \log 6 + \log 5 = 0{,}7782 + 0{,}6990$$

$$\log 30 = 1{,}4772$$

مثال: که $\log 7 = 0{,}367021$ او $\log 4 = 0{,}60206$ وي، نو $\log \frac{4}{7}$ به څو وي؟

$$\log \frac{7}{4} = \log 7 - \log 4 = 0{,}367021 - 0{,}60206$$

$$\log(\frac{7}{4}) = -0{,}235039$$

مثال: که $\log 31 = 1{,}4914$ او $\log 17 = 1{,}2305$ وي، نو $\log \frac{31}{17}$ پیدا کړئ؟

$$\log \frac{31}{17} = \log 31 - \log 17 = 1{,}4914 - 1{,}20305 = 0{,}2609$$

$$\log \frac{31}{17} = 0{,}2609$$

مثال: که $\log_e^3 = 1{,}10$ او $\log_e^7 = 1{,}95$ کمیت ولري، نو د لاندې افادو کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ (A)\ \log_e^{(\frac{7}{3})}$$

$$Solution:\ \log_e^{(\frac{7}{3})} = \log_e^7 - \log_e^3 = 1{,}95 - 1{,}10 = 0{,}85$$

$$find:\ \log_e^{\sqrt[3]{21}} = \log_e^{(21)^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3}.\log_e^{(3.7)} = \frac{1}{3}(\log_e^3 + \log_e^7)$$

$$= \frac{1}{3}(1{,}95 + 1{,}10) = 1{,}02$$

مثال: که $\log_e^5 = 1{,}609$ او $\log_e^8 = 2{,}079$ کمیت ولري، نو تاسې د لاندې افادې کمیتونه پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = ?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{5^{10}}{8}\right)} = \log_e^{5^{10}} - \log_e^8 = 10.\log_e^5 - \log_e^8$$

$=10.1{,}609-2{,}079 \Rightarrow 14{,}011$

مثـــال: کـــه $\log_e^5=1{,}609$ او $\log_e^8=2{,}079$ کمیـــت ولـــري، نـــو تاســـې د لانـــدې افـــادې کمیت پیدا کړئ؟

$$find:\ \log_e^{\sqrt[4]{\frac{8}{5}}}=?$$

$$Solution:\ \log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{1}{4}}}=\frac{1}{4}.\log_e^{\left(\frac{8}{5}\right)}=\frac{1}{4}\left(\log_e^8-\log_e^5\right)$$

$$=\frac{1}{4}(2{,}079-1{,}609)=\frac{1}{4}(0{,}47)\Rightarrow 0{,}1175$$

مثال: لاندې مثال محاسبه کړئ؟

$$Ex:\ \log 5000-\log\frac{1}{0{,}01}-\log_2^5=?$$

په داسې حال کې چې $\log 2=0{,}3010$ او $\log 5=0{,}6990$ وي.

$$Slove:\ \log 5.10^3-\log\frac{1}{10^{-2}}-\log_2^5$$

$$\Rightarrow \log 5+\log 10^3-\log 10^2-\frac{\log 5}{\log 2}=0{,}6990+3-2-\frac{0{,}6990}{0{,}3010}$$

$$\Rightarrow 0{,}6990+1-2{,}32=-0{,}621$$

مثال: که $\log 5=0{,}6990$ وي، نو تاسې د $\log 25+\log\sqrt{5}-\log 125$ پیدا کړئ؟

$$Solve:\ \log 5^2-\log 5^{\frac{1}{2}}-\log 5^3=2.\log 5+\frac{1}{2}.\log 5-3.\log 5$$

$$\Rightarrow 2.0{,}6990+\frac{1}{2}.0{,}6990-3.0{,}6990\Rightarrow 1{,}398+0{,}3495-2{,}097$$

$$\Rightarrow 1{,}7475-2{,}097$$

$$\Rightarrow -0{,}3495$$

مثال: که $\log 3=0{,}4771$ او $\log 5=0{,}6990$ وي، نو $\log 16875$ محاسبه کړئ؟

$$Solve:\ \log 16875=\log(27.625)=\log 27+\log 625$$

$$\Rightarrow \log 3^3+\log 5^4=3.\log 3+4.\log 5$$

$$\Rightarrow 3(0{,}4771)+4(0{,}6990)=1{,}4313+2{,}796$$

$$\log 16875=4{,}495$$

که چېرې $\log_b^2 = 0,69$ او $\log_b^3 = 1,10$ او $\log_b^5 = 1,61$ وي، نو تاسې د لاندې افادو کمیتونه د دوی له مخې پیدا کړئ؟

1). $\log_b^{30} = ?$

2). $\log_b^{16} = ?$

3). $\log_b^{16} = ?$

4). $\log_b^{\sqrt[3]{2}} = ?$

5). $\log_b^{\sqrt{3}} = ?$

6). $\log_b^{\left(\frac{2}{5}\right)} = ?$

7). $\log_b^{\left(\frac{5}{3}\right)} = ?$

8). $\log_b^{\sqrt{0,9}} = ?$

9). $\log_b^{27} = ?$

10). $\log_b^{\sqrt[3]{1,5}} = ?$

که چېرې $\log 5 = 0{,}6990$ ، $\log 2 = 0{,}3010$ وي، نو تاسې د لاندې افادو لوګاریتم محاسبه کړئ؟

1). $\log\frac{410}{16} - \log 41 = ?$

2). $3.\log 5 - \log 64 = ?$

3). $\log 27 = ?$

مثال:

$$\ln(e.e.e) = \ln e + \ln e + \ln e = 1+1+1 = 3$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln(e.e.e) = \ln e^3 = 3.\ln e = 3.1 = 3$$

مثال:

$$\ln\frac{1}{e.e} = ?$$

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e} + \ln\frac{1}{e} = \ln e^{-1} + \ln e^{-1} = -1.\ln e + (-1).\ln e$$

$$\Rightarrow -1.1 + (-1).1 = -1-1 = -2$$

پورته مثال په لاندې طریقه هم حلولی شو:

$$\ln\frac{1}{e.e} = \ln\frac{1}{e^2} = \ln e^{-2} = -2.\ln e = -2.1 = -2$$

مثال:

$$\ln 12e = ?$$

$$\ln 12e = \ln 12 + \ln e = \ln 12 + 1$$

$$\Rightarrow 1 + \ln 12$$

مثال:

$$\ln\frac{30}{e} = ?$$

$$\ln\frac{30}{e} = \ln 30 - \ln e = \ln 6.5 + 1$$

$$\Rightarrow \ln 6 + \ln 5 + 1$$

د لوګاریتمي افادو تمرينات

لاندې لوګاریتمي افاده محاسبه کړئ؟

1). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{100} = ?$

2). $\log \frac{7100}{64} - \log 71 = ?$

3). $\log_{3}^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

4). $\log_{3}^{\frac{1}{81}} + 5 = ?$

5). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

6). $\log_{10}^{3} + \log_{10}^{2} + \log_{10}^{4} = ?$

7). $\log_{2}^{6} + \log_{2}^{5} - \log_{2}^{10} = ?$

8). $\log_{4}^{3} + \log_{4}^{2} = ?$

9). $\log_{5}^{250} - \log_{5}^{2} = ?$

10). $\log_{4}^{32} + \log_{4}^{2} = ?$

11). $\log_{7}^{2} + \log_{4}^{2} = ?$

12). $4.\log_{5}^{2} - \log_{5}^{8} = ?$

13). $\log_{3}^{405} - \log_{3}^{5} = ?$

14). $\log_{25}^{3} - \log_{3}^{5} = ?$

15). $\log_{7}^{8} - \log_{7}^{2} + \log_{7}^{3} = ?$

16). $\log_{5}^{24} - \log_{5}^{50} = ?$

17). $\log_{8}^{2} + \log_{8}^{4} = ?$

18). $\log_{2}^{25} - \log_{2}^{5} = ?$

19). $5\log_3^2 - \log_3^4 + 2\log_3^5 = ?$

20). $\log 7 - \log 4 + \log 2 = ?$

21). $2\log_4^6 + \log_4^9 - 3\log_4^3$

22). $\log_8^2 + \log_8^4 + \log_8^1 = ?$

23). $2\log_7^4 - \log_7^4 = ?$

24). $4\log_2^3 - \log_2^9 + \log_2^7 = ?$

25). $6\log_3^2 + \log_3^4 - 3\log_3^2 = ?$

26). $\log_8^5 + \log_8^3 + \log_8^6 = ?$

27). $2\log 9 - \log 4 = ?$

28). $\log 11 + 4\log 8 = ?$

29). $\log 4 + \log 6 + \log 5 = ?$

30). $5\log_3^2 - \log_3^4 + \log_3^5 = ?$

31). $\log_3^{\sqrt{5}} = 5$

32). $\log 0{,}1 = -1$

33). $\log_{16}^{64} = \dfrac{3}{2}$

34). $\log_8^2 = \dfrac{1}{3}$

تمرین:

لاندې لوګاریتمي افادې ساده کړئ؟

35). $\log 30 + 1 - \log \sqrt[5]{1000} = ?$

36). $(\log 4 + \log 8 - \log 16) - \log 2 = ?$

37). $\log_3^{\frac{1}{81}+5} = ?$

38). $\log \frac{4100}{64} - \log 71 = ?$

39). $\log_3^{\sqrt[5]{243}} - \log 100 + 2 = ?$

40). $\log 210(\log 32) - \log 21 = ?$

تمرین:

د لوگاریتم قوانین پرې تطبیق کړئ؟

1). $\ln\dfrac{\sqrt{a}.b^{-2}}{\sqrt[3]{c}.d^{-3}}$

2). $\ln\sqrt{\dfrac{5e}{e^{\ln 5}}}$

3). $\ln\left(\sqrt{e}\right)^{3}$

4). $\ln\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{e^{2}}}}$

5). $\ln\sqrt{e^{3(\ln e^{2}+\ln e^{6})}}$

6). $\log\dfrac{x^{2}.\sqrt{y}}{\sqrt{x^{5}.y^{3}}}$

7). $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{\dfrac{xy^{2}}{m.n}}$

8). $\log 8.\sqrt{3.\sqrt[3]{x^{2}.y.\sqrt[4]{x.p^{2}}}}$

9). $\log\dfrac{x^{2}y^{3}}{p^{2}}$

10). $\dfrac{1}{5}.\log(x+y)+\dfrac{1}{5}\log(x-y)^{-1}$

11). $\log x-\dfrac{1}{8}\log p+\dfrac{5}{2}\log y$

12). $\log x+m.\log(x+y)+m.\log(x-y)$

13). $\dfrac{1}{4}\log(x^{2}-y^{2})-\dfrac{1}{2}\log(x-y)-\dfrac{1}{2}\log(x+y)$

14). $\dfrac{1}{2}\log(x^{2}+y^{2})-\dfrac{1}{3}\left\{\log(x-y)+\log(x+y)\right\}$

15). $\left(\log x+3\log y\right)^{\frac{1}{3}}-\left(4\log y-2\log p\right)^{\frac{1}{2}}$

انترپولېشن

Interpolation

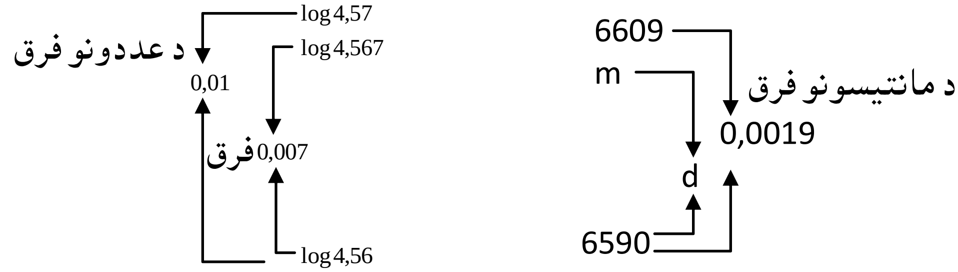
انترپولېشن په لغت کې پر بل عبارت اړولو ته وايي.

او په اصطلاح کې انترپولېشن د هغه طریقې نوم دی، چې د هغه اعدادو مانتیس پیدا کوي، کوم چې جدول یې ترتیب شوی نه وي.
یا د یو عدد انتي لوګاریتم د پیدا کولو لپاره چې په لوګاریتمي جدول کې مجود نه وي، د انترپولېشن څخه کار اخلو.

طریقه:

د انترپولېشن په واسطه د یوه عدد د مانتیس پیدا کولو لپاره په جدول کې دوه پرلپسې عددونه چې یو عدد د رکړل شوی عدد څخه زیات او بل ورڅخه کوچنی وي پیدا کوو.
بیا د دې دوو عددونو مانتیسونه له جدول څخه لاسته راوړو، بیا د عددونو او د هغوی د مانتیسونو له فرق څخه یو تناسب جوړوو، له دې تناسب څخه مجهول فرق پیدا کوو او د کوچني عدد له مانتیس سره یې جمع کوو، دغې د جمعې حاصل ته د راکړل شوي عدد مانتیس وايي.
د $\log 4567$ لوګاریتم مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چې د دې لوګاریتم مانتیس په جدول کې وجود نه لري.

عددونه مانتیسونه



$$\frac{0,007}{0,01}=\frac{d}{0,0019}\Rightarrow d=\frac{0,007.0,0019}{0,01}$$

$$\Rightarrow d=\frac{7.19}{100000}\Rightarrow\frac{133}{100000}\Rightarrow d=0,00133$$

$m=0,6590+0,0013\Rightarrow m=0,6603$ مربوط مانتیس

$\log 4567=3,6603$

مثال: $\log 2245,8$ مانتیس پیدا کړئ، په داسې حال کې چې ددې عدد مانتیس په جدول کې وجود نه لري؟

$$\frac{x}{0,00019}=\frac{0,8}{1}$$

$x=(0,8.0,00019)\Rightarrow x=0,000152$

اوس د x قیمت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو او یا یې د لوی عدد له مانتیس څخه تفریقوو.

$m=0,35122+0,000152\Rightarrow 0,351372$ دغه مانتیس دی

$\log 2245{,}8 = 4{,}351372$

مانتیس + کرکترستیک = لوګاریتم

مثال: $\log 0{,}0007957$ پیدا کړئ؟

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow \log 7{,}957.10^{-4} \Rightarrow \log 7{,}957 + \log 10^{-4}$

$\Rightarrow m - 4$

دا چې $7{,}95 < 7{,}957 < 7{,}96$ نو m د لاندې جدول په استفادې سره پیدا کوو.

عددونه	مانتیسونه
t	log
7,96	0,9009
7,957	m
7,95	0,9004

د عددونو فرق 0,01

0,007

د مانتیسونو فرق 0,0005

d

$$\Rightarrow \frac{0{,}007}{0{,}01} = \frac{d}{0{,}0005} \Rightarrow d = \frac{(0{,}007).(0{,}0005)}{0{,}01}$$

$\Rightarrow d = 0{,}00035 \approx 0{,}0004$

$m = 0{,}9004 + d \Rightarrow 0{,}9004 + 0{,}0004 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008$

$\log 0{,}0007957 \Rightarrow 0{,}9008 - 4 \Rightarrow \bar{4}{,}9008 \Rightarrow -3{,}0992$

انترپولېشن بله طریقه:

مثال: د 7453,27 عدد لوګاریتم غواړو پیدا کړو ، کوم جدول په خپله وجود نه لري، ددې عدد نه لوی عدد مانتیس د جدول څخه راخلو او له دې د کوچني عدد مانتیس له جدول څخه راخلو او د عددونو او د دوی د مانتیسونو فرق پیدا کوو.

مانتیسونه		عددونه	
0,87239		7454	لوی له 7453,27
0,78233		7453	کوچنی له 7453,27
0,00006	د مانتیسونو فرق	1	د عددونو ترمینځ فرق
x		0,27	د کوچني عدد او خپله اصل عدد فرق

$$x=\frac{0,27\,.\,0,00006}{1}\Rightarrow 0,0000162$$

دا چې د عددونو 0,27 دی، نو تفاوت مانتیس 0,0000162 ده، چې دغه د مانتیس تفاوت د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو ، چې د 7453,27 عدد حاصل په لاس راځي.

$$0,8723+0,0000162\Rightarrow 0,8723462$$

چې دغه مانتیس د 7453,27 عدد دی.

دا چې اولنی عدد چې لوګاریتم یې هدف وو ، عبارت دی له 745327 چې شپږ رقمي عدد دی، ددې عدد کرکترستیک 5 دی، نو له دې ځایه نتیجه کیږي.

$$\log 745327\Rightarrow 5,872362$$

مثال: $\log 8752{,}8$ پیدا کړئ؟

حل: 8752,8 عدد تقریبا د 8752 او 8753 په مینځ کې موجود دی.

$$\begin{array}{r} 94216 \\ 94211 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8753 \\ 8752 \\ \hline 1 \end{array}$$

د مانتیسونو فرق x   د عدد فرق 0,8

$$x = \frac{5.0{,}8}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

د 4 عدد د کوچني عدد له مانتیس سره جمع کوو.

$$94211 + 4 = 94215$$

دا چې په خپله عدد 87,528 دوه رقمي دی، نو کرکترستیک یې (1) دی، نو لوګاریتم یې عبارت دی له:

$$\log 87{,}528 \approx 1{,}94215$$

که وغواړو چې د څلور رقمه عدد لوګاریتم پیدا کړو، نو دریم رقم لوګاریتمي جدول په پام کې نیسو.

مثال: 3275 لوګاریتم په لاس راوړو.

پوهېږو چې:

$$3270 < 3275 < 3280$$

څرنګه چې د لوګاریتم په جدول کې 327 او 328 موجود دی، نو لیکو:

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \log 3270 \\ \log 3275 \end{array}\right\} 5 \\ \log 3280 \end{array}\right\} 10 \qquad \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} =3{,}5145 \\ =X \end{array}\right\} d \\ =3{,}5159 \end{array}\right\} 0{,}0014$$

یعنې لرو چې:

3275-3270=5

3280-3270=10

او:

3,5159-35145=0,0014

x-3,5145=d

او له دې ځایه لیکو چې:

$$\frac{5}{10}=\frac{d}{0,0014}\Rightarrow d=\frac{5}{10}.0,0014=0,007$$

او س که $0,0014$, $3,5145$ سره جمع شي، په لاس راځي.

$$3,5145+0,007=3,5152$$

یعنې د 3275 لوګاریتم عبارت دی له 3,5152

$$\log 3275=3,5152$$

مثال: د 31,76 عدد لوګاریتم په لاس راوړو.

لیکلی شو چې:

$$3170<3176<3180$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 3,170\\ \log 31,76\end{array}\right\}6\\ \log 31,90\end{array}\right\}10 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1,5011\\ =X\end{array}\right\}d\\ =1,5024\end{array}\right\}0,0013$$

یعنې:

$$\frac{6}{10}=\frac{d}{0,0013}\Rightarrow d=\frac{6}{10}.0,0013$$

نو:

$$1,5011+0,0008=1,5019$$

او په دې ډول لرو:

$$\log 31,76=1,5019$$

که وغوا اړو چې د پینځه رقمي عدد لوګاریتم په لاس راوړو ، نو د څلور رقمي لوګاریتمي جدول څخه استفاده کوو.

مثال: د 51826 لوګاریتم محاسبه کړئ؟

حل: ګورو چې:

$$51800 < 51826 < 51900$$

دی او څرګنده ده، چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 51800\\ \log 51826\end{array}\right\}26\\ \log 51900\end{array}\right\}100 \quad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=4,7143\\ =X\end{array}\right\}d\\ =4,7152\end{array}\right\}0,0009$$

په دې ډول لرو چې:

$$\frac{26}{100}=\frac{d}{0,0009}\Rightarrow d=\frac{26}{100}.0,0009$$

اوس که 0,0002 د 4,7143 سره جمع کړو ، په لاس راوړو.

$$4,7143+0,0002=4,7145$$

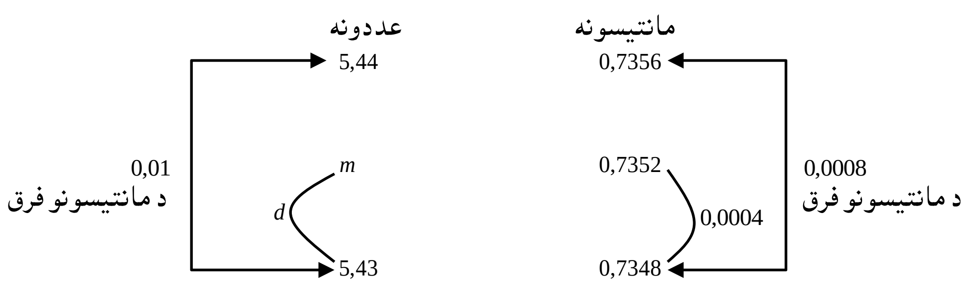
نو د ورکړل شوي عدد لوګاریتم دا دی:

$$\log 51826=4,7145$$

د انترپولېشن
په واسطه د انتي لوګاريتم پيدا کول

د انتي لوګاريتم د پيدا کولو لپاره مانتيس په جدول کې لټوو، که مانتيس په جدول کې نه وو، نو دغه مانتيس انتي لوګاريتم په يوه حرف ښيو، د مانتيس نه ښکته او پورته مانتيسونه په جدول کې پيدا کوو، شپږ عددونه چې يو يې مجهول او نور پينځه يې معلوم دي لاسته راځي، دوه دوه عددونه يو له بل څخه منفي کوو، چې څلور عددونه لاس ته راځي، چې يو يې مجهول او درې يې معلوم دي، د تناسب په واسطه مجهول عدد پيدا کوو، بالاخره د راکړل شوي مانتيس انتي لوګاريتم پيدا کېږي.

مثال: $Anti\log = 3{,}7352$ پيدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01} = \frac{0{,}0004}{0{,}0008} \Rightarrow \frac{d}{0{,}01} = \frac{4}{8}$$

$$\Rightarrow d = \frac{4\ .\ 0{,}01}{8} \Rightarrow d = \frac{4}{800} \Rightarrow d = 0{,}005$$

$m = 0,005 + 5,43 \Rightarrow 5,435$

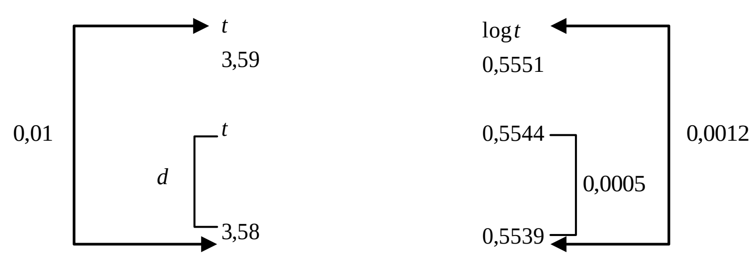
$Anti\log 3,7352 = 5,435$

مثال: د 4,5544 عدد انتي لوګاریتم پیدا کړئ؟

$x = anti\log 4,5544$

$\log x = 4,5544 \Rightarrow 0,5544$

0,5544 په جدول کې نشته، خو 0,5539 او 0,5551 په جدول کې شته، د دغو عددونو انتي لوګاریتم پیدا کوو، د دغه عددونو او انټرپولېشن په مرسته د x قیمت پیدا کوو.



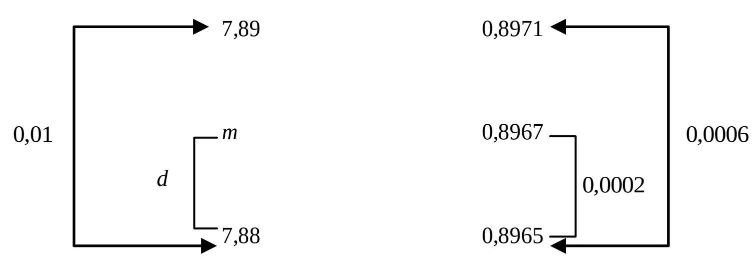
$$\frac{d}{0,01} = \frac{0,0005}{0,0012} \Rightarrow d = 0,0042$$

$t = 3,58 + d \Rightarrow 3,58 + 0,0042 \Rightarrow 3,5842$

$\log x = \log(3,5842.10^4) \Rightarrow \log 35842$

$x = 35842$

مثال: $Anti\log 5,8967$ پیدا کړئ؟



$$\frac{d}{0{,}01}=\frac{0{,}0002}{0{,}0006}\Rightarrow\frac{d}{0{,}01}=\frac{2}{6}\Rightarrow d=\frac{2.0{,}01}{6}=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$$

$$d=0{,}03$$

$$m=0{,}03+7{,}88\Rightarrow 7{,}883$$

دا چې کرکترستیک (5) دی، نو انتي لوګاریتم صحیح عدد دی او د ارقامو شمېر (6) دی، یعنې

$$Anti\log 5{,}8967=788300$$

مثال: $\log N=4{,}4713$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرګنده ده، چې په دې مثال کې مانتیس 0,4713 دی، هغه عدد چې په لوګاریتمي جدول کې د 0,4713 سره مطابقت کوي، 296 دی او څرنګه چې مشخصه 4 ده، نو باید ورکړل شوي عدد (5) رقمي وي.

یعنې:

$$N=29600$$

مثال: که $\log N=2{,}6459$ وي، نو N په لاس راوړو.

حل: څرنګه چې 0,6459 مستقیم په لوګاریتمي جدول کې وجود نه لري، نو ښکاره ده، چې په جدول کې نوموړی عدد داسې موقعیت لري.

$$6454<6459<6466$$

نو پوهېږو چې:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\log 442\\ \log N\end{array}\right\}X\\ \log 443\end{array}\right\}1\qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=2{,}6454\\ =2{,}6459\end{array}\right\}0{,}0005\\ =2{,}6464\end{array}\right\}0{,}001$$

$$\Rightarrow\frac{5}{10}=\frac{x}{1}\Rightarrow x=\frac{5}{10}\Rightarrow x=0{,}5$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N=442+0{,}5\Rightarrow 442{,}5$$

مثال: د 1,9358 انتي لوګاريتم په لاس راوړو.

حل: ثرنګه چې 0,9358 مستقيما په جدول کې نشته دی او ليدل کېږي، چې:

$$9355 < 9358 < 9360$$

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}\text{Log}862\\ \text{log}N\end{array}\right\}X\\ \text{log}863\end{array}\right\}1 \qquad \left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}=1,9355\\ =1,9358\end{array}\right\}0,0003\\ =1,9360\end{array}\right\}0,0005$$

$$\frac{x}{1}=\frac{3}{5} \Rightarrow x = 0,6$$

په دې ډول لرو، چې:

$$N = 862 + 0,6 = 862,6$$

ثرنګه چې مشخصه (1) ده، نو بايد عدد دوه رقمي وي، يعنې:

$$N = 86,26$$

خطي انترپولېشن
Linear Interpolation

کله چې درې رقمي لوګاریتمي جدول ولرو، نشو کولای چې د څلور رقمي عدد لوګاریتم په مستقیمه توګه تر پې پلاس راوړو، خو د انترپولېشن په مرسته یې لوګاریتم پیدا کولی شو، چې د غه طریقه په لاندې مثالونو کې روښانه کوو.

مثال: $\log 1{,}234$ پیدا کړئ؟

حل: د 1,234 او 1,24 لوګاریتمونه په درې رقمي جدول کې شته، د انترپولېشن په مرسته کولی شو، د نومورې عدد لوګاریتم پیدا کړو.

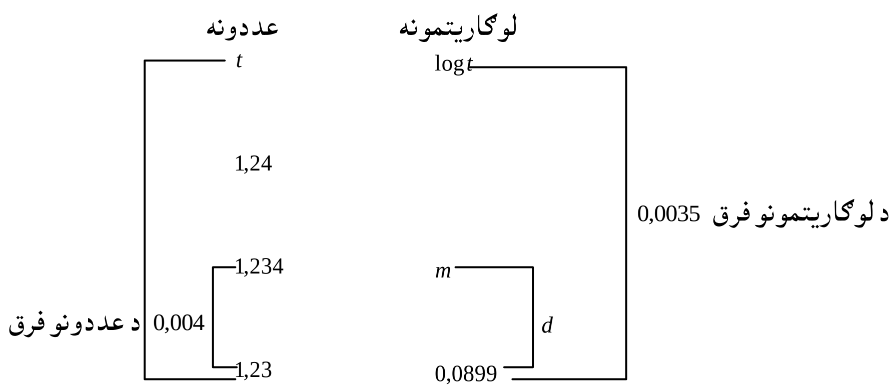
$\log 1{,}24 = 0{,}0934$, $\log 1{,}23 = 0{,}0899$

$1{,}23 < 1{,}234 < 1{,}24$

$\log 1{,}23 < \log 1{,}234 < \log 1{,}24$

$0{,}0899 < m < 0{,}0934$

د m قیمت په لاندې ډول پیدا کوو.



پــه خطــي انترپولېشــن کــې فــرض شــوی، چــې دغــه څلــور عددونــه متناسب دي، یعنې:

$$\frac{d}{0,0035}=\frac{0,004}{0,01}$$

$$d=\frac{(0,0035).(0,004)}{0,01}0,0014$$

$$m=\log 1,234=0,899+d\Rightarrow 0,0899+0,0014$$

$$\Rightarrow 0,0913$$

په نتیجه کې:

$$m=\log 1,234=0,0913$$

لوګاریتمي معادلات
Logarthmic Equations

د لوګــاریتمي افــادو چــې پــه هغــه کــې متحــول (مجهــول) وي، د لوګــاریتمي معادلاتو په نوم یادېږي.

د لوګــاریتمي معــادلاتو د حــل لپــاره بایــد لــومړی معادلــه د لوګــاریتم د قضیوو په اساس کار پرې وشي او وروسته پرې د الجبر قوانین تطبیق شي.

بعضــې وخــت ضــرورت پیــدا کېــږي، چــې د اکسپونشــیل (نمــایي) تــابع د خواصــو څخــه اســتفاده وشــي، نــو معادلــه ســاده کېــږي او پــه نتیجــه کــې د مجهــول قیمت لاسته راځي.

په لاندې افادو کې د x، y و z قیمتونه پیدا کوو:

1). $\log_{10}^{10^{-6}} = y \quad , \quad y = ?$

Solution: $\log_{10}^{10^{-6}} = y \Rightarrow 10^{-6} = 10^{y} \Rightarrow y = -6$

2). $\log_{10}^{100} = x \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{10}^{100} = x \Rightarrow \log_{10}^{10^{3}} = x \Rightarrow 10^{3} = 10^{x} \Rightarrow x = 3$

3). $\log_{8}^{x} = 2 \quad , \quad x = ?$

Solution: $\log_{8}^{x} = 2 \Rightarrow x = 8^{2} \Rightarrow x = 64$

4). $\log_x^{36} = 2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_x^{36} = 2 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 6^2 \Rightarrow x = 6$

5). $\log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_5^{\sqrt[5]{625}} = y \Rightarrow \sqrt[5]{625} = 5^y \Rightarrow \sqrt[5]{5^4} = 5^y \Rightarrow 5^{\frac{4}{5}} = 5^y \Rightarrow y = \frac{4}{5}$

6). $\log_2^{32} = z \quad , \quad z = ?$

$Solution: \ \log_2^{32} = z \Rightarrow 32 = 2^z \Rightarrow 2^5 = 2^z \Rightarrow z = 5$

7). $\log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \quad , \quad y = ?$

$Solution: \ \log_y^{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt[3]{64} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \sqrt[3]{4^3} = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4 = y^{\frac{1}{3}} \Rightarrow 4^3 = y \Rightarrow 64 = y$

8). $\log_6^{216} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_6^{216} = x \Rightarrow 216 = 6^x \Rightarrow 6^3 = 6^x \Rightarrow x = 3$

9). $\log_{100}^{100} = y \Rightarrow 100 = 100^y \Rightarrow 100^1 = 100^y \Rightarrow y = 1$

10). $\log_{10}^{10^{-3}} = x \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_{10}^{10^{-3}} = x \Rightarrow 10^{-3} = 10^x \Rightarrow x = -3$

11). $\log_2^x = 6 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \ \log_2^x = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$

12). $\log_2^x = 3$

$Solution: \ \log_2^x = 3 \Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$$Q2:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \frac{1}{2}\log_m^9 - \log_m^6$$

$find\ m = ?$

$$Solution:\ \log_m^x = \frac{2}{3}\log_m^8 + \log_m^{9^{(\frac{1}{2})}} - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(8)^{\frac{2}{3}}} + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^4 + \log_m^3 - \log_m^6$$

$$= \log_m^{(4.3)} - \log_m^6 = \log_m^{12} - \log_m^6$$

$$\log_m^x = \log_m^{(\frac{12}{6})} = \log_m^2$$

$$\log_m^x = \log_m^2$$

نو د لوګاریتم له خواصو څخه لیکلای شو:

$$m = m \Rightarrow x = 2$$

لوگاریتمي معادلو د حل طریقه

د لوگاریتمي معادلو د حل لپاره د لوگاریتم له خواصو څخه استفاده کوو.

1). $Ex: \log_a^{(x+4)} - \log_a^{(x+2)} = \log_a^x$

$Solution: \ \log_a^{(\frac{x+4}{x+2})} = \log_a^x$

$\frac{x+4}{x+2} = x \Rightarrow x^2 + 2x = x + 4 \Rightarrow x^2 + x - 4 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1.-4 = 1 + 16 = 17$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{17}}{2} \qquad , \qquad x_2 = \frac{-1-\sqrt{17}}{2}$

2). $Ex: \frac{\log(35-x^3)}{\log(5-x)} = 3$

$Solution: \ \log(35-x^3) = 3.\log(5-x) \Rightarrow \log(35-x^3) = \log(5-x)^3$

$\Rightarrow 35 - x^3 = (5-x)^3$

$\Rightarrow 35 - x^3 = 125 - 75x + 15x^2 - x^3$

$\Rightarrow 35 = 125 - 75x + 15x^2$

$\Rightarrow 15x^2 - 75x + 125 - 35$

$\Rightarrow 15x^2 - 75x + 90$

$\Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$

$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$

$\Rightarrow x_1 = 2 \qquad , \qquad x_2 = 3$

3). $Ex: \log_2^{(11x-1)} 5$

$Solution: \log_2^{(11x-1)} = 5 \Rightarrow 2^5 = 11x - 1$

$\Rightarrow 32 + 1 = 11x$

$\Rightarrow 11x = 33$

$\Rightarrow x = 3$

4). $\log_3^{2^x - 7} = 2$

$Solution: lo_3^{2^x - 7} = 2 \Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

5). $Ex: \log \sqrt[3]{x}^{25} = 18$

$Solution: \log \sqrt[3]{x}^{25} = 18 \Rightarrow 25 = \sqrt[3]{x}^{25}$

$\Rightarrow 25 = x^{(\frac{1}{3})^{18}}$

$\Rightarrow 25 = x^6$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x^3 = 5$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

6). $Ex: \log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = \log 2$

$Solution: \log \frac{(x^2 - 1)}{x + 1} = \log 2$

$\frac{x^2 - 1}{x + 1} = 2 \Rightarrow x^2 - 1 = 2x + 2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)=0$

$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

7). $Ex: x^{\log 10^x}=10$

$Solution: \log x^{\log 10^x} \log 10$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}.\log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow \log_{10}^{x}=1$

$\Rightarrow x=10^1$

$\Rightarrow x=10$

8). $Ex: \log\sqrt{x}+\log x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x}\sqrt{x^3}=\log 100$

$\Rightarrow \log\sqrt{x^4}=\log 100$

$\Rightarrow x^2=100$

$\Rightarrow x=10$

9). $\log_3^{(x+1)}-\log_3^{(x-1)}=1$

$\Rightarrow \log_3^{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)}=1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1}=3^1$

$\Rightarrow x+1=3x-3$

$\Rightarrow 3x-x-3-1$

$\Rightarrow 2x-4=2x=4$

$\Rightarrow x=2$

10). $Ex: \log_4^{(3x-3)}=\log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{2^{3x-3}}=\log_2^3$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^{3x-3} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow (\sqrt{3x-3})^2 = 3^2$

$\Rightarrow 3x-3=9$

$\Rightarrow 3x=9+3$

$\Rightarrow 3x=12$

$\Rightarrow x=4$

11). $Ex:\log\sqrt{x}+\log_x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$Solution:\log\sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}}=\log 100$

$\Rightarrow \sqrt{x}.x^{\frac{3}{2}}=100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{3}{2}}=100$

$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{2}}=100$

$\Rightarrow x^{\frac{4}{2}}=100$

$\Rightarrow x^2=100$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{100}$

$\Rightarrow x_1=10 \qquad , \qquad x_2=-10$

12). $Ex:\log_3^{(2+\frac{1}{x})}=\log_2^4$

$Solution:\log_3^{(2+\frac{1}{x})}=\log_2^{2^2}$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})}=2.\log_2^2$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})}=2.1$

$\Rightarrow \log_3^{(2+\frac{1}{x})}=2$

$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=3^2$

$$\Rightarrow 2+\frac{1}{x}=9$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=9-2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x}=7$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{7}$$

13). $\log_a^{\{1+\log_b[1+\log_c(1+\log_p^x)]\}}=0$

$Solution1:1+\log_b^{[1+\log_c(1+\log^x)]}=a^0=1$

$\Rightarrow \log_b^{\left[1+\log_c^{(1+\log_p^x)}\right]=1-1=0}$

$\Rightarrow 1+\log_c^{(1+\log_p^x)}=b^0=1$

$\Rightarrow \log_c^{(1+\log_p^x)}=1-1=0$

$1+\log_p^x=c^0\Rightarrow 1$

$\log_p^x=1-1=0\Rightarrow \log_p^x=0$

$x=p^0\Rightarrow x=1$

14). $Ex:\log_9^3.\log_2^x=1$

$Solution:\log_{3^2}^3.\log_2^x=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_3^3.\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\log_2^x=1$$

$$\Rightarrow \log_2^{x^{\frac{1}{2}}}=1$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}}=2^1$$

$$\Rightarrow x=4$$

15). $Ex:\log.\log_2^x=\log 5$

$Solution:\log_2^x=5$

$\Rightarrow x = 2^5$

$\Rightarrow x = 32$

16). $Ex : \log^{3\log 2^{(x-1)}} = 2$

$Solution : \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 513$

17). $Ex : \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

حل: د قاعدې د بدلولو له مخې:

$\Rightarrow \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow x = 12$

18). $Ex : \log_{10}^{x} = 1$

$Solution : \log_{10}^{x} = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

19). $Ex : \log_x^{\sqrt[5]{625}} = \dfrac{4}{5}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = x^{\frac{4}{5}}$

$\Rightarrow \sqrt[5]{625} = \sqrt[5]{x^4}$

$\Rightarrow x^4 = 625$

$\Rightarrow x^4 = 5^4$

$\Rightarrow x = 5$

20). $Ex: \frac{\log_{\sqrt{2}}^{r}}{\log_{\sqrt{2}}^{5}} = \log_{x}^{r}$

$\Rightarrow \log_{5}^{r} = \log_{x}^{r}$

$\Rightarrow 5 = x$

$\Rightarrow x = 5$

21). $Ex: \sqrt{\log x} + 3 = 4$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 4 - 3$

$\Rightarrow \sqrt{\log x} = 1$

$\Rightarrow \sqrt{\log x}^{2} = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1^2$

$\Rightarrow \log x = 1$

$\Rightarrow x = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

22). $Ex: \log 3 + \log 5 = \log x \qquad x = ?$

$Solution: \log 3.5 = \log x$

$\Rightarrow \log 15 = \log x$

$\Rightarrow 15 = x$

23). $Ex: \log_{2}^{(x^2-9)} = 4 \qquad , \qquad x = ?$

$Solution: \log_{2}^{(x^2-9)} = 4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 2^4$

$\Rightarrow x^2 - 9 = 16$

$\Rightarrow x^2 = 16 + 9$

$\Rightarrow x^2 = 25$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{25}$

$\Rightarrow x_1 = -5 \qquad x_2 = 5$

24). $Ex : \log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2 \qquad x = ?$

$\Rightarrow \log_5^{\frac{x-1}{x-2}} = \log_5^6$

$\Rightarrow \dfrac{x-1}{x-2} = 2$

$\Rightarrow x - 1 = 2(x-2)$

$\Rightarrow x - 1 = 2x - 4$

$\Rightarrow 2x - x = -1 + 4$

$\Rightarrow x = 3$

25). $Ex : \dfrac{7}{\log m + 4} = 1 \qquad m = ?$

$Solution : \log m + 4 = 7$

$\Rightarrow \log m = 7 - 4$

$\Rightarrow \log m = 3$

$\Rightarrow m = 10^3$

$\Rightarrow m = 1000$

26). $Ex : \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3} \qquad x = ?$

$Solution : \log_x^{\frac{1}{25}} = \dfrac{-2}{3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{25} = x^{\frac{-2}{3}}$

$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = \dfrac{1}{5^2}$

$$\Rightarrow x^{\frac{-2}{3}} = 5^{-2}$$

$$\Rightarrow x^{(\frac{-2}{3})^3} = 5^{(-2)^3}$$

$$\Rightarrow x^{-2} = 5^{-6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{5^6}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(5^3)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{5^3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{125}$$

$$\Rightarrow x = 125$$

27). $Ex: \log x = \log 5 - \log 25 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log \frac{5}{25}$

$$\Rightarrow \log x = \log \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

28). $Ex: \log_{\sqrt{5}}^{x} - \log_{\sqrt{5}}^{3} - \log_{\sqrt{5}}^{5} + \log_{\sqrt{5}}^{4} = 0 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3} + \log_{\sqrt{5}}^{5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{3.5} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{15} - \log_{\sqrt{5}}^{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{5}}^{x} = \log_{\sqrt{5}}^{\frac{15}{4}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

29). $Ex: \log x = \log r^2 + \log z^2 \quad , \quad x = ?$

$Solution: \log x = \log r^2.z^2$

$x = r^2.z^2$

30). $Ex: \log x^{2\log x} = \log 10x \quad , \quad x = ?$

$\Rightarrow \log_x^{2\log x} = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10x$

$\Rightarrow 2\log x . \log x = \log 10 + \log x$

$\Rightarrow 2\log x^2 = 1 + \log x$

$\Rightarrow 2y^2 = 1 + y$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - y - 1 = 0$

$\Rightarrow (y-1)(2y+1) = 0 \qquad y = \log x$

$\Rightarrow y - 1 = 0 \qquad 2y + 1 = 0$

$\Rightarrow y_1 = 1 \qquad 2y = -1$

$\Rightarrow y_2 = \frac{-1}{2}$

اوس يې له اصلي مجهول سره کورو.

$\log x = y$

$y_1 = 1$

$\log x = 1$

$\Rightarrow x_1 = 10^1$

$\Rightarrow x = 10$

$y_2 = \frac{-1}{2}$

$\log_{10}^x = \frac{-1}{2}$

$\Rightarrow x = 10^{\frac{-1}{2}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

31). $Ex: \sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}} = x \qquad x = ?$

$Solution: x = 10^{(2+\frac{1}{2}\log 4^2)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow 10^{(2+\frac{1}{2}.2\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = 10^{(2+\log 4)^{\frac{1}{2}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{2+\log 4}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log 100+\log 4}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{10^{\log 400}}$

$\Rightarrow \sqrt{10^{\log_{10}^{400}}}$

$\Rightarrow x = \sqrt{400}$

$\Rightarrow x = 20$

32). $Ex: \log_4 \left\{2\log_3^1\left[\log_2(1+3\log_2^x)\right]\right\} = \frac{1}{2}$

$Solution: 2\log_3\left[1+\log_2(1+3\log_2^x)\right] = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

$\Rightarrow 1+\log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3^1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 3-1$

$\Rightarrow \log_2^{(1+3\log_2^x)} = 2$

$\Rightarrow 1+3\log_2^x = 2^2 = 4$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 4-1 = 3$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 3$

$\Rightarrow \log_2^x = 1 \Rightarrow x = 2$

33). $Ex: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$Solution: \log_9^{3\log_2^x} = 1$

$\Rightarrow 3\log_2^x = 9^1$

$\Rightarrow \log_2^{x^3} = 9$

$\Rightarrow x^3 = 2^9$

$\Rightarrow x^3 = (2^3)^3$

$\Rightarrow x = 2^3 \Rightarrow x = 8$

34). $Ex: \log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)} = 1$

$Solution: \log_{(x^2-x+4)}^{(x^2+5x-1)} = 1$

$\Rightarrow (x^2+5x-1) = (x^2-x+4)$

$\Rightarrow x^2+5x-1 = x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1 = -x+4$

$\Rightarrow 5x+x = 4+1$

$\Rightarrow 6x = 5$

$\Rightarrow x = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{5}{6}$

35). $Ex: \log\sqrt{x} = \sqrt{\log x} \qquad , \qquad x = ?$

$Solution: \log\sqrt{x} = \sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\log x = \sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x = 2\sqrt{\log x}$

$\Rightarrow \log x^2 = (2\sqrt{\log x})^2$

$\Rightarrow \log 2x = 4\log x$

$\Rightarrow \log 2x - 4\log x = 0$

$\Rightarrow \log x(\log x - 4) = 0$

$\Rightarrow \log x = 0$

$\Rightarrow x_1 = 10^0 \Rightarrow x_1 = 1$

$\Rightarrow \log x = 4 \Rightarrow x_2 = 10^4$

د 100 عدد طبیعي لوګاریتم محاسبه کړئ.

$\ln 100 = 2{,}3026.\log 100$

$\ln 100 = 2{,}3026.2 = 4{,}6052$

36). $Ex: \log_2\{2+\log_3(x+3)\} = 0$

$2+\log_3(x+3)=2^0=1$

$\log_3(x+3)=-1 \Rightarrow x+3=3^{-1}$

$x=\frac{1}{3}+3 \Rightarrow x=\frac{10}{3}=\frac{-8}{3}$

37). $Ex:\log_b^x=\log_b^{30}+\frac{1}{5}\log_b^{32}-\frac{2}{3}\log_b^8$

$\log_b^x=\log_b^{30}+\log_b^{32^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{8^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^{(2^5)^{\frac{1}{5}}}-\log_b^{(2^3)^{\frac{2}{3}}}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-\log_b^{2^2}$

$=\log_b^{30}+\log_b^2-2\log_b^2=\log_b^{30}-\log_b^2$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

38). $Ex:\log_5^{2x}=3 \qquad x=?$

$\Rightarrow \log_5^{2x}=3$

$\Rightarrow 2x=5^3$

$\Rightarrow 2x=125$

$\Rightarrow x=\frac{125}{2}$

$\Rightarrow x=62,2$

39). $Ex:x=\log_2^{128}+\log_{16}^{256} \qquad x=?$

$Solution:x=\log_2^{2^7}+\log_{16}^{16^2}$

$\Rightarrow x=7.\log_2^2+2.\log_{16}^{16}$

$\Rightarrow x=7.1+2.1$

$\Rightarrow 7+2=9$

40). $Ex:\log_x^{16}=4$

$Solution: \log_x^{16} = 4$

$\Rightarrow 16 = x^4$

$\Rightarrow 2^4 = x^4$

$\Rightarrow 2 = x$

41). $Ex: \log x + \log 10 = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log x.10 = 2$

$\Rightarrow \log 10x = 2$

$\Rightarrow 10x = 10^2$

$\Rightarrow 10x = 100$

$\Rightarrow x = 10$

42). $Ex: \log_2^{4.3^x-6} - \log_2^{9^x-6} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = 1$

$\Rightarrow \log_2^{\frac{4.3^x-6}{9^x-6}} = \log_2^2$

له log2 څخه صرف نظر کوو.

$$\Rightarrow \frac{4.3^x - 6}{9^x - 6} = 2$$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.9^x - 6.2$

$\Rightarrow 4.3^x - 6 = 2.3^{2x} - 12$

$\Rightarrow 4.y = 2.y^2 - 12 + 6$

$3^x = y$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 12 + 6 = 0$

$\Rightarrow 2y^2 - 4y - 6 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 2y - 3 = 0$

$\Rightarrow (y-3)(y+1) = 0$

$y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 3$

$y+1=0 \Rightarrow y_2=-1$

اوس يې له اصلي مجهول سره پرتله کوو.

۱ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=3^1$

$3=3$

$x=1$

۲ جز:

$3^x=y \Rightarrow 3^x=-1$

دوېم جز نه شي صحيح کېدلی، ځکه چې 1- له 3 سره نه شي مساوي کېدلی، نو لهذا دا کميت په کې صدق هم نه کوي.

امتحان:

$\log_2^{4.3^x-6}-\log_2^{a^x-6}=1$

$y=3$ وضع کوو.

$\log_2^{4.3^1-6}-\log_2^{9^1}=1 \Rightarrow \log_2^{12-6}-\log_2^{3}=1$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{30}{2}} \Rightarrow x=15$

43). $Ex:\log_3^{(2x-7)}=2 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{(2x-7)}=2$

$\Rightarrow 2x-7=3^2$

$\Rightarrow 2x-7=9$

$\Rightarrow 2x=9+7$

$\Rightarrow 2x=16$

$\Rightarrow x=\frac{16}{2} \Rightarrow x=8$

44). $Ex:\log(x^2-1)-\log(x+1)=\log 2 \qquad x=?$

$Solution:\log\frac{x^2-1}{x+1}=\log 2$

$$\Rightarrow \frac{x^2-1}{x+1} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)} = 2$$

$$\Rightarrow x-1 = 2$$

$$\Rightarrow x = 2+1 \Rightarrow x = 3$$

45). $Ex: \log_3^{(x+1)} - \log_3^{(x-3)} = 1 \qquad x = ?$

$Solution: \log \dfrac{x+1}{x-3} = 1$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-3} = 3^1$$

$$\Rightarrow x+1 = 3(x-3)$$

$$\Rightarrow x+1 = 3x-9$$

$$\Rightarrow x = 3x-9-1$$

$$\Rightarrow 3x - x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

46). $Ex: \log_2^{(11x-1)} = 5 \qquad x = ?$

$Solution: \log_2^{(11x-1)} = 5$

$$\Rightarrow 11x - 1 = 2^5$$

$$\Rightarrow 11x - 1 = 32$$

$$\Rightarrow 11x = 32 + 1$$

$$\Rightarrow 11x = 33$$

$$\Rightarrow x = 3$$

47). $Ex: \log_3^{(2^x-7)} = 2 \qquad x = ?$

$Solution: \log_3^{2^x-7} = 2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 3^2$

$\Rightarrow 2^x - 7 = 9$

$\Rightarrow 2^x = 9 + 7$

$\Rightarrow 2^x = 16$

$\Rightarrow 2^x = 2^4$

$\Rightarrow x = 4$

48). $Ex: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18 \qquad x = ?$

$Solution: \log_{\sqrt[3]{x}}^{25} = 18$

$\Rightarrow 25 = (\sqrt[3]{x})^{18}$

$\Rightarrow 25 = x^3$

$\Rightarrow 5^2 = (x^3)^2$

$\Rightarrow x = \sqrt[3]{5}$

49). $Ex: \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}} \qquad x = ?$

$Solution: \log x = \dfrac{\log_3^{12}}{\log_3^{10}}$

$\Rightarrow \log x = \log_{10}^{12}$

$\Rightarrow \log x = \log 12$

$\Rightarrow x = 12$

50). $Ex: 3^{\log_4^{16}} = 27^x \qquad x = ?$

$Solution: 3^{\log_4^{16}} = 27^x$

$\Rightarrow 3^{\log_4^{4^2}} = (3^3)^x$

$\Rightarrow 3^{2\log_4^4} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^{2.1} = 3^{3x}$

$\Rightarrow 3^2 = 3^{3x}$

$\Rightarrow 2 = 3x$

$\Rightarrow x = \dfrac{2}{3}$

51). $Ex : \log_4^{(3x-3)} = \log_2^3 \qquad x = ?$

$Solution : \log_{2^2}^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}\log_2^{(3x-3)} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{(3x-3)^{\frac{1}{2}}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \log_2^{\sqrt{3x-3}} = \log_2^3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3} = 3$

$\Rightarrow \sqrt{3x-3}^{\,2} = 3^2$

$\Rightarrow 3x - 3 = 9$

$\Rightarrow 3x = 9 + 3$

$\Rightarrow 3x = 12$

$\Rightarrow x = \dfrac{12}{3}$

$\Rightarrow x = 4$

52). $Ex : \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2 \qquad x = ?$

$Solution : \log_3^{\log_2^{(x-1)}} = 2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} = 3^2$

$\Rightarrow \log_2^{(x-1)} 9$

$\Rightarrow x - 1 = 2^9$

$\Rightarrow x - 1 = 512$

$\Rightarrow x = 512 + 1$

$\Rightarrow x = 513$

53). $Ex:\log_{x^2-x+4}^{(x^2+5x-1)}=1 \qquad x=?$

$Solution:\log_3^{\log_2^{(x-1)}}=2$

$\Rightarrow x^2+5x-1=x^2-x+4$

$\Rightarrow 5x-1+x-4=0$

$\Rightarrow 6x-5=0$

$\Rightarrow 6x=5$

$\Rightarrow x=\dfrac{5}{6}$

په لاندې مساوات کې د x کمیت پیدا کړئ؟

$\log_b^x=\dfrac{2}{3}.\log_b^{27}+2.\log_b^2-\log_b^3$

$find \;\; x=?$

$Solution:\log_b^x=\dfrac{2}{3}\log_b^{27}+2\log_b^2-\log_b^3$

$=\log_b^{(27)^{\frac{2}{3}}}+\log_b^{2^2}-\log_b^3$

$=\log_b^9+\log_b^4-\log_b^3$

$=\log_b^{(9.4)}-\log_b^3$

$\log_b^x=\log_b^{\frac{9.4}{3}}=\log_b^{(\frac{36}{3})}=\log_b^{12}$

$\log_b^x=\log_b^{12}$

پاملرنه:

دا چې قاعدې د لوګاریتم سره مساوي دي، نو:

$x=12$

د لوګاریتمي معادلاتو سیستم

د لوګـاریتم معـادلاتو د سیسـتم د حـل کولـو لپـاره د لوګـاریتم لـه قوانینـو څخـه ګټه اخلو.

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

$$\begin{cases}\log x+2\log y=0\\ \log x-\log y=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\log x+\log y^2=0\\ \log x-\log y=0\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\log(x.y^2)=0\\ \log(\frac{x}{y})=0\end{cases} \Rightarrow\begin{cases}x.y^2=10^3\\ \frac{x}{y}=10^0\end{cases} \Rightarrow\begin{cases}x.y^2=1\\ \frac{x}{y}=1\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x.y^2=1\\ x=y\end{cases} \Rightarrow x.x^2=1\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=y=1$$

مثال: لاندې لوګاریتمي معادلاتو سیستم حل کړئ؟

1). $\begin{cases}\log_2^{(x^2+y^2)}=5\\ \log_2^x+\log_2^x=4\end{cases}$ $find\ x=?\quad find\ y=?$

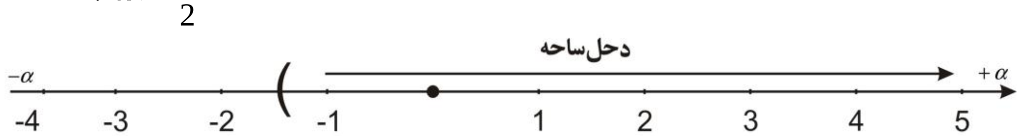
2). $\begin{cases}3.\log x+\log y^2=5\\ \log x^2-2\log y=0\end{cases}$ $find\ x=?\quad find\ y=?$

لوګاریتمي غیر مساوات

د لوګاریتمي غیر مساوات د حل کولو لپاره په لومړي قدم کې غیر مساوات د لوګاریتم څخه خلاصوو، له دې وروسته د غیر مساوات له خواصو څخه استفاده کوو، ددې په نتیجه کې د مجهول د حل ساحه لاسته راځي.

مثال: د $\log_2^{(x+2)} > -1$ غیر مساوات د حل ساحه معلومه کړئ؟

$$\log_2^{(x+2)} > -1$$
$$\Rightarrow (x+2) = 2^{-1}$$
$$\Rightarrow x+2 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} - 2$$
$$\Rightarrow x > \frac{1-4}{2}$$
$$\Rightarrow x > \frac{-3}{2}$$



مثال: د لاندې غیر مساواتونو د حل ساحه معلومه کړئ؟

1). $\log_{\frac{1}{2}}^{(3x+1)} > 0$

2). $\log_{\frac{1}{2}}^{(x^2-5x+6)} > -1$

3). $x^2 - 5x + 4 = 0$

د لوګاریتمي معادلو تمرین

تمرین:

لاندې لوګاریتمي معادلې حل کړئ؟

1). $\log 2+\log 8=\log x$ $\quad x=?$

2). $\log 6+\log 12-\log 5-\log x=0$ $\quad x=?$

3). $\log_4^{\frac{1}{32}}=x$ $\quad x=?$

4). $\log_x^4=\dfrac{2}{3}$ $\quad x=?$

5). $\log_4^{(2x-5)}=\log_4^{16}$ $\quad x=?$

6). $\log_2^{(\log_3(2x-5)}=2$ $\quad x=?$

7). $\dfrac{\log y}{\log y-3}=2$ $\quad y=?$

8). $\log_2^{(x^2-5x+22)}=4$ $\quad x=?$

9). $\log_{\sqrt{2}}^x-\log_{\sqrt{2}}^8-\log_{\sqrt{2}}^7+\log_{\sqrt{2}}^5=0$ $\quad x=?$

10). $\log_{125}^{25}=x$ $\quad x=?$

11). $\log_3^{(x+3)}-\log_3^{(x-4)}=\log_3^4$ $\quad x=?$

12). $3^{\log x}=3x$

13). $x^{\log x}=100x$

14). $\ln(\ln x)=1$

15). $\log(\log x)=1$

16). $(\log x)^3 = \log x^4$

17). $(\ln x)^3 = \ln x^4$

18). $\ln x = \ln(2x-1) - \ln(x-2)$

19). $\log(2x+1) = 1 - \log(x-1)$

20). $\ln(x+1) = \ln(3x+1) - \ln x$

21). $\log(6x+5) - \log 3 = \log 2 - \log x$

22). $\log(2x+1) = 1 + \log(x-2)$

23). $\log(x-0) + \log 100x = 3$

24). $\ln(2x+1) - \ln(x-1) = \ln x$

25). $\ln(\log x) = 1$

26). $(\ln x)^3 = \ln x^9$

27). $(\log x)^3 = \log x^9$

28). $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$

29). $\log(x^2-3) = 2.\log(x-1)$

30). $\log_x^9 = 2$

31). $10^{\log_{10}^x} = 44$

32). $\log x + \log(x+15) = 2$

33). $\ln(x+4) - \ln(x-4) = 2.\ln 3$

34). $\log_9^x = -\frac{3}{2}$

35). $\log(\ln x) = -1$

36). $\ln(2x^2+2) = 2\ln(2x-4)$

37). $e^{\ln x} = 2,5$

38). $\log_x^{e^s} = s$

39). $\log_{\frac{1}{4}}^{16} = x$

40). $\log_{16}^x = \frac{3}{2}$

41). $\log_5^{5x} = 2$

42). $\log_5^{(x-2)} + 2\log_5^{(x^3-2)} + \log_5^{(x-5)} = 4$

43). $\log_{10}^{x} = 1$

44). $\log(x-3) + \log(x+6) = \log 2 + \log 5$

45). $\log_2^{(\frac{8}{x}-1)} = x-2$

46). $x(1-\log 5) = \log 4^x - 12$

47). $\log_7^{15} - \log_2^{3} = \log_7^{n}$ $\qquad n = ?$

48). $\log x = \log 4 - \log 20$

49). $\log(\sqrt{2})^n = \log(\sqrt{2})^3 + \log(\sqrt{2})^6$

50). $\log_8^2 - \log_2^x - 2 = 0$

51). $\log_5^{(x-1)} - \log_5^{(x-2)} = \log_5^2$

52). $\log_2^{(10x+4)} = \log_2^8$

53). $\log_2^{(x+5)} = 2\log_2^3$

54). $2.\log_5^x = \log_5^{(x^2-6x+2)}$

55). $\log_e^{(x+8)} - \log_e^x = 3\log_e^2$

56). $2.\log_3^x = \log_3^2 + \log_3^{(4-x)}$

57). $3.\log_b^2 + \frac{1}{2}\log_b^{25} - \log_b^{20} = \log_b^x$

58). $\log_{10}^{(5-x)} = 3\log_{10}^2$

59). $\log_{10}^{(x^2-2x-2)} = 2\log_{10}^{(x-2)}$

60). $\log_7^{4x} - \log_7^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_7^4$

61). $\log_4^x + \log_4^{(x+2)} = \frac{1}{2}\log_4^9$

62). $\frac{3}{2}.\log_b^4 - \frac{2}{3}\log_b^8 + 2\log_b^2 = \log_b^x$

63). $\log_{\frac{1}{2}}^x = \log_{\frac{1}{2}}^2 + \log_{\frac{1}{2}}^3 + \log_{\frac{1}{2}}^5$

64). $\log_4^x - \log_4^{(x-1)} = 2\log_4^3$

65). $\log|x+1| - \log|x-1| - \log 5 + \log 2 = 0$

66). $\log(3x-1)+\log 2-\log 3=0$

67). $\log_2^{\left|\frac{x+2}{x-1}\right|}=2$

68). $\log_2^{(x^2)}+2\log_2^x+1=0$

69). $\log x^2-3\log x-4=0$

70). $\log_{\frac{1}{2}}^x=\log_{\frac{1}{2}}^2+\log_{\frac{1}{2}}^3+\log_{\frac{1}{2}}^5$

71). $\log_7^{15}-\log_7^3=\log_7^x$

72). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

73). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

74). $\dfrac{7}{\log y+4}=1$

75). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

76). $\log m+\log 25=\log 5$

77). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}}=\log_{25}^x$

78). $\log x=\log 4-\log 20$

79). $\log_5^{(x-1)}-\log_5^{(x-2)}=\log_5^2$

80). $2\log_3^{\sqrt{x}}=5$

81). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}}=\log_x^{343}$

82). $\log x=\log 4-\log 20$

83). $\log_7^{(2x-3)^2}=2$

84). $\log_x^3+\log_x^{(2x+9)}=2$

85). $\sqrt{(\sqrt{x})^{\log x}}=x$

86). $\sqrt{x.\log\sqrt{x}}=10$

87). $\log_3^5+\log_3^6=\log_3^x$

88). $\ln x+\ln(x+1)=2$

89). $\dfrac{3}{2}\log_2^4-\dfrac{1}{2}\log_2^x=3$

90). $\log_4^{(x^2-17)}=3$

91). $\ln(2x+3)=8$

92). $\log x = \log(2x^2) - 2$

93). $\log[\log 3(x-2)] = 0$

94). $\dfrac{\log_7^{343}}{\log_7^{49}} = \log_x^{343}$

95). $\log x^{\frac{3}{2}} - \log\sqrt{3} = 5$

96). $\log\sqrt{x+1} = 1 - \dfrac{1}{2}\log x$

97). $\ln x - \dfrac{1}{2}\ln 2 = \dfrac{1}{2}\ln(x+4)$

98). $\log(5x-1) - \log(x-3) = 2$

99). $\log_7^{(2x-1)} = \log_x^{(x+3)}$

100). $x(1-\log 5) - \log(4^x - 12)$

101). $\log 2^{(\frac{8}{2^x}-1)} = x - 2$

102). $3,2^{\log_x^{(3x-2)}} + 2,3^{\log_x^{(3x-2)}} = 5,6^{\log_{x^2}^{(3x-2)}}$

103). $2\log_3^{(x-2)} + \log_3^{(x-4)^2} = 0$

104). $\dfrac{\log_5^{125}}{\log_5^{25}} = \log_{25}^x$

105). $2\ln x + 3\ln 2 = 5$

106). $\ln(2x-1)^2 = 7$

107). $\ln(3x+5)^2 = 4$

108). $\log_a^{\left(\frac{x^2 y}{z^3}\right)} = ?$

109). $\log_a^{\left(x^3 \cdot \sqrt{\frac{y^2}{z^4}}\right)} = ?$

110). $\log\sqrt[3]{x^2 . y . \sqrt{z}} = ?$

111). $\log_3\left[7(2x-3)^2\right] = ?$

112). $\log\left(3\sqrt{\dfrac{x^2}{y.z^2}}\right) = ?$

113). $\log\sqrt{x.\sqrt{yz^3}} = ?$

114). $\log_a\left(\dfrac{\sqrt{x}.z^2}{y^4}\right) = ?$

115). $\log_3^{(6x^4 y^{-2} - z^2)} = ?$

د لوګاريتم د استعمال ځيني ځايونه

استعمال:

محاسبه اسانوي، يعني هره عمليه له هغې څخه پر اسانه عمليه بدلوي.

1). $x=(2,05).(0,74)=?$

حل: د ضرب له مخې ځواب:

$$\begin{array}{r} 2,05 \\ \times\ 0,74 \\ \hline 820 \\ +\ 1435\ \ \\ 000\ \ \ \\ \hline 1,5170 \end{array}$$

$x=(2,05)(0,74)=1,517$

همدا سوال يعني $x=(2,05)(0,74)$ د لوګاريتم په طريقه اوس حل کوو.

چې ضرب يې په جمع بدلوي او د جمعي عمليه نظر ضرب ته اسانه ده.

$x=(2,05)(0,74)$

$\log x=\log[(2,05)(0,74)]$

$\log x=\log 2,05+\log 0,74$

د جدول څخه په استفادې نو اوس يې وضع کوو.

$\log 2,05=0,3118$ او $\log 0,74=\bar{1},869$

$\Rightarrow \log x=\log 2,05+\log 0,74$

$\log x = 0{,}3118 + 1{,}8692$

$\log x = 2{,}181$

$x = anti\log 2{,}181$

$x = 1{,}517$

۲ مثال: تقسیم او د ضرب محاسبه په اسانه طریقې سره:

$3).\quad Ex:\ x = \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)} = ?$

د پورته سوال محاسبه د تقسیم او ضرب څخه جوړ شوی دی، داسې حل کوو، د تقسیم او ضرب په واسطه ډېر وخت او مشکلات لري، خو د لوګاریتم په واسطه یې محاسبه اسانه او ژر کېږي.

$\log x = \log \dfrac{48{,}3}{(83{,}8)(3{,}14)}$

$\Rightarrow \log x = \log y 48{,}3 - (\log(8{,}38)(3{,}14))$

$\log x = \log 48{,}3 - (\log 83{,}8 + \log 3{,}14)$

$\log x = 1{,}6875 - (1{,}9232 + 0{,}4969)$

$\Rightarrow 1{,}6875 - 2{,}4201$

$\log x = -0{,}7326 = \bar{1}{,}2674$

$anti\log(\log x) = anti\log(\bar{1}{,}2674)$

$x = 0{,}1851$

$4).\quad Ex:\ \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000} = ?$

$Solution: \log x = \log \dfrac{(780{,}6)^2.\sqrt{3}}{4{,}000}$

$\log x = \log(78{-},6)^2 + \log\sqrt{3} - \log 4{,}000$

$\log x = 2\log(780{,}6) + \dfrac{1}{2}\log 3 - \log 4{,}000$

$\log x = 2.(2{,}8924) + \dfrac{1}{2}(0{,}4771) - 0{,}6021$

$\log x = 5{,}7848 + 0{,}2586 - 0{,}6021$

$\log x = 5,4213$

$anti\log(\log x) = anti\log 5,4213$

$x = 263800$

استعمال:

د لوګاریتم په ذریعه د توان لرونکي عدد محاسبه کول.

$(1,05)^6$ محاسبه کړئ؟

$\log(1,05)^6 = 6.\log 1,05 = 6(0,212) = 0,1272$

او $anti\log 0,1272 = 1,340$ دي.

یعني $(1,05)^6$ دا داسې عددونو محاسبه کول پرته له لوګاریتم نه مشکل او د وخت ضایع کېدل دي، خو داسې مثالونه د لوګاریتم په ذریعه په ډېر کم وخت او مطمین ځواب لاسته راځي، یعني $(1,05)^6 = 1,340$ سره دي.

استعمال:

د عددونو د n ام جذر موندلو لپاره استعمالېږي.

1). $Ex: \sqrt[7]{2187} = ?$

حل: د داسې ډېرو عددونو جذر پیدا کول ډېر وخت او په پیدا کولو کې یې زیات مشکل وي، مګر د لوګاریتم له طریقه په اسانه دقیق او کم وخت کې حل کېږي.

د جذر له طریقې څخه صرف نظر کوو او د لوګاریتم په طریقه یې حل کوو.

ګورو چې:

$x = \sqrt[7]{2187}$

$\Rightarrow \log x = \log(2187)^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log x = \frac{1}{2}\log 2187 = 0,4771$

0,4771 له جدول څخه اخیستل شوی.

$\log x = 0,4771$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}4771 = 3$

$\sqrt[7]{2187} = 3$

2). $Ex: x = \sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log x = \log\sqrt[6]{2500{,}12}$

$\Rightarrow \log(2500{,}12)^{\frac{1}{6}}$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\log 2500{,}12$

$\log x = 0{,}39969$

$\Rightarrow x = anti\log 0{,}39969 \Rightarrow 2{,}5101$

$x = \sqrt[6]{2500{,}12} = 2{,}5101$

مثال: $\frac{1}{\sqrt[5]{(0{,}34)^3}}$ عملیه د لوګاریتم نه په استفاده محاسبه کړئ؟

ددې عدد لوګاریتم د لوګاریتم د قوانینو نه په استفاده په اسانۍ سره حل کیږي، خو کولای شو ، هغه داسې هم محاسبه کړو.

$\log 0{,}34 = \bar{1}{,}5315$

اوس $\bar{1}{,}5315$ په 3 کې ضربوو.

$\bar{1}{,}5315.3 = \bar{2}{,}594$

اوس ددې لپاره چې نتیجه په (5) تقسیم کړو ، پر هغې هم 3 زیاتوو او هم 3 ورځنې کموو ، ځکه ($\bar{2}$) په (5) نه تقسیمیږي.

$\bar{2}{,}5945 = (3+\bar{3}) + \bar{2}{,}5945$

$= \bar{5} + 0{,}5945 + 3$

$= \bar{5} + 3{,}5945$

کولای شو دا عدد پر (5) تقسیم کړو.

$\bar{2}{,}5945 \div 5 = (\bar{5} + 3{,}5945) \div 5$

$= \bar{1} + 0{,}7189 = \bar{1}{,}7189$

په حقیقت کې لرو چې:

$$\log\sqrt[5]{(0,34)^3} = \bar{1},7189$$

څرنګه چې اصلي عدد $\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}}$ دی، نو لیکو:

$$\log\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = \log 1 - \log\sqrt[5]{(0,34)^3}$$

د جدول نه په لاس راوړو، چې:

$$\log 1 = 0,0000 = \bar{1} + 1,0000$$

دا د نبي خوا د عددونو د تفریق حاصل دی.

$$1,0000 - \bar{1},7189 = 0,2811 + \bar{1}$$

په دې ډول لرو، چې:

$$\log x = 0,2811 + \bar{1}$$

په نتیجه کې کولای شو، له جدول څخه په لاس راوړو.

$\frac{1}{\sqrt[5]{(0,34)^3}} = 0,911$ یعنې $x = 0,911$

استعمال:

د نمايي تابع ګانو د حل لپاره استعمالېږي.

هغه محاسبات (سوالونه) چې په نمايي (اکسپوننشیل) شکل راکړل شوي وي، دغه ډول سوالونو حل په نورو طریقو ډېر مشکلات لري، زیات وخت نیسي، ځواب دومره زیات دقیق نه وي، خو همدغه سوالونه د لوګاریتم په واسطه په لږ وخت، په دقیق ډول سره صورت نیسي.

$Ex: \; x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ نمايي تابع

حل:

له دواړو خواوو څخه log نیسو:

$$\log x^{\sqrt{x}} = \log(\sqrt{x})^x$$

$$\sqrt{x}\log x = x.\log\sqrt{x}$$

$$\sqrt{x}.\log x = x\log x^{\frac{1}{2}}$$
$$\sqrt{x}.\log = \frac{1}{2}.x\log x$$
$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x$$
$$\Rightarrow (\sqrt{x})^2 = (\frac{1}{2}x)^2$$
$$x = \frac{1}{4}x^2$$
$$\Rightarrow 4x = x^2$$
$$\Rightarrow \frac{4x}{x} = \frac{x^2}{x}$$
$$\Rightarrow x = 4$$

د لاندې مثالونو محاسبات د لوګاریتم له لارې وکړئ.

1). $(0,34).(15,7) = ?$

2). $(13,17).(4,2) = ?$

3). $(27,1).(6,231) \div (6,30) = ?$

4). $\frac{8,5}{(3,7).(7,3)} = ?$

5). $\frac{12,5}{(5,2).(3,2)} = ?$

6). $\frac{87;1}{(6;5).(2,4)} = ?$

7). $\sqrt[8]{250,7}$

8). $\sqrt[8]{2465}$

9). $\sqrt[12]{75,39}$

استعمال:

د عددونو د رقمو شمیر پرې معلومېږي.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو معلوم چې 5^8 به څو رقمي عدد وي.

$$\log 5^8 = 8.\log 5 = 8.0,6990 = 5,592$$

نتیجه: دا چې 5 عدد کرکترستیک دي، نو غوښتل شوی عدد 6=(5+1) دی، یعني دا عدد (6) رقمي دی.

مثال: که چېرې $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^5 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 2^5 = 5.\log 2 = 5(0,3010) = 1,505$$

نتیجه:

دا چې (۱) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 2=1+1 ده، یعنې اوس گورو چې $2^5 = 32$ کېږي، چې دوه رقمه لري.

مثال: که چېرې $\log 5 = 0,6990$ وي، نو 5^4 عدد به څو رقمي وي؟

$$\log 5^4 = 4.\log 5 = 4(0,6990) = 2,766$$

اوس گورو چې ایا 5^8 رښتیا هم 6 عدد لري.

$$5^8 = 5^4.5^4 = 625.625$$

$$\Rightarrow 390625$$

نتیجه:

دا چې (2) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد 3=1+2 دی، نو ثبوت شوه چې دا عدد (3) رقمي ده، ځکه چې $5^4 = 625$ کېږي او 625 هم دري رقمي ده.

مثال: که $\log 2 = 0,3010$ وي، نو 2^{30} عدد څو رقمي وي؟

$$\log 2^{30} = 30.\log 2 = 30(0,3010) = 9,030$$

نتیجه: دا چې (9) عدد کرکترستیک دی، نو غوښتل شوی عدد (10=1+9) دی.

تمرین:

که چېرې $\log 5 = 0,6690$ او $\log 3 = 0,4771$ او $\log 31 = 1,4914$ وي؟

نو د لاندې عددونو د رقمونو شمېر پیدا کړئ؟

۱). نو د $(5^3 . 31^2)$ عدد به څو رقمي وي؟

۲). 2^6 عدد به څو رقمي وي؟

۳). $(31)^{12}$ عددبه څو رقمي وي؟

۴). $(\frac{5^3}{2^5})$ عددبه څو رقمي وي؟

۵). 2^{30} عدد به څو رقمي وي؟

استعمال:

د بانکدارۍ په حسابونو کې مهم رول لري.

مثال: احمد 100000 افغانۍ د 9% ربحې له قراره په بانک کې ذخیره کړې، د 20 کالو وروسته به د نوموړې سرمایه څو افغاني شوې وي.

حل:

$$C = C_0(1+r)^{20}$$

$$C = 100000(1+9\%)^{20}$$

$$C = 100000(1+0{,}009)^{20}$$

$$C = 100000(1{,}09)^{20}$$

$$\log C = \log 100000 + \log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20\log(1{,}09)^{20}$$

$$= 5 + 20(0{,}0374) = 5 + 0{,}7480$$

$$\log C = 5{,}7480$$

$$C = anti\log 5{,}7480$$

$$C = 560000$$

استعمال:

د زلزلې په معمولو کې مهم رول لري.

د ریکتر مقیاس (معیار):

چارلس ریکتر امریکایي زلزله پېژندونکی (۱۹۰۰ متولد) د زلزلې د سنجش لپاره یو معیار رامنځته کړ، چې د هغه په نوم یادېږي او د لاندې فورمول له مخې سنجول کېږي.

$$R = \log(\frac{a}{T}) + B$$

چې دلته a د اهتزاز لمن (دامنه) د مایکرون له جنسه T د موج پریود په ثانیه او د B د تجربې ثابت دی، چې زلزلې د مرکز نه د اخذې تر ماشین پورې

جدا قیمتونه لري.

د مثال په ډول د زلزلې مرکز د اخذې څخه 1000km فاصله لري، چې د B قیمت 6,8 کېږي، که د زلزلې د نوسان دامنه a=10Mm ثبت شوې وي او T=1sec وي د زلزلې قدرت د ریکتر له مخې څو دی؟

$$R = \log(\frac{10}{1}) + 6,8$$

$$R = 7,8$$

د ساینس له نظره د یوې زلزلې تېزوالی او لوړوالی د یو مقدار انرژي څخه عبارت دی، کوم چې د زلزلې په مرکز کې پیدا کېږي، د زلزلې د اندازه کولو واحد ریکتر (ریشتر) (Richter) ده.

E	E.30	$E.30^2$	$E.30^3$	$E.30^4$	$E.30^5$	$E.30^6$	$E.30^7$	$E.30^8$	$E.30^9$
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

مثال: په 1995 د مکسیکو په ښار کې د زلزلې ټکان تقریبا 8,0 درجې وه او په 2001 کال په واشنګټن ښار کې د زلزلې ټکان 6,8 درجې وه، د دې دواړو زلزلو ترمنځ د ټکان تفاوت عبارت دی له:

$$\text{د انرژي تفاوت} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{(30)^{8,0}}{(30)^{6,8}} = (30)^{8,0-6,8} = (30)^{1,2} \approx 59,2$$

نو معلومه شوه، کومه زلزله چې په مکسیکو کې شوې وه، تقریبا 59,2 ځلې زیاته وه، د هغې زلزلې له انرژي څخه کوم چې په واشنګټن کې شوې وه.

استعمال:

د زلزلې شدت (د زلزلې د انرژۍ اندازه):

د زلزلو په واسطه په ډېره زیاته اندازه د انرژۍ منځته راتګ امکان لري، چې دغه انرژي په ژول (Joule) ښودل کېږي، چې تقریبا د کوچنۍ زلزلې په واسطه (100000000000) 100 بلیونه په اندازه انرژي تولید شوې ده، 150

کاله پخوا ډېر خلکو د انرژي شدت په مختلفو طریقو اندازه کړی دیو په (1935) م کال کې یو زلزله شناس چې (Charles Richter) نومېږي، په کیلیفورنیا کې یو لوګاریتمي معیار یا اندازه چې د (Richter Scale) په نامه یادېږي اختراع کړ، چې لاندې ذکر شوی دی.

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}\ Richter\ Scale$$

په فارمول کې E هغه انرژي ده، چې د زلزلې په واسطه مینځته راغلې وي او په (Joule) سره اندازه کېږي او E_0 هغه انرژي ده، چې تر ټولو کمه او لږه وي او د یوې زلزلې په واسطه پېژندل شوې دی، چې عبارت ده له $(E_0=10^{4.410}Joule)$ چې د E_0 معیاري قیمت دی.

مثال: په فرانسیسکو ایالت کې یوې زلزلې تقریبا $(5.96x10^{16}\ Joule)$ انرژي مینځته راوړې ده، نو د (Richter Scale) یا معیار د فارمول له مخې یې اندازه پیدا کړئ، محاسبه تر دوه عدد اعشاري پورې کار وکړئ؟

$$M = \frac{2}{3}\log\frac{E}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}\log\frac{5.96x10^{16}}{10^{4.40}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\log(5.96x10^{11.6})$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(\log 5.96 + \log 10^{11.6})$$

$$= \frac{2}{3}(0,775 + 11.6) = 8,25$$

$$M = 8,25$$

مثال: که یوه زلزله (1000) چنده له بلې زلزلې څخه لویه وي، نو د (Richte Scale) له مخې یې رابطه معلومه کړئ.

$M_1 = \frac{2}{3}\log\frac{E_1}{E_0}$ او $M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{E_2}{E_0}$

$$E_2 = 1{,}000E_1$$

$$M_2 = \frac{2}{3}\log\frac{1{,}000E_1}{E_0}$$

$$= \frac{2}{3}(\log 10^3 + \log \frac{E_1}{E_0})$$

له مخې لیکو: $M_1 = \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_0}$

$$= \frac{2}{3}(3) + \frac{2}{3}\log \frac{E_1}{E_2}$$

$$\Rightarrow 2 + M_1$$

استعمال:

په کیمیاوي محاسبو کې مهم رول لري.

مثال: په یو محلول کې د $[OH]$ ایون غلظت 0,0004 دی، د محلول PoH لوگاریتم محاسبه کړئ.

حل:

$$[OH]^- = 0{,}0004 \Rightarrow 4.10^{-4}$$
$$PoH = -\log[OH]$$
$$\Rightarrow -\log 4.10^{-4}$$
$$\Rightarrow -(\log 4 + \log 10^{-4})$$
$$\Rightarrow -(\log 4 - 4)$$
$$\Rightarrow -\log 4 + 4$$
$$\Rightarrow -0{,}7321 + 4$$

$-\log 4 = -0{,}7321$ قیمت له جدول څخه اخیستل شوی.

پاملرنه:

دا چې مانتیس منفي دی، نو باید مثبت یې کړو.

$$\Rightarrow -0{,}7321 + 1 + 4 - 1$$
$$\Rightarrow 1 - 0{,}7321 + 3$$
$$\Rightarrow 0{,}2679 + 3$$
$$\Rightarrow 3{,}2679$$

$$\Rightarrow PoH = 3,2679$$

مثال: په يو محلول کې د $[H^+]$ ایون غلظت $3,2.10^{-4}$ دی، د محلول PH پیدا کړئ.

$$PH = -\log[H^+]$$
$$PH = -\log[3,2.10^{-4}] = -\{\log 3,2 + \log 10^{-4}\}$$
$$PH = -\{\log 3,2 - 4.\log 10\} = -\{\log 3,2 - 4\}$$
$$PH = -\log 3,2 + 4 = 4 - \log 3,2 = 4 - (0,5050) \approx 3,5$$
$$PH = 3,5$$

په عمومي ډول په ساینس او خاصتا کیمیا پوهان د معمولي لوګاریتم څخه ډېره استفاده کوي.

مثال: د لیمو جوس 2,3 PH او د شیدو 6,6 Ph دی، په دواړو کې د هایدروجن ایونونه معلوم کړئ.

د لیمو جوس:

$$PH = -\log[H^+]$$
$$2,3 = -\log[H^+]$$
$$\log[H^+] = -,3$$
$$[H^+] = (10)^{-2,3}$$
$$[H^+] \approx 5.10^{-3}$$

د شیدو جوس:

$$PH = -\log[H^+]$$
$$6,6 = -\log[H^+]$$
$$\log[H^+] = -6,6$$
$$[H^+] = (10)^{-6,6}$$
$$[H^+] \approx 10^{-7}$$

لیدل کېږي، چې د لیمو په جوس کې د هایدروجن د ایونو نسبت د شیدو د هایدروجن ایونو ته زیاته ده.

استعمال:

سرعت پرې معلومېږي.

مثال: کــه هــوايي جهــاز ســرعت $7,7\frac{Km}{Sec}$ وي، کــولای شــئ چــې 300Km د ځمکې څخه اوچت پرواز وکړي.

د يو راکټ اعظمي سرعت عبارت دی له:

$$V = -0,0098t + c.\ln R$$

کــه داســې فــرض کــړو ، چــې يــو راکــټ پــه (25) نســبتي کتلــې بانــدې حرکــت وکـړي، هـوايي جهـاز پـه حرکـت شـروع کـوي، هـر کلـه چـې تـاخيري سـرعت $2,8\frac{Km}{Sec}$ وي، آيـا پـه 100Sec وخـت کـولای شـي، چـې پـه هـوا کـې پـه (300) کيلـو متـری کـې له ځمکې اوچت پرواز وکړي؟

حل: پوهېږو چې $t = 100Sec$ ، $C = 2,8\frac{Km}{Sec}$ او $R = 25$ ده.

پس:

$$V = -0,0098t + c.\ln 12$$ **سرعت**

$$V = -0,0098.100 + 2,8\ln 25$$

د حساب ماشين څخه استفاده کوو ، نو ځواب:

$$V = 0,98 + 2,8(3,219) \approx 8,0\frac{Km}{Sec}$$

لاســـته راغلــی ســـرعت نســـبت د $7,7\frac{Km}{Sec}$ څخــه زيــات دی، پــس هــوايي جهــاز د ځمکې څخه 300Km اوچت پرواز کوي.

استعمال:

د راکټ الوتنه يا د راکټ الوتلو تيوري:

راکـټ الوتنـه پـه عـالي رياضـياتو او فزيـک پـورې اړه لـري، مـوږ د لوګـاريتم لـه مخې يو فارمول لرو ، چې د راکټ سرعت معلوموي.

$$(V = c\ln\frac{W_t}{W_b} = Rocket\ Equation)$$

پورته فارمول د (Rocket Equation) په نامه یادېږي.

پورته فارمول کې C د انجن پورې متعلق سرعت څرګندوي، W_t د راکټ د پورته کېدو په وخت کې وزن او اندازه ده او W_b هغه اندازه ده، چې کله یو راکټ په هوا کې هغه وزن ولري، چې د هغه تېل او نور سونګ مواد ختم وي، د ځمکې جاذبې قوه عبارت ده له $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ څخه.

مثال: که د یو راکټ د وزنونو نسبت $\frac{W_t}{W_b}$ مساوي وي له $\frac{W_t}{W_b} = 18{,}7$

او $C = 2{,}38\frac{Km}{Sec}$ وي، نو آیا دا راکټ به د $9{,}0\frac{Km}{Sec}$ سرعت ته ورسېږي.

$$V = C\ln\frac{W_t}{W_b}$$

$$= 2.38\ln 18{,}7$$

$$= 6{,}97\frac{Km}{Sec}$$

استعمال:

د اواز شدت (اواز د انرژۍ اندازه)

د یو انسان غوږ کولای شي، چې اواز په ډېر شدت سره واوري، که د اواز شدت (1) ترلین (1000,000,000,000) هم وي، نو یو صحتمند غوږ کولای شي چې په اسانۍ سره یې واوري.

نو یو عدد چې ډېر لوی وي، هغه محاسبه کول ډېر مغلق او پېچلی کار دی، نو موږ کولای شو، چې د لوګاریتم څخه کار واخلو، چې قاعده یې د (1) څخه زیاته وي، لوګاریتم اکثره ددې لپاره استعمالېږي، چې ډېر ارام او هوسا معیار جوړ کړي، د (Decibel) په نامه یو اندازه یا معیار لرو، چې دا یو ښه مثال دی د اندازه ګیرۍ چې د اواز د شدت یا انرژۍ اندازه معلوموي.

کله چې د ټیلیفون مخترع (Alexancler Caraham) د غه لاندې فارمول کشف کړ، نو په (decibel) یې ونوماوه.

$$D = 10\log\frac{1}{10} \Rightarrow Decibel\ \ Scale$$

D عبــارت د Decibel څخــه ده، چــې د اواز شــدت ليــول معلومــوي او 1 د اواز شــدت چــې انــدازه يــې $\frac{W}{m^2}$ ده واحــد دی او I_0 چــې د اواز تــر ټولــو کمــه انــدازه رشوت ښآيي او عبارت دی له:

$$I_0 = 10^{-12} W/m^2$$

مثــال: کــه د اواز د شــدت انــدازه $5.20x10^{-10}$ واټ پــر متــر مربــع يعنــې $\frac{W}{m^2}$ وي، نــو تاســو د Decibel معيــاري واحــد محاســبه او عــدد يــې پيــدا کــړئ، نــو 2 عــدد اعشاري پورې کار وکړئ.

$$D = 10\log\frac{1}{10}$$
$$= 10\log\frac{5.2x10^{-10}}{10^{-12}}$$
$$= 10\log(5.2x10^{2})$$
$$= 10(\log 5.2 + \log 10^{2})$$
$$= \log 5.2 = 0{,}716$$
$$= 10(0{,}716 + 2)$$
$$= 27{,}16\ Decibels$$
$$D = 27{,}16$$

د (Scientific Calculator) په مرسته د لوګاریتم پیدا کول

مهمه یادونه:

د حساب ماشین (Sciencific Calculator) په مرسته هم کولای شو، چې د لوګاریتم (طبیعي او اعشاري لوګاریتمونو) محاسبه په ډېره اسانه او لږ وخت کې ترسره کړو.

د حساب ماشین په مرسته د لوګاریتم د محاسبه کولو طریقه:

مثال: د $\log_{10}^{3,184}$ عدد (Scientific Calculator) په مرسته وکړئ؟

حل: لومړی به په ماشین کې 3,184 داخل کړو، وروسته به په ماشین کې د (log) په نوم تو کمه (بټنه) باندې به فشار راوړو، نو په اتوماتډول به 3,502973 عدد راشي، چې دا عدد $\log_{10}^{3,184} = 3,502973$ کمیت په لنډ ډول:

Enter	Press	Display
3,184	log	3,502973

مثال: $\ln 0,000349$ پیدا کړئ؟

Enter in Calculator	Press Botton	Display
0,00349	ln	-7,960439

مثـــال: د (3,24-)log عـــدد لوګـــاريتم (Scientific Calculator) حســـاب ماشين په مرسته پيدا کړئ؟

حـل: د حسـاب ماشـين دغـه قسـم عـددونو لوګـاريتم نـه شـي پيـدا کـولی، دا ځکه چې (3,24-) د لوګاريتمي تابع په دومين کې وجود نه لري.

مثال: $n=\frac{\log^{2}}{\log^{1,1}}$ د n کميت (Scientific Calculator) په مرسته پيدا کړئ؟

حل: طريقه په لاندې ډول عملي کوو.

لـومړی بـه د 2 عـدد پـه ماشـين کـې کېکـاږو، بيـا ورپسـې د log بټنـې تـه فشـار ورکـوو، بيـا د (÷) تقسـيم بټنـه کېکـاږو، بيـا د 1,1 عـدد ليکـو، بيـا ورپسـې د log بټنــه Click کــوو او پــه آخــر کــې د = علامــه Click کــوو، نــو دا 7,273 ځــواب بــه راکړي.

$$\ln=\frac{\log 2}{\log 1{,}1}=7{,}273$$

$$n=7{,}273$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
2	log	÷	1,1	=	7,273

مثـــال: د n کميـــت $n=\frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$ د حســـاب ماشـــين (Scientific Calculator) پـــه مرسته پيدا کړئ.

حل: په لنډ ډول عمل کوو.

$$n=\frac{\ln 3}{\ln 1{,}08}$$

Enter	Press	Press	Enter	Press	Display
3	ln	÷	1,08	=	14,275

تمرين:

لاندې لوګاريتمي کميتونه (Scientific Calculator) په مرسته پيدا کړئ؟

1). $Ex:\log 0{,}013529=?$

2). $Ex:\log 0{,}1202=?$

3). $Ex : \log 28{,}693 = ?$

4). $Ex : \ln 21{,}69 = ?$

5). $Ex : \ln(-0{,}439) = ?$

6). $Ex : \log(-0{,}215) = ?$

7). $Ex : \log(-1{,}101) = ?$

8). $Ex : n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}1} \quad , \quad n = ?$

9). $Ex : n = \dfrac{\log 3}{\log 1{,}03} \quad , \quad n = ?$

10). $Ex : n = \dfrac{\log 2}{\log 3} \quad , \quad m = ?$

11). $m = \dfrac{\ln 9}{\ln 2{,}2} \quad , \quad m = ?$

ماخذونه

۱. عمومي رياضي، پوهاند عبدالحق ايمل.
۲. رياضی عمومی، پوهنوال دکتور محمد انور غوري.
۳. رياضي لاربښود ، پوهيالی حميد الله شيرزی وردګ.
۴.رياضی عالی [۱] ، تورن فيضان الله صديقی.
۵. عمومي رياضي، استاد عبدالرشيد رشيد.
۶. عمومي رياضي، استاد شماس خان باورزی.
۷. رياضی عمومی، استاد محمد طاهر.
۸. معادلات، استاد شماس خان باورزی.
۹. عالي رياضيات، انجينر امدادالله.
۱۰. شمېر پوهنه، ډاکتر ماخان مېړی شينواری.
۱۱. رياضی برای همه، استاد محمد عظيم خاموش.
۱۲. کانکور وياړ، استاد جانداد وياړ.
۱۳. يوولسم ټولګي رياضي [نوی نصاب].
۱۴. د ۱۳۸۵ تر ۱۳۹۱ لمريز کال پورې د کانکور د فورمونو حل.
۱۵. د رياضي د تمرينونو حل، استاد شماس خان باورزی.
16. College Algebra.
Raymond A,Barmett.
Michael Ziegteg
17. Algebra XI Z.R Bhatti
M,K Chouri
18. Valemied Mathematics
K, Velsker