شمېر پوهنه

د ښوونځي لپاره

(رياضي په درې برخو کې)

دويمه برخه

Ketabton.com

۲

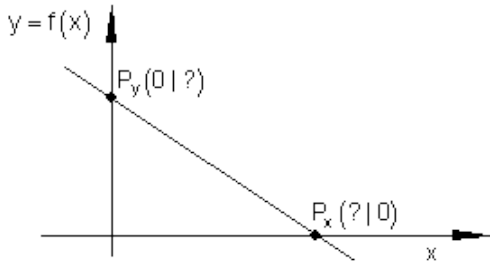
ليکونکی:
برينـــکمن (له برينکمن ن ج څخه)
ژباړی: ډاکتر ماخان (مېړی) شينواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ښوونځي لپاره شمیرپوهنه

(د المان)

په درې برخو کې



دویمه برخه

لیکونکی: برینکمن(له برینکمن ن ج څخه)

ژباړی: ډاکتر ماخان (میرزی) شینواری

(c) ketabton.com: The Digital Library

په دې هیله، چې په دې لیکنو او ژباړو به مې زموږ د بې وزلي او له پوهې پاتې ملت - په ما د پوهنې لپاره د لګښت - لپاره د پوهنې په لور داسې لږ ونډه اخستې وي.

د کتاب پیژند

د کتاب نوم: شمیرپوهنه دښوونځي لپاره

لیکونکی: پرفیسور برینکمن

ژباړی : ډاکتر کاخان،، میرې،، شینواری

برېښنا پته: makhanshinwari@gmail.com

د خپریدو لړی

خپرندوی: د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

جرمني

چاپ نېټه ۲۰۱۲

چاپځای: دانش کتابتون

Danish2k2000@yahoo.com

د چاپ حقوق خپرندوي ټولنې لیکونکي یا ژباړي سره خوندي دي.

پښتو مو ژبه او شمیرپوهنه پرې ساده ده

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خپرندوی ټولنې یادښت

له هغې مودې را په دې خوا، چې د افغانستان د کلتوري ودې ټولنې د علمي، ساینسي او طبي اثرو د خپرولو لړۍ پیل کړې، تراوسه یې په دې لړ کې مهم اثار خپلو هیواولو ته وړاندې کړې دي.

موږ باور لرو، چې پښتو ژبه هغه وخت په یوه مهمه غني ژبه بدلیدلای شي، چې د پوهې په ګاڼه سمبال شي او په علمي او اکاډمیکو اثارو غني شي.

اوس چې زموږ ملي سراسري ژبه د بیلابیلوګواښونو او چلنجونو سره مخامخ ده، پر موږ ټولو ده، چې د دغه ګواښونو په وړاندې به په نره ودرېږو او د علم او قلم په ژبه به ځواب ورته ووایو.

د اتحادیې له حوا د ډاکتر ماخان شینواري تراوسه زیاتو چاپ شویو اثارو په څنګ کې، د ده د پنځه وېښت شمیر پوهنې نویو ژباړو او لیکنو او دوه ټولنیزو لیکنو تر منځ، دغه اثر په همدې لړ کې ځکه د ارزښت وړ دی، چې د علمي، ساینسي اثارو د خپراوي په لړ کې د یوه مهم ګام په توګه ګڼل کیدای شي او هیله ده، چې د دې برخې مینه وال لوستوال، زده کوونکي او د پوهنتو زده کړې کټه ترې واخستلی شي.

په درناوي

د افغانستان کلتوري ودې ټولنه

۲۰۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې مننه

د هر څه له مخه د هغو لیکونکو پروفیسرانو څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زما د ژباړې لپاره تفاهم لري. ماته د دوي د لیکنو د ژباړې په هیڅ ډول مادي ګټه نه شته او دا کار مې یوازې په یوه د پوهنې توانمندې ، مګر وروسته پاتې ژبې ویونکي ولس ته وړاندې دی، دا دې د دې پروفیسرانو له خوا په پوهنیزه اړخ کې زموږ په دې اړخ کې هم مرستې ته اړ ولس سره مرسته وي.

همدا ډول زموږ،، د افغانسان کلتورې ودې ټولنه،، جرمنې، د غړو، مرستندویانو او په تیره بیا د مشر تابه څخه زیاته مننه کوم، چې پرته له خپرندوې ټولنې په توګه یې د دې لیکنو زیاته اقتصادي ونډه هم په غاړه اخستې.

دې لاندې زما کلیوالو ملګرو او ملګرو د دې کتابونو په چاپ کې د توان سره سمه اقتصادي ونډه اخستې، چې زه ترې زیاته مننه کوم:

د ښاغلي دپلوم انجنیر ریحان الدین حساس، ښاغلي دپلوم انجنیر محمد اکبر نور، ښاغلی ډاکتر سردار ګاڼه وال، ښاغلی ډاکترماڼوګل ګاڼه وال، ښاغلي ټولنپوه محمدعارف بیان، ښاغلي دپلوم انجنیرمحمد ایوب بیان، همداسې زما د ملګرې اروابناد ډاکتر حاجي محمد سلطانزي د ځوي ښاغلي ډاکتر صالح محمد سلطانزي ، ډپلوم انجنیر او دپلوم اقتصاد پوه رحمت الله فتحي او نه اخر زما د لور ډاکتر ځانګې شینواري او زما د ځوي اقتصاد پوه او ټولنساپوه اباسین شینواري.

نه د ټولو په اخر کې زما له میرمن ښاپرۍ څخه ډېره زیاته مننه، چې زما د لیکنو- نه دا چې مخه یې نه ده نیولې- پوره ملاتړ کړي.

بیا هم له دوي څخه د زړه له کومې مننه کوم او لوي څښتن دې ورته اجرونه ورکړي، چې داسې مرستو ته دوام ورکړي.

په مننه : ستاسو ماخان شینواری

جرمني د بن ښار

۲۰۱۲ ز ک

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیولیک

دویمه برخه

د زباړي سیزه

لومړی: کرښیز فنکشنونه ۱

۲ . ۱ . ۱ کرښیز مساواتو ته پیل ۱

۲ . ۱ . ۲ – د محور د تقاطع ټکي ۶

۲ . ۱ . ۳ - جګیدنه یا میلان ۹

۲ . ۱ . ۴ – د فنکشنونو د ګراف رسمول ۱۳

۲ . ۱ ۵ تمرینونه ۱۵

۲ . ۱ . ۶ – کلیمي او د انځورولو... ۱۶

2.2کرښیز فنکشنونه د ورکړشوو شرایطو سره ۷۵

۲ . ۲ . ۱ – لومړی حالت ۷۵

۲ . ۲ . ۲ دویم حالت ۷۷

۲ . ۲ . ۳ – تمرینونه ۸۱

۲ . ۲ . ۴ - تمرینونه

2.3د دوه کرښو پروتځایونه یو بل ته ۱۶۱

۲ . ۳ . ۱ – د دوه کرښو غوڅټکي ۱۶۱

(c) ketabton.com: The Digital Library

۲ . ۳ . ۲ - یو بل سره عمود یا ولاړ ځغلیدونکي کرښې ۱۶۵

2,4د کرښیز مساواو په مرسته دپرابلمونو یا مسألو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۱ – ورځني ستونځوبي یا د ستونځو حل ۱۹۷

۲ . ۴ . ۲ د کرښیز مساواتو ټولګه ۲۶۰

۲ . ۶ - مربع توابع ۲۸۲

۲ . ۷ - د مربع فنکشنونو یا توابعو.... ۴۰۱

۲ . ۸ - د پارابول او کرښې غوڅټکي ۴۳۵

۲ . ۹ - د پاررابول او پارابول غوڅتکي ۴۵۳

۲ . ۱۰ - د ورکړشوو شرایطو سره د ۴۵۶

۲ . ۱۲ اقتصادي توابع(نرخشمیرنه) ۵۵۱

۲ . ۱۴ توانتوابع ۵۵۸

۲ . ۱۳ د ټول راشنل – یا نسبتي توابعو... ۵۹۱

پولینوموېش ۵۹۵

د هورنر شیما ۵۹۸

۲ . ۱۴ د ټولراشنل – یا نسبي توابعو ګراف ۶۴۸

۲ . ۱۵ د ورکړشوو شراطو له مخې د تابع مساواتو لیکل ۶۸۵

۲ . ۱۶ د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې ۷۹۹

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ژباړې سریزه

ګرانو هیوادوالو او د شمیرپوهنې مینه والو!

د ا څو کاله د مخه د ځنو شمیرپوهنیزو کلمو په لټه کې د برینکمن د ن ج سره مخامخ شوم. دا چې دې لیکنې ښه خوندویونه یا متن درلود او زیات تمرینونه د حل سره، نو ما وبتیله، چې دا به پښتو ته اړوم. دا یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې زده کوونکي ښوونکي او داسې لږ د شمیرپوهنې سره بلد میندې او پلرونه ترې ګټه اخستلی شي. په دې لیکنه کې هر څه خورا ښه روښانه شوي دي او په مختلفو بیلګو سمبال دي د حلونو یا اوبیونو سره، چې لوستنه یې هر د شمیرپوهنې مینه وال لپاره د پیرځوینې وړ بولم.

کتتاب په درې برخو کې چاپیږي، چې هره برخه یې یوه خپلواکه او د یوې ځانګړې برخې خوندیونه لري. زه په دې باور لرم، چې د شمیرپوهنې مینه وال دا کارداسې لږ په غور وګوري، نو زر به ورسره مینه پیدا کړي.

دا کتابونه هم د هغو ۲۵ ریاضي کتابونو لړۍ ده، چې ما چاپ ته چمتو کړي دي، خو نه پوهیږم، چې څو دا نور به ترې کله چاپ شي. که څه پاتې شو، نو هغه به د دې کتابونو سره ن ج ته پورته کړم.

ګرانو لوستونکو!

دا زموږ د هیواد اړتیا لپاره په پوهنیزه اړخ کې په سره تیږه اوبه تویول دي. دا کتابونو، چې کوم چې چاپیږي د زر دانو یا پنځه سوه څخه به نه اوړي، نو د یوه پنځوس میلیونه کمو زیات ولس لپاره زردا نې چې چاپیږي، دا خو اصلاً په شمیر کې نه راځي،خو دا به په خروار ګڼو.

په لومړي کتابېرخه کې ځمککچپوهنه یا هندسه ورسره مل ده او په دویمه کتابېرخه کې مې وکتور شمیرنه ورسره زیاته کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریمه کتاببرخه مشتق او انتیګرال ته ځانګړې شوې.

ګرانو لوستونکو!

د برینکمن د لیکنو لړۍ د شمیرپوهنې په څانګه کې د ښوونځیو لپاره نوره هم پسې غزېدلې، چې ما هغه د ګرانو لوستونکو لپاره رازباړلې.

دا احصایه یا ستاتیستک دی او د احتمالوالي شمیرنه ده. دا دواړه کتابونه، چې دلته یې تاسو ته ژباړه وړاندې کیږي، هم په زیاتو تمرینونو، اود دوی په اوبیونو یا حلونو سره سمبال ده.

زما په اند، داسې لیکنه په پښتو کې د لومړي ځل لپاره کیږي، چې نومه ونې به دلته هم څه ناڅه ګرانو لوستونوکو ته نابلدې وي، خو پرې پوهیدنه شونې ده. هر څه په روښانه توګه ورکړل شوي.

ګرانو هیوادوالو!

داچې ما یوځای یا نوره هم ښه په یوه وار ډېر کار را ونیوه، نو هرومرو به ناټیکاوي زما له خوا په کې رامنځ ته شوې وي، خو دا به داسې ناټیکاوي نه وي، چې شمیرپوهنیزې ستونځې رامنځ ته کړي. له دې امله له ستاسو څخه زما په ستونځو پوهیدلو له امله زیاته مننه.

په دې هیله ، چې زما په غوښتنو او ستونځو به و پوهیږي په دې لیکنو او ژباړه کې ما ته هیڅ مادي ګټه نه شته. دا دې په ما زموږ د بې وزلي ولس د ډېر مصرف(لګښت) په هکله د یوې کوچنۍ پیرزوېنې په حیث وړاندې وي

مننه:

له هر څه د مخه د دې لکچرنوټونو لیکنو لیکونکو شمیرپوهانو یعنې ستر پروفیسور بریکمن څخه زیاته مننه، چې د لیکنو څخه یې زموږ هیوادول هم ګټه احلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

1 . 2 - کرښيز- يا خطي فنکشنونو (توابع)

ننوتنه:

2.1.1.پيل يا ننوتنه:

د مخه درسونو څخه د کرښيزو (لايني) توابعو(فنکشنونو) سره د ګراف په څير بلد يو او د تابع مساوات سره د کرښيز مساوتو په څير بلد يو. متناسبي اړيکي يا تناسب ټولګي يا ا ړيکي د کرښی په څير انځوريدلای شي.

بيلګه:

په بازار کي د ماهي پلورونکي سره 1000 g ماهي 4,50 € قيمت لري، ميرمن پښتنه غواړی 3000 g واخلي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا باید 4,50€.3=13,50E ورکړي. ښاغلی سپین 5000 g اخلی او باید
: 4,50 € · 5 = 22,50 € ورکړي .

په تولیزه توګه ویلای شو: دK ارزښت د ثابت قیمت p سره د رانیونکي ستې(ډېرۍ) xلپاره K=p.x دی.

یعني قیمت K دx په واک کي دی یا دx تابع دی. ، له دې امله دx تابع او له دې امله فنکشن دی،

د دې لپاره لیکو : K(x) = p.x .

K(x) د ارزښت تابع یا فنکشن هم بلل کیږي

د ماهی لپاره د قیمت تابع (یا د نرخ فنکشن) دی، د کوم لپاره چې د ستې واحد(د ډېرۍ یوون) په € او x د 1000g څو ځله د ستې واحدونو شمیر دی .

که دK(x) په ځای y ولیکو، نو راته څرګند مساوات y = 4,50 x ترې رامنځ ته کیږي. دا په کواوردینات سیستم (د وضعیه قیمت سیستم یا پروت ولاړ سیستم) کي د صفر له ټکي څخه تیرېدونکي یوه کرښه ده.

بیلګه :

غورځنګ د ملفون (موبایل یا لاسي تلفون) قرارداد کړی، چې د میاشتي 20 € ورکوی او د دقیقي د تلفون قیمت یې 0,2 € دی. پوښتنې.

الف: څومره باید غورځنګ تادیه کړی، که دی 30 min, 60 min, 90 min, 120 min تلفون وکړي.

ارزښت په یوه ارزښتجدول کي انځور کړی.

ب : په یوه مناسب وضعیه قیمت سیستم کي یې ګراف رسم کړی.

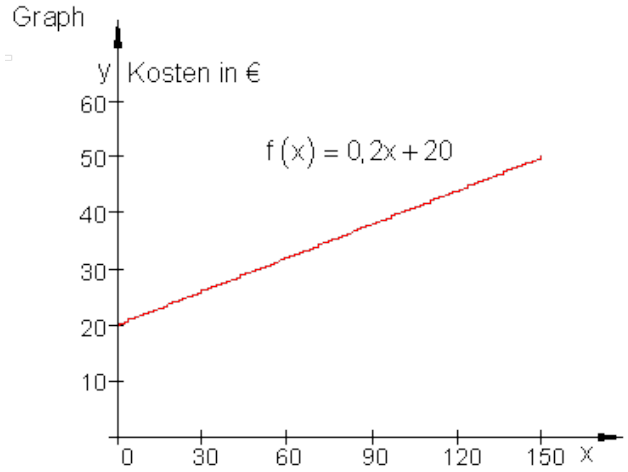
پ: د ارزښتشمیرنې لپاره یې د تابع مساوات ځنګه دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل و الف ته : قيمت له يوه زياتيدونی يا جمعي ثابت (20 €) او (0,2 x) واريابلي يا متحولي برخي څخه منځ ته راځي، چيرته چي x د تلفون شوو دقيقو تعداد دی.

د خبرو دوام په دقيقو	0	30	60	90	120
قيمت په €	20	26	32	38	44

حل و ب ته: ګراف، y قيمت په €، پروت: په دقيقو د خبرو دوام



حل و پ ته: x په دقيقو د خبرو خپلواکه متحوله ده y = f(x) په € د ټولي مياشتي د ټول مصرف بلواکه متحوله يا تابع ده . په لاندي شميرنه کي يوونونه(واحدونه) دقيقی او€ يورو نه ليکل کيږي.
داسي مخ ته څو:

بنسټ پيسي بايد تاديه شي	0 min: $y = f(0) = 0,2 \cdot 0 + 20 = 20$
	30 min: $y = f(30) = 0,2 \cdot 30 + 20 = 26$
	60 min: $y = f(60) = 0,2 \cdot 60 + 20 = 32$
	.....
د x دقيقو دوام لپاره د تابع مساوات	x min: $y = f(x) = 0,2 \cdot x + 20$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګې :

د فنکشن (تابع) مساواتو جوړښت لپاره بیلګې:

یو د اوبو ډنډ 1000 لیتره اوبه لري.. هره رځ دې ته 100 لیتره نورې اوبه راځي.

د اوبو سټ لپاره د تابع مساوات داسې دي $f(x) = 100 \cdot x + 1000$:

اباسین هره میاشت € 1300 معاش اخلي. د معاش لپاره فرمول په € یورو.

د معاش لپاره د تابع مساوات دی: $f(x) = 1300 \cdot x$

یو ټانک 4000لیتره ډیزل لري. یو موټر هره روځ 500 لیتره مصرفوي.

د ټانک منځپانګې لپاره د تابع مساوات : $f(x) = -500 \cdot x + 4000$

که د تابع متناسب اړیکې برقرار کیږي، نو لاندې فکر اړین دی:

ایا یو پیل ارزښت a_0 شته ؟

تر منځ تغیر ارزښت څومره دی (د بیلګې په توګه هره روځ، دقیقه یا وزن).

تغیر ارزښت مثبت یا منفي ډی(مثبت = زیاتیدنه، منفي = کمیدنه)

کرښیز مساوات په لاندې بڼه پیژنو:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$y = m \cdot x + b$ یا $y = m \cdot x + n$

دا چې کرښیز مساوات د ټول راشنل توابعو کورنۍ پورې اړه لري، چې د لوړو ټولګیو موضوع ده، نو انځوریز ډول یې له پیله په همدې ډول منځ ته راغلی وي.

تعریف :

n -مه درجه ټول راشنل- یا هوښیار توابع:

یوه تابع f(x) د $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

سره n -مه درجه ټول راشنل یا ټول نسبتي یا کسري تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه (ځلوه وونې) بلل کیږي.

دا چې دواړه اخرني زیاتووني یا د جمعې برخې $a_1x + a_0$ په کرښیز و مساواتو اړه لري، تعریف ترې لاس ته راځي:

تعریف یا پیژند: ټول د لومړۍ درجې راشنل توابع :

یوه تابع f(x) د $f(x) = a_1 x + a_0$ سره او $a_1 \in \mathbb{R}, a_0 \in \mathbb{R}$ سره د 1-مې درجې ټول راشنل تابع بلل کیږي

د تابع درجه د x د خورا لوی اکسپوننت یا جګ عدد (چې دلته 1 دی، ځکه چې $x = x^1$) ټاکل کیږي.

دلته ضریب a_1 د m او a_0 د b یا n لپاره لیکل شوی.

د ،، کرښیز ې یا لاینیز تابع،، اړیکې په دې ودانې دي، چې د کرښیزې تابع ګراف په وضعیه قیمت سیستم (پروت ولاړ سیستم) کې یوه کرښه انځوروي.

په یاد ولرئ: د کرښیزې تابع ګراف یوه کرښه انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه: د کرښیز تابع د تابع مساواتو لپاره بیلګې:

$$f(x) = 2x - 13 \quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3 \quad f(x) = -\sqrt{3}\cdot x - \pi \quad f(x) = 5$$

$$f(x) = 3x + a_0 \quad f(x) = a_1 x$$

. تمرین ۱ :

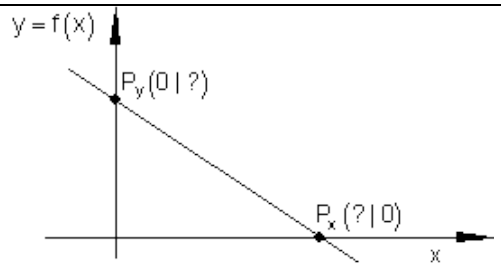
د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول ولیکی او د ګراف رسم یې وکاږی.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ تعریف ست $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعریفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکی.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعیه قیمت سیستم محورونه قطع کوي؟

2.1.2.د محور د تقاطع ټکي (غوڅټکي)

محور غوڅټکي (د تقاطع نقاط) هغه ټکي دي په کومو کې چې ګراف د وضعیه قیمتونو محورونه غوڅوي یا قطع کوي. دا ارزښتونه لږ یا زیات له ګراف څخه هم لوستل کیدی شي. زیات وخت دا د ارزښتجدول څخه هم لوستل کیدی شي.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوس موخه دا ده چې دا ارزښتونه د ګراف او یا جدول ټاکلو لپاره وکارول شي یا استعمال شي.

P_y د y محور سره د تقاطع- یا غوڅټکي ټکی (Ordinate) :

د ټولو ټکو دx ټول ارزښتونه چې دy په محور پراته دي ارزښت $x = 0$ لري.

د لاینیزو (کرښیزو) توابعو عمومي مساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

شرایط: $x = 0 \Rightarrow f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 0 + a_0 = a_0 \Rightarrow P_y(0 \mid a_0)$

د y محور سره د تقاطع ټکی د a_0 له خوا - یا سره ټاکلی.

بیلګه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

له دې لاس ته راځي چې : P_yکواوردینات (0,-3) لري. د دې لپاره لیکو: $P_y(0,-3)$

په یاد ولرئ: د y محور سره د تقاطع ټکی د $f(x) = a_1x + a_0$ بڼې د ټولو کرښیزو توابعو لپاره کیدی شي مستقیماً له تابع مساوات څخه و لوستل شي. له دې څخه لاس ته راځي: $P_y(0, a_0)$

P_x د x محور یا پراه محور سره غوڅټکی یا د تقاطع ټکی(Abszisse) :

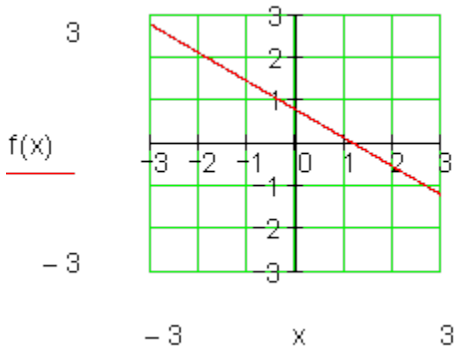
د ټولو ټکو د y ارزښت (د تابع ارزښت) ، چې دx په محور پراته دي، ارزښت 0 لري.

حل: د $P(x \mid f(x))$ له امله لرو: $P_x(x \mid 0) \Rightarrow f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

د لاندې تابع د محورونو سره د تقاطع ټکي وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.



$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

د y محور سره د تقاطع ټکی

$$f(0) \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \mid -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125 \,\middle|\, 0\right)$$

د x محور سره د تقاطع ټکی د x کواوردینات (پروت سیستم) هم صفرځای بلل کیږي.

ځکه چې د دې x- ارزښت لپاره (په دې ځای کې x) د تابع ارزښت صفر دی.

تمرین ۲ :

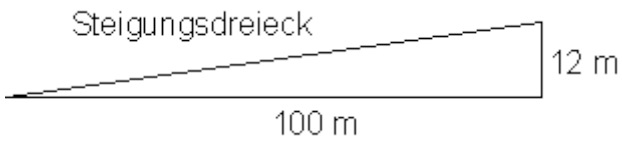
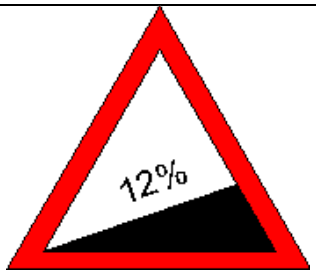
(c) ketabton.com: The Digital Library

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشمیرئ او د $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کې د ایښوولو سره صفرځایونه و ازمایئ.

2.1.3.جګیدنه(جګوالی) یا میلاند :

زیات ګاډي یا موټر کړئ شي فقط کم جګوالی ووهلی شي. له دې امله په غرونو کې غاخیز ې پټلۍ یا د پړو (د وسپنې پړو) (د جګیدن کوټې لپاره) کیښول کیږي یا نسبیږي یا غزیږي، دا هم د مایلو واټنونو لپاره.:

د سرکتخته باندې ،، 12%جګوالی،، په دې معنا دی: په 100 m متره پروت (افقي) واټن په 12 m متره جګیږي. په لاندې کې Steigungsdreieck = د جګیدنې درېګوډی یا- مثلث 	

دجګوالی توپیر او افقی کرښې تر منځ تناسب جګوالی یا میلان بلل کیږي.

په انځور شوی حالت کې دی: $12\,m : 100\,m = 0{,}12 \triangleq 12\%$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پېژندنه(تعیف):

جګوالی=m = مخامخ اړخ پر ګاونډي اړخ

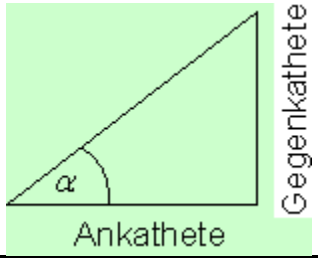
= تانجنت α

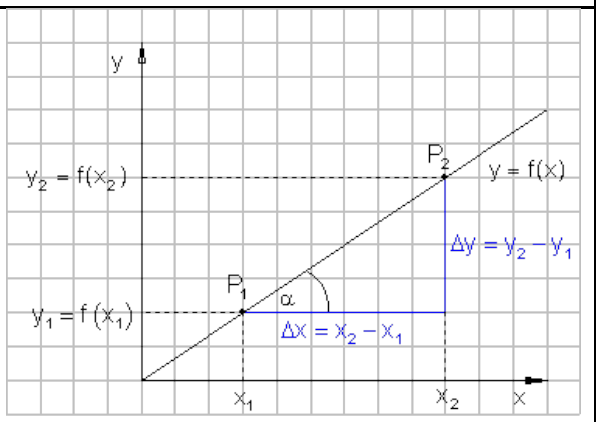
$$\text{جګوالی} = m = \frac{\text{مخامخاړخ}}{\text{په پروت اړخ}} = \tan\alpha$$

کونج α د جګوالي کونج هم بلل کیږي.

لاندې الماني په پښتو:

ولاړ:مخامخ اړخ، پروت: په پروت اړخ





په څنګ کې تشکیل ګراف کې یوه سرچینه یزه کرښه جوړه ده، چې له ټکو P_1اوP_2 څخه تیریږي.

د کرښې جګوالی دې د ټکو او کواوردیناتو په مرسته پیدا شی.

د ګاونډي او مخامخ اړخونو اوږدوالی د د دواړو ټکو د کواوردیناتو دکمښت(تفریق) له لارې کره شوی.

د کمښت یا توپیر لپاره لیکو:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

همداسې

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

قضیه:

د جګیدني مثلث څخه د کرښې جګوالی شمیرل کیدی شي:

$$\text{جګوالی} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x)_1}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

په یوه کواوردیناتسیستم کي د کرښې جګوالی د یوه په خوښه قایمالزاویه مثلث (ولاړګوډیز درېګوډی) د پراته اړخ په مخامخ اړخ تناسب دی ، چې اوږد اړخ یا نیمی یا قطر Hypotenuse یې د تابع د ګراف برخه ده.

ګومان مو نږدې دی، چې د a_1 ضریب د کرښې مساواتو $f(x) = a_1x + a_0$ د جګوالي دنده په غاړه لري.

دا باید اوس وښوول شي.

غوښتنه:

جګوالی m د کرښمساواتو ضریب a_1 په ګوته کوي..

$$f(x) = a_1x + a_0$$

ښوونه:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

جمله :

د یوه کرښیز تابع $f(x) = a_1x + a_0$ د ګراف جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1, y_1)$ او $P_2(x_2, y_2)$ څخه تیریږي د ضریب a_1 لخوا ټاکل کیږي.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha$$

په لنډه بڼه

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

که د یوې کرښې دوه ټکي د کواورردیناتي له لارې ورکړ شوي وي، نو کیدی شي، چې

اول . کرښې رسمیږي، که دواړه ټکي سره و نښلول شي او دا داسې مخ ته راغلې کرښه له ټکو اخوا وغزوي.

دویم. د کرښې جګوالی د د جګوالي مثلث په مرسته وشمیرئ

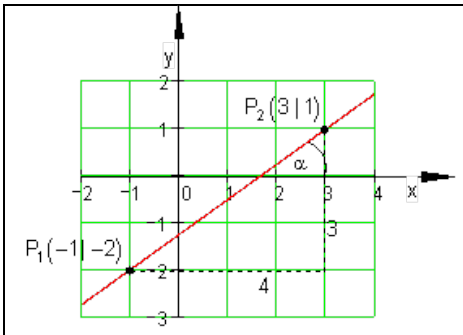
بیلګه :

$P_1(-1|-2)$ او $P_2(3|1)$

دې د یوې کرښې ټکي وي، چې جګوالی یې ټاکل کیږي

$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \Rightarrow x_1 = -1$ او $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \Rightarrow x_2 = 3$ او $y_2 = 1$



(c) ketabton.com: The Digital Library

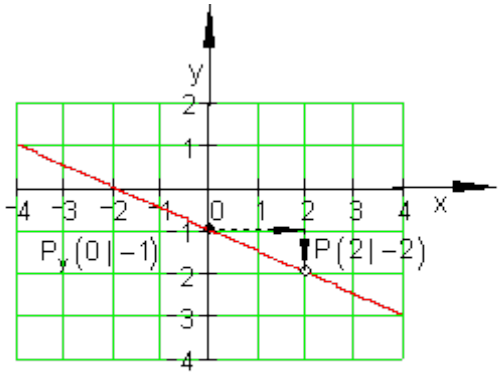
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

د جبشمیري په مرسته لرو: $\Rightarrow \alpha \approx 36,87^0$

2.1.4.د فنکشنونو (توابعو) د ګراف رسمول

د کرښیزي تابع ګراف تل کرښه ده. د یوې کرښې د رسمولو لپاره دوه ټکي اړین یا ضروري دي. که د تابع مساوات معلوم وي، نو د y محور سره غوځټکی یا د تقاطع ټکی P_y هم پېژنو. دویم ټکی د جګوال له لارې لاس ته راوړی شو(د جګوالي مثلث).

بیلګه : $f(x) = -0,5x - 1$ $a_1 = -0,5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$ ګراف د y محور په $P_y(0,-1)$ کې غوځوي یا قطعه کوي. دا ټکی په کواوردینات سیستم کې رسموو. د P_y څخه دوه واحده یا یونونه ښي لورته ځو او یو واحد یا یوون کښته لور ته. موږ $P(2,-2)$ لاس ته راوړو. اوس P_y د P سره نښلوو او کرښه دواړو لورو ته غزوو.	

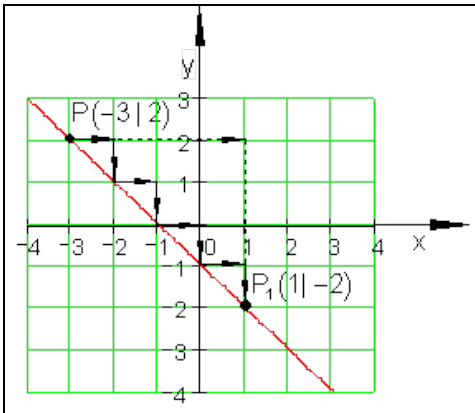
(c) ketabton.com: The Digital Library

که غواړو د کرښې له یوه ټاکلي ټکي څخه، د جګوالي مثلث له لارې دویم ټکي ته راشو، کیدی شي دا لاندې لنډه بڼه په یاد کې ونیسو:

په یاد ولرئ: د مخرج واحدونه ښي لور ته ، د صورت واحدونه د مخنځښي په واک یا تابعیت کې پورته یا کښته لور ته.

دلته باور لري: د + لپاره پورته لور ته او - لپاره کښته لور ته

که دواړه ټکي ډېر نږدې پراته وي دا تلنلار کیدی شي ډېرواره و کارول شي. که د جګوالي ضریب a_1 یو ټول(تام) عدد هم وي، دویم ټکی په دې ډول ټاکل کیدی شي، ځکه چې هر عدد کیدی شي په کسر بدل شي.

بیلګه: ټکی P(-3,2) په کرښه پروت دی، چې جګوالی یې a1=-1 دی. $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$ که څلور پله مخ ته لاړ شو، نو دواړه ټکي یو له بل پوره لرې پراته دي چې یوه سوچه کرښه رسم کړای شو. له P څخه هر ځل څلور پله یا قدمونه ښي لورته ځو او یو پل کښته لورته او ټکي P_1 لاس ته راوړو. څلور پله ښي لور او څلور پله کښته لور ته مو همغې برابرې نتیجې ته بیایي.	

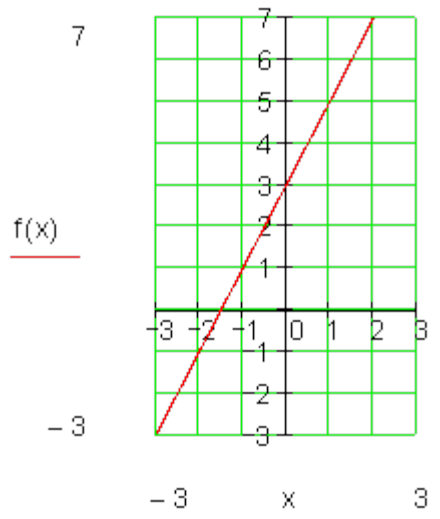
(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$y = f(x) = 2x + 3$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$$

ګراف د y محور په $P_y(0|3)$ کې غوڅوي. دا ټکی په پروتولاړ – یا کواودینات سیستم کاږو. له P_y یو یوون (واحد) ښي لور ته ځو او دوه یوونه پورته لور ته. موږ ټکی P(1;5) لاس ته راوړو. اوس P_y او P سره تړو او کرښه دواړولورو ته غزوو.



2.1.5.تمرینونه :

د محورونو د تقاطع ټکي وشمیرئ او کرښې رسم کړئ.

د لاندې کرښو ګرافونه د امکان تر حده بې له جدول څخه رسم کړئ.

د دې لپاره د y محور او د جګوالي مثلث څخه کار واخلئ. او x محورسره د تقاطع ټکی وشمیرئ او د ګرافونو له مخې یې و ازمایئ.

اول – $f(x) = 2x - 5$ دویم - $f(x) = -x + 3$ دریم - $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ پنځم - $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$

اوم - ا $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ تم - $f(x) = -\frac{3}{4}x - 1$

نهم - $f(x) = -3x + \frac{5}{10}$ لسم - $f(x) = \frac{5}{7}x - \frac{12}{4}$

2.1.6.کلیمې او د انځورولو ډولونه یې

د f(x)تابع ګراف لیدشکل K_f هم بلل کیږي.

په ولاړکونجیز - یا قایم االزاویه کواوردینات کې هر ټکی P یوx او y کواوردینات P (x | y) لري.

د x کواوردینات د f(x) تابع مستقله یا خپلواکه متحوله ده.

د y کواوردینات دf(x) تابع ارزښت په ګوته کوي. له دې امله زیات وخت د دې لپاره لیکدود y = f(x) استعمالول کیږي.

د کرښیزو توابعو لپاره په ځانګړي ډول لاندې لیکدود عادي دی:

y = f(x) = mx + b د کرښې مساوات بلل کیږي او فقط د $f(x)=a_1x+a_0$ لپاره بل لیکندود دی، کوم سره چې $b=a_0 \wedge m=a_1$ باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يو کرښيز مساوات په مختلفو اشکالو رامنځ ته کيدی شي:

د کرښيز مساوات عمومي بڼه:

$$Ax + By + C = 0$$

بيلګه: $3x + 2y + 4 = 0$

د کرښيز مساوات د محور برخو په بڼه

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

بيلګه:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

د نورو شميرنو لپاره هدفمند دی، چې دا مساوات په لاندې معلومه يا پيژندل شوې بڼه راوړو:

$y = f(x) = mx + b$ يا $y = f(x) = a_1x + a_0$

تمرينونه۳:

K_f د f کرښيزې تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$. سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدځيره K_f د تابع ګراف هم بللکيږي.

الف – ايا ټکی $P(2,5 | 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_f پراته دي. x_A او x_B وټاکئ.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمیرئ.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکئ، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g د K_f راکښني له لارې ، چې د y په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

بیلګه:

د ،، پومس (سره شوي الوګان)،، ګړندی رستورانت د پومس لپاره هره ورځ 19 kg تازه غوړي په کار لري. تر اوسه په زخیره ځای کې 250 kg شتون لري.

الف – د تابع مساوات وکاږئ او په یوه مناسب کواوردیناتسیست (پروتولاړ سیستم) کې یې ګراف رسم کړئ.

ب – په زخیره ځای کې د95 kg پاتې غوړیو وروسته باید د رستورانت مشر د نورو پوښتنه وکړي(فرمایش ورکړي). له څو ورځو ورسته باید دا فرمایش صورت ونیسي؟

پ – دا غوړي څومره دوام لرودی شي، که سملاسي پسې را ونه غوښتل شي؟

الف ته حل -

خپلواک اووښتونې یا متحوله x د وخت لپاره ده چې په ورځو یې ښایو.

بلواکه متحوله یا تابع متحوله $f(x)$ د پاتې ستې(ډېرئ) په کیلوګرام غوړیو لپاره ده.

پیل ارزښت 250 kg دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

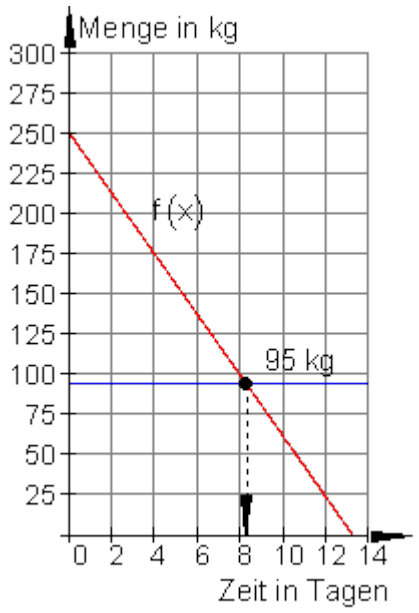
د تغیرکچه منفي(کمیزه) ده او 19kg/Tag یا ورځ / ۱۹ کیلوګرام ده.

دا چې کرښیزې اړیکې شتون لري، نو باور لري:

$$f(x) = a_1x + a_0$$

د $a_1 = -19$ او $a_0 = 250$ سره کیږي

$$f(x) = -19x + 250$$



ب ته حل – د 95 kg فرمایش ورکولو سره لاندې باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید د 8 ورځو په شاوخوا کې صورت ونیسي.

پ ته حل – د y -محور سره د ګراف د تقاطع یا غوڅټکی دې وټاکل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow -19x+250=0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x-250=0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x=250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{250}{19}\approx 13{,}158$$

غوړي لا نږدي تر 13 ورځو رسيږي.

2.1.7.د تمرينونو حل :

تمرين ۱ : تمرين ۱ : د D ټول عددي (تام عددي) ارزښت لپاره ارزښتجدول وليکئ او د ګراف رسم يې وکاږئ.

$f(x)=\frac{3}{4}x-3$ تعريف ست $D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ ،

د تعريفست D لپاره د ارزښت ست W وټاکئ.

ګراف په کومو ټکو کې د وضعيه قيمت سيستم محورونه قطع کوي؟

حل :

$$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$$
$$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3{,}75$$
$$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$$
$$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2{,}25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$$

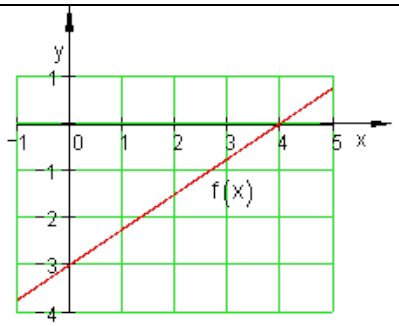
$$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$$

$$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$$

جدول او ګراف:

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-3,75	-3	-2,75	-1,5	-0,75	0	0,75



$W=\{y \mid -3,75 \le y \le 0,75\}_{\mathbb{R}}$

$P_x(4 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -3)$

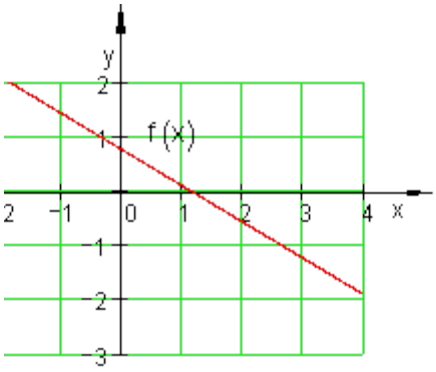
تمرين ۲ -

د محورونو سره د تقاطع ټکي وشميرئ او د $f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{3}{4}$ لپاره ګراف و کاږئ.

او په f(x)کي د ايښوولو سره صفرځايونه و ازمايئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل :

$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ د y- محور سره د تقاطع يا غوڅتکی: $f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{4}\right)$ د x– محور سره غوڅتکی: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \mid -\frac{3}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$ $\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \mid 0\right)$	 ازمايښت $f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$

تمرين ۳ : حل.

تمرينونه۳:

K_f د f کرښيزي تابع ليدعکس دی د $f(x) = 1,5x - 2;\ x \in \mathbb{R}$ سره .

د يوې f تابع د کرښيز ليدڅېره K_f د تابع گراف هم بللکيږي.

الف – ايا ټکی $P(2,5 \mid 1,75)$ د K_f په کرښه پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - ټکي $A(x_A|4)$ او $B(-2|y_B)$ په K_fپراته دي. x_A او x_B وټاکی.

پ – د $f(x)$ صفرځای وشمېری.

ت – د کوم x -ارزښت لپاره $f(x) > 0$ باور لري؟

ټ – د $f(x)$ ارزښتورشو یا ساحه وټاکی، که $D = R_+^x$ و ټاکل شي.

ث – ګراف g دK_f راکښني له لارې ، چې د y - په لور منځ ته راځي او له ټکي N(4 | 0).

تیرېږي.

و الف ته حل- $f(x) = 1,5x-2$

ازماېښت:

P(2,5;1,75):f(2,5)=1,5.2,5 – 2 = 1,75 =>

P په کرښه K_f پروت دی یا $P \in K_f$.

و ب ته حل -

$A(x_A|4): \quad f(x_A) = 1,5 \cdot x_A - 2 = 4$

$\Rightarrow \quad 1,5 \cdot x_A - 2 = 4 \,|+2$

$\Leftrightarrow \quad 1,5 \cdot x_A = 6 \,|:1,5$

$\Leftrightarrow \quad x_A = 4$

$B(-2|y_B): \quad f(-2) = 1,5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1,5 \cdot (-2) - 2 = -5$

و پ ته حل –

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \Leftrightarrow 1{,}5x-2=0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x=2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x=4 \mid :3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

و ت ته حل –

$$f(x)=1{,}5x-2>0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x-2>0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x>2 \mid \cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x>\frac{4}{3} \Rightarrow \text{Für } x>\frac{4}{3} \text{ ist } f(x)>0$$

و ټ حل –

$f(x)=1{,}5x-2 \quad D_f=\mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^*$ په دې معنا چې $x>0$)

$$\Rightarrow f(x)>-2 \quad \Rightarrow \quad W_f=\{y \mid y=f(x)>-2\}$$

و ث ته حل- د y په لور راکښنه له ټکي N(4;0) څخه غبرګې (موازي) کرښې g(x) =(3/2)x +a0 لاس ته راځي.

د لاندې سره ازمايښت:

$$N(4 \mid 0): \Rightarrow g(4)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 4+a_0=0 \Leftrightarrow 6+a_0=0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0=-6$$

g(x) =(3/2)x -6 و g(x) =(3/2)x -2 ته چې له ټکي N(4;0) تيريږي، غبرګه ځغلي.

حلونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښیز توابعو تمرینونه I

نتیجي او مفصل حلونه

نتیجي :

لومړی- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid -5);\ a_1 = \frac{2}{1};\ P_x\left(\frac{5}{2} \mid 0\right)$
دویم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid 3);\ a_1 = -\frac{1}{1};\ P_x(3 \mid 0)$
درم- د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{1}{2};\ P_x(-1 \mid 0)$
څلورم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y(0 \mid -2);\ a_1 = -\frac{1}{2};\ P_x(-4 \mid 0)$
پنځم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y\left(0 \mid -\frac{1}{2}\right);\ a_1 = \frac{1}{3};\ P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$
شپږم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وگوری	$P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right);\ a_1 = -\frac{1}{4};\ P_x(6 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid 1);\ a_1 = \frac{2}{3};\ P_x(-3 \mid 0)$
اتم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid -1);\ a_1 = -\frac{3}{4};\ P_x\left(-\frac{4}{3} \middle\mid 0\right)$
نهم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y\left(0 \middle\mid \frac{1}{2}\right);\ a_1 = -\frac{3}{1};\ P_x\left(\frac{1}{6} = 0{,}1\overline{6} \middle\mid 0\right)$
لسم - د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ	$P_y(0 \mid -3);\ a_1 = \frac{5}{7};\ P_x\left(\frac{21}{5} = 4{,}2 \middle\mid 0\right)$

مفصل حلونه:

لومړی

د تابع مساوات

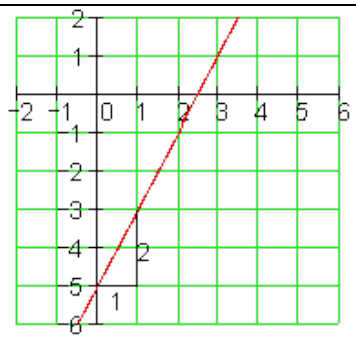
$$f(x) = 2x - 5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

$$a_1 = 2 = \frac{2}{1}$$ جګوالی

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2} \middle\mid 0\right)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

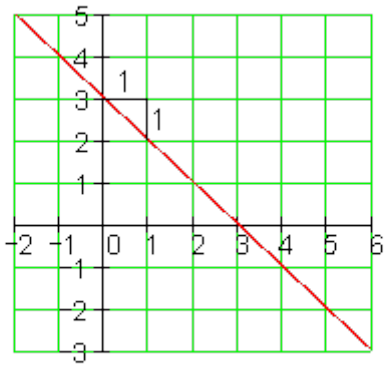
د تابع مساوات

$$f(x) = -x + 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

جګوالی: $a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 3 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$



دریم-

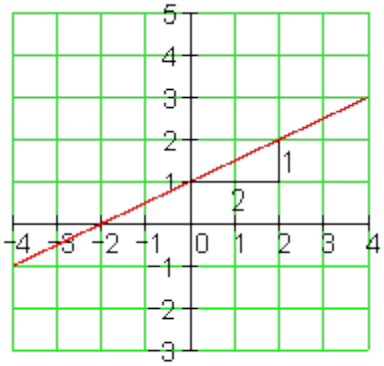
د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$$

جګوالی : $a_1 = \frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow P_x(-2 \mid 0)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم: د تابع مساوات

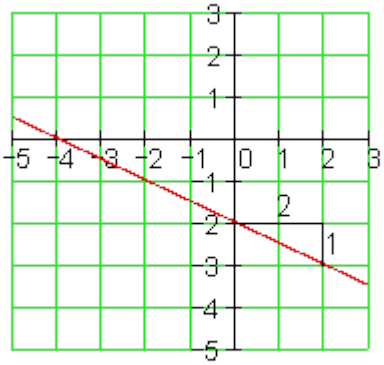
$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

جګوالی: $a_1 = -\frac{1}{2}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -4 \Rightarrow P_x(-4 \mid 0)$$



پنځم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right)$$

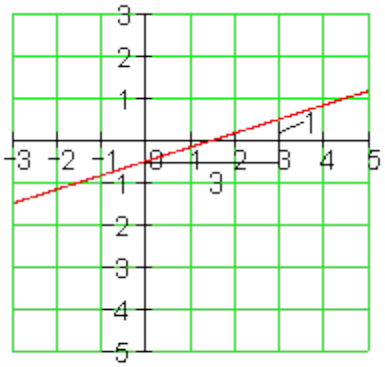
جګوالی $a_1 = \frac{1}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 0 \mid +\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{1}{2} \mid \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, 0\right)$$



شپږم -

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right)$$

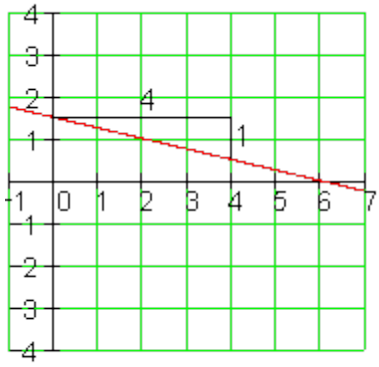
جګوالی $a_1 = -\frac{1}{4}$

د x محور سره د غوڅي یا تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \mid -\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x = -\frac{3}{2} \mid \cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(6 \mid 0)}}$$



اوم -

د تابع مساوات

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

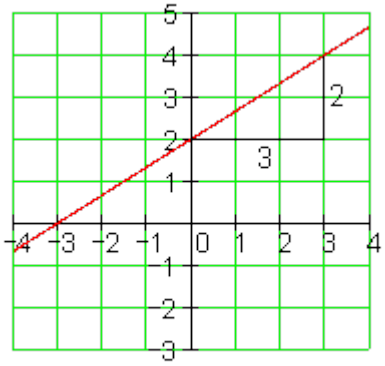
جګوالی $a_1 = \frac{2}{3}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = 0 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -2 \mid : \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-3 \mid 0)}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – د تابع مساوات

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

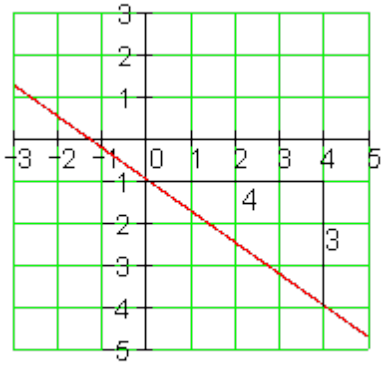
جګوالی $a_1 = -\frac{3}{4}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 1 = 0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = 1 \mid : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{4}{2} \,\middle|\, 0\right)$$



نهم -

د تابع مساوات

$$f(x) = -3x + \frac{5}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

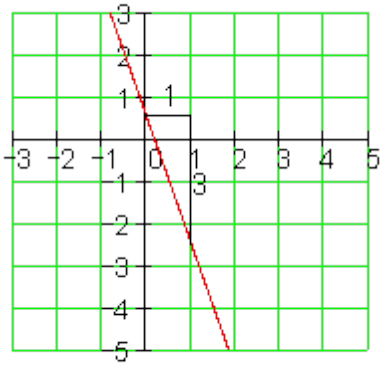
جګوالی $a_1 = -3 = -\frac{3}{1}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} = 0 \mid -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow -3x = -\frac{1}{2} \mid : (-3)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \Rightarrow P_x\left(\frac{1}{6} = 0,1\overline{6} \,\middle|\, 0\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم -

د تابع مساوات

$$f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}\Rightarrow P_y(0|-3)(0\ |-3)$$

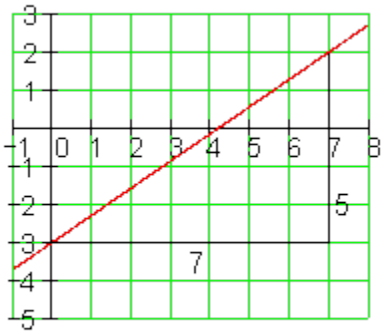
جګوالی $a_1=\frac{5}{7}$

د x محور سره د تقاطع ټکی

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{5}{7}x-3=0|+3$$

$$\Leftrightarrow\frac{5}{7}x=3|:\frac{5}{7}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{21}{5}\Rightarrow P_x\left(\frac{21}{5}=4,2\ \middle|\ 0\right)$$



2.1.پوښتنې

کرښیز مساواتI .

لومړی - د لاندې توابعو ګرافونه هر یو په یوه کواوردینات سیستم کې وکاږئ

الف - $f(x)=-\frac{2}{3}x+2$ ب = $f(x)=2x-4$ پ = $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

ت = $f(x)=-4x+5$ ټ = $f(x)=-0,3x$ ث - $f(x)=2,5$

دویم - و ازمایی، چې کرښه په P_1 او P_2 کې سرچینه ییزه کرښه ده.

الف - $P_1(2|4);P_2(-1,5|-3)$ ب = $P_1(-1|3,5);P_2(2|-2)$

دریم - د کوم x ارزښت لپاره $f(x)>0$ باور لري.؟

الف - $f(x)=0,4x+1$ ب = $f(x)=-1,5(x-2)$ پ = $f(x)=\frac{x}{5}-\frac{7}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم - د کرښیزې تابع ارزښت جدول معلوم دی. د تابع ترم او د محورونو د تقاطع ټکي معلوم کړی.

الف -

x	0	1	2	3	4	5
y	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5

ب =

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

پنځم - کرښیز ه $f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$ تابع ورکړ شوې

الف - ګراف رسم کړی او f (-1) په ګوته کړی

ب = ایا $P(\sqrt{7} \mid -1,54)$ یا ټکی د f(x) په ګراف پروت دی؟

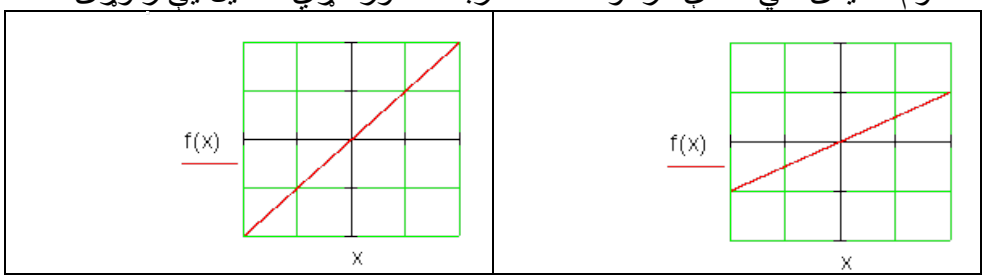
پ = تعریف ساحه D دې داسې محدوده شي، چې باور ولري :

$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\}$ او D_f وټاکی.

ت = د k د کوم ارزښنا لپاره $f(\sqrt{2k}) < 0,6$? دی؟

شپږم - د $g(x) = 0,75x + 3$ او د $h(x) = -x - 2,5$ توابع ورکړ شوي.
کرښه h دې د y په لور داسې راکښل شي(یا دې داسې تغیر ورکړ شي)، چې g او تغیر خوړلې کرښه h د x محور په همغه ټکي کې قطع (غوڅ) کړي.

د تغیر خوړلې کرښې لپاره د f(x) تابع ترم وټاکی یا پیدا کړی.
اوم - کیدی شي لاندې ګرافونه همغه کرښه انځور کړي؟ دلایل یې راوړی



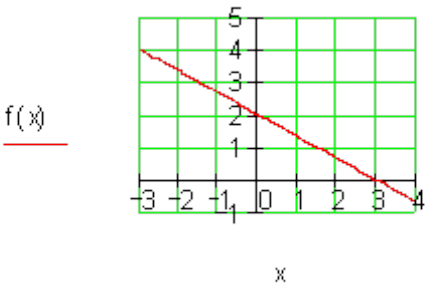
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه کرښیز مساوات لومړی برخه.

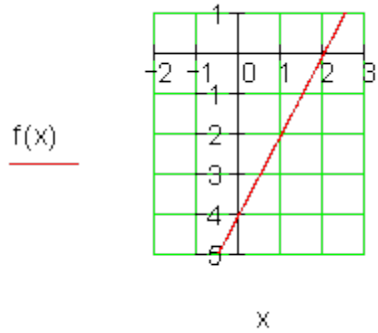
مفصل حلونه

لومړی –

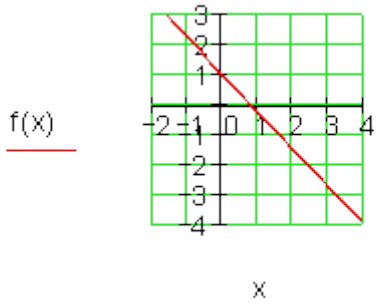
الف- $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$



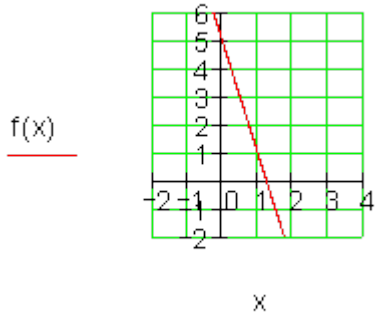
ب- $f(x) = 2x - 4$



پ- $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$



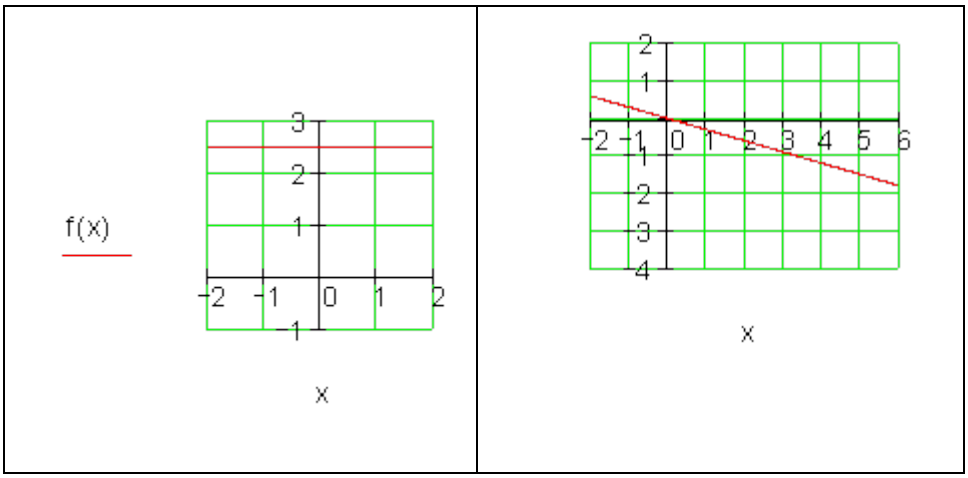
ت- $f(x) = -4x + 5$



ټ- $f(x) = -0,3x$

ث- $f(x) = 2,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad P_1(2|4); P_2(-2,5|-3)$$

جگوالی

$$: a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-4}{-1,5-2} = \frac{-7}{-3,5} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(2|4): \quad f(2) = 2 \cdot 2 + a_0 = 4 \Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x}}$$

سرچینه ییزه کرښه

ب-جگوالی

$$P_2(2|-2): \quad f(2) = -\frac{11}{6} \cdot 2 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = \frac{5}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{11}{6}x + \frac{5}{3}$$

بي سرچینییزه کرښه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

الف ـ

$$f(x) = 0,4x + 1 > 0 \Rightarrow 0,4x + 1 > 0 \Rightarrow x > -2,5$$
$$f(x) = 0,4x + 1 > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > -2,5}}$$

ب =

$$f(x) = -1,5(x-2) = -1,5x + 3 > 0$$
$$\Rightarrow -1,5x + 3 > 0 \mid -3 \quad \Leftrightarrow \quad -1,5x > -3 \mid : (-1,5) \quad \Leftrightarrow \quad x < \frac{-3}{-1,5} = 2$$
$$f(x) = -1,5(x-2) > 0 \text{ für } \underline{\underline{x < 2}}$$

$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0$$
$$\Rightarrow \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \mid \cdot 5 \quad \Leftrightarrow \quad x - 7 > 0 \mid +7 \quad \Leftrightarrow \quad x > 7$$
$$f(x) = \frac{x}{5} - \frac{7}{5} > 0 \text{ für } \underline{\underline{x > 7}}$$

څلورم:

الف ـ

$$\underline{\underline{P_y(0 \mid -2)}} \Rightarrow a_0 = -2 \quad \underline{\underline{P_x(4 \mid 0)}}$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2)}{4-0} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{2}x - 2}}$$

ب =

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−1	0	1	2
y	−3	−1	1	3

$\Rightarrow P_y(0|-1) \Rightarrow a_0 = -1 \Rightarrow f(x) = a_1x - 1$

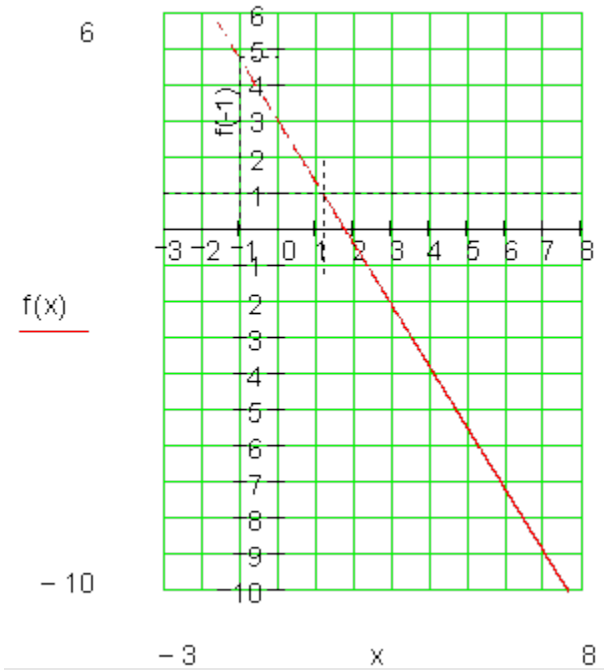
$P(1|1): \quad f(1) = a_1 \cdot 1 - 1 = 1 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$

$f(x_s) = 0 \Rightarrow 2x_s - 1 = 0 \Rightarrow x_s = 0,5 \Rightarrow P_x(0,5|0)$

پنځم:

الف ــ

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x$$
$$= -\frac{12}{7}x + 3$$
$$f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3$$
$$= 4\frac{5}{7} \approx 4,71$$
$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$



ب = $P(\sqrt{7}|-1,54) \Rightarrow f(\sqrt{7}) = -1,53557... \approx 1,54$

په دوه لسميزځايونو ګردیږي، بيا P په کرښه پرته ده.

پ =

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$W_f = \{y \mid 1 \le y < \infty\} \Rightarrow f(x) \ge 1 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}x + 3 \ge 1 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{12}{7}x \ge -2 \mid \cdot\left(-\frac{7}{12}\right) \Leftrightarrow x \le \frac{14}{12} \Leftrightarrow x \le \frac{7}{6}$$

$$\Rightarrow f(x) \ge 1$$

د $x \le \frac{7}{6}$: لپاره.

$$\Rightarrow D_f = \left\{x \mid -\infty < x \le \frac{7}{6}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ت =

$$f\left(\sqrt{2k}\right) < 0{,}6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} + 3 < 0{,}6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2k} < -2{,}4 \mid \cdot 7$$

مربع کوو $\Leftrightarrow -12 \cdot \sqrt{2k} < -16{,}8 \mid : (-12) \Leftrightarrow \sqrt{2k} > 1{,}4 \mid$

$$\Leftrightarrow 2k > 1{,}96 \Leftrightarrow k > 0{,}98$$

د $k > 0{,}98$ ؛ لپاره $f\left(\sqrt{2k}\right) < 0{,}6$: باور لري

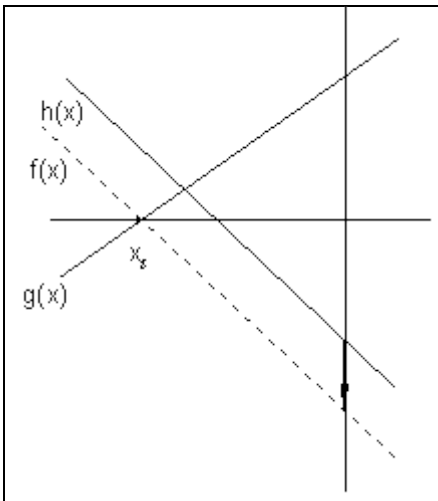
شپږم:

دx- محور سره د g(x) غوڅتکی

$$P_{xg}(x_s \mid 0): \quad g(x_s) = 0{,}75x_s + 3 = 0$$

$$\Rightarrow x_s = -4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

h(x) او f(x) برابر جګوالی لري. $a_{1h} = a_{1f} = -1$ ږدو: $f(x) = -x + a_{0f}$: $P_{xg} = P_{xf} \quad P_{xf}(-4 \mid 0)$: $\Rightarrow f(-4) = -(-4) + a_{0f} = 0 \Rightarrow a_{0f} = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 4}}$ h(x) د x په محور په 1,5- کښول شوي.	

اوم: مفصل حل

دواړه ګرافونه کړی شي همغه یا برابره کرښه انځور کړي، که کچوونی په محور مختلف وټاکل شي

پوښتنې

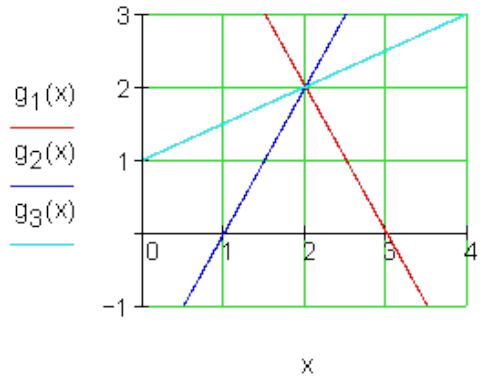
کرښیز مساوات یا - برابرونونه II

لومړی –

د لاندې برابرون له لارې کرښه g ورکړ شوې

g(x) = 2x + 8,2

(c) ketabton.com: The Digital Library

	د څنګ څیرې کرښه وټاکی، چې د g(x) سره غبرګه له ټکي P(2 | 2) تیریږي. د دې کرښې تابع مساوات وټاکی او خپله ټاکنه په دلیل ودانه کړی.

دویم –

ټکی P(4,5; -3) په کرښه چې صفر(سرچینه ییزه کرښه) پروت دی.

ټکی P(3;f(3)) هم په دې کرښه پروت دی. f(x) وټکی.

دریم –

ټکي A(1;3), B(-1;-7), C (2;-2) او D(8;7) د مساوات f(x) = 4x-3 سره د کرښې پورته لور ته ، کښته لور ته او که په کرښه پراته دي؟

څلورم –

د کرښې g مساوات وټکی.

الف – $a_1 = -\frac{3}{4}$; له $P(1|-2)$ ب - $a_1 = 1,5$; له $P(-1|-0,5)$

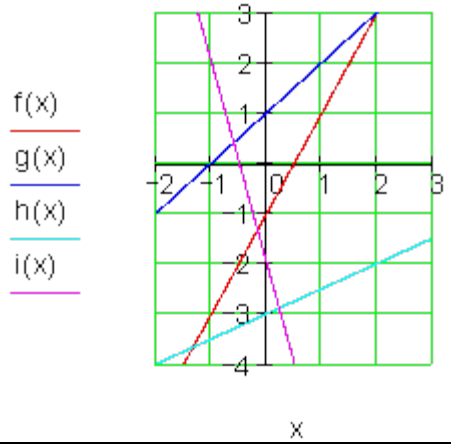
پ - له $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ ت - له سرچینې او $P(-3|-1)$

ټ – له $P(-3|3)$ او وکرښې $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5$ ته غبرګ

پنځم- د یوه کرښیز تابع f لپاره f(2) = -3 او f(0) = 5 باور لري.

د تابع ترم وټاکی او f(0,25) او $f(\sqrt{2})$ وشمیری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم- له څنګ څيرې څخه د تابع ترم وټاکی. دx مناسب ارزښتونو له لارې يې نتيجې و ازمايی.	

حلونه

کرښيز برابرونونه II

مفصل حلونه

لومړی –

د غوښتونو کرښو جګيدنه $a_1 = 2 \Rightarrow g_2$ ده.

کرښه دې له ټکي P(2;2) تيره شي.

$$g_2(x) = 2x + a_{0g2} \quad P(2|2): \quad g_2(2) = 2 \cdot 2 + a_{0g2} \Rightarrow a_{0g2} = -2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = 2x - 2}}$$

دويم –

پيل کرښه $f(x) = a_1 x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(4,5|-3):\quad f(4,5)=a_1\cdot 4,5=-3 \Leftrightarrow a_1=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{3}x}}\quad f(3)=-\frac{2}{3}\cdot 3=\underline{\underline{-2}}$$

دریم –

$$f(x)=4x-3$$

$$A(1|3):\qquad f(1)=4\cdot 1-3=1\Rightarrow A(1|3)$$

د کرښې پورته لور ته پرته ده

$$B(-1|-7):\quad f(-1)=4\cdot(-1)-3=-7\Rightarrow B(-1|-7)$$

په کرښه پورته ده

$$C(2|-2):\qquad f(2)=4\cdot 2-3=5\Rightarrow C(2|-2)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

$$D(8|7):\qquad f(8)=4\cdot 8-3=29\Rightarrow D(8|7)$$

د کرښې کښته لور ته پرته ده

څلورم :

الف-

$$a_1=-\frac{3}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x+a_0$$

$$P(1|-2):\quad f(1)=-\frac{3}{4}\cdot 1+a_0=-2\Rightarrow a_0=-\frac{5}{4}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}}}$$

ب-

$$a_1=1,5=\frac{3}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{3}{2}x+a_0$$

$$P(-1|-0,5):\quad f(-1)=\frac{3}{2}(-1)+a_0=-\frac{1}{2}\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x+1}}$$

پ –

$$P_2(0|-2)\Rightarrow a_0=-2\quad\Rightarrow f(x)=a_1x-2$$

$$P_1(2|-4):\quad f(2)=a_1\cdot 2-2=-4\Rightarrow a_1=-1\quad\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x-2}}$$

ت - کرښه أه سرچینې

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1 x$$

$$P(-3|-1):\quad f(-3) = a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x$$

ت - و $g(x) = -\frac{1}{2}x - 5 \Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$ ته غبرګه

$$P(-3|3):\quad f(-3) = -\frac{1}{2}\cdot(-3) + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}}$$

پنځم –

$$f(x) = a_1 x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1 x + 5$$

$$f(2) = a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$

$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}}$$

$$f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

شپږم –

a_0 کیدی شي دy محور غوڅټکي څخه ولوستل شي یا لاس ته راشي.

a_1 جګیدنه $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ده ، دا هم لوستل کیدی شي.

$$f(x) = 2x - 1;\ g(x) = x + 1;\ h(x) = 0,5x - 3;\ i(x) = -4x - 2$$

پوښتنې

کسرونه، ترمونه او کرښیز مساوات د ټولګي کار چمتووني لپاره

لومړی: وشمیرئ:

الف - $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$ ب - $\frac{7}{8} - \frac{2}{7} - \frac{1}{4}$

دویم: وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف ـ $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)$ ب ـ $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}$

دریم: نوکان حل یا لرې کړی او ساده یې کړی

الف ـ $3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7$ ب ـ $6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]$

څلورم:: سره ضرب یې کړی او سره یوځای یې کړی

الف ـ $\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$ ب ـ $(4,2u-2,4v)(5u-10v)$

پنځم: په نوکانو کې یې ګیر کړی.

الف ـ $-5xu+15xv-10xz$ ب ـ $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz$

شپږم: د بینوم فرمول په مرسته یې وشمېړی

الف ـ $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2$ ب ـ $\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2$

پ ـ $\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2$ ت ـ $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2$

اوم: لاندې ترمړنه د ضرب په حیث انځور کړی.

بیلګه: $4a^2+4ab+b^2=(2a)^2+2\cdot 2ab+b^2=(2a+b)^2$

الف ـ $u^2+2uw+w^2$ ب ـ $4x^2+12xy+9y^2$

پ ـ $9-48n+64n^2$ ت ـ m^2+2m+1

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د لادې توابعو ګراف په یوه مناسب پروتولاړ-یا کواوردیناتسیستم کې وکاږئ

الف - $f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$ ب - $f(x) = -4x + 5$

نهم: یو کرښیز تابع f(x) د $x \in \mathbb{R}$ f(x)=1,25x+1,5; سره ورکړ شوې

الف -تابع ارزښتونه وشمیرئ:

$f(0); f(-1,5); f(0,7); f(\pi); f\left(\frac{\pi}{2}\right); f(u)$:

ب – تابع په کوم ځای کې ارزښت 5- لري؟

پ – د کوم ارګومنت یا پروتارزښت سره تابع ارزښت مثبت دی؟

ت – و ښایئ، چې f(u+2)-f(u) له uخپلواک دی.

لسم: د لاندې کرښیزو توابعو محورغوڅتکي وټاکئ او ګراف یې په یوه پروتولاړسیتم کې وکاږئ.

الف - $f(x) = -4x - 3,5$ ب - $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

یولسم: کرښیز مساوات $f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$ ورکړ شوی دی.

الف - ګراف یې وکاږئ او $f(-1)$ په نخښه کړئ.

ب – ایا ټکی $P\left(\sqrt{7} \mid -1,54\right)$ د $f(x)$ په ګراف پروت دی؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د t د کوم ارزښت لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0,6$ ؟ دی ؟

دولسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $a_1 = -\frac{3}{4}$ د ټکي $P(1|-2)$ له لارې ب- $a_1 = 1,5$ د ټکي $P(-1|-0,5)$ له لارې

پ - د ټکي $P_1(2|-4)$ او $P_2(0|-2)$ له لارې ت - د سرچینې $P(-3|-1)$ له لارې.

دیارلسم: د کرښیز تابع f لپاره باور لري: f(2)=-3 او f(0)=5 .

د تابع ترم و ټاکئ او وشمیرئ f(0,25) او $f\left(\sqrt{2}\right)$.

څوارلسم: د f(x) کرښو مساوات وټاکی.

الف - $P_1(-4|2)$ او $P_2(2|0)$ په کرښه پراته دي

ب - $P_1(1|-2)$ او $P_2(-2|10)$ په کرښه پراه دي.

پ - کرښه محور په x=2 او y=6 کې غوڅوي.

ت – کرښه له ټکو $P_1(-3|1)$ او $P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)$ څخه تیریږي.

ټ - کرښه $a_1 = -4,5$ جګوالی لري او له ټکي $P(2|-3)$ تیریږي.

ث- کرښه جګوالی $a_1 = 3$ لري او له ټکي $P(1|1,5)$ تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځلسم: د کربنیز تابع f(x) تابعترم او صفرځای وټاکی، که دا لاندې معلوم وي.:

$f(-4) = 2$ او $f(1) = -4$

شپاړس: د کربنیز تابع f(x) تابع ترم پیداکړی، که باور ولري:

الف ـ $f(1) = 7 ; f(-1) = 3$ ب ـ $f(a) = 0 ; f(0) = a$ پ ـ $f(a) = 1; f(2a) = -1$

اوه لسم: د میرویس میدان وړوکتون ښوونکي او ښوونکي یا روزونکي د زړه له کومې ،،بریکمن ۱ ،، مارکې چای چښي. اوسنی زخیره 1,8 kg چای دی. په ا ونی کې 350 g د چې چاینکې لپاره بسیا کوي.

الف - د تابع مساوات ولیکئ، کوم چې دا کړنه تشریح کوي.

ب – له کوم وخته د کافي زخیره تمامیږي.

پ – د کافي پسې فرمایش باید ورکړ شي، که د زخیرې کوتئ پاتې فقط 400 g ولري. دا حالت به کله وي؟

ت – د تابع ګراف په یوه مناسب پروتولاړ سیستم وکاږئ.

اتلسم: پښتون او هیواد په یوه د بیارغونې کلینیک کې د روغپال په حیث کار کوي او برابر بنسټمعاش لري. په دې وخت باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دواړه معاشونه سره پرتله کوي. دابشتون بې ماللیا معاش € 3559 دی او د هیواد € 3223 دی. پښتون په همدې میاشت کې 43 زیات ساعته کار کړی دی، هیواد برعکس فقط 27ساعته زیات کار کړی دی.

بنسټمعاش وشمیرئ او د زیات کار ټولې پیسې.

نولسم: د 80 kg ګنې څخه کیدی شي 8,5 kg ګوړه جوړه شي.(د ګنې او ګوړې ترمنځ یوه کربنیزه اړیکه نیول (فرض)کیږي). یو فنکشن ترم f (x) ښایي، چې له x کیلوګرام ګنې څخه څومره ګوړه لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - فنکشاترم f (x) وټاکی.

ب – وشمیری: $f(100)\,;\,f(250)\,;\,f(x) = 25$

پ – د تابع f (x) ګراف وکاږي.

شلم: په یوه ملي اقتصادي مودل کې لګښت ورکړه کرښیز د لاس کې لرلي لاس ته راوړنې په واک کې دی.

د یوه € 1000 لاس ته راوړني سره لګښت ورګړه € 900 دی. د یوه € 1800 لاس ته راوړنې سره لګښت € 1460 دی.

الف - د لګښت (خوراک) تابعK لپاره یو تابع ترم پیدا کړی.

ب – دلګښت ورکړې جګوالی شمیری که لاس ته راوړنه € 2500 ,€ 800 همداسې € 4000وي.

پ – د لګښت کچه د معاش هغه برخه ده، چې د لګښت لپاره کارول کیږي یا لګیږي.

معاش: لګښت= د لګښت کچه (Konsumquote = Konsum / Einkommen)

د لګښتکچې او معاش ترمنځ کومې اړیکې شتون لري؟

ت – د معاش زیاتوالی dx دی. د معاش څو په سلو کې د لګښت لپاره لګیږي؟

ټ – د زخیرې زورS د معاش په واکوالي کې کوم تابع یا فنکشن تشریح کوي؟ تابع K او S ګرافیکي انځور کړی . د S صفرځای کوم غوره والی لري؟

یووېشتم: فیرما،، بیګ بیوټي(Big Beauty)،، د شونډو قلم ،، امور(Amore)،،

تولیدوي.

دا په تولید کې منځ ته راغلی لګښتK د تولید شوو دانو یا ټوټو په واک کې دی. د x = 100 د انو تولید سره € 385 لګښت منځ ته راځي د x = 200دانو وتولید سره € 410

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت منځ ته راځي. د تولید شوو دانو ګڼون یا تعداد او لګښت ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف - د لګښت تابع وټاکی.

ب – د x = 140 تولید سره د دانئ قیمت څومره لوي دی؟

پ – د جګ دانو تعداد تولید سره د داني قیمت کوم ارزښت ته هڅیږي یا نږدې کیږي؟

ت – د کوم مقدارx سره د ګټې راتلنه لرو، که د یوې داني شونډو قلم 5,20 € قیمت لاس ته راوړی شو؟

ټ – په یوه پروتولاړ سیستم کواوردینات سیسیتم کې د K(x) اوE(x) ګراف وکاږی.

ځوابونه

کسرونه، ترمونه او کرښیز توابع د ټولګي کار چمتووالي لپاره.

نتیجط او مفصل ځوابونه:

نتیجې:

لومړی:

الف - $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$ ب - $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

دویم:

الف - $1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=-5\frac{5}{6}$ ب - $4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=3\frac{21}{22}$

دریم:

الف - $3(3u+4)$ ب - $2(5x-3y-2z)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

الف ـ $-8x-43$ ب ـ $21u^2-54uv+24v^2$

پنځم: الف ـ $-5x(u-3v+2z)$ ب ـ $\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)$

شپږم:

الف ـ $\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2$ ب ـ $\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2$

پ ـ $m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2$ ت ـ $\frac{9}{16}a^2-3a+4$

اوم:

الف ـ $(u+w)^2$ ب ـ $(2x+3y)^2$

پ ـ $(3-8n)^2$ ت ـ $(m+1)^2$

اتم:

الف ـ $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$ ب ـ $f(x)=-4x+5$

نهم:

الف ـ

$f(0)=1{,}5$ $f(-1{,}5)=-0{,}375$ $f(0{,}7)=3{,}375$

$f(\pi)\approx 5{,}427$ $f\left(\frac{\pi}{2}\right)\approx 3{,}463$ $f(u)=1{,}25u+1{,}5$

ب ـ $f(x)=-5$ für $x=-5{,}2$

پ ـ $f(x)>0$ für $x>-1{,}2$

ت ـ $f(u+2)-f(u)=2{,}5$ له u خپلواک دی.

لسم:

الف ـ $P_x\left(-\frac{7}{8}\,|\,0\right)$ $P_y(0\,|\,-3{,}5)$

ب ـ $P_x\left(\frac{15}{32}\,|\,0\right)$ $P_y\left(0\,|\,\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

يولسم:

الف – ګرافونه د مفصل حل لاندې وګورئ.

ب ـ $f\left(\sqrt{7}\right) = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$

په دوه لسميزو راګرديږي، نو P په کرښه پروت دی.

پ – د $t > 0{,}98$ لپاره $f\left(\sqrt{2t}\right) < 0{,}6$ باور لري.

دولسم:

الف ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ب ـ $f(x) = \frac{3}{2}x + 1$

پ ـ $f(x) = -x - 2$ ت ـ $f(x) = \frac{1}{3}x$

دیارلسم:

$f\left(\sqrt{2}\right) \approx -0{,}657$ $f(0{,}25) = 4$ $f(x) = -4x + 5$

څوارلسم:

الف ـ $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب ـ $f(x) = \frac{2}{3}x + 3$

پ ـ $f(x) = -4x + 2$ ت ـ $f(x) = -3x + 6$

ټ ـ $f(x) = -4{,}5x + 6$ ث ـ $f(x) = 3x - 1{,}5$

پنځلسم:

$P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)$ $f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$

شپاړلسم:

الف ـ $f(x) = 2x + 5$ ب ـ $f(x) = -x + a$ پ ـ $f(x) = -\frac{2}{a}x + 3\,;\, a \neq 0$

اووه لسم:

الف – تابع مساوات $f(x) = -0{,}35x + 1{,}8$

ب –له پنځه اونيو وروسته نوره کافي نه شته

پ – له څلورو اونيوو فقط نوره 400 g کافي شته دی.

ت ـ ګراف د مفصل حل لاندې دی.

اتلسم: بنسټ معاش 2656 € دی، د زيات ساعتون يوځای 21 € .

(c) ketabton.com: The Digital Library

نولسم: الف - $f(x) = \frac{17}{160}x$

ب –

$f(100) = 10,625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563 \qquad f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$

پ – ګراف په مفصل حل کې میندل کیږي.

شلم:

الف - $K(x) = 0,7x + 200$

ب - $P_1(800|760) \qquad P_2(2500|1950) \qquad P_3(4000|3000)$

پ -

د لګښت جګوالی	
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	معاش ۸۰۰یورو
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	معاش ۲۵۰۰ یورو
$\Rightarrow$ Konsumquote $= 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$	معاش۴۰۰۰ یورو

ټولیزه اویکې

د لګښت جګوالی= $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$

ت - په 70%د معاش زیاتیدنه د لګښت یا مصرف لپاره ورکولکیږي.

ټ- $S(x) = 0,3x - 200$

د $S(x)$ von صفرځایونه: $S(x) = 0 \Leftrightarrow x = 666,\overline{6}$

د صفرځای معنا:

لومړی له 666,67 € معاش څخه کیدی شي زخیره وشي. په دې مودل کې 666,67 € د شتون مینیموم جوړوي. د موجودیت مینیموم کښته یا لاندې پور شروع کیږي، ځکه چې انسانان له یو څه باید ژوند وکړي. ګراف د مفصل حل لاندې میتدل کیږي.

یوویشتم:

الف - $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو تولید وروسته د دانې قیمت 2,82 € دی.

پ - د جګ دانو تعداد سره د دانې قیمت د 0,25 € په لور ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د 73 ډېرئ يا ستې د شونډو رنګ خرڅلاو وروسته کټه لاس ته راوړل کيږي يا کيږي.
ټ - ګراف د مفصل حل لاندې ميندل کيږي.
ث –

مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف –

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\underset{HN-40}{=}\frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$$
$$=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$$

ب –

$$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\underset{HN-56}{=}\frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$$

دويم:

الف - $$1\frac{2}{3}\cdot\left(-2\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{3}\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{35}{6}=\underline{\underline{-5\frac{5}{6}}}$$

ب - $$4\frac{5}{6}:1\frac{2}{9}=\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{6\cdot 11}=\frac{29\cdot 3}{2\cdot 11}=\frac{87}{22}=\underline{\underline{3\frac{21}{22}}}$$

دريم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف -

$$3u+\left[4-(2u-1)+8u\right]+7=3u+\left[4-2u+1+8u\right]+7$$
$$=3u+4-2u+1+8u+7=3u-2u+8u+4+1+7$$
$$=9u+12=\underline{\underline{3(3u+4)}}$$

ب –

$$6x-\left[9y-(2x+4z)-(2x+3y-8z)\right]=6x-\left[9y-2x-4z-2x-3y+8z\right]$$
$$=6x-9y+2x+4z+2x+3y-8z=6x+2x+2x-9y+3y+4z-8z$$
$$=10x-6y-4z=\underline{\underline{2(5x-3y-2z)}}$$

څلورم:

الف -

$$\frac{1}{2}(2x-4)-5(2x+8)+\frac{1}{4}(12x-4)$$
$$=\frac{1}{2}\cdot 2x-\frac{1}{2}\cdot 4-5\cdot 2x-5\cdot 8+\frac{1}{4}\cdot 12x-\frac{1}{4}\cdot 4$$
$$=x-2-10x-40+3x-1$$
$$=x-10x+3x-2-40-1=\underline{\underline{-6x-43}}$$

ب -

$$(4,2u-2,4v)(5u-10v)=4,2u\cdot 5u-4,2u\cdot 10v-2,4v\cdot 5u+2,4v\cdot 10v$$
$$=21u^2-42uv-12uv+24v^2=\underline{\underline{21u^2-54uv+24v^2}}$$

پنځم:

الف -

$$-5xu+15xv-10xz=-5x\cdot u-5x\cdot(-3v)-5x\cdot 2z=\underline{\underline{-5x(u-3v+2z)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - $\frac{1}{2}xu-\frac{1}{8}xv+\frac{3}{4}xz=\frac{1}{2}x\cdot u+\frac{1}{2}x\cdot\left(-\frac{1}{4}v\right)+\frac{1}{2}x\cdot\frac{3}{2}z=\underline{\underline{\frac{1}{2}x\left(u-\frac{1}{4}v+\frac{3}{2}z\right)}}$

شپږم:

الف - $\left(\frac{1}{3}a+b\right)^2=\left(\frac{1}{3}a\right)^2+2\cdot\frac{1}{3}a\cdot b+b^2=\underline{\underline{\frac{1}{9}a^2+\frac{2}{3}ab+b^2}}$

ب -

$$\left(\frac{6}{7}m-\frac{1}{8}n\right)^2=\left(\frac{6}{7}m\right)^2-2\cdot\frac{6}{7}m\cdot\frac{1}{8}n+\left(\frac{1}{8}n\right)^2=\underline{\underline{\frac{36}{49}m^2-\frac{3}{14}mn+\frac{1}{64}n^2}}$$

پ –

$$\left(m+\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+2\cdot m\cdot\frac{3}{4}n+\left(\frac{3}{4}n\right)^2=m^2+\frac{3}{2}mn+\frac{9}{16}n^2=\underline{\underline{m^2+1\frac{1}{2}mn+\frac{9}{16}n^2}}$$

ت - $\left(\frac{3}{4}a-2\right)^2=\left(\frac{3}{4}a\right)^2-2\cdot\frac{3}{4}a\cdot 2+2^2=\underline{\underline{\frac{9}{16}a^2-3a+4}}$

اووم: الف - $u^2+2uw+w^2=u^2+2\cdot u\cdot w+w^2=\underline{\underline{(u+w)^2}}$

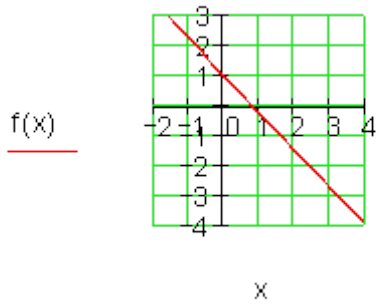
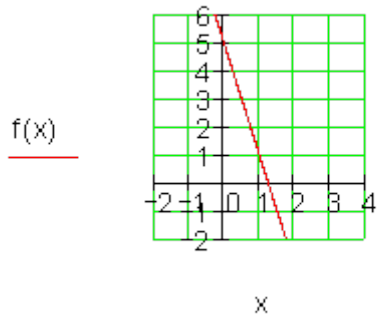
ب - $4x^2+12xy+9y^2=(2x)^2+2\cdot 6x\cdot y+(3y)^2=\underline{\underline{(2x+3y)^2}}$

پ - $9-48n+64n^2=3^2-2\cdot 3\cdot 8n+(8n)^2=\underline{\underline{(3-8n)^2}}$

ت - $m^2+2m+1=m^2+2\cdot m\cdot 1+1^2=\underline{\underline{(m+1)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

الف-	ب-
$f(x) = -\frac{5}{4}x + 1$	$f(x) = -4x + 5 = -\frac{4}{1}x + 5$
له $(0 \mid 1)$	له $(0 \mid 5)$
څلور یوونه ښی لور ته	یو یوون یا واحد ښي لور ته
پنځه واحده کښته لر ته	څلور واحده کښته لور ته
	

نهم:

الف – نتیجه په درې ځایونو راګرد شوی: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$

$f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f(u) = 1,25u + 1,5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ -

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \mid :1,25$$
$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

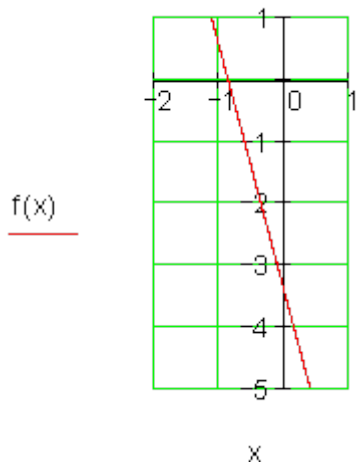
$$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$$

ت –

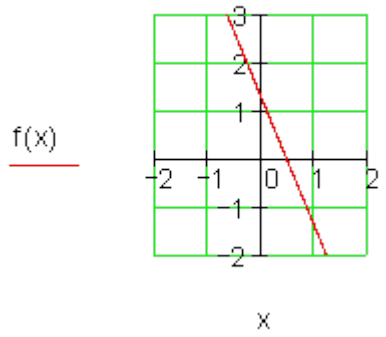
$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

د u په وان کي یا تابع دی.

لسم:

الف- $f(x) = -4x - 3,5$ $f(0) = -3,5$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3,5)}}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3,5 = 0$ $\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} = -0,875 \mid 0\right)}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

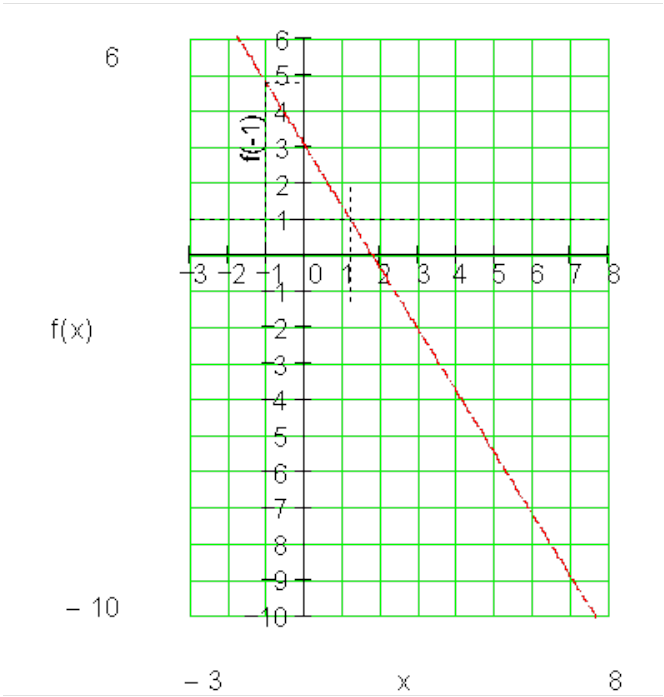
$f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$ $f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{5}{4} = 1,25\right)$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$ $\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \approx 0,47 \mid 0\right)$ ب-	

يولسم:

$$f(x) = 3 - \frac{12}{7}x = -\frac{12}{7}x + 3 \qquad f(-1) = -\frac{12}{7}\cdot(-1) + 3 = 4\frac{5}{7} \approx 4,71$$

$$f(7) = -9 \quad f(0) = 3$$

الف ـ



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = -\frac{12}{7}x + 3$$

$$P\left(\sqrt{7} \mid -1{,}54\right): \quad f(\sqrt{7}) = -\frac{12}{7}\cdot\sqrt{7} + 3 = -1{,}53557\ldots \approx 1{,}54$$

په دوه لسميزو راګرديږي، نو P په کرښه پروت دی.

پ-

$$f\left(\sqrt{2t}\right) < 0{,}6 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} + 3 < 0{,}6 \mid -3 \Leftrightarrow -\frac{12}{7}\sqrt{2t} < -2{,}4 \mid \cdot 7$$

مربع کونه $\Leftrightarrow -12\cdot\sqrt{2t} < -16{,}8 \mid :(-12) \Leftrightarrow \sqrt{2t} > 1{,}4 \mid$

$$\Leftrightarrow 2t > 1{,}96 \Leftrightarrow t > 0{,}98$$

د t>0,98 لپاره باور لري $\underline{\underline{f\left(\sqrt{2t}\right) < 0{,}6}}$:

دولسم:

$$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$$

الف - $P(1 \mid -2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$

ب -

$$a_1 = 1{,}5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P(-1 \mid -0{,}5): \quad f(-1) = -0{,}5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(0|-2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$$

پ - $$P_1(2|-4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$$

ت – کرښه له سرچيني

$$\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$$

$$P(-3|-1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$$

ديارلسم:

$$f(x) = a_1x + a_0 \quad f(2) = -3 \quad f(0) = 5$$

$$f(0) = 5 \Leftrightarrow a_1 \cdot 0 + a_0 = 5 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow f(x) = a_1x + 5$$

$$f(2) = -3 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 + 5 = -3 \Rightarrow a_1 = -4 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 5}}$$

$$f(0,25) = -4 \cdot 0,25 + 5 = -1 + 5 = \underline{\underline{4}} \qquad f\left(\sqrt{2}\right) = -4 \cdot \sqrt{2} + 5 \approx \underline{\underline{-0,657}}$$

څوارلسم: الف –

$$P_1(-4|2); P_2(2|0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_2(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$$

ب -

$$P_1(-3|1); P_2\left(1|\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3} - \frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$$

$$P_1(-3|1): \quad f(-3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

$$P_1(1|-2)\,;P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -4\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x+2}}$$

ت -

$$x = 2;\ y = 6 \Rightarrow P_1(2|0);P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0): \quad f(2) = 0 \Leftrightarrow a_1\cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x+6}}$$

ټ -

$$a_1 = -4{,}5 \Rightarrow f(x) = -4{,}5x + a_0$$

$$P(2|-3): \quad f(2) = -3 \Leftrightarrow -4{,}5\cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4{,}5x+6}}$$

ث –

$$a_1 = 3\,;P(1|1{,}5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1{,}5): \quad f(1) = 1{,}5 \Leftrightarrow 3\cdot 1 + a_0 = 1{,}5 \Rightarrow a_0 = -1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x-1{,}5}}$$

پنځلم:

$$f(-4) = 2 \Rightarrow P_1(-4|2);\ f(1) = -4 \Rightarrow P_2(1|-4)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{-4-2}{1-(-4)} = -\frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x + a_0$$

$$P_2(1|-4): \quad f(1) = -4 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1 + a_0 = -4 \Rightarrow a_0 = -\frac{14}{5} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}}}$$

صفرځای:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = 0 \,|\cdot 5 \Leftrightarrow -6x - 14 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

شپاړلسم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|3)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(1|7):\quad \Rightarrow f(1)=7 \Leftrightarrow 2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a|0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0|a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a|1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a|-1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$

$$P_1(a|1):\quad f(a)=1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3;\ a\neq 0}}$$

اووه لسم:

الف ــ

اووښتوني یا متحولي: x د اونۍ په معنا

y=f(x) په دې معنا، ي د کافي زخیره په کیلوګرام

$f(x)=a_1x+a_0$ د کرښمساوات یا ــبرابرون عمومي بڼه

صفراونۍ:	$f(0)=-0,35\cdot 0+1,8=1,8$
لومړۍ اونۍ:	$f(1)=-0,35\cdot 1+1,8=1,45$
دومکه اونۍ:	$f(2)=-0,35\cdot 2+1,8=1,1$
.....	.....
x اونۍ:	$f(x)=-0,35\cdot x+1,8$

د کافي زخیرې کمیدني لپاره تابعمساوات

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د کافي زخیره لګښت په دې معنا دی:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$ مساوات دې د x پسې حل شي

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

له پنځه اونیو وروسته نوره کافي پاتې نه ده.

پ – فقط 400g کافي نوره پاتې ده په دې معنا، چې:

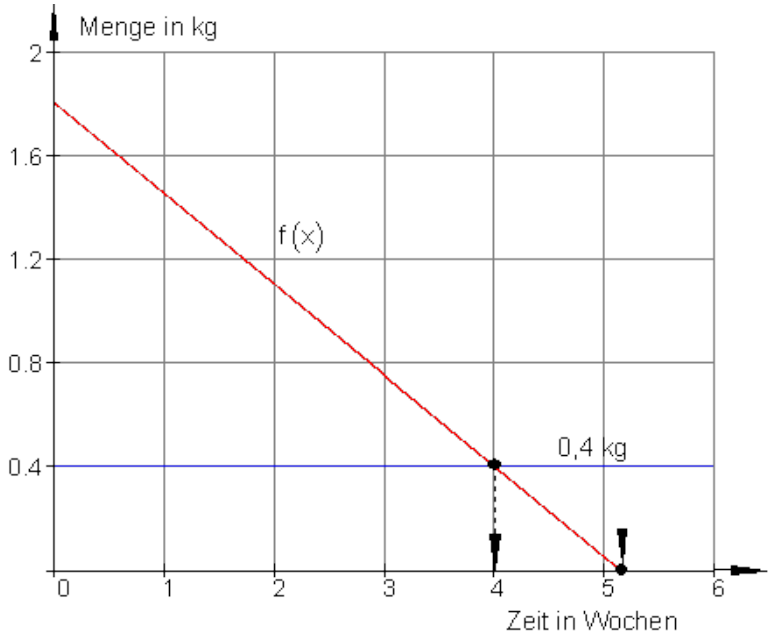
$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$$

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلور اونیو وروسته نوره فقط 400 g کافي پاتې ده.

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتلسم: د زیاتو ساعتونو ګڼون یا تعداد: x د بې مالیا ور کړ شوی معاش

f(x)دوه ارزښتجوړې ورکړ شوې دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=د زیات کار غونډ معاش a0=بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش 2656 € دی، د زیات کار ټول 21 € .

نولسم:

الف – د x محور کیلوګرام ګني y محور کیلوګرام ګني

$f(x) = a_1x + a_0$ که 80 کیلوګرام ګني، نو ترې لرو8,5 کیلوګرام ګوړه

$$\Rightarrow P_1(80|8,5)$$

که 0 کیلوګرام ګني، نو ترې لرو 0کیلوګرام ګوړه ، نو لاس ته راځي: $P_2(0|0)$

سرچینه ییزه کرښه او ترې لاس ته راځي: $a_0 = 0$

جګیدنه یا زیاتوالی: $a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{17}{160}x}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

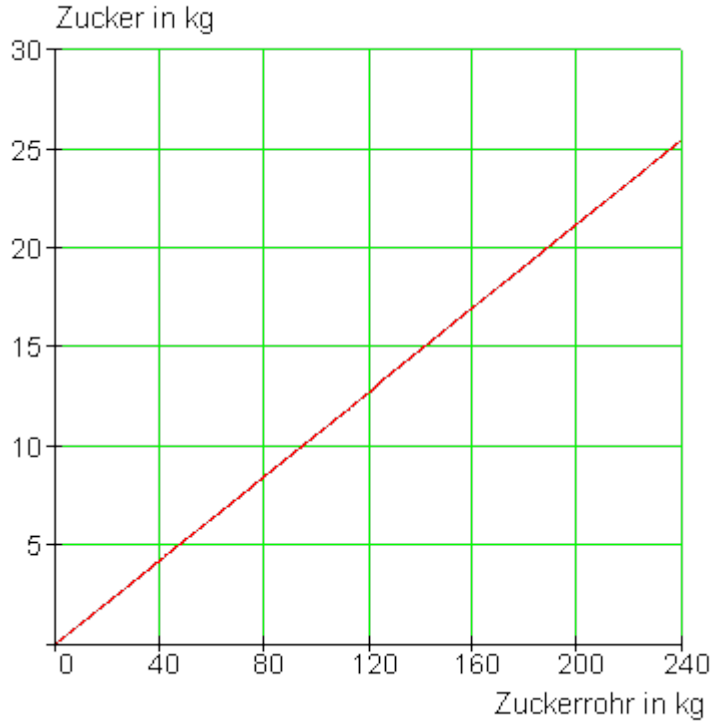
$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \,|: \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

له 100kgګنیو څخه 10,625 ګوړه لاس ته راځي یا ګټل کیږي.

له 250kgګنیو نږدې 26,563kg ګوړه ګټو

د 25kgګوړې لپاره نږدې 235,3kgګنیو ته اړتیا شته.

پ – په ګراف کې: پروت: ګنې په کیلوګرام. ولاړ: ګوړه په کیلوګرام



(c) ketabton.com: The Digital Library

شلم:

الف –

خپلواک اووښتوني يا متحوله. x =معاش

بلواک يا تابع متحوله y=K(x) = لګښت تاديه کونه(کرښيزه اړيکي)

$$\Rightarrow K(x) = a_1 x + a_0$$

له ورکړشوو شرليطو لرو:

$$P_1(1000 \mid 900)\,;\, P_2(1800 \mid 1460)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000 \mid 900): \quad K(1000) = 900 \Leftrightarrow 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب –

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$$

پ –

$$= \frac{K(x)}{x}$$

= معاش:لګښت=د لګښت ارزښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راتګ ۸۰۰	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$
لاس ته راتګ	$\Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$
	کونزوم کووتې=دلګښت کچه

تولیزه اړیکې

$$\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x+200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$$

(د لګښت کچه)

یادونه:

که هرڅومره معاش یا د خرڅلاو پیسې جګې شي، همغومره د0,7 لګښت کچه ارزښت ته نږدې کیږي، دا په دې معنا، چې لږ تر لږه د70% په اختیار کې لرلې لاس ته راوړنې د لګښت لپاره ورکول کیږي. دا پاتې زخیره کیدی شي.

ت ــ

ایښوونه: زوړ خرڅلاو نوی خرڅلاو د خرڅلاو زیاتیدنه	$x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x+dx) = 0,7(x+dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x+dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x+dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

ترې لا س ته راتلنه : د 70%لاس ته راوړنې زیاتوالي یا وده د لګښت پاره ورکول کیږي. دا د K(x) جګوالی ورکوي.

ټ ــ هر څه، چې نه لګیږي زخیره کیږي.

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یووېشتم:

الف –

$P_1(100\,|\,385);\ P_2(200\,|\,410);$ ، د لګښت تابع $K(x) = a_1x + a_0$:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385):\quad K(100) = 385 \Leftrightarrow 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

د نرخ تابع لاس ته راځي: $K(x) = 0,25x + 360$

ب – د 140 دانو قیمت $K(140) = 0,25 \cdot 140 + 360 = 395$

دانې:قیمت=د دانې قیمت(قیمت په دانو وېشل) = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$

د140 دانو تولید سره د دانې قیمت € 2,82 دی.

پ –

دانې:قیمت=د دانې قیمت = $= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$

د ډېر لوي دانو تعداد سره ترم 360/x تل کوچنی کیږي، داسې چې د دانې قیمت ځان تل و €0,25 ته نږدې کوي.

دا سړی شمیرپوهنیز یا ماتماتیکي داسې لیکي: $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$

ت – د ګټې ځای په ځایوالی یا برابروالی په دې معنا، چې دا خرڅلاو E(x) دومره لوي دی، لکه لګښت K(x) .

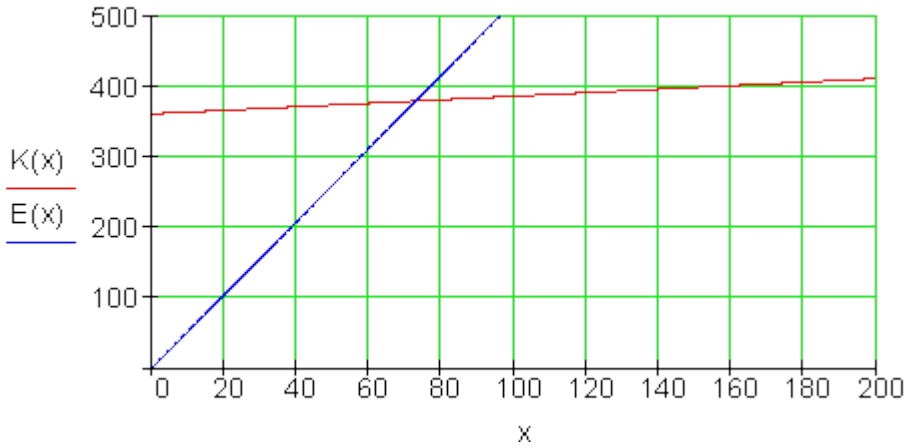
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

مګر د 73 شونډو قلمونو خرڅ شوي مقدار کې ګټه کیږي.

ټ –



د کرښیز توابعو د حل ستراتیژي:

زه څنګه مخ ته ځم.....

لومړی حالت: د کرښې جګوالی a_1 ، همداسې یو ټکی P_1 څرګند دي او د تابعمساوات شمیرل کیږي.

دویم حالت: دوه ټکي معلوم دي P_1اوP_2 د تابع مساوات شمیرل کیږي.

دریم: د یوې کرښې د محور غوڅتکي P_y او P_x معلوم دي او د تابع مساوات دې وشمیرل شي.

څلورم حالت: د دوه کرښو غوڅټکیS دی، چې له هغو د تابع مساوات معلوم دی، وټاکل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم حالت: د کرښې تابع مساوات g(x) ، چې له f(x) سره عمود یا ولاړه ده شمیرل کیږي، کومه چې له ټکي P_1 تیریږي.

شپږم حالت: د یوه شي پوښتنې څخه دې تابعمساوات ولیکل شي.

لومړي حالت ته تلنلار:

د یوې کرښې جګوالی دی: $a_1 = 0,75 = \frac{3}{4}$.

$$f(x) = a_1 x + a_0$$

کرښه دې له ټکي $P_1\left(\underset{x}{2} \,\middle|\, \underset{y}{4}\right)$: تیره شي.

لومړی پل : جګوالی کیږدی $y = f(x) = \frac{3}{4}x + b$

دویم پل: د P_1 کواوردینات یا پروت ولاړسیستم سره a_0 وټاکی.

$$P_1(2|4): \quad y = f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 + a_0 = 4$$

تابعمساوات $y = f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$ د $P_1(2\|4)$: لپاره ټکی ازماینت $y = f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2 + \frac{5}{2} = 4$	$\frac{3}{4}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_0 = 4 \quad \Big\| -\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{3}{2} = \underline{\underline{\frac{5}{2}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم حالت ته تلنلار:

کرښه له ټکو $P_1(-3|2)$ او $P_2(2|4)$ تیریږي.

$$f(x) = a_1x + a_0$$

لومړی پل جګوالی دې وشمیرل شیي $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{2-(-3)} = \frac{2}{5}$

دویم پل: جګوالی کیږدی $y = f(x) = \frac{2}{5}x + a_0$

دویم پل: د P_1 یا P_2 کواوردیناتونو سره د a_0 لپاره ارزښت وټاکی.

$$P_2(2|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$$

$P_2(2\|4): \quad y = f(2) = \frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\frac{2}{5}\cdot 2 + a_0 = 4$ $\Leftrightarrow \frac{4}{5} + a_0 = 4 \quad \Big\| -\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow a_0 = 4 - \frac{4}{5} = \frac{16}{5}$	تابعمساوات $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$ د ټکي $P_1(-3\|2)$ لپاره ازماېښت $y = f(-3) = \frac{2}{5}\cdot(-3) + \frac{16}{5} = 2$

دریم حالت ته تلنلار:

تابعمساوات: $y = f(x) = \frac{2}{5}x + \frac{16}{5}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی پل د y محور سره غوڅټکی وټاکی

$$P_y(0|y_s):\quad y_s = f(0) = \frac{2}{5}\cdot 0 + \frac{16}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{16}{5}\right)}}$$

دویم پل: د x محور سره غوڅټکی وټاکی

$$P_x(x_s|0):\quad y = f(x_s) = \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{5}x_s + \frac{16}{5} = 0 && \left|-\frac{16}{5}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \frac{2}{5}x_s = -\frac{16}{5} && |\cdot 5 \\ \Leftrightarrow\ & 2x_s = -16 && |:2 \\ \Leftrightarrow\ & x_s = \underline{\underline{-8}} \end{aligned}$$

Nullstelle:

$\underline{\underline{P_x(-8|0)}}$

Punktprobe für $P_x(-8|0)$

$$y = f(-8) = \frac{2}{5}\cdot(-8) + \frac{16}{5} = 0$$

د الماني پښتو: له پورته کښته لور ته: صفرځای، د ... لپاره ټکی ازماېښتلت

څلورم حا لت ته تلنلار:

تابع مساوات: $y = f(x) = -\frac{2}{3}x + 4 \quad y = g(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

دا چي غوڅټکی $S(x_s|y_s)$ په دواړو کرښو پروت دی، باید د دواړو مساواتو د غوڅټکي کواوردیناتونه یا پروتولاړ قیمتونه پوره کړي.

$$y_s = -\frac{2}{3}x_s + 4\ (I) \qquad y_s = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2}\ (II)$$

دا دوه مساوات دي له متحولو یا اووښتونو x_s او y_s سره.

حل د برابرایښوونې بلنلار سره لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$-\frac{2}{3}x_s + 4 = \frac{3}{2}x_s - \frac{5}{2} \mid -\frac{3}{2}x_s$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x_s - \frac{3}{2}x_s + 4 = -\frac{5}{2} \mid -4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{4}{6}x_s - \frac{9}{6}x_s = -\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{13}{6}x_s = -\frac{13}{2} \mid \cdot\left(-\frac{6}{13}\right)$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{13 \cdot 6}{2 \cdot 13} = 3 \mid \text{ einsetzen in (II)}$$

$$\Rightarrow y_s = \frac{3}{2} \cdot 3 - \frac{5}{2} = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(3 \mid 2)}}$$

ازمایښت: $y_s = -\frac{2}{3} \cdot 3 + 4 = -2 + 4 = 2$

پنځم حالت ته تلنلار: تابع مساوات: $y = f(x) = 3x - 6$ ټکی: $P_1(-3 \mid 3)$

لومړی پل: د $g(x)$ جګوالی وټاکی

د $f(x)$ جګوالی: $f(x): \quad a_{1f} = 3 = \frac{3}{1}$

د $g(x)$ جګوالی: $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1f}} = -\frac{1}{3}$

دویم پل: د $g(x)$جګوالی کیږدی $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + a_{0g}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم پل:د P_1 قیمت یا ارزښت سره د a_{0g} لپاره ارزښت وټاکی.

تابعمساوات: $y = g(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ د $P_1(-3\|3)$ لپاره ټکی ازماېښت $y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + 2 = 3$	$P_1(-3\|3): \quad y = g(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + a_{0g} = 3$ $-\frac{1}{3}\cdot(-3) \quad +a_{0g} = 3$ $\Leftrightarrow 1 \quad +a_{0g} = 3 \quad \|-1$ $\Leftrightarrow \quad a_{0g} = 3 - 1 = \underline{\underline{2}}$

شپوم حالت ته تلنلار: دلته ټاکلي تلنلار نه شته. د داسي پوښتنو ځواب ډېر تمرین غواړي او زیرکوالی. د دې لپاره دلته منطقي یا سم اندیز فکر وړاندنیونه(فرضیه) ده،چې ټیک اینسوونه پیدا کړو. که لومړی دا اینسوونه پیدا شوي وي، نو کیدی شي،چې پوښتنه تل یو له پورته راوړل شوو تلنلارو سره ځواب یا حل شي.

بیلګه ۱: شینخالی ډریوری بریالی ازموینې له امله له ترور څخه 2510 € بخشش اخلي. د هغې د خیال او خوب موټر 6500 € قیمت لري. دا د میاشتې 210 € زخیره کولای شي. د کوم وخت وروسته دا د موټر پیسې سره یوځای کولای شي؟ اینسوونه ، لکه په بیلګه ۱ کې ښوول کیږي، ده.

لومړی میاشت دویمه میاشت: x میاشت: له دې لاس ته راځي د تابع مساوات:	$y = 2510 + 210\cdot 1 = 2720$ $y = 2510 + 210\cdot 2 = 2930$ $y = 2510 + 210\cdot x$ $y = f(x) = 210x + 2510$

غوښتونې یا د پیداکونې هغه میاشتx ده، چې په هغې کې دا 6500€سره یوځای کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(x \mid 6500): \quad y = f(x) = 210x + 2510 = 6500$$

د مساوات $210x + 2510 = 6500$ حل x=19 ارزښت راکوي.

له 19 میاشتو وروسته دا د موټر لپاره دا پیسې سره یوځای کوي.

بیلګه ۲:

که سپوږمۍ د میا شتې 100 دقیقې له ملفون سره تلفون وکړي،€ 18 تادیه کوي یا ورکوي. که ۲۰۰ دقیقې تلفون وکړي، نو باید € 26 ورکړي. بنسټ قیمت څومره دی او یوه دقیقه څومره قیمت لري.

ایښوونه: بنسټقیمت تل باید ورکړ شي. له دې سره دې سره د وخت قیمت راځي. دا قیمت د خبرو د وخت سره متناسب دی

a_1 په دقیقه قیمت	1. Minute: $y = a_1 \cdot 1 + a_0$
a_0بنسټ قیمت	2. Minute: $y = a_1 \cdot 2 + a_0$
	x. Minute: $y = a_1 \cdot x + a_0$

له دې لاس ته راځي : $y = f(x) = a_1x + a_0$

دوه ټکي، چې په دې کرښه پراته دي پیژنو

$$P_1(100 \mid 18) \quad P_2(200 \mid 26) \Rightarrow$$

له دې لاس ته دویم حالت راځي

$$\Rightarrow y = f(x) = 0{,}08x + 10$$

بنسټ قیمت یا نرخ 10€ دی. د خبرو نرخ په دقیقه 0,08€ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2. کرښیز ي توابع د ورکړشوو شرایطو سره

2.2.1.لومړی حالت : د P ټکي څخه تیري کرښي د a_1 جګوالي سره

بیلګه:

یوه کرښه د a_1 د جګوالي سره د $P_1(x_1 \mid y_1)$ په ټکي کي ځغلي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات دي پیدا شي.

جګوالی: $a_1 = 1{,}5$: ټکی $P_1(-2 \mid 3)$

وتونمساوات $f(x) = a_1x + a_0$

جګوالی ځای په ځای کړی

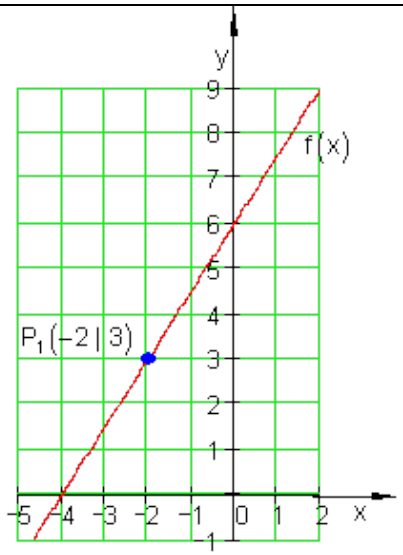
$f(x) = 1{,}5 \cdot x + a_0$

د a_0 لپاره دي ارزښت وشمیرل شي.

د $P_1(-2 \mid 3)$: لپاره ازمایښت

$$f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 6$$

د تابع مساوات $f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمایښت:

$$P_1(-2\,|\,3) \Leftrightarrow f(-2) = 3$$
$$f(-2) = 1{,}5\cdot(-2)+6 = -3+6 = 3$$

بیلګه:

د حیواناتو ساتونکی د وښو اوتومات څخه د روځي 7,5 kg خوراک اخلي. دولس روځي، له هغې وروسته چې زیرمه له غذایي موادو ډکه شوې وه، هلته نور 250 kg پاتې دي.

الف - یو تابع مساوات ولیکی، چې دا حالت تشریح کړي

ب - په څومره سټ یا ډېرۍ به دا د وښو زیرمه دولس ورځې د مخه ډکه شوې وي.

حل و الف ته - دx محور: وخت په ورځو

y محور : د وښو زېرمه په کیلوګرامkg .

$$f(x) = -7{,}5x + a_0$$
$$P(12\,|\,250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5\cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \,|\, +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$$

حل و ب ته- د ډکیدنې وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7{,}5\cdot 0 + 340 = 340$$

د وښو شتون زخیره دولس12 ورځې د مخه په 340 kg ډک شوی .
لکه څنګه په لومړي حالت کې چې د یوې کرښې جګوالی او یو ټکی معلوم دي، شمېرنه په همغه ډول د ورکړشوو داتن یا داتا Daten سره مخ ته ځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په داسې حالت کې شميرنه ټوليزه سرته رسيږي. دا مو بيا يو فرمول ته لارښوده وي.

يوه کرښه د a_1 جګوالي سره د $P_1(x_1 | y_1)$ ټکي څخه تيرې.ي.

د کرښمساواتو ټوليز فرمول دی: $f(x) = a_1x + a_0$

$$P_1(x_1 | y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \,|\, -a_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1 = a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1 = a_1(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$$

دا د ټکی - جګوالي فرمول هم بلل کيږي.

بيلګه:

$a_1 = -2 ; P_1(-3 | 4)$ په $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$ کې ځا په ځای کړی

$$f(x) = -2(x - (-3)) + 4 = -2(x + 3) + 4 = -2x - 6 + 4 = \underline{\underline{-2x - 2}}$$

2.2.2.دويم حالت: کرښه له دوه ټکو تيريږي

بيلګه:

دوه ټکی $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ په يوه کرښه پراته دي.

د $f(x) = a_1x + a_0$ تابع مساوات غواړو پيداکړو.

$P_1(-3 | -1)$ $P_2(4 | 6)$

وتونمساوات: $f(x) = a_1x + a_0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

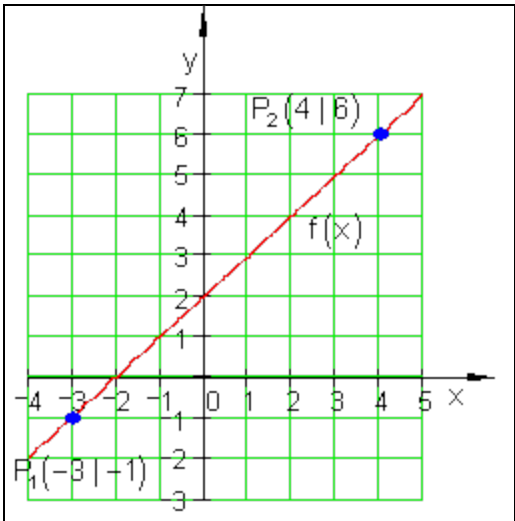
د جګوالي ټاکنه:

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-(-1)}{4-(-3)} = \frac{6+1}{4+3} = \frac{7}{7} = 1$$

جګوالی وضعه کړی $f(x) = 1 \cdot x + a_0$

وروسته له دې چې جګیدنه معلومه شوه، دا پوښتنه داسې حل کیږي لکه په لومړي حالت کې.

د ټکو ازمایښت لپاره بې پروا ده چې د دې لپاره کوم ټکي کارول کیږي.، ځکه چې دواړه ټکي به په کرښه پراته وي.



د ټکو ازمایښت د $P_2(4|6)$ یا P_1 لپاره

$$P_2(4|6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \,|\, -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

بیلګه:

د فزیک څخه پوهیږو چې د حرارت معلومولو (ګرمی کچونې) لپاره مختلفې د تودوخې سکالا کارول کیږي. د څلزیوس سکالاCelsiusskala او د فارنهایټ سکالا Fahrenheitskala

د دواړو ترمنځ کرښیزې اړیکې موجود دي.

$100\ ^0C$ برابری دي د $212\ ^0F$ سره . $0\ ^0C$ برابر د ی په $32\ ^0F$ سره.

د یوه تابع مساوات غواړو پیداکړو، چې د هغې په مرسته ^0C په ^0F اړول کیږي.

خپلواکه متحوله x په ^0C او بلواکه یا تابع متحوله $y = f(x)$ په ^0F .

جګوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212 - 32}{100 - 0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0 \mid 32) \Rightarrow f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{9}{5} \cdot 0 + a_0 = 32 \Leftrightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

په بدل شوی تابع x په °C کې کیږدئ نتیجه یې ده.

د بیلګې په ډول:

$$x = 20\,^0C : f(20) = \frac{9}{5} \cdot 20 + 32 = 68 \Rightarrow 20\,^0C \triangleq 68\,^0F$$

د دویم حالت لپاره هم کیدی شي شمیرنه په ټولیزه توګه مخ ته بوتلی شی:

دوه ټکی $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

د مساواتو عمومي بڼه ده: $f(x) = a_1x + a_0$.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + a_0$

$$P_1(x_x \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1 \Leftrightarrow \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + a_0 =$$

$$, = y_1 \mid -\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 \Leftrightarrow a_0 = y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 =$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot x_1 + y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا په دوه ټکو کې د کرښیزړومساواتو یو ټولیزه بڼه ده .

په زیاتو ادبیاتو کې په لاندې ډول ده:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \; ; x_1 \neq x_2$$

چیرته چې $y = f(x)$ باور لري.

د عملي کاروني لپاره لاندې بڼه مساعده ده:

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

بیلګه:

$P_1(2|-1); P_2(-3|2)$ په $f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$ کې ځای په ځای کړی

$$f(x) = \frac{2-(-1)}{-3-2}(x-2) + (-1) = \frac{2+1}{-5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}(x-2) - 1 = -\frac{3}{5}x + \frac{6}{5} - \frac{5}{5}$$
$$= -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$$

تمرین:

د ^0F په ^0C باندې شمیرنې لپاره یو تابع مساوات ولیکی

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.2.3.تمرین: د تابعمساواتو شمیرنه

یو کرښیز مساوات د a_1 جګوالی لري او د P له ټکي تیریږي.

د$f(x)$ تابعمساوات معلوم کړئ او د محورونو قاطع ټکي یا غوڅټکي وټاکئ او ګراف یې انځور کړئ

اول - $P(2|-2)$ $a_1=\frac{1}{2}$ دویم - $P(-1|3)$ $a_1=\frac{3}{4}$

دریم - $P(3|-1)$ $a_1=2$ څلورم - $P\left(\frac{3}{2}\middle|4\right)$ $a_1=\frac{4}{5}$

یوه کرښه له ټکو P_1 او P_2 تیریږي.

د$f(x)$ تابع مساوات پیدا کړئ او د محور قاطع ټکي او ګراف رسم کړئ.

پنځم - $P_2(5|4)$ $P_1(2|1)$ شپږم - $P_2(2|3)$ $P_1(-3|-2)$

اوم - $P_2(4|-1)$ $P_1(-2|3)$ اتم - $P_2(3|1)$ $P_1(-4|-1)$

نهم - $P_2(4|-1)$ $P_1\left(-3\middle|\frac{9}{2}\right)$ لسم - $P_2\left(\frac{7}{2}\middle|4\right)$ $P_1(-4|-2)$

2.2.4.د کرښمساواتو ځانګړی حالت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x- محور سره غبرګ کرښه:

$f(x) = a_0 ; a_0 \in \mathbb{R}$

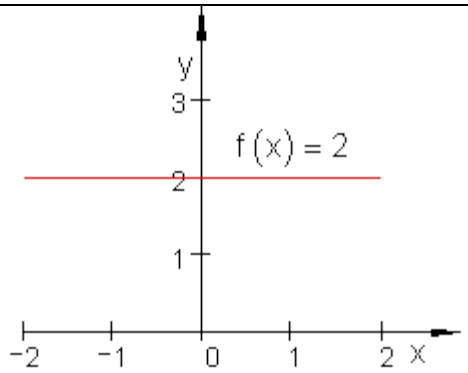
یو د 0 درجې تام راشنل تابع ده او

ثابته تابع هم بلل کیږي.

x- محور هم یوه ثابته تابع ده د

تابع مساوات f(x) = 0 سره.

د ثابتې تابع جګوالی تل صفر دی.



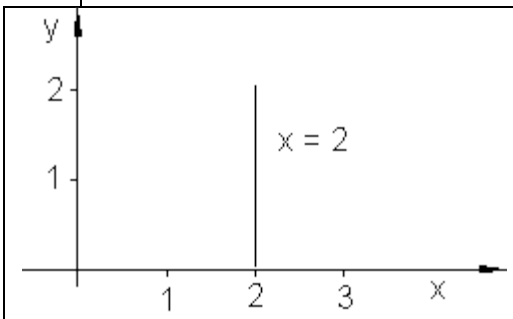
د y- محور سره غبرګه.

$x = a ; a \in \mathbb{R}$

کرښه د محور سره غبرګه (موازي) ځغلي.

دا د یوه تابع مساوات سره نه شي لیکل کیدی، ځکه چې یواځنۍ تنظیم نه شته یعنې تابع نه ده.

x = 0 د y - محور مساوات دي.



بیلګه:

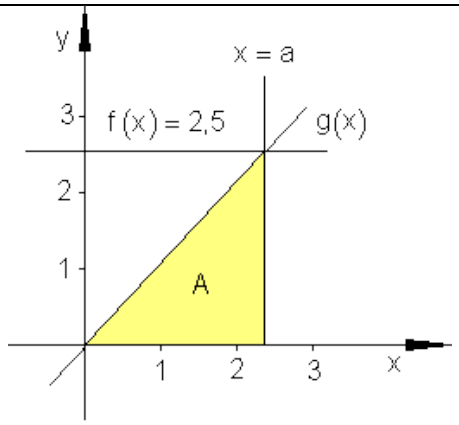
یو f(x) = 2,5 ور کړ شوی او y- محور سره موازي دa واټن د a > 0 سره.

یوه سرچینییزه کرښه g د P(a | f(x)) ټکي څخه تیریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا دx - محور او د y- محور سره غبرګي کرښې سره یو مثلث جوړوي.

a داسي وټاکئ چې سطحه د مثلث د سطحي څلور واحدونه (یوونونهFE) جوړ کړي. د دې حالت لپاره دg(x) تابع مساوات څنګه دي؟



$A = \frac{g \cdot h}{2}$ د $g = a$ او

سره $h=f(x) = 2,5$

د مثلث سطه $\Rightarrow A = \frac{2,5 \cdot a}{2} = \frac{5}{4}a$

$A = 4 \Leftrightarrow \frac{5}{4}a = 4 \mid \cdot \frac{4}{5} \Leftrightarrow a = \frac{16}{5}$

(ځکه چې د سرچینې کرښه

$g(x) = a_1 x \ (a_0 = 0$

د جګېدو له مثلث څخه

$a_1 = \frac{5}{2} : \frac{16}{5} = \frac{25}{32}$

د تابع مساوات : $g(x) = \frac{25}{32}x$

تمرین: د ^0F بدلون شمیرنه په ^0C لپاره د تابع مساوات ولیکئ

حل :

د ^0C اړونه یا بدلون په^0F د متحولي لپاره دا معنا لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

x په ^0F مستقله یا خپلواکه متحوله ده او $y = f(x)$ په ^0C بلواکه یا تابع متحوله ده.

$212\,^0F \triangleq 100\,^0C \Rightarrow P_1(212|100)$ او $32\,^0F \triangleq 0\,^0C \Rightarrow P_1(32|0)$

دا چې د حرارت الو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه پرته ده، نو ټکي P_1 او P_2 په یوه کرښه پراته دي.

د کرښي عمومي کرښیزه بڼه په دې ډول ده:. $f(x) = a_1x + a_0$

دلته ضریبونه a_1 او a_0 د ټاکلو دي.

جګوالی: $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$

ټکي ازمایښت د $P_1(32|0)$ سره.

$$\Rightarrow f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0 \Leftrightarrow \frac{160}{8} + a_0 = 0 \,|-\frac{160}{9} \Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9}$$

$$\Rightarrow f(x) = f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د ^0F اړوني په ^0C لپاره باور لري. $^0F \text{ in } ^0C \text{ gilt: } f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$

x په ^0F او y په ^0C .

د کرښیزو توابعو II د تمرینونو حل

نتیجه او مفصل: له 01 تر 10 .

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=\frac{1}{2}x-3;\ P_y(0\mid -3);\ P_x(6\mid 0)$$

دویم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{15}{4};\ P_y\left(0\ \middle|\ \frac{15}{4}\right);\ P_x(-5\mid 0)$$

دریم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=2x-7;\ P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\ \middle|\ 0\right)$$

څلورم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{14}{5};\ P_y\left(0\ \middle|\ \frac{14}{5}\right);\ P_x\left(-\frac{7}{2}\ \middle|\ 0\right)$$

پنځم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری

$$f(x)=x-1;\ P_y(0\mid -1);\ P_x(1\mid 0)$$

شپږم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=x+1;\ P_y(0\mid 1);\ P_x(-1\mid 0)$$

اوم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3};\ P_y\left(0\ \middle|\ \frac{5}{3}\right);\ P_x\left(\frac{5}{2}\ \middle|\ 0\right)$$

اتم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{2}{7}x+\frac{1}{7};P_y\left(0\,\middle|\,\frac{1}{7}\right);P_x\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right)$$

نهم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

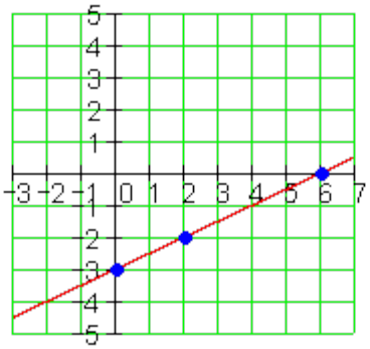
$$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7};P_y\left(0\,\middle|\,\frac{15}{7}\right);P_x\left(\frac{30}{11}\,\middle|\,0\right)$$

لسم – د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګوری.

$$f(x)=\frac{4}{5}x+\frac{6}{5};P_y\left(0\,\middle|\,\frac{6}{5}\right);P_x\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$$

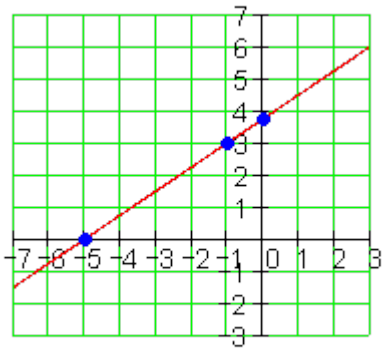
مفصل حلونه:

لومړی:

	$f(x)=\frac{1}{2}x+a_0$ د $P(2\mid-2)$ سره باور لري : $f(2)=-2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\cdot 2+a_0=-2$ $\Leftrightarrow a_0=-3$ $f(x)=\frac{1}{2}x-3\Rightarrow P_y(0\mid-3)$ $f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x-3=0$ $\Leftrightarrow x=6\Rightarrow P_x(6\mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:



$f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$ د $P(-1|3)$ سره باور لري :

$$f(-1) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot(-1) + a_0 = 3$$

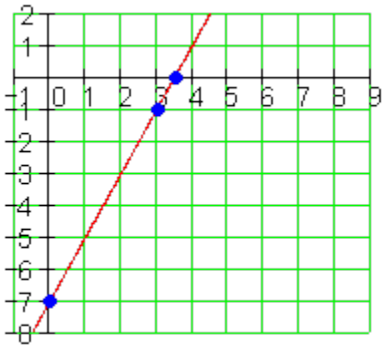
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{4}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{15}{4} = 3{,}75\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + \frac{15}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -5 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-5|0)}}$$

دریم:



$f(x) = 2x + a_0$ د $P(3|-1)$ سره باور لري :

$$f(3) = -1 \Leftrightarrow 2\cdot 3 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -7$$

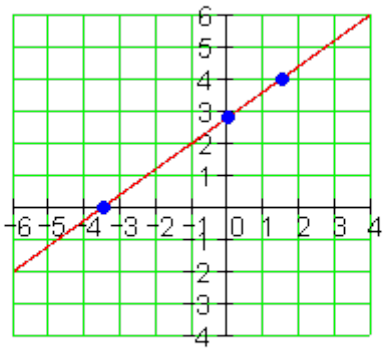
$$\underline{\underline{f(x) = 2x - 7}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-7)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{7}{2} = 3{,}5 \,|\, 0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خلورم:



$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$ د $P\left(\frac{3}{2} \mid 4\right)$: سره باور لري:

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 4$$

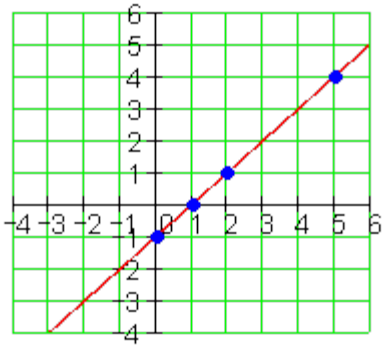
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{14}{5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{14}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{14}{5}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{14}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{2} = -3{,}5 \mid 0\right)}}$$

پنځم:



$P_1(2 \mid 1)$ $P_2(5 \mid 4)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-1}{5-2} = \frac{3}{3} = 1$$

$$f(x) = x + a_0$$

د $P_1(2 \mid 1)$ سره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

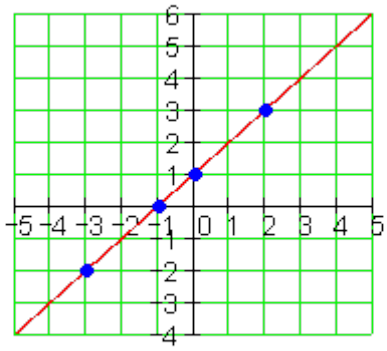
$$f(2) = 1 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$
$$\underline{\underline{f(x) = x - 1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1 \mid 0)}}$$

شپږم:

$$P_1(-3 \mid -2) \qquad P_2(2 \mid 3)$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{2-(-3)} = \frac{5}{5} = 1$$

سره باور لري $P_2(2 \mid 3)$ د $f(x) = x + a_0$

$$f(2) = 3 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\underline{\underline{f(x) = x + 1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 1)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(-1 \mid 0)}}$$



اوم:

$$P_1(-2 \mid 3) \qquad P_2(4 \mid -1)$$
$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{4-(-2)} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$
$$f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = 0$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{5}{2} = 2{,}5 \mid 0\right)}}$$

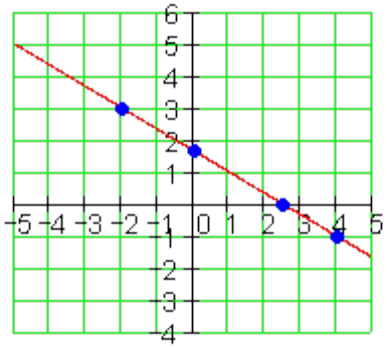
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $P_2(4|-1)$ سره باور لري

$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}\cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{5}{3}$$

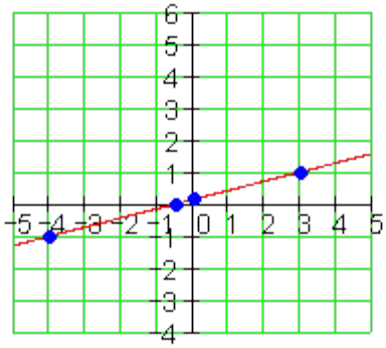
$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{5}{3} \approx 1{,}67\right)}}$$



اتم:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{7}x + \frac{1}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{1}{2} = 0{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



$P_1(-4|-1)$ $P_2(3|1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-1)}{3-(-4)} = \frac{2}{7}$$

$$f(x) = \frac{2}{7}x + a_0$$

د $P_2(3|1)$ سره باور لري:

$$f(3) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{7}\cdot 3 + a_0 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{1}{7}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{7}x + \frac{1}{7}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,|\, \frac{1}{7} \approx 0{,}14\right)}}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4\,|\,-1)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\frac{9}{2}}{4-(-3)} = -\frac{11}{14}$$

$$f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$$

د $P_2(4\,|\,-1)$ سره باور لري:

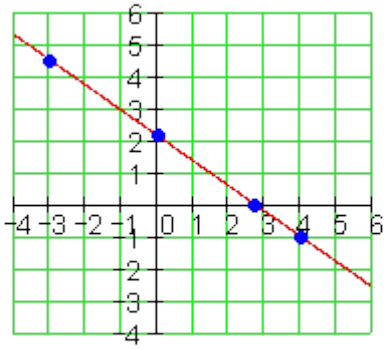
$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}\cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{15}{7} \approx 2{,}14\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2{,}73\,|\,0\right)}}$$



لسم:

$$P_1(-4\,|\,-2) \qquad P_2\left(\frac{7}{2}\,|\,4\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-(-2)}{\frac{7}{2}-(-4)} = \frac{4}{5}$$

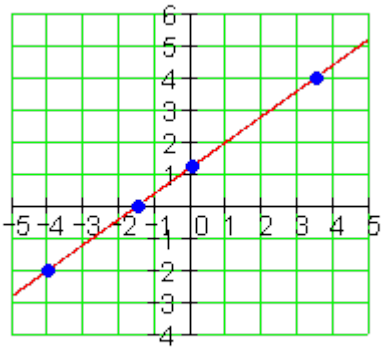
$$f(x) = \frac{4}{5}x + a_0$$

د $P_1(-4\,|\,-2)$ سره باور لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{3}{2} = -1{,}5\,|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{4}{5}\cdot(-4) + a_0 = -2$ $\Leftrightarrow a_0 = \frac{6}{5}$ $f(x) = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{6}{5} = 1,2\right)$	

پوښتنې:

کرښیزې توابع III

لومړی: د g کرښو مساوات وټاکئ

الف: $P_1(-4 \mid -2)$ او $P_2(2 \mid 0)$ په g پراته دي،

ب- g په $P_1(-3 \mid 1)$ او $P_2\left(1 \mid \frac{11}{3}\right)$ کې ځغلي

پ- $P_1(1 \mid -2)$ او $P_2(-2 \mid 10)$ په g پراته دي

ت- g محورونه په x = 2 او y = 6 کې غوڅوي(قطع کوي)

ټ-g له P(-6;1)) تیرېږي او له h سره غبرګ دی د $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2$ مساوات سره

ث- g جګوالی $a_1 = -4,5$ لري او له P(1;1,5) څخه تیرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ج- g جګوالی $a_1 = 3$ لري او له P(1;,1,5) څخه تیریږي

چ- g دx محور په x = 3 کې غوځوي او د hکرښه د h(x) = 4x - 2 سره په x = -1 کې غوځوي.

دویم: د دوه کرښو g او h کرښیز مساوات پیدا کړئ، چې له ټکی P(3;-2) تیریږي.

دریم: یوه کرښه g د کرښیز تابع f(x) سره پیدا کړئ، چې له ټکوP_1 اوP_2 تیریږي او تابع مساوات وټاکئ.

الف- $P_1(1,5|3); P_2(3|2,5)$ ب - $P_1(-3|5); P_2(1|2,5)$

پ- $P_1(4|0); P_2(-1|-\sqrt{2})$ ت - $P_1(k|3); P_2(2k|-1)$

ټ - $P_1(1|0); P_2(-1|k+1)$ ث - $P_1(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}); P_2(\sqrt{k}|0)$

څلورم: د f(x) کرښیزې تابع مساوات وټاکئ.که معلوم وي:

الف-کرښه د $a_1 = \frac{5}{4}$ جګیدنې سره له P(4;-1) څخه تیریږي.

ب-کرښه له ټکو $P_1(-5|-3)$ او $P_2(0|3)$ څخه تیریږي.

پ-کرښه له P(4,5;2,7) ټکي تیریږي. او د x محور سره 45° مایله ده.

ت-کرښه له P(-1,5;0) تیریږي او دh(x) = 2x+2 سره غبرګه (موازي) ده.

پنځم: کر ښه g و کاږئ او کرښیز مساوات وټاکئ.

الف- $P(3|-1) \in g$ او g دy محور سره غبر؛(موازي) څغلي.

ب- $P(3,5|2,5) \in g$ او g دx محور سره موازي څغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- g له P(-5;1)تېرېږي او د $h(x)=-\frac{1}{2}x+4$ سره موازي ده.

ت- g له $P\left(1|\frac{3}{2}\right)$ تیریږي او د کرښو سره چې له ټکو $P_1(-2|-3)$ او $P_2\left(\frac{3}{2}|-5\right)$ تیرېږي، موازي څغلي.

د کرښیزو توابعو برخه III

مفصل حلونه

لومړی –

الف-

$$P_1(-4|2);P_2(2|0)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-2}{2-(-4)}=-\frac{1}{3}\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{3}x+a_0$$

$$P_2(2|0):\quad f(2)=-\frac{1}{3}\cdot 2+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{2}{3}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}}}$$

ب-

$$P_1(-3|1);P_2\left(1|\frac{11}{3}\right)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{11}{3}-\frac{3}{3}}{1-(-3)}=\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}\Rightarrow f(x)=\frac{2}{3}x+a_0$$

$$P_1(-3|1):\quad f(-3)=\frac{2}{3}\cdot(-3)+a_0=1\Rightarrow a_0=3\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{2}{3}x+3}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$P_1(1|-2)\,;P_2(-2|10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$$

$$P_1(1|-2): \quad f(1) = -4\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x+2}}$$

ت –

$$x = 2;\ y = 6 \Rightarrow P_1(2|0)\,;P_2(0|6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$$

$$P_1(2|0): \quad f(2) = a_1\cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x+6}}$$

ټ - P(-6;1) موازي دی و $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$ ته

$$P(-6|1): \quad f(-6) = -\frac{2}{3}\cdot(-6) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x - 3}}$$

ث –

$$a_1 = -4{,}5 \Rightarrow f(x) = -4{,}5x + a_0$$

$$P(2|-3): \quad f(2) = -4{,}5\cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4{,}5x+6}}$$

ج –

$$a_1 = 3\,;P(1|1{,}5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$$

$$P(1|1{,}5): \quad f(1) = 3\cdot 1 + a_0 = 1{,}5 \Rightarrow a_0 = -1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1{,}5}}$$

چ $x = 3 \Rightarrow P_1(3|0) \quad P_2(-1|y_2)$ ا

په کرښه د h(x) = 4x-2 سره پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4\cdot(-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1|-6)$$
$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-0}{-1-3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$
$$P_1(3|0): \quad f(3) = \frac{3}{2}\cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

دویم –

$$P(3|-2)\,;\, g(x) = a_{1g}x + a_{0g}\,;\, h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$$

دا چې د یوه ټکي څخه په خوښه ډېرې کرښې تیرېدلی شي، جګیدنه په خوښه ټاکل کیدی شي د بیلګې په توګه $a_{1g} = 1$.

$$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$$

او $a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$

$$P(3|-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$
$$h(3) = 2\cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

دریم –

الف-

$$P_1(1,5|3)\,;\, P_2(3|2,5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2,5-3}{3-1,5} = -0,\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$
$$P_1(1,5|3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}|3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

ب – په لاندې کې oder د یا په معنا دی

پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-2|5);\ P_2(1|2{,}5)\ \text{oder}\ P_2\left(1|\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{\frac{5}{2}-5}{1-(-3)}=\frac{\frac{5}{2}-\frac{10}{2}}{\frac{4}{1}}=\frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}}=-\frac{5\cdot 1}{2\cdot 4}=-\frac{5}{6}\Rightarrow f(x)=-\frac{5}{8}x+a_0$$

$$P_1(4|0);\ P_2\left(-1|-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4|0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}$$

ت ـ

$$P_1(k|3);\ P_2(2k|-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$$

$$P_1(k|3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

ټ ـ

$$P_1(1|0);\ P_2(-1|k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$$

$$P_1(1|0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

ث ـ

$$P_1\left(2\sqrt{k}|\sqrt{2k}\right);\ P_2\left(\sqrt{k}|0\right)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}|0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم –

الف- $P(4|-1);\ a_1 = \frac{5}{4} \quad \Rightarrow f(x) = \frac{5}{4}x + a_0$

$P(4|-1):\quad f(4) = \frac{5}{4}\cdot 4 + a_0 = -1 \Rightarrow a_0 = -6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{5}{4}x - 6}}$

ب - $P_1(-5|-3);\ P_2(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-3)}{0-(-5)} = \frac{6}{5} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{6}{5}x + 3}}$

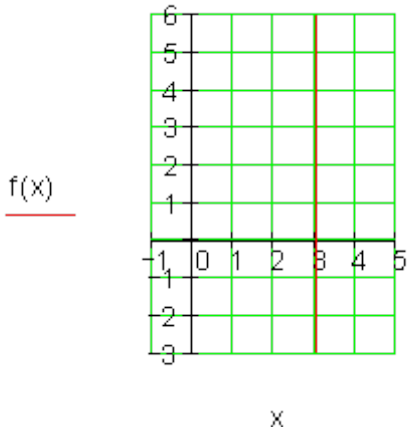
پ - $45^0 \triangleq a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x + a_0$

$P(4{,}5|2{,}7):\quad f(4{,}5) = 4{,}5 + a_0 = 2{,}7 \Rightarrow a_0 = -1{,}8 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x - 1{,}8}}$

ت - موازي و $h(x) = 2x + 2 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$ ته

پنځم –

الف-

$P(3\|-1) \in g$ کرښه له y محور سره موازي څغلي او مساوات x = 3 لري. په دې ځای کې دا تابع نه ده، ځکه چې د x ارزښت3 لپاره ناپای زیات دy ارزښتونه شته دی.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب -

$P(3,5 \mid 2,5) \in g$

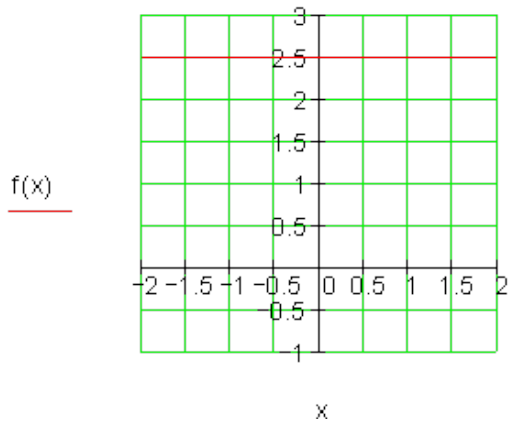
کرښه د محور سره غبرګه ځغلي او لاندې

مساوات لري:

f(x) = 2,5

دا دلته تابع ده، ځکه چې هر x ارزښت

پورې يو د y ازښت اړه لري.



پ -

$h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

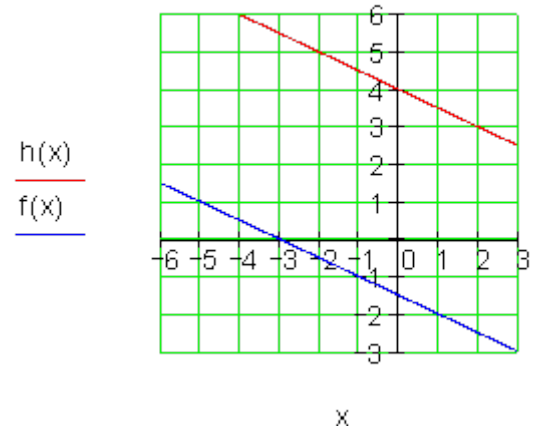
غبرګه و ته

$\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$

$P(-5 \mid 1)$:

$\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$

$\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

غبرګ وکرښې h(x) ته دا معنا لري، چې

له P1 اوP2 ټکو تېرېږي، دا معنا لري،

چې له $P_1(-2|-3)$ او $P_1\left(\frac{3}{2}|-5\right)$

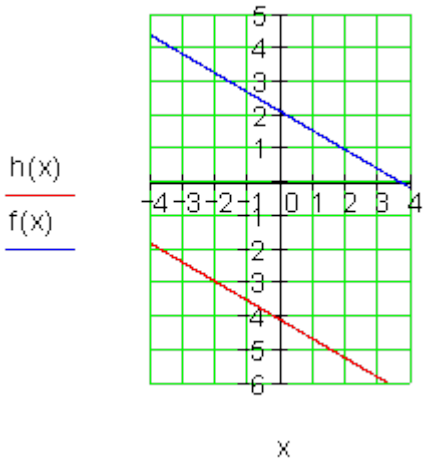
جګوالی a1شمېرل کېدی شي.

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)}=-\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+a_0$$

$$P\left(1|\frac{3}{2}\right):\Rightarrow f(1)=-\frac{4}{7}\cdot 1+a_0=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a_0=\frac{19}{14}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{7}x+\frac{19}{14}$$



پوښتنې

کرښیز مساوات VI

لومړی –

د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه و کاږئ او د ارزښت سټ یا – ډېرئ W و ټاکئ

الف- $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ـ $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

پ ـ $f(x)=\frac{3}{4}x-3;\ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

ت ـ $f(x)=3x-6;\ D=\{x|-1\le x\le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم –

ټکی P_1 او P_2 ورکړ شوي، چې په کرښه پراته دي. د f (x) تابعمساوات پیدا کړی او ګراف یې وکاږی

الف- $P_1(3\mid 4);\ P_2(7\mid -1);\ D=\{x|0\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ب ـ $P_1(-8\mid 1);\ P_2(2\mid -3);\ D=\{x|-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

پ ـ $P_1(4\mid 3);\ P_2(-7\mid -1);\ D=\{x|-7\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت ـ $P_1(-4\mid -4);\ P_2(4\mid 2);\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

دریم –

د لاندې مساواتو حلسټ یا حلډېرې پیداکړی. مساوات چې کسری راشنل ترمونه ولري، باید د هغو تعریفورشو هم ورکړل شي.

الف- $x-5=9$ ب ـ $8+x=25$ پ ـ $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت ـ $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ ـ $88=4x-16$ ث ـ $a+bx=3b+a$ ج ـ $8-(x+5)=2$

چ ـ $9+(5-x)=6$ ح = $(x-6)(x+3)=(x-5)(x-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $(x+3)(x+7)=(x+2)(x+9)$ څ - $\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x$

ځ - $\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$ د - $\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$ ډ - $\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$

ذ- $23a-\{5ax-[9ax+(12a-6ax)]-(3a-8ax)\}-15a=5ax-7a$

څلورم:د لاندې توابعو د محورونو سره د تقاطع ټکي هم پیدا کړی.

الف- $f(x)=2x-7$ ب - $f(x)=-2x+6$ پ - $f(x)=3x-3$

ت - $f(x)=2x+\frac{2}{3}$ ټ - $f(x)=\frac{3}{4}x+2$ ث - $f(x)=-\frac{3}{4}x+\frac{4}{5}$

ج - $f(x)=3,5x+\frac{1}{2}$ چ – $f(x)=-2,5x+2\frac{1}{2}$ ح - $f(x)=1\frac{3}{4}x-3\frac{2}{3}$

پنځم: د یوې کرښې دوه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي د لاندې توابعو له I تر IV لپاروه وټاکی:

I. $P_1(3\mid 4);P_2(7\mid -1);D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$

II. $P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3);D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

III. $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1);D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

IV. $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4);D=\{x\mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

الف- د جګیدنې ضریب.m

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب - د کرښې تابعمساوات پ - دy محور سره د تقاطع ټکی P_y

ت - د تقاطع ټکی P_y د x محور سره ټ - پهW باندې ارزښتېږی .W

ث - په D کې د تابع ګراف

شپږم: لاندې مساواتسیستمونه حل کړی:

الف- $\begin{cases} 5y-3x=1 \\ x=y+1 \end{cases}$ ب - $\begin{cases} 4x+5y=32 \\ y=5x-11 \end{cases}$ پ - $\begin{cases} 15y-4x=-50 \\ x=y+7 \end{cases}$

ت - $\begin{cases} 3x=y+15 \\ 2y-10=2x \end{cases}$ ټ - $\begin{cases} 2y=2x-40 \\ 3x=10-2y \end{cases}$ ث - $\begin{cases} x+y=a+b \\ x-y=a-b \end{cases}$

حلونه

لاینیز توابع VI

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجه. (د ګراف لپاره ،، مفصل حل،، وګوری)

لومړی:

الف - $f(x)=-2x+2;\ D=\{x|-3\le x\le 5\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\{y|-8\le y\le 8\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{3}{4};\ D=\{x|-4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{11}{4}\le y\le\frac{5}{4}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x)=\frac{3}{4}x-3\ \ D=\{x|-2\le x\le 6\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W=\left\{y\left|-\frac{9}{2}\le y\le\frac{3}{2}\right.\right\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = 3x - 6 ; D = \{x | -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}} \Rightarrow W = \{y | -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$

دویم:(د گراف لپاره ،، مفصل حل،، وگوری)

الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

ب - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

ت - $P_1(-4 \mid -4); P_2(4 \mid 2) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

دریم:

الف - $x - 5 = 9 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ ب - $8 + x = 25 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$ پ - $x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{17}{12}}}$

ت - $\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{8}{9}}}$ ټ - $88 = 4x - 16 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$

ث- $a + bx = 3b + a \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ ج – $8 - (x + 5) = 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

چ - $9 + (5 - x) = 6 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$ ح - $(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$

خ - $(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$ څ -

$$\frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x}$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^*$$

د ـ
$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a}$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{1}{c}}}\ \text{mit } c\neq 0$$
$$D=\mathbb{R};\ a\neq 0;\ b\neq 0;\ c\neq 0$$

ډ ـ
$$\frac{x}{a-b}+\frac{x}{a+b}=a$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=\frac{a^2-b^2}{2}}}$$
$$D=\mathbb{R};\ a-b\neq 0;\ a+b\neq 0$$

ذ-
$$23a-\left\{5ax-\left[9ax+(12a-6ax)\right]-(3a-8ax)\right\}-15a=5ax-7a \Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

څلورم:

الف ـ $f(x)=2x-7 \Rightarrow P_y(0\mid -7);\ P_x\left(\frac{7}{2}\middle|0\right)$

ب ـ $f(x)=-2x+6 \Rightarrow P_y(0\mid 6);\ P_x(3\mid 0)$

پ ـ $f(x)=3x-3 \Rightarrow P_y(0\mid -3);\ P_x(1\mid 0)$

ت ـ $f(x)=2x+\frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0\middle|\frac{2}{3}\right);\ P_x\left(-\frac{1}{3}\middle|0\right)$

ټ ـ $f(x)=\frac{3}{4}x+2 \Rightarrow P_y(0\mid 2);\ P_x\left(-\frac{8}{3}\middle|0\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right); P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج - $$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ - $$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_x(1 \mid 0)$$

ح - $$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right); P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم: نتیجه الف - $P_1(3 \mid 4); P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$ ب - $f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$

پ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{31}{4}\right)$$

ت – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4} \Rightarrow P_x\left(\frac{31}{5} \,\middle|\, 0\right)$$

ټ – $$f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$
$$D = \{x \mid -2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{9}{4} \le y \le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګوری

پنځم: نتیجه II

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3) \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$ ب - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

پ - $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{11}{5}\right)$

ت – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} \Rightarrow P_x\left(-\frac{11}{2} \mid 0\right)$

ټ – $f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل ګوری

پنځم: نتیجه III

الف - $P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$ ب - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

پ - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{17}{11}\right)$ ت - $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11} \Rightarrow P_x\left(-\frac{17}{4} \mid 0\right)$

ټ – $f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow W = \left\{y \mid -\frac{15}{11} \le y \le 3\right\}_{\mathbb{R}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګوری

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: نتیجهIV

الف - $P_1(4 \mid 2); P_2(-4 \mid -4) \Rightarrow a_1 = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

ب - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

پ - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$

ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3} \mid 0\right)}}$

ث- د ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

$$f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$
$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$$

ج - $\underline{\underline{\Rightarrow W = \{y \mid -4 \le y \le 2\}_{\mathbb{R}}}}$

شپږم: نتیجه

الف - $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 5y - 3x = 1 \\ \mathrm{II} & x = y + 1 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 2)\}}}$

ب - $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 4x + 5y = 32 \\ \mathrm{II} & y = 5x - 11 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(3 \mid 4)\}}}$

پ - $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 15y - 4x = -50 \\ \mathrm{II} & x = y + 7 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(5 \mid -2)\}}}$

ت - $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 3x = y + 15 \\ \mathrm{II} & 2y - 10 = 2x \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid 15)\}}}$

ج - $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 2y = 2x - 40 \\ \mathrm{II} & 3x = 10 - 2y \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(10 \mid -10)\}}}$

ث- $\begin{array}{ll} \mathrm{I} & x + y = a + b \\ \mathrm{II} & x - y = a - b \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{(a \mid b)\}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

لومړی:

الف-

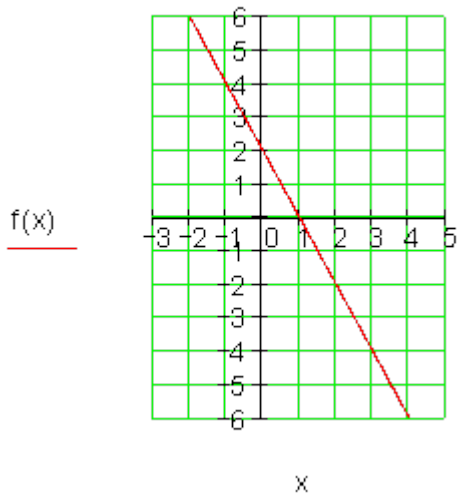
$$f(x) = -2x + 2$$

$$D = \{x \mid -3 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-3) = -2 \cdot (-3) + 2 = 8$$

$$f(5) = -2 \cdot 5 + 2 = -8$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -8 \le y \le 8\}_{\mathbb{R}}$$



ب-

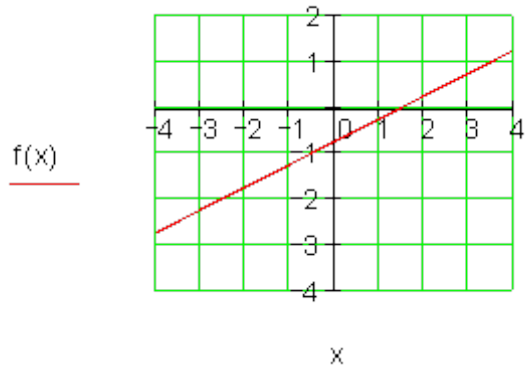
$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$$

$$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4) - \frac{3}{4} = -\frac{11}{4}$$

$$f(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{11}{4} \le y \le \frac{5}{4}\right\}_{\mathbb{R}}$$



پ-

(c) ketabton.com: The Digital Library

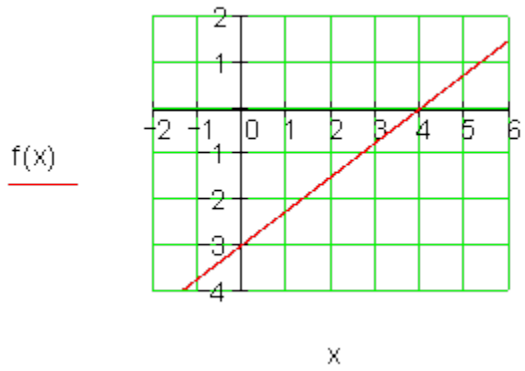
$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$D = \{x \mid -2 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2) - 3 = -\frac{9}{2}$$

$$f(6) = \frac{3}{4}\cdot 6 - 3 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow W = \left\{y \,\middle|\, -\frac{9}{2} \le y \le \frac{3}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$$



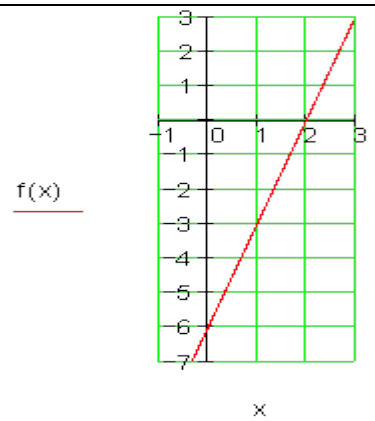
$$f(x) = 3x - 6$$

$$D = \{x \mid -1 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-1) = 3\cdot(-1) - 6 = -9$$

$$f(3) = 3\cdot 3 - 6 = 3$$

$$\Rightarrow W = \{y \mid -9 \le y \le 3\}_{\mathbb{R}}$$



ت-

دوی: الف-

$$P_1(3 \mid 4);\ P_2(7 \mid -1)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$$

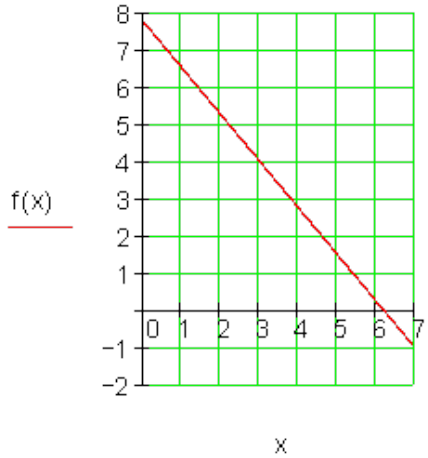
$$f(x) = a_1x + a_0$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3 \mid 4) \Rightarrow f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3 + a_0 = 4 \mid +\frac{15}{4}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}$$

ب-

$P_1(-8 \mid 1); P_2(2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

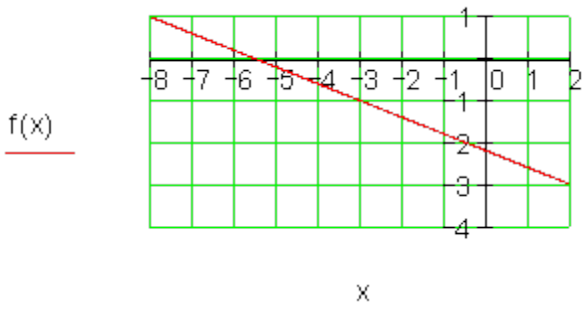
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

$P_1(2 \mid -3) \Rightarrow f(2) = -3$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid +\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$



کرښیز ي توابع د ورکړشوو شرایطو سره

پ-

$P_1(4 \mid 3); P_2(-7 \mid -1)$

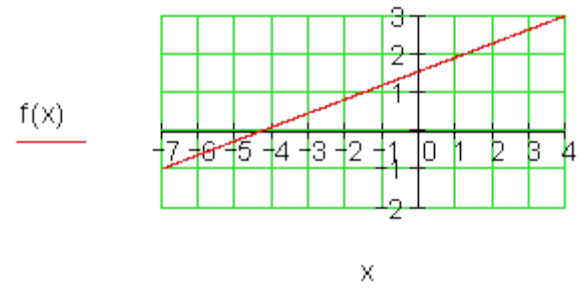
$D = \{x \mid -7 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$P_1(4 \mid 3) \Rightarrow f(4) = 3$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}$$

ت-

$P_1(-4 \mid -4)\,;\,P_2(4 \mid 2)$

$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$f(x) = a_1 x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-4)}{4-(-4)} = \frac{3}{4}$$

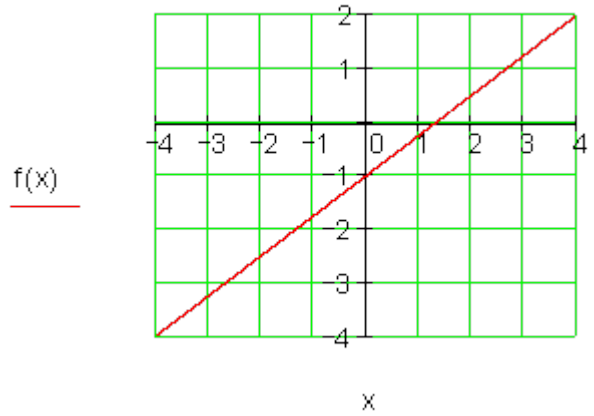
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$P_1(4 \mid 2) \Rightarrow f(4) = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x - 1$$



دریم: الف - $x - 5 = 9 \mid +5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 14}}$ ب - $8 + x = 25 \mid -8 \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 17}}$

پ -

$$x - \frac{2}{3} = \frac{3}{4} \mid +\frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad HN = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{12} + \frac{8}{12}$$

$$\Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{17}{12}}}$$

ت -

$$\frac{5}{9} = x - \frac{1}{3} \mid +\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{9} + \frac{1}{3} = x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{1}{3} \quad HN = 9$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{9} + \frac{3}{9} \Leftrightarrow x = \underline{\underline{\frac{8}{9}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

$$88 = 4x - 16 \mid +16$$
$$\Leftrightarrow 104 = 4x \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow 26 = x \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 26}}$$

ث-

$$a + bx = 3b + a \mid -a$$
$$\Leftrightarrow bx = 3b \mid : b$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

ج -

$$8 - (x + 5) = 2$$
$$\Leftrightarrow 8 - x - 5 = 2$$
$$\Leftrightarrow 3 - x = 2 \mid -3$$
$$\Leftrightarrow -x = -1 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 1}}$$

چ -

$$9 + (5 - x) = 6$$
$$\Leftrightarrow 9 + 5 - x = 6$$
$$\Leftrightarrow 14 - x = 6 \mid -14$$
$$\Leftrightarrow -x = -8 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 8}}$$

ح -

$$(x - 6)(x + 3) = (x - 5)(x - 2)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 6x - 18 = x^2 - 2x - 5x + 10$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = x^2 - 7x + 10 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow -3x - 18 = -7x + 10 \mid +7x$$
$$\Leftrightarrow 4x - 18 = 10 \mid +18$$
$$\Leftrightarrow 4x = 28 \mid : 4$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 7}}$$

خ -

$$(x + 3)(x + 7) = (x + 2)(x + 9)$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 7x + 3x + 21 = x^2 + 9x + 2x + 18$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 10x + 21 = x^2 + 11x + 18 \mid -x^2$$
$$\Leftrightarrow 10x + 21 = 11x + 18 \mid -11x$$
$$\Leftrightarrow -x + 21 = 18 \mid -21$$
$$\Leftrightarrow -x = -3 \mid \cdot (-1)$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = 3}}$$

څ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{x}{4}+\frac{5x}{6}+\frac{5}{6}=\frac{x}{2}+x \quad HN=12$$
$$\Leftrightarrow \frac{3x}{12}+\frac{10x}{12}+\frac{10}{12}=\frac{6x}{12}+\frac{12x}{12} \mid \cdot 12$$
$$\Leftrightarrow 3x+10x+10=6x+12x$$
$$\Leftrightarrow 13x+10=18x \mid -18x$$
$$\Leftrightarrow -5x+10=0 \mid -10$$
$$\Leftrightarrow -5x=-10 \mid :5$$
$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$$

ځ –

$$\frac{3}{2x}+\frac{2}{3x}=\frac{1}{9}+\frac{7}{3x} \quad HN=18x$$
$$\Leftrightarrow \frac{27}{18x}+\frac{12}{18x}=\frac{2x}{18x}+\frac{42}{18x} \mid \cdot 18x$$
$$\Leftrightarrow 27+12=2x+42$$
$$\Leftrightarrow 2x+42=27+12 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 2x=-3 \mid :2$$
$$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2};\ D=\mathbb{R}^*$$

د –

$$\frac{ax}{b}-\frac{b}{ac}=\frac{a}{bc}-\frac{bx}{a} \quad HN=abc$$
$$\Leftrightarrow \frac{a^2cx}{abc}-\frac{b^2}{abc}=\frac{a^2}{abc}-\frac{b^2cx}{abc} \mid \cdot abc$$
$$\Leftrightarrow a^2cx-b^2=a^2-b^2cx \mid +b^2cx$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx-b^2=a^2 \mid +b^2$$
$$\Leftrightarrow a^2cx+b^2cx=a^2+b^2$$
$$\Leftrightarrow cx\left(a^2+b^2\right)=a^2+b^2 \mid :\left(a^2+b^2\right)$$
$$\Leftrightarrow cx=1 \mid c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$ د $c \neq 0$ سره

$D = \mathbb{R}\,;\, a \neq 0\,;\, b \neq 0\,;\, c \neq 0$

د –

$$\frac{x}{a-b} + \frac{x}{a+b} = a \quad HN = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(a+b)}{a^2-b^2} + \frac{x(a-b)}{a^2-b^2} = \frac{a(a^2-b^2)}{a^2-b^2} \,|\cdot (a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b) + x(a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x[(a+b)+(a-b)] = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x(a+b+a-b) = a(a^2-b^2)$$

$$\Leftrightarrow x \cdot 2a = a(a^2-b^2) \,|:2a$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x = \frac{a^2-b^2}{2}}}$$

$$D = \mathbb{R}\,;\, a-b \neq 0\,;\, a+b \neq 0$$

ذ -

$$23a - \{5ax - [9ax + (12a - 6ax)] - (3a - 8ax)\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - [9ax + 12a - 6ax] - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{5ax - 9ax - 12a + 6ax - 3a + 8ax\} - 15a = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - \{10ax - 15a\} - 15a = 5ax - 7a \Leftrightarrow 23a - 10ax + \cancel{15a} - \cancel{15a} = 5ax - 7a$$

$$\Leftrightarrow 23a - 10ax = 5ax - 7a \,|-5ax \Leftrightarrow 23a - 15ax = -7a \,|-23a$$

$$\Leftrightarrow -15ax = -30a \,|:(-15a) \Leftrightarrow \underline{\underline{x = 2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

الف –

$$f(x) = 2x - 7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7 = 0 \mid +7 \Leftrightarrow 2x = 7 \mid : 2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow P_x\left(\frac{7}{2} \,\middle|\, 0\right)$$

ب –

$$f(x) = -2x + 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 6 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow -2x = -6 \mid : (-2) \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow P_x(3 \mid 0)$$

پ –

$$f(x) = 3x - 3 \Rightarrow P_y(0 \mid -3)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow 3x = 3 \mid : 3 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \mid 0)$$

ت –

$$f(x) = 2x + \frac{2}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{2}{3}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{2}{3} = 0 \mid -\frac{2}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{2}{3} \mid : 2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

ټ –

$$f(x) = \frac{3}{4}x + 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 2 = 0 \mid -2 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x = -2 \mid \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{8}{3} \Rightarrow P_x\left(-\frac{8}{3} \,\middle|\, 0\right)$$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{4}{5}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x + \frac{4}{5} = 0 \,|\, -\frac{4}{5} \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x = -\frac{4}{5} \,|\, \cdot\left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{16}{15} \Rightarrow P_x\left(\frac{16}{15} \,\middle|\, 0\right)$$

ج –

$$f(x) = \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \,|\, -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7}{2}x = -\frac{1}{2} \,|\, \cdot\frac{2}{7} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7} \Rightarrow P_x\left(-\frac{1}{7} \,\middle|\, 0\right)$$

چ -

$$f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 0 \,|\, -\frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{5}{2}x = -\frac{5}{2} \,|\, \cdot\left(-\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow P_x(1 \mid 0)$$

ح –

$$f(x) = \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{11}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{7}{4}x - \frac{11}{3} = 0 \,|\, +\frac{11}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{11}{3} \,|\, \cdot\frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{44}{21} \Rightarrow P_x\left(\frac{44}{21} \,\middle|\, 0\right)$$

پنځم : مفصل حل

الف –

$$P_1(3 \mid 4);\, P_2(7 \mid -1) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = \underline{\underline{-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{5}{4}$ سره له (a لرو $f(x)=-\frac{5}{4}x+a_0$

$$P_1(3\mid 4)\Rightarrow f(3)=4\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 3+a_0=4\mid +\frac{15}{4}\Leftrightarrow a_0=\frac{31}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}}}$$

پ – $$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,\middle|\,\frac{31}{4}\right)}}$$

ت –

$$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}=0\mid -\frac{31}{4}\Leftrightarrow -\frac{5}{4}x=-\frac{31}{4}\mid\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{31}{5}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{31}{5}\,\middle|\,0\right)}}$$

ټ –

$$f(x)=-\frac{5}{4}x+\frac{31}{4}$$

$$D=\{x\mid -2\le x\le 8\}_{\mathbb{R}}$$

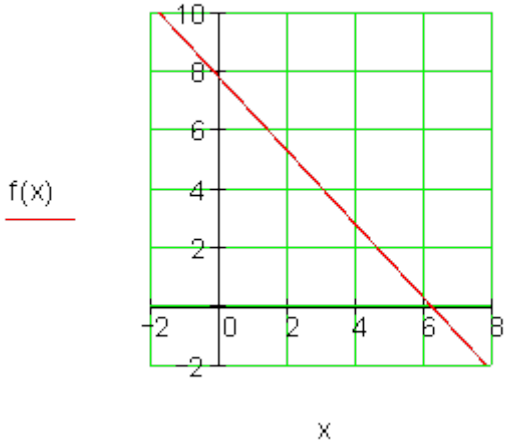
$$f(-2)=-\frac{5}{4}\cdot(-2)+\frac{31}{4}=\frac{41}{4}$$

$$f(7)=-\frac{5}{4}\cdot 8+\frac{31}{4}=-\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W=\left\{y\mid -\frac{9}{4}\le y\le \frac{41}{4}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-



پنځم II:مفصل حل

الف –

$$P_1(-8\mid 1);P_2(2\mid -3)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{2-(-8)}=\frac{-4}{10}=\underline{\underline{-\frac{2}{5}}}$$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=-\frac{2}{5}$ سره له a) دی $f(x)=-\frac{2}{5}x+a_0$

$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

پ –

$$f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\mid -\frac{11}{5}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5} = 0 \mid +\frac{11}{5}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5}x = \frac{11}{5} \mid \cdot\left(-\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{11}{2} \,\middle|\, 0\right)}}$$

$$f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$$

$$D = \{x \mid -8 \le x \le 2\}_{\mathbb{R}}$$

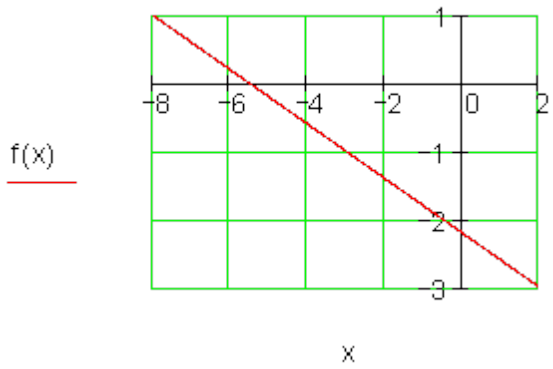
$$f(-8) = -\frac{2}{5}\cdot(-8) - \frac{11}{5} = 1$$

$$f(2) = -\frac{2}{5}\cdot 2 - \frac{11}{5} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W = \{y \mid -3 \le y \le 1\}_{\mathbb{R}}}}$$

پ -

ث-



پنځم III: مفصل حل

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P_1(4\mid 3);P_2(-7\mid -1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{-7-4}=\frac{-4}{-11}=\underline{\underline{\frac{4}{11}}}$

ب – $f(x)=a_1x+a_0$ د $a_1=\frac{4}{11}$ سره له (a څخه لرو: $f(x)=\frac{4}{11}x+a_0$

$$P_1(4\mid 3)\Rightarrow f(4)=3\Leftrightarrow \frac{4}{11}\cdot 4+a_0=3\mid -\frac{16}{11}\Leftrightarrow a_0=\frac{17}{11}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}}}$$

پ – $f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,\middle|\,\frac{17}{11}\right)}}$

ت –

$$P_2(2\mid -3)\Rightarrow f(2)=-3\Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3\mid +\frac{4}{5}\Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

ټ –

$$f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{4}{11}x+\frac{17}{11}=0\mid -\frac{17}{11}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11}x=-\frac{17}{11}\mid \cdot\frac{11}{4}\Leftrightarrow x=-\frac{17}{4}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{17}{4}\,\middle|\,0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=\frac{4}{11}x+\frac{17}{11}$$

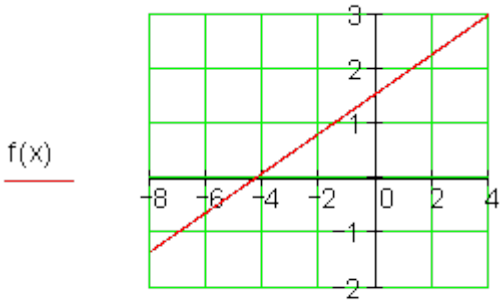
$$D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(-8)=\frac{4}{11}\cdot(-8)+\frac{17}{11}=-\frac{15}{11}$$

$$f(4)=\frac{4}{11}\cdot 4+\frac{17}{11}=3$$

$$\Rightarrow W=\left\{y\mid -\frac{15}{11}\le y\le 3\right\}_{\mathbb{R}}$$



ث- x

پنځم IV : مفصل حل

الف - $P_1(4\mid 2);P_2(-4\mid -4)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{-4-4}=\frac{-6}{-8}=\frac{3}{4}$

ب -

$f(x)=a_1x+a_0$ م د $a_1=\frac{3}{4}$ سره له a څخه لرو: $f(x)=\frac{3}{4}x+a_0$

$$P_1(4\mid 2)\Rightarrow f(4)=2\Leftrightarrow \frac{3}{4}\cdot 4+a_0=2\mid -3\Leftrightarrow a_0=-1$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – $f(x)=\frac{3}{4}x-1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\mid -1)}}$

ت –

$$f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x-1=0 \mid +1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x=1 \mid \cdot\frac{4}{3} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0\right)}}$$

$$P_2(2\mid -3) \Rightarrow f(2)=-3 \Leftrightarrow -\frac{2}{5}\cdot 2+a_0=-3 \mid +\frac{4}{5} \Leftrightarrow a_0=-\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{5}x-\frac{11}{5}}}$$

ث-

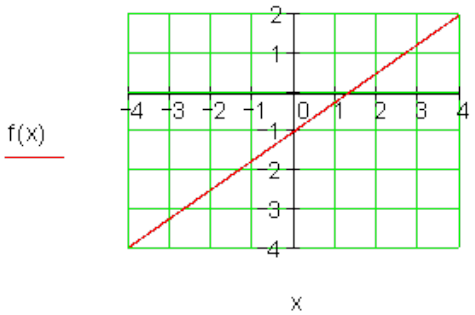
$$f(x)=\frac{3}{4}x-1$$

$$D=\{x \mid -4\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(-4)=\frac{3}{4}\cdot(-4)-1=-4$$

$$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-1=2$$

ت - $\Rightarrow \underline{\underline{W=\{y \mid -4\le y\le 2\}_{\mathbb{R}}}}$



شپږم: مفصل حل

الف- $\mathrm{I}\quad 5y-3x=1$ $\mathrm{II}\quad x=y+1$ x له II پیدا او په I کې ځای په ځای کړی	ب- $\mathrm{I}\quad 4x+5y=32$ $\mathrm{II}\quad y=5x-11$ y له II پید او په I کې ځای په ځای کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$5y-3(y+1)=1$ $\Leftrightarrow 5y-3y-3=1 \mid +3$ $\Leftrightarrow 2y=4 \mid :2 \Leftrightarrow \underline{y=2}$ په IIکي ځای په ځای کړی: $x=2+1 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 2)\}}}$	$4x+5(5x-11)=32$ $\Leftrightarrow 4x+25x-55=32 \mid +55$ $\Leftrightarrow 29x=87 \mid :29 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=3}}$ په IIکي ځایی په ځای کړی $y=5\cdot 3-11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=4}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(3 \mid 4)\}}}$
پ- $\mathrm{I} \quad 15y-4x=-50$ $\mathrm{II} \quad x=y+7$ x له II پیدا او په I کي ځاپه ځای کړی $15y-4(y+7)=-50$ $\Leftrightarrow 15y-4y-28=-50 \mid +28$ $\Leftrightarrow 11y=-22 \mid :11 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-2}}$ په IIکي ځای په ځای کړی: $x=-2+7 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=5}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(5 \mid -2)\}}}$	ت- $\mathrm{I} \quad 3x=y+15$ $\mathrm{II} \quad 2y-10=2x$ yله I پیداکړی او په II کي یې کیږدی $3x=y+15 \mid -15 \Leftrightarrow 3x-15=y \ (1)$ په IIکي یې کیږدی $2(3x-15)-10=2x$ $\Leftrightarrow 6x-30-10=2x \mid -2x$ $\Leftrightarrow 4x-40=0 \mid +40$ $\Leftrightarrow 4x=40 \mid :4 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1)کي یې کیږدی $y=3\cdot 10-15 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=15}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid 15)\}}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث-	ت-
$\begin{array}{ll} \mathrm{I} & x+y=a+b \\ \mathrm{II} & x-y=a-b \quad \mathrm{II}+\mathrm{I} \\ \hline & 2x=2a \mid :2 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=a}} \end{array}$	$\begin{array}{ll} \mathrm{I} & 2y=2x-40 \\ \mathrm{II} & 3x=10-2y \end{array}$
په اکي ځای په ځای کړی:	په IIکي ځای په ځای کړی:
$a+y=a+b \mid -a$ $\Leftrightarrow y=b$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(a \mid b)\}}}$	$2y=2x-40 \mid :2 \Leftrightarrow y=x-20 \ (1)$ $3x=10-2(x-20)$ $\Leftrightarrow 3x=10-2x+40 \mid +2x$ $\Leftrightarrow 5x=50 \mid :5 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=10}}$ په (1) کي یي کیږدی $y=10-20 \Leftrightarrow \underline{\underline{y=-10}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\{(10 \mid -10)\}}}$

پوښتني

کرښیز مساوات IX

لومړی:کرښه g له ټکو P1(4;-3,5) او P2(2,5;-1) تیرېږي.

کرښه h له ټکو $P_3(5 \mid 2,5)$ او $P_4\left(\frac{3}{2} \mid \frac{25}{3}\right)$ تیرېږي.

ګرښي یو بل ته څه موقعیت لري یا څنګه پرتي دي؟

دویم:د f(x) کرښیزې تابع د تابع ترم او ارزښتساحه(ارزښتورشو) و ټاکی، که صدق ولري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f(0) = 20 ; f(12) = 32 ; x > 0$ ب- $f(-3) = 6 ; f(2) = -8 ; x \in [-3 ; 3]$

دریم:

د f(x)کرښیزې تابع ګراف په 3 LE اوږدوالی واحده کیڼ لور

ته خوزیږي. د راکښل شوې کرښې د f*(x) مساوات څنګه دي؟

$$f(x) = \frac{5}{3}x - 2 \quad D = \mathbb{R}$$

څلورم: د f(x) او g(x) توابع ورکړ شوې دي. د کوم ارزښت لپاره f(x) > g(x) صدق کوي؟

$$f(x) = 2x - 3 \quad : \quad g(x) = -0,5x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

پنځم: یوه g(x)کرښه ورکړ شوې.. دا د یوې کرښې h(x) له خوا قطع کیږي. د h(x)مساوات وټاکی، که باور ولري: $g(x) = -3x + 2$

الف- قاطع یا غوڅی دx محور سره . ب - قاطع(غوڅی) په x = -5 کې

شپږم:

یوه د پیل کرښه د $a_1 = -0,125$ جګوالي سره و داسی کښول کیږي. چې کرښه h د مساوات سره دx په محور قطع کوي. راکښنه تشریح کړئ او د راکښل شوې کرښې ګراف و کاږئ.	$h(x) = -1,5(x - 2)$ ؛

اوم: یوه f(x)کرښیزه تابع ورکړ شوې. کرښه د x = u مساوات سره د f(x) ګراف په P کې قطع کوي او د x محور په Q کې قطع کوي. یوه سکیچې ترتیب کړئ.

الف- د P او Q کواوردینات وټاکی، که f (x) = 0,75x + 2 وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د u د کوم ارزښت لپاره P د x محور پورته لور ته پرته ده.

ت- P(u | f(u)) په 1 څلورۍ یا ربع کې پروت دی.Q ,(0 | 0) R او P د یوه مثلث رآسونه (ککرۍ ټکي)جوړوي. د دې مثلث د مساحت A لپاره ترم وټاکی. u (محیط) داسې وټاکی، چې A(u) = 10 صدق وکړي.

اتم: د g کرښې ته موازي او عمود مساوات داسې وټاکی، چې له P ټکي تیر شي.

الف- $g: x+2-3y=0\,;P(0\,|\,3)$ ب- $g(x)=\frac{2}{3}x-3\,;P(1\,|\,4)$

پ - $g(x)=-1{,}5kx\,;P(1\,|\,0)$

نهم: کرښه g له ټکو P_1 او P_2 تیرېږي. د h کرښې ته یې ځای مطالعه کړۍ او د امکان په حالت کې یې د قاطع ټکی معلوم کړی.

$P_1(-1\,|\,1{,}5)\,;P_2(-2\,|\,-2{,}5)$ $h:\ -x-6-4y=0$

لسم: و ښایی: کرښه g او کرښه h عمود دي.

$g:\ y-\sqrt{2}x=1$ $h:-2y-\sqrt{2}x+6=0$

$g(x)=-3x+2$

یولسم:

د A, B او C ټکي د یوه مثلث د رآس ټکي دي. د k > 0 د کوم ارزښت لپاره دا مثلث قایم الزاویه (ولاړګوډیز) دی؟ (ښی رآس په C پروت دی)	$A\left(\sqrt{3k}\,\middle\|\,\frac{k}{3}\right);B\left(-\sqrt{3k}\,\middle\|\,\frac{k}{3}\right);C(0\,\|\,k)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه:

کرښيز ې توابع IX

لومړی:

$$g(x): P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right); P_2\left(\frac{5}{2}\,|\,-1\right) \quad h(x): P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right); P_4\left(\frac{3}{2}\,|\,\frac{25}{3}\right)$$

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\left(-\frac{7}{2}\right)}{\frac{5}{2}-4} = \frac{-\frac{2}{2}+\frac{7}{2}}{\frac{5}{2}-\frac{8}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{5\cdot 2}{3\cdot 2} = -\frac{5}{3} \Rightarrow g(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0g}$$

$$P_1\left(4\,|\,-\frac{7}{2}\right): \quad g(4) = -\frac{5}{3}\cdot 4 + a_{0g} = -\frac{7}{2} \Rightarrow a_{0g} = \frac{19}{6} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{19}{6}}}$$

$$a_{1h} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{\frac{25}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{3}{2}-5} = \frac{\frac{50}{6}-\frac{15}{6}}{\frac{3}{2}-\frac{10}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{-\frac{7}{2}} = -\frac{35\cdot 2}{7\cdot 6} = -\frac{5}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{5}{3}x + a_{0h}$$

$$P_3\left(5\,|\,\frac{5}{2}\right): \quad h(5) = -\frac{5}{3}\cdot 5 + a_{0h} = \frac{5}{2} \Rightarrow a_{0h} = \frac{65}{6} \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{65}{6}}}$$

دويم: کرښې g(x) او h(x) موازي دي مګر توپير لري.

الف-

$$f(0) = 20 \Rightarrow P_1(0\,|\,20) \Rightarrow a_0 = 20;\ f(12) = 32 \Rightarrow P_2(12\,|\,32)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{32-20}{12-0} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x + 20}}$$

د $x > 0$ لپاره ارزښتست(يا ارزښتدپړی) $\underline{\underline{W_f = \{y \mid 20 < y < \infty\}_{\mathbb{R}}}}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(-3)=6 \Rightarrow P_1(-3\,|\,6);\ f(2)=-8 \Rightarrow P_2(2\,|\,-8);\ x\in[-3;3]$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-8-6}{2-(-3)}=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{14}{5}x+a_0$$

$$P_2(2\,|\,-8):\quad f(2)=-\frac{14}{5}\cdot 2+a_0=-8\Rightarrow a_0=-\frac{5}{12}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{14}{5}x-\frac{5}{12}}}$$

د انتروال عددونو د ځای پر ځای کولو سره ارزښتست:

$$f(-3)=-\frac{14}{5}\cdot(-3)-\frac{5}{12}=6\quad;\quad f(3)=-\frac{14}{5}\cdot(3)-\frac{5}{12}=-\frac{54}{5}=-10{,}8$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{W_f=\{y\,|\,-10{,}8\le y\le 6\}_{\mathbb{R}}}}$$

دریم:

دx راکښنه د کیڼي لور ته په 3کرښیز واحدونو په دې معنا دی:(x+3)

$$f(x)=\frac{5}{3}x-2\Rightarrow f^*(x)=\frac{5}{3}(x+3)-2=\underline{\underline{\frac{5}{3}x+3}}$$

څلورم:

$$f(x)=2x-3\quad:\quad g(x)=-0{,}5x+1\quad x\in\mathbb{R}\quad f(x)>g(x)$$

$$\Rightarrow 2x-3>-0{,}5x+1\,|+0{,}5x\Leftrightarrow 2{,}5x-3>1\,|+3\Leftrightarrow 2{,}5x>4\,|:2{,}5\Leftrightarrow \underline{\underline{x>1{,}6}}$$

د x > 16 لپاره صدق کوي f(x) > g(x)، دا په دې معنا چې f(x)د g(x) پورته لور ته ځغلي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- $g(x) = -3x + 2$

صفرځایونه: $g(x_1) = -3x_1 + 2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{2}{3}$

کرښه له ټکي: $f(x) = a_1x$

د $x_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow f^*(x) = a_1\left(x - \frac{2}{3}\right)$ په اندازه راکښلي: ټولي کرښي له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ تیرېږي.

د a1 = 1 لپاره د بیلګي په توږه صدق کوی: $g(x) = x - \frac{2}{3}$ له $P\left(\frac{2}{3}|0\right)$ هم تیرېږ.ي.

ب- g(x) = -3x + 2 دx = -5 سره ِغوڅوي

د قطع کیدو ټکی: g(5) = -3.(-5)+2 = 17 => P(-5;17)

کرښه له صفرټکي : f(x) = a1x

راکښنه په x = -5 او y = 17 له دې لاس ته راځي: f'(x) = a1(x+5) + 17

ټولي کرښي له تیرېږي.

د بیلګي په توګه د a1 = 1 لپاره صدق کوي: g(x) = x + 22

له ټکي P(-5;17) ilتیرېږي

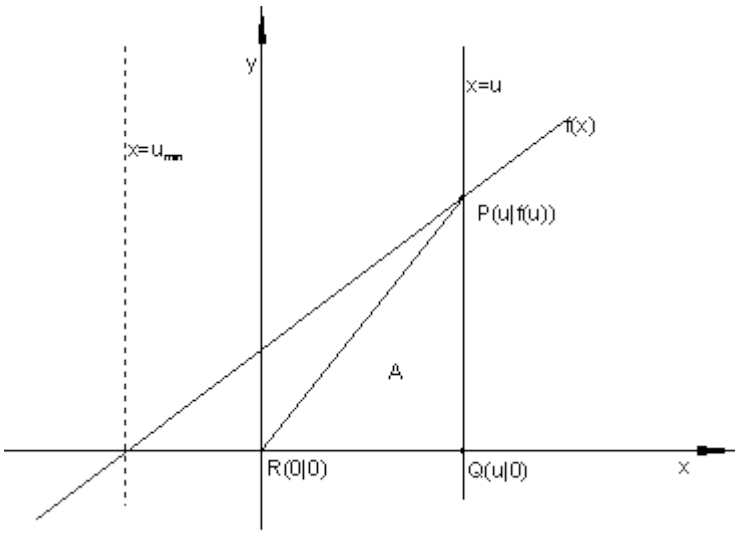
شپږم: f(x) = -(1/8)x د h(x) = -15(x-2) صفرځای x1 = 2 دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

f(x) د x1 = 2 په اندازه راکښل کیږي

$$\Rightarrow f^{*}(x) = -\frac{1}{8}(x-2) = \underline{\underline{-\frac{1}{8}x + \frac{1}{4}}}$$

اوم:



الف- Q(u;0) د f(x) قاطع د x = u سره : $f(u) = \frac{3}{4}u + 2$ $\underline{\underline{P(u \mid f(u))}}$:

ب- شرط: د f(u) > 0 لپاره

$$\Rightarrow \frac{3}{4}u + 2 > 0 \Rightarrow u > -\frac{8}{3}$$

د دې لپاره P دx محور پورته لور ته پرته ده.

پ- د مثلث سطحه: $A = \frac{1}{2}g \cdot h = \frac{1}{2}u \cdot f(u) = \frac{1}{2}u \cdot \left(\frac{3}{4}u + 2\right) = \frac{3}{8}u^2 + u$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow A(u) = \frac{3}{8}u^2 + u$$

$$A(u) = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u = 10 \Leftrightarrow \frac{3}{8}u^2 + u - 10 = 0$$

پورته مربع مساوات دي.

$$\Rightarrow u^2 + \frac{8}{3}u - \frac{80}{3} = 0 \quad p = \frac{8}{3};\ q = -\frac{80}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{80}{3} = \frac{256}{9}$$

$$u_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow u_1 = -\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{256}{9}} = -\frac{4}{3} + \frac{16}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$u_2 = -\frac{4}{3} - \frac{16}{3} = -\frac{20}{3}$$

$A(u) = 10$ د $u_1 = 4$ لپاره یا د $u_2 = -\frac{20}{3}$ لپاره.

اتم:

الف- $g: \quad x + 2 - 3y = 0 \Rightarrow g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} \quad P(0|3) \Rightarrow a_0 = 3$

د g سره موازي له P ټکي تیرېږي، له دې لاس ته راځي $g_{\parallel}(x) = \frac{1}{3}x + 3$

د g سره عمود له P تیرېږي:

د $g_{\perp}$ میل یا جګوالی:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{1}{3}} = -3 \Rightarrow g_{\perp}(x) = -3x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $g(x) = \frac{2}{3}x - 3 \quad P(1|4)$

د g سره موازي له P ټکي تېرېږي: له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow a_{1\|} = a_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow g_{\|}(x) = \frac{2}{3}x + a_{0\|}$$

$$P(1|4): \quad g_{\|}(1) = \frac{2}{3}\cdot 1 + a_{0\|} = 4 \Rightarrow a_{0\|} = \frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\|}(x) = \frac{2}{3}x + \frac{10}{3}}}$$

د P له ټکي د g سره عمود:

$$a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2} \Rightarrow g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + a_{0\perp}$$

د $g_{\perp}$ جګوالی

$$P(1|4): \quad g_{\perp}(1) = -\frac{3}{2}\cdot 1 + a_{0\perp} = 4 \Rightarrow a_{0\perp} = \frac{11}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{11}{2}}}$$

پ- $g(x) = -\frac{3}{2}kx \quad P(1|0)$

د g سره غبرګ له P :

$$P: \Rightarrow a_{1\|} = a_1 = -\frac{3}{2}k \Rightarrow g_{\|}(x) = -\frac{3}{2}kx + a_{0\|}$$

$$P(1|0): \quad g_{\|}(1) = -\frac{3}{3}k\cdot 1 + a_{0\|} = 0 \Rightarrow a_{0\|} = \frac{3}{2}k \Rightarrow \underline{g_{\|}(x) = -\frac{3}{2}kx + \frac{3}{2}k}$$

د g سره اورتوګونال (عمود) له P څخه : د $g_{\perp}$ جګوالی

$$g_{\perp}: \quad a_{1\perp} = -\frac{1}{a_1} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}k} = \frac{2}{3k} \Rightarrow g_{\perp}(x) = \frac{2}{3k}x + a_{0\perp}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(1|0):\quad g_{\perp}(1)=\frac{2}{3k}\cdot 1+a_{0\perp}=0\Rightarrow a_{0\perp}=-\frac{2}{3k}\Rightarrow \underline{\underline{g_{\perp}(x)=\frac{2}{3k}x-\frac{2}{3k}}}$$

نهم:

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right);P_2\left(-2|-\frac{5}{2}\right)\qquad h:\quad -x-6-4y=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}$$

$$a_{1g}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{2}-\frac{3}{2}}{-2-(-1)}=4\Rightarrow g(x)=4x+a_{0g}$$

$$P_1\left(-1|\frac{3}{2}\right):\quad g(-1)=4\cdot(-1)+a_{0g}=\frac{3}{2}\Rightarrow a_{0g}=\frac{11}{2}\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=4x+\frac{11}{2}}}$$

$$a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}=-\frac{1}{-\frac{1}{4}}=4$$

کرښې g اوh اورتوګونال دي، ځکه چې دی.

غوټکي: $g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow 4x_s+\frac{11}{2}=-\frac{1}{4}x_s-\frac{3}{2}\Leftrightarrow x_s=-\frac{28}{17}$

$$y_s=g(x_s)=4\cdot\left(-\frac{28}{17}\right)+\frac{11}{2}=-\frac{37}{34}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{28}{17}|-\frac{37}{34}\right)}}$$

لسم:مفصل حل

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1\qquad\Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$

$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیتي لپاره شرایط: $a_{1g}=-\frac{1}{a_{1h}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_{1g} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad \text{q.e.d}$$

یولسم:

د $\overline{AC}$ جګوالی

$$a_{1\overline{AC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\sqrt{3k}} = -\frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د $\overline{BC}$ جګوالی

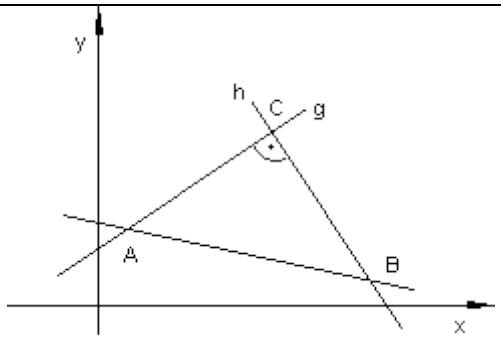
$$a_{1\overline{BC}} = \frac{k-\frac{k}{3}}{0-\left(-\sqrt{3k}\right)} = \frac{\frac{2}{3}k}{\sqrt{3k}} = \frac{2k}{3\sqrt{3k}}$$

د دوه عمود کرښو g او h چګوالي لپاره

صدق کوي:

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}} \Leftrightarrow a_{1g}\cdot a_{1h} = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{2k}{3\sqrt{3k}}\cdot\frac{2k}{3\sqrt{3k}} = -1 \Leftrightarrow \underline{\underline{k = \frac{27}{4}}}$$



$$A\left(\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);\ B\left(-\sqrt{3k}\,\middle|\,\frac{k}{3}\right);\ C(0\,|\,k)$$

شرایط: $\overline{AC} \perp \overline{BC}$

پوښتني

کرښیز توابع **XI**

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی-

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره د دویمې کرښې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي. وټاکی:

الف – د کواوردیناتونو x_s او y_s سره غوڅټکی S .

ب – د دواړو کرښو غوڅټکي د y محور سره .

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي دx محور سره .

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې .

دویم –

$$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4;\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه له تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(3 \mid y_s)$ کې د تابع $f_2(x)$ سره له کرښې څخه غوڅیږي.

وټاکی:

الف-د S پوره کواودینات

ب-تابع .$f_2(x)$.

پ-د دواړو کرښو غوڅټکي د کواوردینات محورونو سره.

ت-په D کې د دواړو توابعو ګراف.

دریم: $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره په ټکي $S(-4 \mid y_s)$ کې کې له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې پروتمحور په 7- کې غوڅوي، غوڅيږي.

وټاکئ:

الف – د S پوره کواوردينات.

ب – تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوڅټکي د کواودينات د محورونو سره.

ت – د واړو توابعو ګراف په D کې..

څلورم –

د يوه درېګوډي يا مثلث ټکي P_1, P_2 او P_3 ورکړ شوي دي. د درېګوډي د اړخونو تابع وټاکئ. پخوا له دې يو پلان- نقشه ترتيب کړئ.

الف-

$$[P_1P_2] \triangleq f_1;\ [P_2P_3] \triangleq f_2;\ [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);\ P_3(-4 \mid 3)$$

ب -

$$[P_1P_2] \triangleq f_1;\ [P_2P_3] \triangleq f_2;\ [P_1P_3] \triangleq f_3$$
$$P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);\ P_3(4 \mid 3)$$

پنځم -

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3;\ P_2(-2 \mid -3);\ D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره د دويمې کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره ، چې له ټکي P_2 تيريږي ، په ټکي S کې ولاړکونجيزه غوڅيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

وټاکی:

الف - د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب- تابع $f_2(x)$.

پ – د دواړو کرښو غوټتکی S .

ت - د دواړ کرښو محورغوټتکي.

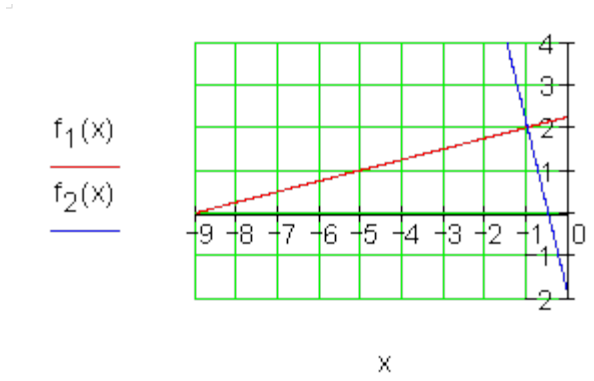
ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کي.

حلونه

کرښیز توابع XI

نتیجي

لومړی:

الف-	ت-
$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ $f_2(x) = -4x - 2$ $D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S(-1 \mid 2)$	
ب- $P_{y_1}\left(0 \mid \frac{5}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid -2)$	
پ- $P_{x_1}(-9 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$	

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

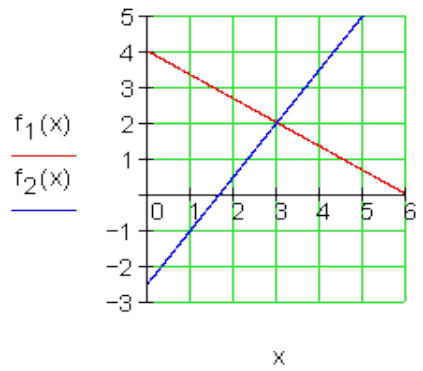
$\Rightarrow S(3 \mid 2)$

ب- $f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 4); P_{y_2}\left(0 \mid -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \mid 0\right)$

ت-



دریم:

الف- $f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

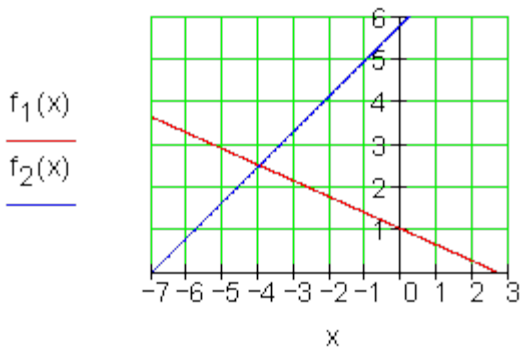
$S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$

ب- $f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$

پ- $P_{y_1}(0 \mid 1); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{35}{6}\right)$

$P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \mid 0\right); P_{x_2}(-7 \mid 0)$

ت-



څلورم:

الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

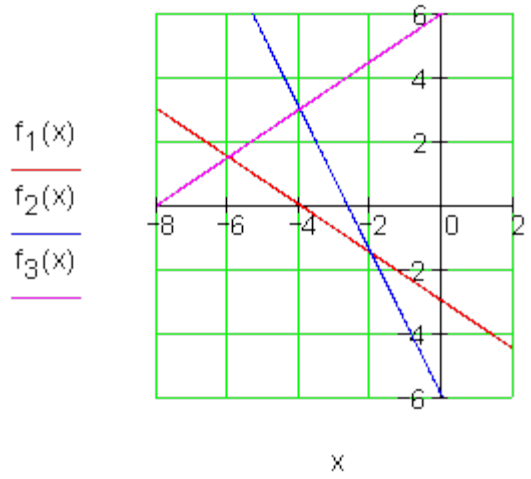
$P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(-4 \mid 3)$

$f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$



ب-

$P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$

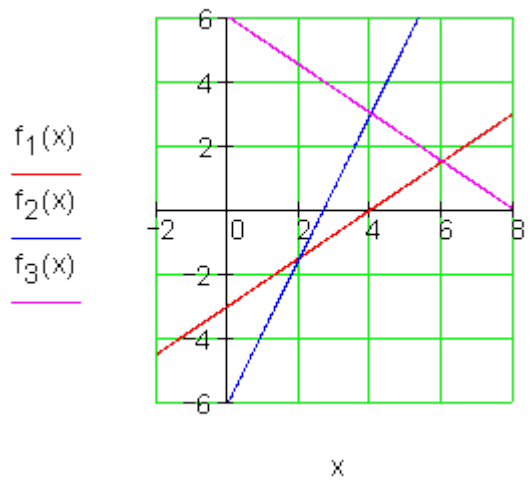
$P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$

$P_3(4 \mid 3)$

$f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$

$f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$

$f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$



پنځم:

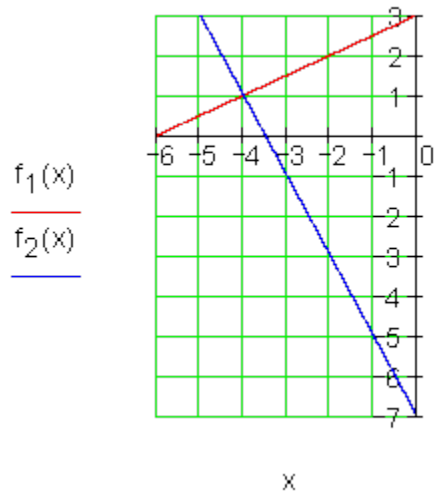
$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3$

$P_2(-2 \mid -3)$

$D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

الف- $\Rightarrow m_2 = -2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $f_2(x) = -2x - 7$ پ- $S(-4 \mid 1)$ $P_{y_1}(0 \mid 3); P_{y_2}(0 \mid -7)$ ت- $P_{x_1}(-6 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{7}{2} \middle\mid 0\right)$	ټ- 

پوښتنې

کرښیز توبع XII

لومړی -

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3;\ P_2(2 \mid -3);\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له یوې دویمې کرښې د تابع $f_2(x)$ سره، چې له ټکي P_2 تیریږي په ټکي S کې ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکی.

لومړی:

الف – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ب – تابع $f_2(x)$.

پ - د دواړو کرښو غوڅټکی S .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د دواړو کرښو د محورغوڅتکي.
ټ - د دواړو کرښو ګراف په D کې.
دویم –

د کرښې تابع $f_2(x)$ وټاکی، چې پروتمحور په P_{x2} کې غوڅوي او له کرښې څخه د تابع $f_1(x)$ سره په S کې غوڅیږي. د واړو کرښو غوڅتکي وشمیری او د دواړو کرښو ګراف په D کې رسم کړی.

الف- $f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6 ; P_{x2}(-6 \mid 0)$

$S\left(x_s \mid \frac{3}{2}\right) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3 ; P_{x2}(4 \mid 0)$

$S(3 \mid y_s) ; D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

دریم - $P_1(-5 \mid 5) ; P_2(-1 \mid -1) ; S(x_s \mid 2) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 او P_2 تیریږي او په ټکي S کې ولاړکونجیز له کرښې څخه د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي.

وټاکی:

الف- د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب – تابع $f_1(x)$.

پ – دS پوره کواوردینات. ت – د$f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ – تابع$f_2(x)$. ث – د $f_1(x)$ او$f_2(x)$ ګرافونه

څلورم –

$P_1(5 \mid 5) ; P_2(1 \mid -1) ; S(3 \mid y_s) ; D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره له ټکو P_1 اوP_2 څخه تیریږي او په ټکي S کې ولاړکونجیزه له کرښې د تابع $f_2(x)$ سره غوڅیږي.

وټاکی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د $f_1(x)$ جګوالی m_1 . ب - تابع $f_1(x)$.

پ - د S پوره کواوردیناتونه ت – د $f_2(x)$ جګوالی m_2 .

ټ - تابع $f_2(x)$. د $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ګرافونه.

پنځم -

$$f_2(x) = 3x - 3\,;\ S\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{3}{2}\right);\ D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیزه غوڅیږي.

وټاکی:

الف - تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګراف په D کې.

حلونه

کرښیز توابع **XII**

نتیجې:

لومړی: لف-

$$f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$P_2(2 \mid -3)$$

$$D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow m_2 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$f_2(x) = 2x - 7$

پ-

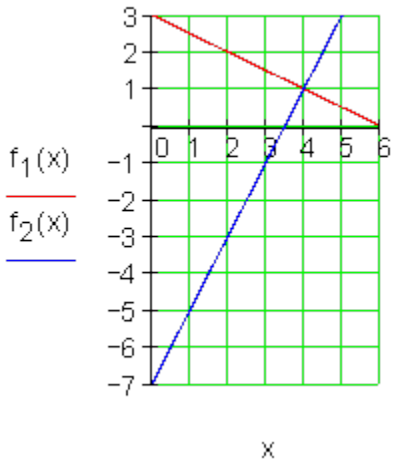
$S(4 \mid 1)$

ت-

$P_{y_1}(0 \mid 3) : P_{y_2}(0 \mid -7)$

$P_{x_1}(6 \mid 0) ; P_{x_2}\left(\frac{7}{2} \middle| 0\right)$

ټ-



دویم:

الف-

$f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6 ; P_{x_2}(-6 \mid 0)$

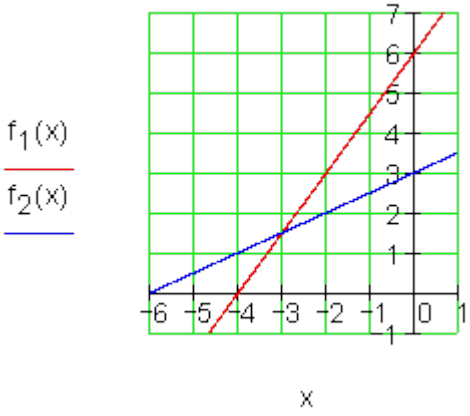
$S\left(x_s \middle| \frac{3}{2}\right) ; D = \{x \mid -6 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-3 \middle| \frac{3}{2}\right) ; m_2 = \frac{1}{2}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

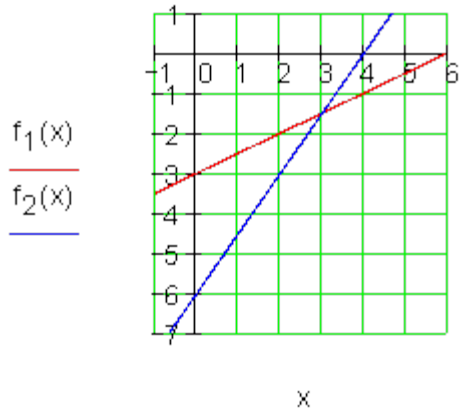
$P_{y1}(0 \mid 6) ; P_{y2}(0 \mid 3)$

$P_{x1}(-4 \mid 0) \quad P_{x2}(-6 \mid 0)$



ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x) = \frac{1}{2}x - 3 ; P_{x_2}(4 | 0)$

$S(3 | y_s) ; D = \{x | -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(3 \middle| -\frac{3}{2}\right) ; m_2 = \frac{3}{2}$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 6$

$P_{y1}(0 | -3) ; P_{y2}(0 | -6)$

$P_{x1}(6 | 0) ; P_{x2}(4 | 0)$

دریم:

الف-

$P_1(-5 | 5) ; P_2(-1 | -1)$

$S(x_s | 2) ; D = \{x | -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1 = -\frac{3}{2}$

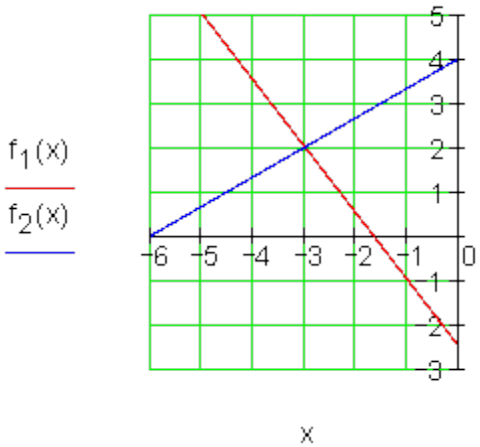
ب- $f_1(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

پ- $S(-3 | 2)$

ت- $m_2 = -\frac{1}{m_1} = \frac{2}{3}$

ث- $f_2(x) = \frac{2}{3}x + 4$

ج-



څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$P_1(5|5); P_2(1|-1)$

$S(3|y_s); D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow m_1=\frac{3}{2}$

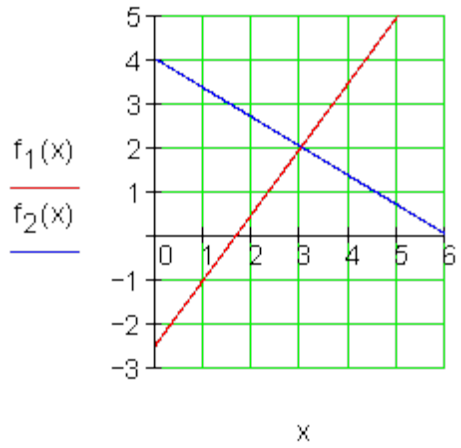
ب- $f_1(x)=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$

پ- $S(3|2)$

ت- $m_2=-\frac{1}{m_1}=-\frac{2}{3}$

ټ- $f_2(x)=-\frac{2}{3}x+4$

ج-



پنځم:

الف-

$f_2(x)=3x-3;\ S\left(\frac{3}{2}\middle|\frac{3}{2}\right)$

$D=\{x|0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

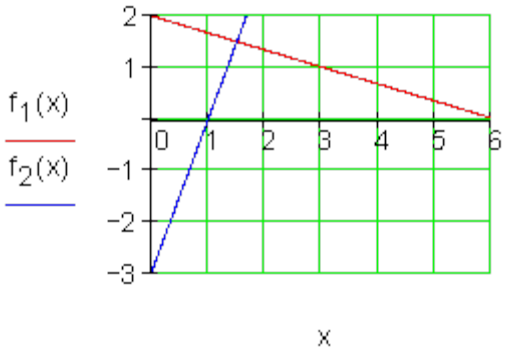
$m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{1}{3}$

$f_1(x)=-\frac{1}{3}x+2$

ب- $P_{y_1}(0|2); P_{y_2}(0|-3)$

$P_{x_1}(6|0); P_{x_2}(1|0)$

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیزې توابع برخه XIII

لومړی -

$$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};\ S\left(2\ \middle|\ \frac{5}{2}\right);\ D=\{x\mid -1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د تابع $f_1(x)$ ګراف په ټکي S کې د تابع $f_2(x)$ له ګراف څخه ولاړکونجیز(قایم الزاویه) غوڅیږي.

وټاکی:

الف: تابع $f_1(x)$.

ب – د دواړو کرښو د محورونو غوڅټکي.

پ – د دواړو توابعو ګرافونه په D کې.

$$g:\quad y-\sqrt{2}x=1 \quad\Rightarrow g(x)=\sqrt{2}x+1$$

$$h:-2y-\sqrt{2}x+6=0\Rightarrow h(x)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}x+3$$

د اورتوګونالیټي شرایط: $a_{1g}=-\dfrac{1}{a_{1h}}$

$$a_{1g}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{\frac{1}{1}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{1\cdot 2}{1\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}\ \text{ q.e.d}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

د دوه کرښو توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ ورکړشوي او د یوې دریمې کرښې جګوالی m_3 د تابع $f_3(x)$ سره. تابع $f_3(x)$ داسې وټاکئ، چې ګراف یې د نورو دواړو کرښو غوڅټکي څخه تیر شي. د دریواړو کرښو محور غوڅټکي وټاکئ او د دریواړو توابعو ګراف په D کې رسم کړئ.

الف- $f_1(x) = -4x - 2;\ m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

ب -

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4};\ m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4;\ D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

دریم: کرښه دتابع $f_1(x)$ سره له ټکي P_1 تییږي او له یوې دویمې کرښې چې له ټکي P_2 تیریږي په ټکي S کې غوڅیږي. توابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ وټاکئ د هغو محورغوڅټکي اوپه D کې یې ګراف وکاږئ.

$P_1\left(-2 \mid \frac{3}{2}\right);\ P_2(3 \mid 5);\ S\left(2 \mid \frac{5}{2}\right);\ D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

څلورم:

$P_1\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right);\ P_2\left(-3 \mid \frac{11}{2}\right);\ D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

کرښه د تابع $f_1(x)$ سره محور په 8- کې غوڅوي. $f_1(x)$ ته غبرګه یوه دویمه کرښه د تابع $f_2(x)$ سره پروت محور په 4- کې غوڅوي. دواړه کرښې له یوې دریمې کرښې چې تابع $f_3(x)$ لري او له ټکو P_1 او P_2 تیریږي په ټکو P_3 او P_4 کې ولاړکونجیزه(قایوم الزاویه) غوڅوي. وټاکئ:

الف- تابع $f_3(x)$ ب - تابع $f_1(x)$

پ – تابع $f_2(x)$ ت – د دریواړو توابعو ګراف په D کې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$A\left(-\frac{13}{2}\,\middle|\,-\frac{3}{2}\right);\ B(3\mid 2);\ D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

د یوه قایوم الزاویه مثلث(ولاړکونجیز درې ګوډي) څخه، چې ولاړ کونج(قایم الزاویه) یې په C کې پرته ده، ټکي A او B ورکړ شوي. د مثلث اړخ یا ضلع [BC] د تابع f_3 (x) سره د اوردینات یا ولاړ محور په 3 کې غوڅوي.

وټاکئ:

الف- د اړخ [AB] تابع f_1 (x) ب- د اړخ یا ضلعي [BC]تابع f_3 (x)

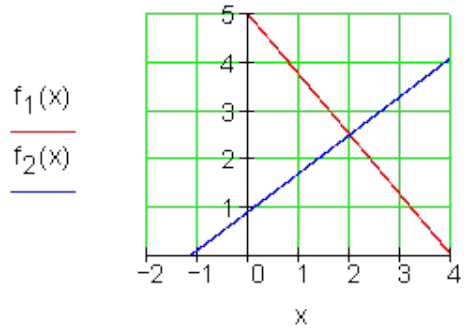
پ- د اړخ [AC] تابع f_2 (x) ت- د ټکي C کواوردیناتونه

ټ په D کې ګرافونه.

ځوابونه یا حلونه

کرښیزې توابع **XIII**

نتیجې لومړی:

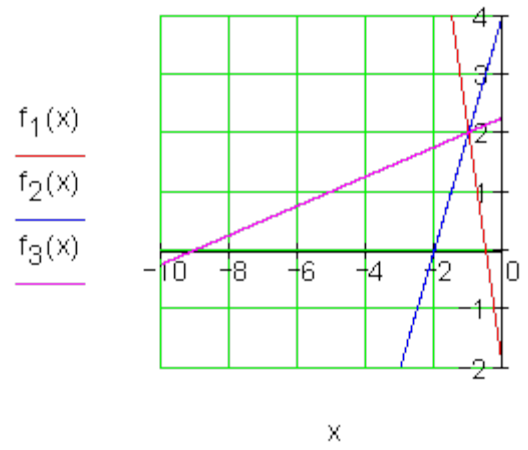
الف- $f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=-\frac{5}{4}$ $D=\{x\mid -1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};\ S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$	پ- 

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{y_1}(0 \mid 5); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{9}{10}\right)$

ب- $P_{x_1}(4 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \mid 0\right)$

دویم: الف-



$f_1(x) = -4x - 2; m_3 = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

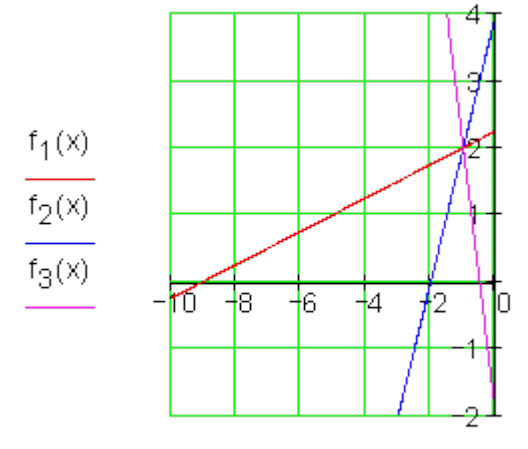
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

$P_{y_1}(0 \mid -2); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}(-9 \mid 0)$



ب-

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; m_3 = -4$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = -4x - 2$

$P_{y_1}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}(0 \mid -2); P_{x_1}(-9 \mid 0)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0); P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

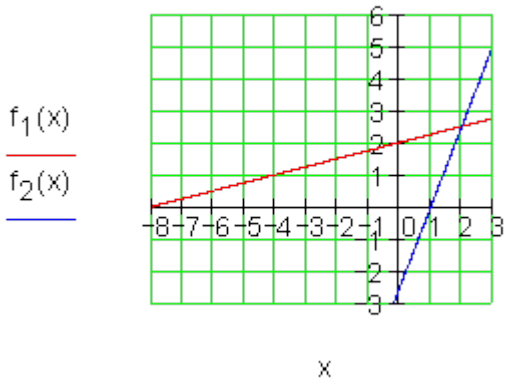
$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_1 = \frac{1}{4}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

$m_2 = \frac{5}{2}; f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

$P_{y_1}(0 \mid 2); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(-8 \mid 0); P_{x_2}(1 \mid 0)$



څلورم:

الف-

$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);$

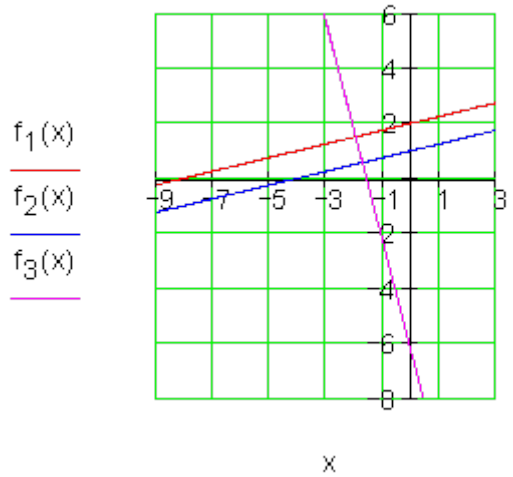
$D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$m_3 = -4; f_3(x) = -4x - \frac{13}{2}$

ب-

$m_1 = \frac{1}{4} = -\frac{1}{m_3}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

ت-



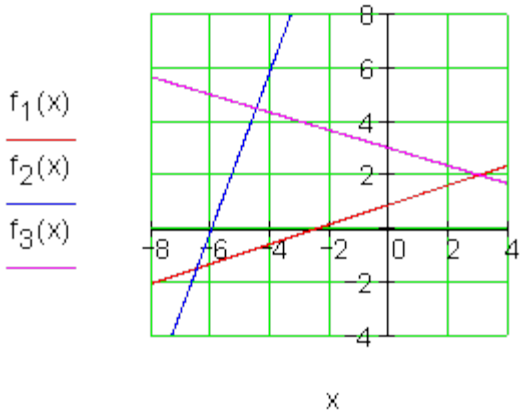
(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$m_2 = \frac{1}{4};\ f_2(x) = \frac{1}{4}x + 1$$

$$P_3\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\ P_4\left(-\frac{30}{17} \,\middle|\, \frac{19}{34}\right)$$

پنځم:

الف- $A\left(-\frac{13}{2} \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);\ B(3 \mid 2)$ $D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ $m_1 = \frac{7}{19};\ f_1(x) = \frac{7}{19}x + 19$ ب- $m_3 = -\frac{1}{3}\ \ f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$ پ- $m_2 = -\frac{1}{m_3} = 3;\ f_2(x) = 3x + 18$ ت- $C\left(-\frac{9}{2} \,\middle|\, \frac{9}{2}\right)$	ت- 

پوښتنې

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښیزې توابع **XIV**

لومړی: $A(-8|-6);\ C(-1|5);\ D=\{x\,|\,-8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$

له یوه قایمالزاویه مثلث، چې قایمه زاویه یې په B پرته ده، ټکی A او C ورکړ شوي دي. د مثلث ضلع (اړخ)[BC] د اوردینات محور (ولاړمحور) په 3کې قطع کوي.

دا وټاکئ:

الف-

$[AB] = f_1$; $[BC] = f_2$; $[AC] = f_3$ د مثلث درې د ضلعو توابع.

ب- د B ټکي کواودینات یا وضعیه قیمت کې د ټکي B محورونه

پ -په D کې ګراف.

دویم:

$A(-4|-1);\ B(2|-4);\ D=\{x\,|\,-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

د یوه مثلث ټکيA او B ورکړ شوي دي. د مثلث [BC] ضلع دy محور په 12-کې قطع کوي; ضلع [AC] د x محور په 3- کې غوڅوي.

دا وټاکئ:

الف-تابع $f_1(x)$ ضلع .[AB] قطع کوي ب - تابع $f_2(x)$ ضلع [BC] غوڅوي.

پ - تابع $f_3(x)$ ضلع [AC] ت - د C ټکي وضعیه قیمتونه

ټ - د D ټکي وضعیه قیمتونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: توابع $y = f(x) = 3x - 4$ او $g(x) = ax + 3$ ورکړ شوي.

د دواړو توابعو ګرافونه په ټکي $S(3 \mid 5)$ کې غوڅوي.

د $h(x)$ تابع مساوات داسې وکاږئ، چې ګراف په ټکي S عمود څغلي. په یوه وضیه قیمتسیستم کې دریواړه ګرافونه رسم کړئ.

څلورم:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4};\ f_2(x) = -4x - 2;\ D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

د $f_1(x)$ تابع سره کرښه د دویمې کرښې د $f_2(x)$ تابع سره قطعه کوي.

دا وټاکئ:

الف- د S قاطع ټکی د x_s او y_s کواوردینات سره.

ب - د دواړو کرښو د قاطع ټکي د x محور سره.

پ - د دواړو کرښو قاطع ټکي د x محو سره.

ت - د دواړو توابعو ګراف په D کې.

پنځم:

د $g(x)$ تابع ، چې په $f(x)$ عمود ده پیدا کړئ. د $g(x)$ ګراف د y محور په $P_y(0 \mid 3)$ ټکي قطع کوي. دواړه کرښې په یوه وضعیه قیمت سیستم(پروت ولاړ سیستم) کې رسم کړئ.

الف - $f(x) = -2x + 2$ ب - $f(x) = 3x - 6$

پ - $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ ت - $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: د دواړو کرښو غوڅټکی (نقاط تقاطع) و ټاکی او ګراف یې وکاږی.

الف - $f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\frac{1}{4};\ f_2(x)=-4x-2;\ D=\{x\mid -10\le x\le 1\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f_1(x)=-2x+2;\ f_2(x)=3x-6;\ D=\{x\mid -2\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

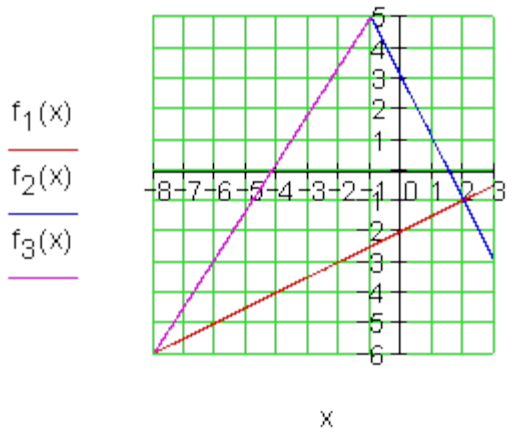
پ - $f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4;\ f_2(x)=\frac{3}{2}x-2\frac{1}{2};\ D=\{x\mid -1\le x\le 7\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f_1(x)=-\frac{3}{8}x+1;\ f_2(x)=\frac{5}{6}x+5\frac{5}{6};\ D=\{x\mid -8\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$

ځوابونه یا حلونه

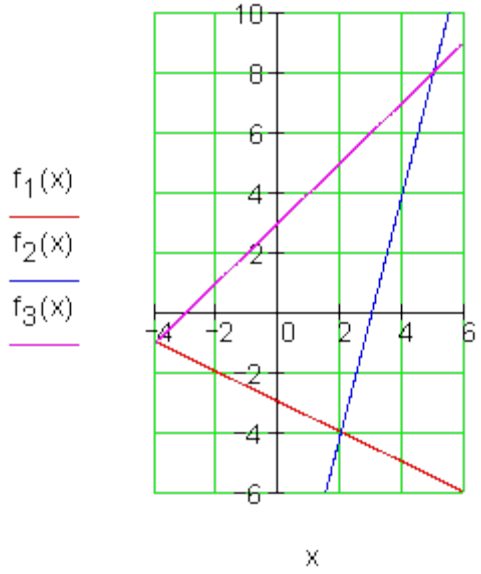
کرښیز توابع یا بلواک **XIV**

نتیجه : لومړی:

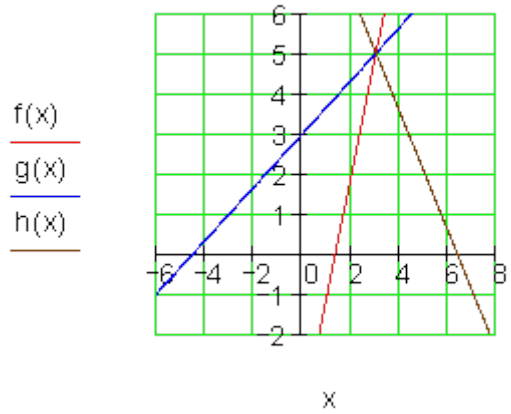
الف-	پ-
$A(-8\mid -6);\ C(-1\mid 5);$ $D=\{x\mid -8\le x\le 2\}_{\mathbb{R}}$ $m_3=\frac{11}{7};\ f_3(x)=\frac{11}{7}x+\frac{46}{7}$ $m_2=-2;\ f_2(x)=-2x+3$ $m_1=-\frac{1}{m_2}=\frac{1}{2};\ f_1(x)=\frac{1}{2}x-2$ ب- $B(2\mid -1)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$A(-4\mid-1);\ B(2\mid-4)$ $D=\{x\mid-4\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$ الف- $m_1=-\frac{1}{2};\ f_1(x)=-\frac{1}{2}x-3$ ب- $m_2=4;\ f_2(x)=4x-12$ پ- $m_3=1;\ f_3(x)=x+3$ ت- $C(5\mid 8)$	ت- 

دریم:

$f(x)=3x-4$ $g(x)=ax+3$ $S(3\mid 5)\Rightarrow a=\frac{2}{3}$ $g(x)=\frac{2}{3}x+3$ $h(x)=-\frac{3}{2}x+\frac{19}{2}$	

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}; f_2(x) = -4x - 2;$

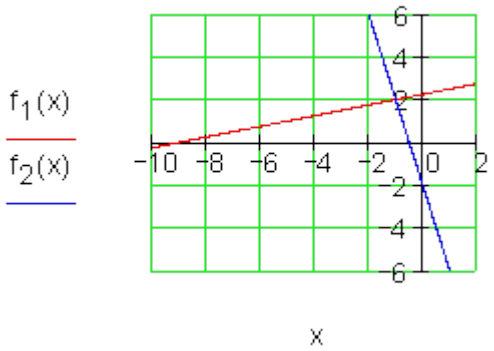
$D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$

ب- $P_{y1}\left(0 \mid \frac{9}{4}\right); P_{y2}(0 \mid -2)$

پ- $P_{x1}(-9 \mid 0); P_{x2}\left(-\frac{1}{2} \mid 0\right)$

ت-

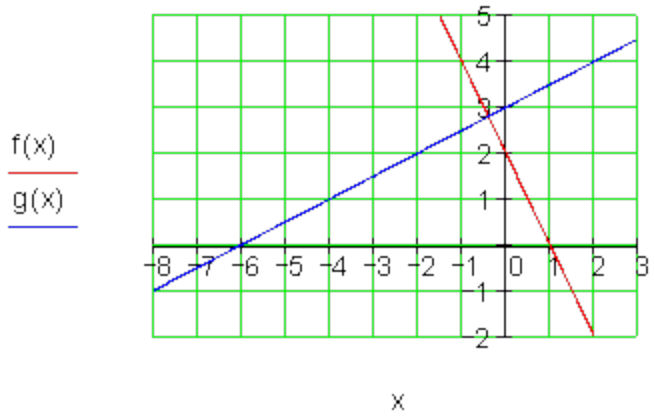


پنځم:

الف-

$f(x) = -2x + 2$

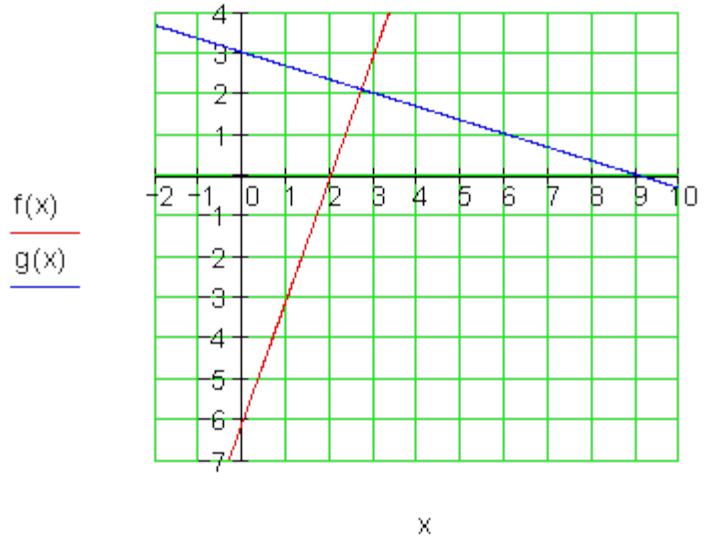
$g(x) = \frac{1}{2}x + 3$



ب- $f(x) = 3x - 6$

$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

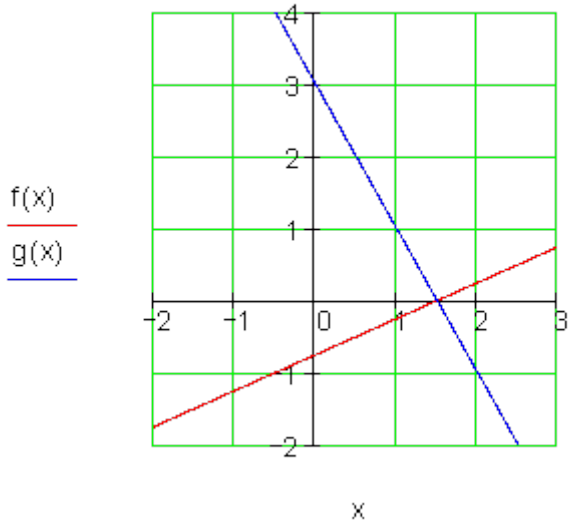
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x) = 3x - 6$

$g(x) = -\frac{1}{3}x + 3$

پ-

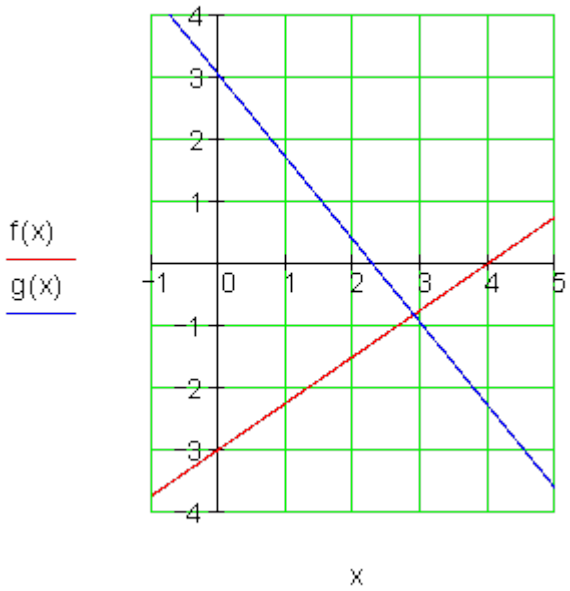


$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

$g(x) = -2x + 3$

ت-

(c) ketabton.com: The Digital Library

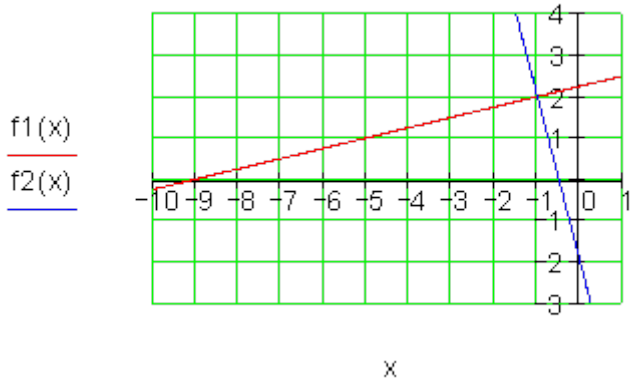


$$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$g(x) = -\frac{4}{3}x + 3$$

شپږم:

الف-



$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}$$

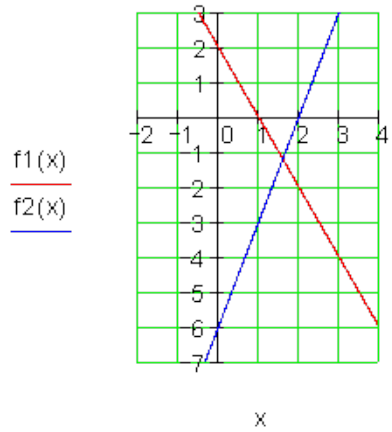
$$f_2(x) = -4x - 2$$

$$D = \{x \mid -10 \le x \le 1\}_{\mathbb{R}}$$

$$\Rightarrow S(-1 \mid 2)$$

ب-

(c) ketabton.com: The Digital Library

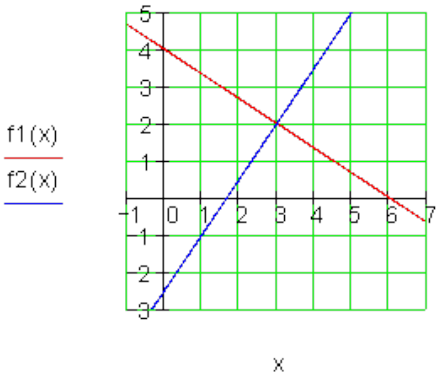


$f_1(x) = -2x + 2$

$f_2(x) = 3x - 6$

$D = \{x \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$\Rightarrow S\left(\frac{8}{5} \,\middle|\, -\frac{6}{5}\right)$



پ-

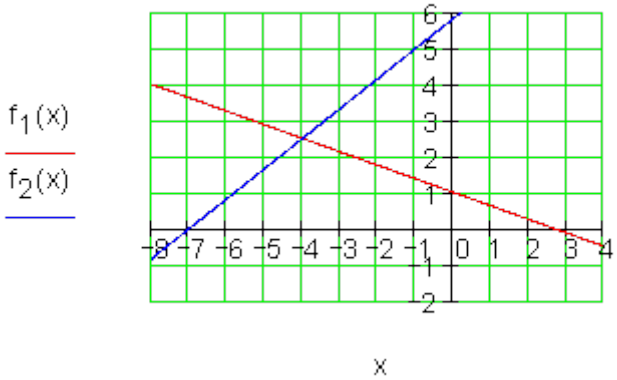
$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

$f_2(x) = \frac{3}{2}x - 2\frac{1}{2}$

$D = \{x \mid -1 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}}$

$S(3 \mid 2)$

ت-



$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$

$f_2(x) = \frac{5}{6}x + 5\frac{5}{6}$

$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

$S\left(-4 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.3.د دوه کرښو موقعیت(پروتځایونه) نسبت یو بل ته

2.3.1.د دوه کرښو غوڅټکي(تقاطع ټکي)

د دوه کرښو مساوات په راته معلومه توګه یو حل لري یا کوم حل نه لري او یا ناپای ډېر حلونه لري.

د ا د دوه کرښو یو بل ته د پروت ځای له امله یو بل سره څه سرو کار لري؟

یوه حالت بیلګه دې دا روښانه کړي.

بیلګه :

یو یخوونی (یخچال) (1) په بازار کې € 400 قیمت لري او هره میاشت د .€ 20 انررژي مصرفوي.

یو ارزانه یخوونی (2) په بازرا کې€ 200 قیمت لري او د میاشتې € 40 د انرژي لګښت لري.

د کوم وخت پورې دا قیمته یخوونی یا یخچال خپل قیمت بیرته راګټي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګران یخوونې د قیمت ودې لپاره د تابع مساوات دي:

$$(1)\ K_1(x) = 20x + 400$$

(x= وخت په میاشتو، K1(x) قیمت په یورو)

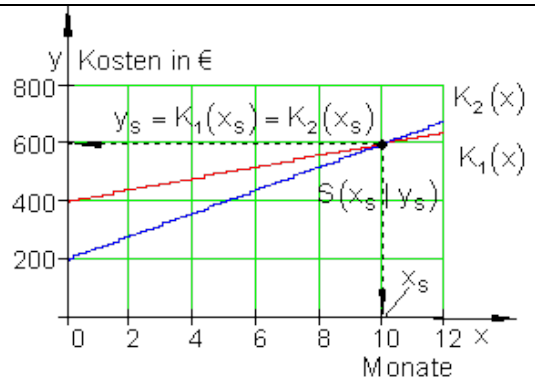
د دویم ارزانه یخوونې لپاره:

$$(2)\ K_2(x) = 40x + 200$$

(x= وخت په میاشتو، K2(x) قیمت په یورو)

د قیمته یخوونې اخستل هلته ښه دي، که چېرې ټول قیمت (د اخستلو او د میاشتې د مصرف قیمتونه) د ارزانه یخوونی سره یا برابر او یا تر ې کم شي،

د قیمت مساوات لیکو، که K1(x) = K2(x) وي.

$K_1(x) = K_2(x)$ $\Leftrightarrow 20x + 400 = 40x + 200 \mid -400$ $\Leftrightarrow 20x = 40x - 200 \mid -40x$ $\Leftrightarrow -20x = -200 \mid :(-20) \Leftrightarrow x = 10$ په K1 (x)کې کېږدی $\Rightarrow K_1(10) = 20 \cdot 10 + 400 = 600$ په K2 (x)کې کېږدی K2(10) = 40.10+200 = 600	 kosten in Euro پورته: په یورو قیمت، پروت: Monate د میاشتې په معنا

نتیجه: مساواتسیستم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_1(x) = 20x + 400$ او $K_2(x) = 40x + 200$

د مساوي سیستم د مساوي ایښوونې له لارې حل شو.

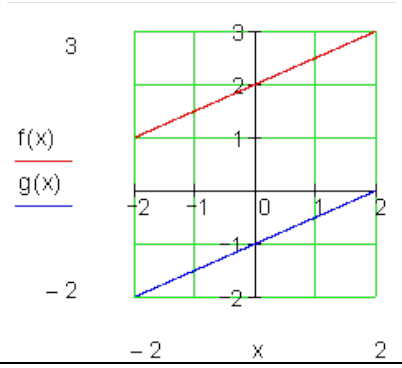
ارزښت $x = 10$ په دې معنا دی، له 10 میاتو وروسته قیمته یخوونی ارزي، یعنې خپل قیمت راباسي.

ارزښت $y = 600$ په دې معنا دی، چې دواړه یخوونې له لسو میاشتو وروسته برابر ارزښت رامنځ ته کیږي یعنې .(600 €).

سملاسي د اوکولوجي یخوونو ټول لګښت کم دی.

د دوه کرښو د غوځټکي ټاکلو لپاره یو کرښیز مساواتسیستم د د وه اوښتونو یا متحولو سره باید حل شي.

بیلګه:

$f(x) = 0,5x + 2 \quad g(x) = 0,5x - 1$ 	$\Leftrightarrow \quad 2 \quad = \quad -1$ تضاد حل مو یوه تضاد ته بیایي. دا په دې معنا چې، دا مساواتسیستم حل نه لري.

د $g(x)$ تابع مساوات له $f(x)$ څخه داسې منځ ته راځي چې په درې واحدونو کښته لورته راکښل شي.
دا په دې معنا چې د $g(x)$ ګراف و $f(x)$ ته موازي یا غبرګ دی.

دوه غبرګې کرښې په روښانه توګه ګډ غوځټکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه:

$$f(x)=\frac{1}{2}x+2\,;\,g(x)=\frac{1}{2}(x+2)+1$$

د تقاطع ټکی $f(x)=g(x)\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}(x+2)+1$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+1+1\Leftrightarrow\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$$

$\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}x+2$ د $\exists x\in\mathbb{R}$ لپاره رښتیا وینا ده.

دواړه کرښې ناپای زیات ګډ ټکي لري، دا یوه بل برتې دی، دا کټمټې یا ایدنتیک دي.

دا تراوسه نتیجې سره یوځای راوړو:

د دې لپاره چې د دوه کرښو د تقاطع ټکي پیداکړو، د هغې تابع مساوات ، کوم چې یو کرښیز مساوات سیستم د دوه متحولو سره جوړوی، باید حل کړو.

دا د مساوي ایښوولو له لارې کیدونکي دي.

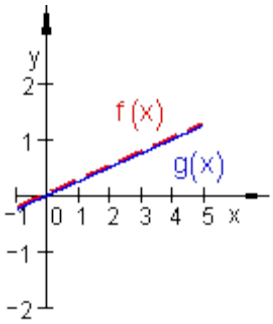
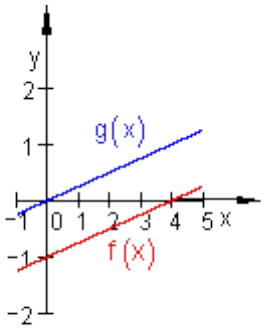
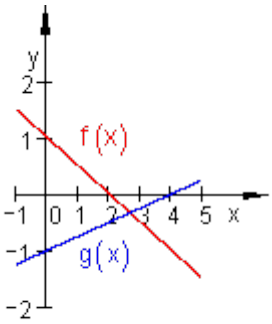
په یاد ولرئ:

که $f(x) = g(x)$ ټیک یو حل لري، نو کرښه $g(x)$ کرښه $f(x)$ په یوه ټکي کې غوځوي. کرښې مختلف جګوالی یا میلان لري.

که $f(x) = g(x)$ کوم حل نه لري، نو کرښې ګډ حل نه لري. دا یو بل سره موازي ځغلي.

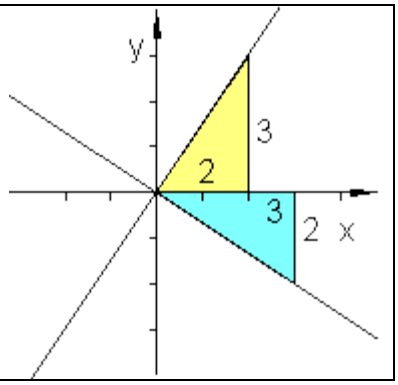
که $f(x) = g(x)$ ناپای ډېر حلونه لري، نو کرښې ایدنتیک یا کټمټ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناپای ډېر حلونه لري	کوم حل نه لري	ټیک یو حل
		

2.3.2.یو بل سره عمود یا ولاړې ځغلیدونکي کرښې

که د دوه عمود قطع کیدونکو (غوځیدونکو) کرښو جګوالي پیدا کول موخه وی، نو ګومان کیږي، چې د دواړو جګوالو ترمنځ اړیکې شته.

	Vorübung:له مخه تمرین: د $f(x)=\frac{3}{2}x$ تابع ګراف به وضعیه قیمتسیستم کې وکاږی. په دې کرښه د هندسی مثلث په مرسته یو عمود کواودینات په سرچینه وباسی او جګوالی یې ولولی یا په ګوته کړی.

دg کرښې جګوالی: $a_{1g}=\frac{3}{2}$.ګومان: د کرښې h چګوالی: $a_{1h}=-\frac{2}{3}$ د a_{1h} منفی برعکس ارزښت د a_{1g} په ګوته کوي یا انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دلته د یوه منفي کسري جګوالي حالت څخه غږیږو.

دا په دې معنا چې: $a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ یا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

جمله:

د دوه یو په بل عمودو یا ولاړو کرښوg او h جګوالي لپاره صدق کوی:

$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$ همداسې $a_{1h}.a_{1g} = -1$ یا $a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$

کرښې یو په بل عمود دي.

دg او h جګوالي لیکل کیدی شي:

$a_{1g} = \frac{q}{h}$ او $a_{1h} = -\frac{p}{h}$

$a_{1g} \cdot a_{1h} = \frac{q}{h} \cdot (-\frac{p}{h}) = -\frac{q \cdot p}{h^2}$ (1)

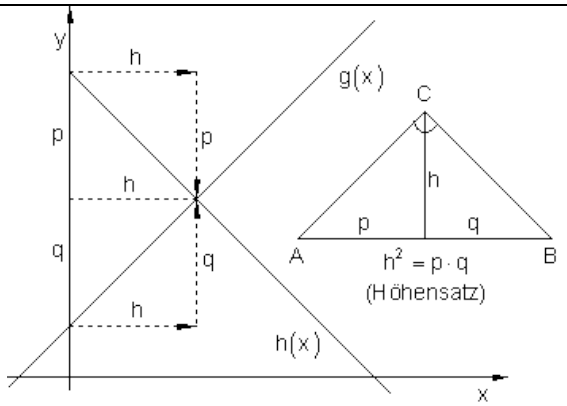
د جګجملې له مخې دی

$h^2 = p.q$

په (1)کې کیږدی

$a_{1g} \cdot a_{1h} = -\frac{q \cdot p}{h^2} = -\frac{h^2}{h^2} = -1$

$\Rightarrow a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$



(Höhensatz = جګجمله)

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه یو بل ته ولاړګونجیز یا قایم الزاویه یې ځغلنده کرښې g او h غوڅټکی یا د قطعه کیدو ټکی(3 | 2)S ورکړ شوي، چیرته چې د g جګوالی $a_{1g} = \frac{1}{2}$ دی. $a_{1g} = \frac{1}{2}$ له $g(x) \perp h(x)$ امله لرو $a_{1h} = -2$ $g(x) = \frac{1}{2}x + a_{0g}$ او $h(x) = -2x + a_{0h}$ $S(2\|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$ $S(2\|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2 \cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$ $\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$ und $h(x) = -2x + 7$	غوښتنه: دg کرښ تابعمساوات g(x) . د h کرښې تابعمساوات h(x). د g او h ګراف د $D = \{ x \mid -5 \le x \le 4 \}_{\mathbb{R}}$ لپاره

دا مخ نور تش دی:

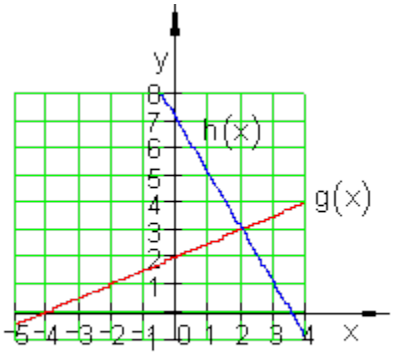
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$S(2|3) \Rightarrow g(2) = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g} = 3 \Leftrightarrow a_{0g} = 2$$

$$S(2|3) \Rightarrow h(2) = 3 \Leftrightarrow -2\cdot 2 + a_{0h} = 3 \Leftrightarrow a_{0h} = 7$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

او $h(x) = -2x + 7$



2.3.3تمرینونه:

د دوه کرښو غوڅټکی (د قطعه کیدو ټکی)
د دوه کرښو $g_1(x)$ او $g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي.
د دواړو کرښو د قطعه کیدو(غوڅیدو) ټکی و ښایی او کرښې په یوه افقی-عمودي سیستم کې وښایاست.

اول - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم - $g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم- $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

یا دا لاندې

د دوه کرښو غوڅتکۍد دوه کرښو د $g_1(x)$ او($g_2(x)$ توابع مساوات ورکړ شوي :

د دواړو کښو غوڅتکی وشمیرئ او کرښې په یوه بورت ولاړ سیستم (کواودینات سیستم) کې وکاږئ(رسم کړئ)

لومړی: $g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

دویم: $g_1(x) = 2x - 1 \quad g_2(x) = -2x + 1$

دریم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \quad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$

ځلورم: $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

پنځم: $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$

شپږم: $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \quad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$

د یوې $g_1(x)$ کرښې تابع مساوات ور کړ شوي دي.
و $g_1(x$ کرښې ته د عمود کرښې تابع مساوات وټاکئ، که دا کرښه له P_1 ټکي تیره شي. د دواړو کرښو د قاطع ټکی یا غوڅتکی وشمیرئ او دواړه کرښې په افقی-عمودی سیستم قیمت وضعیه سیستم کې رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم – $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیدا کړو، چې له $P_1(3|-2)$ تیریږي.

اتم – $g_1(x) = 2x - 1\ g$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-2|5)$ تیریږي.

نهم – $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(-4|-2)$ تیریږي.

لسم – $g_1(x) = 2x + 3$

غواړو $g_2(x) \perp g_1(x)$ پیداکړو ، چې له $P_1(2|-3)$ تیریږي.

و 1 - 6 ته مفصلې بیلګې

د قیمتشمیرنې څخه کار اخستنه یا استعمالونه :

د مالک لپاره ډېره مهمه ده، چې د هغه یوه جنس تولید ست x وپیژني ، کوم چې په تولید کې منځ ته راغلې مصارف K د خرڅلاو څخه لاس ته راغلو E له لارې پوره کړي.

تعریف:

د ثابتو توکو سره د K(x) مصارفو تابع او تل لرلي مصارفو لپاره صدق وکړي:

ټول لګښت = K(x) د K تولید ست x + تل لرلي لګښت Kf

(c) ketabton.com: The Digital Library

f $K(x) = k \cdot x + K_f$ که د توکو لګښت اوفیکس یا تل لرلي مصارف ثابت وي.

یادښت:

ټول لرلي مصارف د منځ ته راغلي لګښت تابع K(x) دي چې په یوه فابریکه کې دx تولید د ډېرې یوونونو یا سټ واحدونو (ME) یوه ضرب څخه منځ ته راغلي دي.

د داني ارزښت بهتر یې قیمت k ټول قیمت دی د داني په سر(دا اووښتوني یا متحول دانه قیمتونه هم بلل کیږي) .

ځای په ځای یا فیکس قیمتونهK هغه قیمتونه دي، چې هلته هم منځ ته راځي که تولید ونه شي (ګټه ورکونه، کرایه، بیمه، معاشونه او داسې نور).

پیژند (تعریف):

د لاس ته راغلو پیسو تابع E(x) په ثابت قیمت باور لري:

دخرڅلاو پیسيE(x)= قیمتP . ډېرېx یعني E(x) = P.x

پام (یادونه) :.

هغه په نرخ یا قیمت p خرڅه شوې ډېرې یا سټ د لاس ته راوړني ډېرې هم بلل کیږي.

تعریف:

د ګټې تابع G(x) لپاره باور لري:

ګټه: $G(x) = E(x) - K(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پام (یادونه) :

که د$G(x)$ نتیجه کمیزه یا منفي وي، فابریکه زیان کوي، که$G(x)$ زیاتیزه یا مثبت وي، نو فابریکه ګټه کوي.

که $G(x) = 0$ وي، نو لګښت$K(x)$ همدومره ستر دی، لکه لاس ته راوړنه$E(x)$.

دا ټکی د ګټې پوله Gewinnschwelle بلل کیږي.

بیلګه : یوه فابریکه،، ملفونونه (لاسي تلفونونه)،، جوړوي دانه په € 20 .

د فابریکې تللګښت د ورځې€ 60000 دی.

د هر ،،ملفون،، خرڅلاو قیمت په دانه دی€ 40.

فابریکه کړی شي د ورځې خورا زیات یا ماکسمال 4000،، ملفونه،، تولید کړي(د تولید توان یا کاپڅیتي پوله).

الف – د کوم تولید ډېرې یا ستې سره فابریکه ګټه کوي؟

ب - د کوم تولید ډېرې سره فابریکه ماکسماله ګټه کوي؟

پ – دا حالت په یوه مناسب کواوردینات سیستم کې ګرافیکي انځور کړی.

الف - تابع مساوات ولیکی:

لګښت تابع : $K(x) = 20+60000$

خرڅلاوتابع:$E(x) = 40x$

ګټه تابع :

$$G(x) = E(x) - K(x) = 40x - 20x - 60000$$
$$= 20x - 60000$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ږدو: $G(x) > 0$

$$\Leftrightarrow 20x - 60000 > 0 \mid +60000$$
$$\Leftrightarrow 20x > 60000 \mid : 20 \Leftrightarrow x > 3000$$

د یوه له $x = 3000$ پورته،،ملفونونو،، د ورځي تولیدډېرۍ فابریکه ګټه کوي.

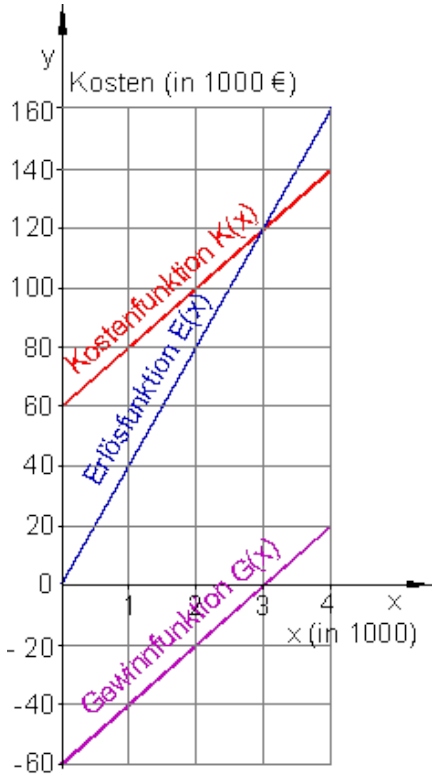
په $x = 3000$ تولید سره ګټه $E(x)$ دومره ده لکه لګښت $K(x)$.

$$K(3000) = 20 \cdot 3000 + 60000 = 120000$$
$$E(3000) = 40 \cdot 3000 = 120000$$

ب - په عظمي تولیدډېرۍ یا – سټ کي د ګټې پیداکونه $x_{Max} = 4000.$

$$G(4000) = 20 \cdot 4000 - 60000 = 20000$$

د ورځي د4000 .، ملفونو،، د تولید ګټه عظمي ده، دا .€ 20000 ده.



پ -

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: له پورته کښته ته ژباړه: د لګښت تابع، د خرڅلاو تابع، د ګټې تابع
د ګټې شولۍیا پوله کیدی شي د ګټې په تابع هم د لګښت تابع د ګراف د غوڅټکي له لارې هم د خرڅلاو د ګراف سره پیدا کړای شي. د غوڅټکی x کواوردینات د ګټې شولې یا هغه ورشو چې ګټه به کې صورت نیسي).. دهو د y کواوردینات په دې ځای کې لګښت ورکوي.
د ډېرۍ - او پیسو یوونونه یا - واحدونه په یوه فابریکه کې د تولید ډېرۍ د لویو دانو د تولید پروسه په ګوته کوي، د بیلګې په توګه د ورځې 1000 000 Cd- Rohlinge.
د تولید لګښت هم زیات وخت په میلینونو وي.

داسې ستر ګڼونه یا اعداد تل داسې ساده نه ګڼل کیږي. له دې امله د تولید شوو دانولپاره د ډېرۍ یوون یا – واحد کاروو او همداسې د لګښت پیسو واحدونو یا یوونونو لپاره هم.

د بیلګې په توګه کیدی شيCd- Rohlinge 1000 000په 10 ستواحدونو(ډېرۍ یوونویاME 10) کې سره راټول کړو، چیرته چې د ډېرۍ واحد د 100 000 دانو لپاره ځای په ځای شوی دی. یعنې 100 000 دانې یو یوون یا واحد دی. همداسې لګښتونه د پیسو واحدونو(-یوونونو) ته سره راټولیږي، د بیلګې په توګه€ 9000 000 و9 د پیسو واحدونو(یوونونو(ته (9 GE).

پرته له دې د لګښت واحد(یوون) لپاره سړی په ټاکلې پیسو واحد (یوون) پورې مربوط نه دی

بیلګه:

د یوه ټاکلی تولید لپاره دې د لګښت تابع $K(x) = 0,3x + 4$ وي او د خرڅلاو تابع $E(x) = 1,1x$د ګټې په پولیBreak-even-Point کې ټول لګښتونه څومره جګ دي.؟

$$G(x) = E(x) - K(x) = 1,1x - 0,3x - 4 = 0,8x - 4$$

د لږ Break-even-Point :

$$G(x) > 0 \Leftrightarrow 0,8x - 4 > 0 \mid +4 \Leftrightarrow 0,8x > 4 \mid : 0,8 \Leftrightarrow x = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تولید: $K(5) = 0,3 \cdot 5 + 4 = 1,5 + 4 = 5,5$
د ګټې پوله Break-even-Poin t د 5 ME (د،، سټ واحد یا ډېرې یوون ،، لپاره راغلی) شاو خوا کې پرته ده، په دې ځای کې لګښت 5,5 GE (GE پیسو یوون لپاره) دی.

ځوابونه:

تمرین د کرښیز مساواتو III

نتیجې:

لومړی -

$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow S(2 \mid 3)$ د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دویم - $g_1(x) = 2x - 1;\ g_2(x) = -2x + 1 \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

دریم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4;\ g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1 \Rightarrow S\left(\frac{12}{5} \middle| -\frac{11}{5}\right)$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

څلورم - $g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2;\ g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S\left(-1 \middle| \frac{5}{2}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

پنځم - $g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 ; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3 \Rightarrow S(6 \mid 6)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

شپږم - $g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 ; g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow S(4 \mid 4)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

اوم - $g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} ; P_1(3 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2 : S(1 \mid 2)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

اتم - $g_1(x) = 2x - 1 ; P_1(-2 \mid 5) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4 : S(2 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

نهم - $g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 ; P_1(-4 \mid -2) \Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3 : S(0 \mid 3)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

لسم - $g_1(x) = 2x + 3 ; P_1(2 \mid -3) \Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2 : S(-2 \mid -1)$

د تابع گراف لپاره مفصل حل وګورئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حل:

لومړی:

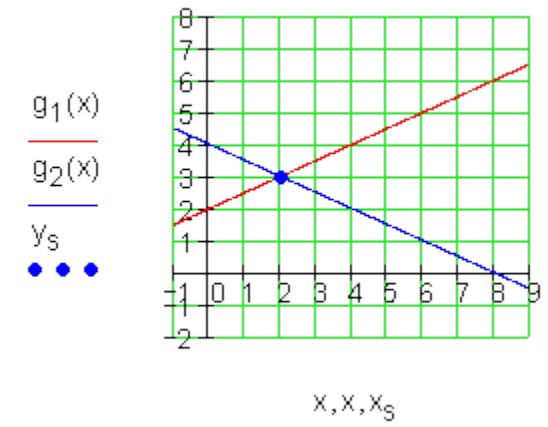
$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\Leftrightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|3)}}$$



دویم:

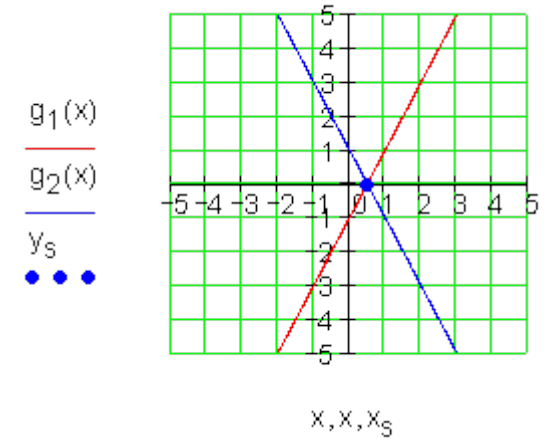
$$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -2x + 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{1}{2}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} = 0{,}5 \,|\, 0\right)}}$$



دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

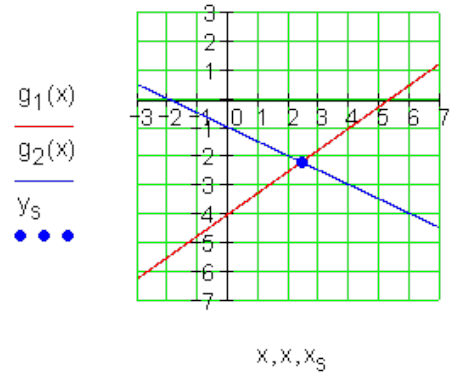
$$g_1(x) = \frac{3}{4}x - 4 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$\Leftrightarrow x_s = \frac{12}{5}$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1\left(\frac{12}{5}\right) = \frac{3}{4}\cdot\frac{12}{5} - 4 = -\frac{11}{5}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{12}{5} = 2{,}4 \,\middle|\, -\frac{11}{5} = -2{,}2\right)$$



خلورم:

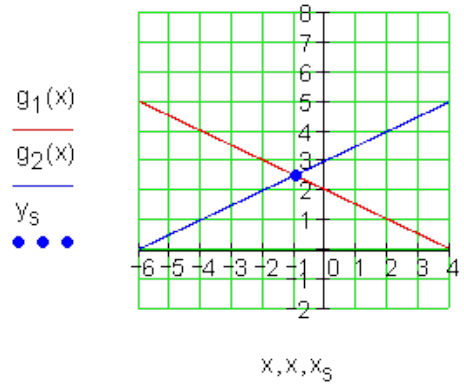
$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = -1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(-1) = \frac{1}{2}\cdot(-1) + 3 = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow S\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2} = 2{,}5\right)$$



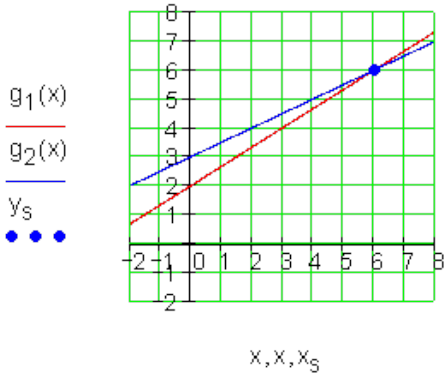
$$g_1(x) = \frac{2}{3}x + 2 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + 2 = \frac{1}{2}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 6$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(6) = \frac{1}{2}\cdot 6 + 3 = 6$$

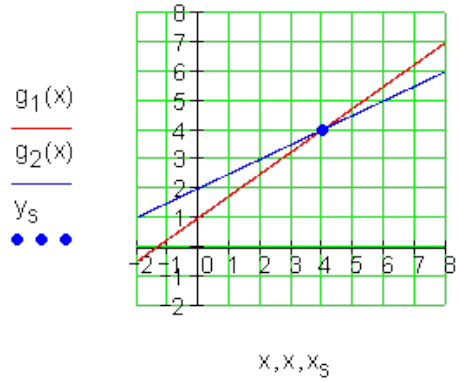
$$\Rightarrow S(6 \mid 6)$$



پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



$$g_1(x) = \frac{3}{4}x + 1 \qquad g_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$$

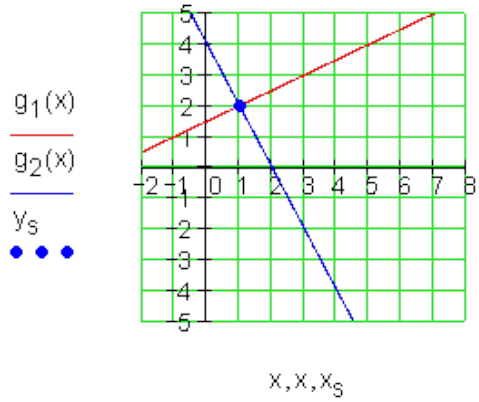
$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{3}{4}x + 1 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = 4$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 + 2 = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

اووم:



$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad P_1(3|-2)$$

$$a_{1g1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$P_1(3|-2)$ د $g_2(x) = -2x + a_{0g2}$ ر

سره صدق کوي:

$$g_2(3) = -2 \Leftrightarrow -2 \cdot 3 + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -2x + 4}}$$

$$g_1(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \qquad g_2(x) = -2x + 4$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = -2x + 4$$

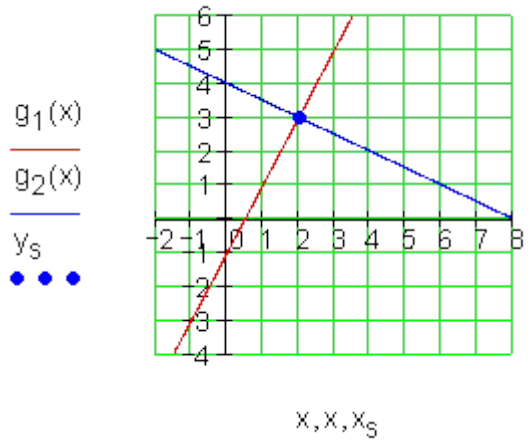
$$\Leftrightarrow x_s = 1$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(1) = -2 \cdot 1 + 4 = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(1|2)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:



$g_1(x) = 2x - 1 \qquad P_1(-2|5)$

$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$ د $P_1(-2|5)$

سره صدق کوي:

$g_2(-2) = 5 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-2) + a_{0g2} = 5$

$\Leftrightarrow a_{0g2} = 4$

$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4}}$

$g_1(x) = 2x - 1 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x - 1 = -\frac{1}{2}x + 4$

$\Leftrightarrow x_s = 2$

$y_s = g_1(x_s) = g_1(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|3)}}$

نهم:

$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad P_1(-4|-2)$

$a_{1g1} = -\frac{4}{5} \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{-\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

$g_2(x) = \frac{5}{4}x + a_{0g2}$ د $P_1(-4|-2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره باور لري:

$$g_2(-4) = -2 \Leftrightarrow \frac{5}{4}\cdot(-4) + a_{0g2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = 3$$

$$\Rightarrow g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

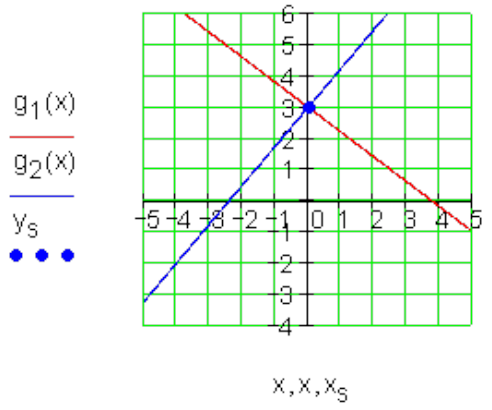
$$g_1(x) = -\frac{4}{5}x + 3 \qquad g_2(x) = \frac{5}{4}x + 3$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow -\frac{4}{5}x + 3 = \frac{5}{4}x + 3$$

$$\Leftrightarrow x_s = 0$$

$$y_s = g_2(x_s) = g_2(0) = \frac{5}{4}\cdot 0 + 3 = 3$$

$$\Rightarrow S(0\,|\,3)$$



لسم:

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad P_1(2\,|\,-3)$$

$$a_{1g1} = 2 \Rightarrow a_{1g2} = -\frac{1}{a_{1g1}} = -\frac{1}{3} = -\frac{1}{2}$$

$g_2(x) = -\frac{1}{2}x + a_{0g2}$ د $P_1(2\,|\,-3)$ سره

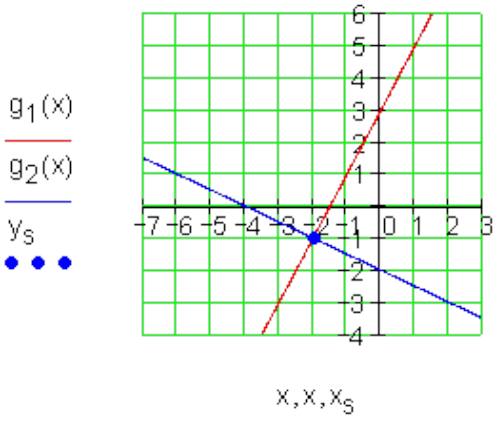
باور لري:

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_2(2) = -3 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot 2 + a_{0g2} = -3$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_{0g2} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2}}$$

$$g_1(x) = 2x + 3 \qquad g_2(x) = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$g_1(x) = g_2(x) \Leftrightarrow 2x + 3 = -\frac{1}{2}x - 2$$

$$\Leftrightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g_1(x_s) = g_1(-2) = 2\cdot(-2) + 3 = -1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(-2\,|\,-1)}}$$

پوښتنې:

کرښيزې توابع برخه IV

لومړی – د کرښيزو توابعو تابع ترمونه معلوم کړی، که باور ولري؛

الف- $f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$ ب - $f(a) = 0\,;\, f(0) = a$ پ - $f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

دويم – کرښه وښايی، چې له $P_1(\sqrt{k}\,|\,k)$ او $P_2(1|\,1)$ تيرېږي، جګوالی $|a_1 = \sqrt{k} + 1|$ لري او دy محور په $P_y(0\,|-\sqrt{k})$ کې غوڅوي.

دريم – وښايی: ټکی $P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,\middle|\,k\right)$ د $k \in \mathbb{R}$ لپاره په يوه کرښه پوت دی.

د کرښې مساوات وټاکی

څلورم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه کرښه چې له P (2,5 | 0) تېرېږي د کواوردینات د محورونو سره یو درېګوډی یا مثلث جوړوي. د کوم جګوالي سره دا مثلث برابر پښیز(مساوی الاضلاع) دی؟

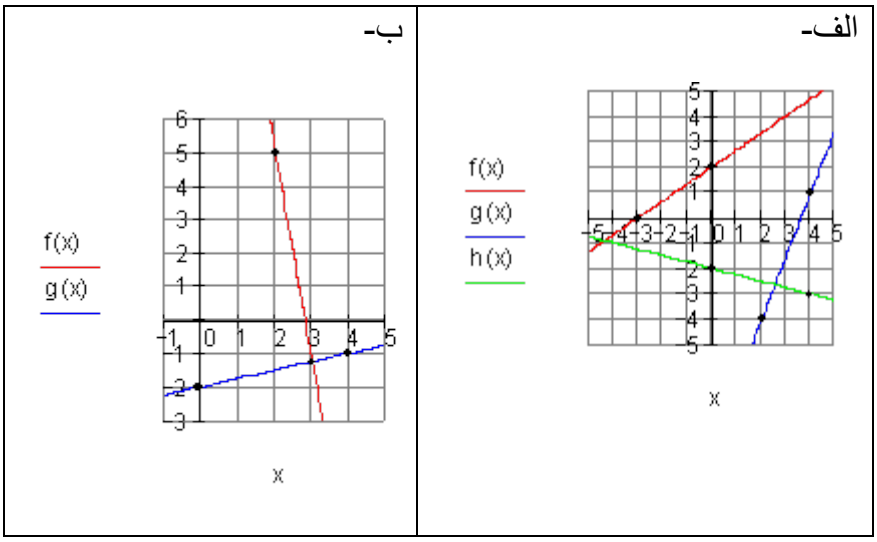
پنځم – تابع $f(x) = 3e^{-0,5x}$ $x \in \mathbb{R}$. ورکړ شوي.

د یوه کرښیز تابع h(x) لپاره باور لري:

h(0) = f(0) او h(-2) = f(-2) . h(x) و ټاکی.

شپږم – لاندې څیرې د کرښیزو توابعو ګرافونه خوندي لري.

د توابعو ترمونه وټاکی.



اوم – د دواړو کرښو غوڅټکي وټاکی او دا په یوه پروتولاړسیستم کې رسم کړی.

الف - $f(x) = -3x + \frac{5}{4}$; $g(x) = -x - 1$

ب - $f : 2y - x = 3$; $g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

پ - $f(x) = -\frac{2}{3}x - 1$; $g(x) = \frac{1}{6}x - 4$

ت - $f : x = 2$; $g(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم – دوه کرښې f(x) او g(x) د x محور په x = 4کې غوڅوي .

ممکنه تابع ترمونه وټاکی.

مفصل ځوبونه

کرښیز مساوات برخه IV

لومړی:

الف -

$$f(1)=7 \Rightarrow P_1(1|\,7);\ f(-1)=3 \Rightarrow P_1(-1|\,3)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_1-x_2}=\frac{3-7}{-1-1}=2 \Rightarrow f(x)=2x+a_0$$

$$P_1(1|\,7):\quad \Rightarrow f(1)=2\cdot 1+a_0=7 \Rightarrow a_0=5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=2x+5}}$$

ب -

$$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a\,|\,0);\ f(0)=a \Rightarrow P_2(0\,|\,a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$$

پ -

$$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a\,|\,1);\ f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a\,|\,-1)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$$

$$P_1(a\,|\,1):\quad f(a)=-\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3;\ a\neq 0}}$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1\left(\sqrt{k}\,|\,k\right);\ P_2(1|1)$ غواړو و ښایو $a_1=\sqrt{k}+1$ und $P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)\Rightarrow a_0=-\sqrt{k}$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-k}{1-\sqrt{k}}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{\left(1-\sqrt{k}\right)\left(1+\sqrt{k}\right)}=\frac{(1-k)\left(1+\sqrt{k}\right)}{(1-k)}=1+\sqrt{k}=\underline{\underline{\sqrt{k}+1}}$$

$$\Rightarrow f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x+a_0$$

$$P_2(1|1):\quad f(1)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 1+a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{a_0=-\sqrt{k}}}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\left(\sqrt{k}+1\right)x-\sqrt{k}}}$$

$$f(0)=\left(\sqrt{k}+1\right)\cdot 0-\sqrt{k}=-\sqrt{k}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,-\sqrt{k}\right)$$

دریم:

$$P\left(\frac{k}{2}\sqrt{2}\,|\,k\right)\Rightarrow P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right)\Rightarrow P_2\left(\frac{k_2}{2}\sqrt{2}\,|\,k_2\right)\Rightarrow P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right)$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k_2-k_1}{\frac{k_2}{2}\sqrt{2}-\frac{k_1}{2}\sqrt{2}}=\frac{(t_2-t_1)}{\frac{1}{2}\sqrt{2}\,(k_2-k_1)}$$

$$=\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\,|\,k_1\right):\quad f\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}\left(\frac{k_1}{2}\sqrt{2}\right)+a_0=k_1\Leftrightarrow \sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\frac{k_1}{2}+a_0=k_1\Leftrightarrow k_1+a_0=k_1\Rightarrow a_0=0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x}}$$

$$P_3\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\,|\,k_3\right):\quad f\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{k_3}{2}\sqrt{2}\right)=k_3$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

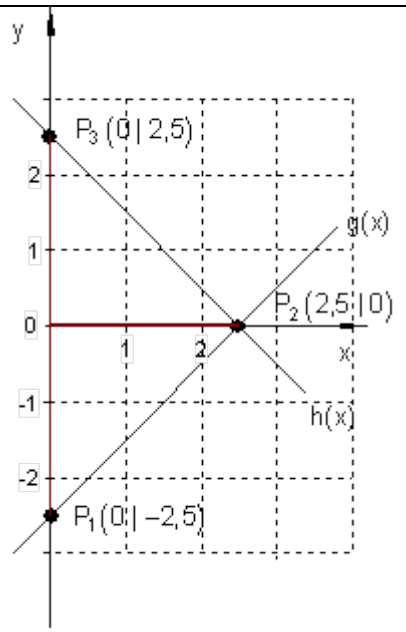
د g(x) جګوالی

$$a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-2,5)}{2,5-0} = 1$$

د h(x) جګوالی

$$a_{1h} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{2,5-0}{0-2,5} = -1$$

درګوډی(مثلث) د a1=± 1 لپاره برابر پښیز (برابرضلعیز) دی



پنځم:

لاندې الماني په پښتو: یادونه یا پام:

$$f(x) = 3e^{-0,5x}$$

$$h(0) = f(0) = 3e^0 = 3 \cdot 1 = 3 \Rightarrow P_1(0 \mid 3) \Rightarrow a_0 = 3 \qquad \text{Bemerkung: } e^0 = 1$$

$$h(-2) = f(-2) = 3e^{-0,5\cdot(-2)} = 3e^1 = 3e \Rightarrow P_2(-2 \mid 3e)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3e-3}{-2-0} = \frac{3e-3}{-2} = -\frac{3}{2}(e-1) \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = -\frac{3}{2}(e-1)x + 3}}$$

شپږم:

الف-

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 2}} \qquad \underline{\underline{h(x) = -\frac{1}{4}x - 2}}$$

سیده لوستل کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{5}{2}x+a_0$ د $P(4|1)$: سره:

$$g(4)=\frac{5}{2}\cdot 4+a_0=1\Rightarrow a_0=-9\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{5}{2}x-9}}$$

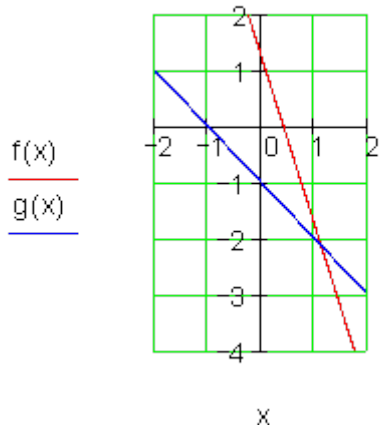
ب – د g(x) لپاره ترم له ګراف $g(x)=\frac{1}{4}x-2$ څخه لوستل کیدی شي .

له f(x) څخه پیژنو ا $P_1(2|5)$ او $P_2(3|g(3))$

$$g(3)=\frac{1}{4}\cdot 3-2=-\frac{5}{4}\Rightarrow P_2\left(3|-\frac{5}{4}\right)$$

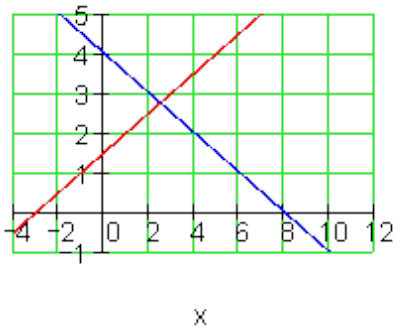
$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\frac{5}{4}-5}{3-2}=\frac{-\frac{5}{4}-\frac{20}{4}}{1}=-\frac{25}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{25}{4}x+a_0$$

$$P_1(2|5):\quad f(2)=-\frac{25}{4}\cdot 2+a_0=5\Rightarrow a_0=\frac{35}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{25}{4}x+\frac{35}{2}}}$$

$f(x)=-3x+\frac{5}{4};\ g(x)=-x-1$ $f(x_s)=g(x_s)$ $\Rightarrow -3x_s+\frac{5}{4}=-x_s-1\Leftrightarrow x_s=\frac{9}{8}$ $y_s=g(x_s)=g\left(\frac{9}{8}\right)=-\frac{9}{8}-1=-\frac{17}{8}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{8}\middle\vert -\frac{17}{8}\right)}}$	اوم: الف- 

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –



$$f: 2y - x = 3 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$f(x_s) = g(x_s)$$

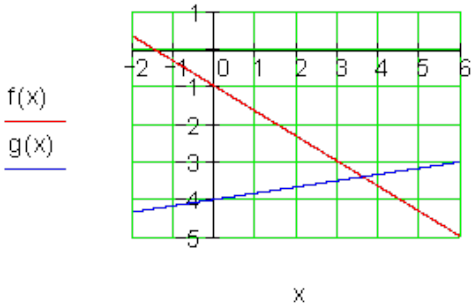
$$\frac{1}{2}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}x_s + 4$$

$$\Rightarrow x_s = \frac{5}{2}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{5}{2} \middle| \frac{11}{4}\right)}}$$

پ –



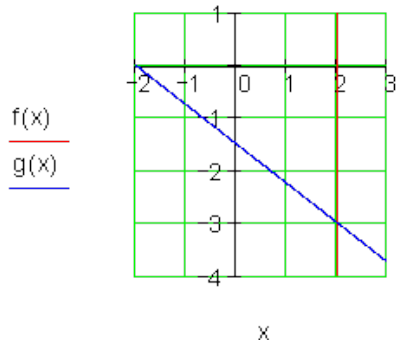
$$f(x_s) = g(x_s)$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{3}x_s - 1 = \frac{1}{6}x_s - 4 \Rightarrow x_s = \frac{18}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{18}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{18}{5} \middle| -\frac{17}{5}\right)}}$$

ت –



$$x = 2 \Rightarrow x_s = 2$$

$$y_s = g(x_s) = g(2) = -\frac{3}{4} \cdot 2 - \frac{3}{2} = -3$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(2|-3)}}$$

اتم – کربنه چې له صفرتکي تیریږي: $f(x) = a_1 x \quad a_1 \in \mathbb{R}$:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سره راکښل شوي $a_1 \in \mathbb{R}$ $x = 4 \Rightarrow f^*(x) = a_1(x-4)$

بېلګه:

$$a_1 = 1 \Rightarrow f(x) = x - 4$$
$$a_1 = 2 \Rightarrow g(x) = 2(x-4) = 2x - 8$$

پوښتنې

کرښيزې توابع برخه V

لومړی –

و ازمايی چې ايا کرښې g, h, i د يوه ټکي څخه تېرېږي.

الف - $g(x) = x + 1 \quad ; \quad h: 2y + x + 4 = 0 \quad ; \quad i: 3y - 5x = 7$

ب - $g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3$

دويم – د دوه کرښيزو توابعو f(x) او .g(x) ارزښت جدول ورکړې شوی دی.
د دواړو توابعو ګراف چېرته قطع کوي؟

د د کوم x ارزښت لپاره صدق کوي f(x) < g(x) ؟

x	0	1	2	3
f(x)	0	1,5	3	4,5
g(x)	−1	1	3	5

(c) ketabton.com: The Digital Library

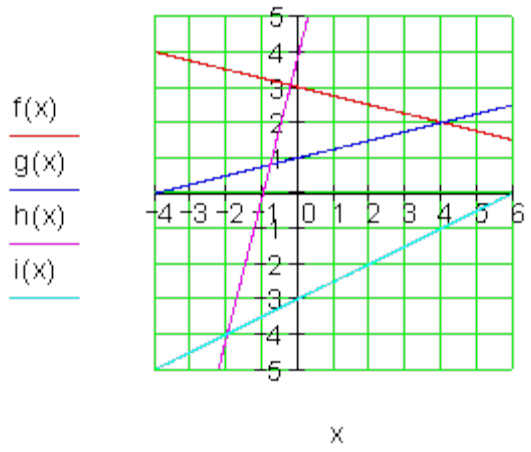
دریم –

د دواړو توابعو غوڅتکی وښایی او په کواوردینات سیستم کې یې ګراف انځور کړی.

$f(x) = 0,04x + 20 \quad ; \quad g(x) = 0,15x + 15$

څلورم –

د څلورو ګرافونو سره شکل په پام کې ونیسی.

	الف- ټول توابع مساوات وټاکی. ب- د f(x) او g(x) غوڅتکي وشمیری ، همداسې د h(x) او i(x) . پ- دوه کرښې د کښلی شکل دباندې غوڅوي. د قطع کېدو ټکي پیداکړی ت- د څلورو نه جوړه موازي کرښو زیات له زیاته څومره غوڅتکي لري؟

پنځم – دوه یو په بل نیغې ولاړې کرښې یو بل په (1- | 2-)S کې غوڅوي .

ممکنه کرښې مساوات ورکړی.

شپږم – کرښه h په کرښه g نیغه ولاړه ده. د h جګوالی وټاکی.

الف – $a_{1g} = -0,5e$ ب - $a_{1g} = 2e^{-2}$ پ - $a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

اوم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه مجله، چې د اخستلو € 2,20 قیمت لري.، 120 000 جلده (پوښه) چاپیږي د بازار کشف دفتر په مرستع دوی کره کوي، چې د€ 0,20 نرخ کمیدو په اساس مجله په5000 پوښه زیاته خرڅیدی شي، د € 0,20په ترخ جګوالي د 5000مجلو خرڅلاو یې کمیږي.

الف – د140 000 مجلو د چاپ قیمت وښایئ

د y دانو په چاپ څومره د پوښ قیمت ورکوي.

ب – کوم د خرڅلاو ګڼون یا تعداد د چاپ خونې انتظار کېدی شي، که د مجلې قیمت په € 1,50 ټیټ کړي؟

مفصل حلونه یا ځوابونه

کرښیز مساوات برخه V

لومړی:

الف-

$$g(x) = x + 1;\ h: 2y + x + 4 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x - 2;\ i: 3y - 5x = 7 \Rightarrow i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$g(x_s) = h(x_2) \Leftrightarrow x_s + 1 = -\frac{1}{2}x_s - 2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g(x_s) = g(-2) = -1$$

د $i(x_s)$ لپاره ازناپښت: $i(-2) = -1 \Rightarrow S(-2|-1)$

ټولې درې کرښې له ټکي S(-2;-1) تیریږي.

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x)=\frac{1}{6}x+\frac{3}{2}\quad;\quad h(x)=-\frac{2}{3}x+2\quad;\quad i:2x-y=3\Rightarrow i(x)=i(x)=2x-3$$

$$g(x_s)=h(x_s)\Leftrightarrow\frac{1}{6}x_s+\frac{3}{2}=-\frac{2}{3}x_s+2\Rightarrow x_s=\frac{3}{5}$$

$$y_s=g(x_s)=g\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{8}{5}\Rightarrow$$

د g(x) او h(x) لپاره باور لري $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$.

د i(x) لپاره ازماېښت: $i(x_s)=i\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{9}{5}\Rightarrow i(x)$

له دې لاس ته راځي، چې i(x) له ټکي $S\left(\frac{3}{5}\middle|\frac{8}{5}\right)$ څخه نه تیریږي.

دا درې کرښې ګډ ټکي نه لري.

دویم -

$$f(x):\quad P_1(0|0)\Rightarrow a_{0f}=0\quad P_2(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1f}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-0}{2-0}=\frac{3}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}x}}$$

$$g(x):\quad P_3(1|1)\quad P_4(2|3)$$

$$\Rightarrow a_{1g}=\frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}=\frac{3-1}{2-1}=2\Rightarrow g(x)=2x+a_{0g}$$

$$P_3(1|1):\quad g(1)=2\cdot 1+a_{0g}=1\Rightarrow a_{0g}=-1\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=2x-1}}$$

دا چې $P_2(2|3)$ په f او $P_4(2|3)$ په g پرته ده او کواوردیناتونه برابر دي، دا S(2;3) د دواړو کرښو غوټټکی هم دی، دا په لومړۍ څلورمه کې پروتدی.

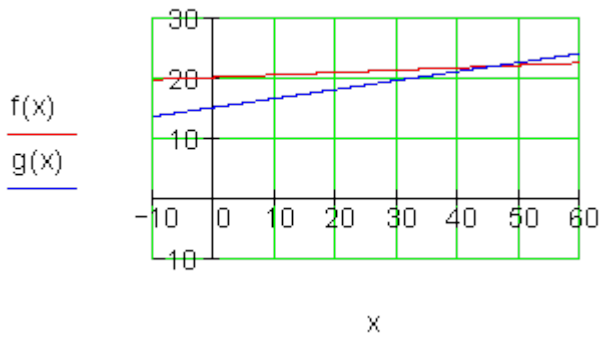
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x - 1 | -2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1 | : \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

د $x > 2$ لپاره $f(x) < g(x)$ باور لري، $f(x)$ د $g(x)$ لاندې یا کښته خواته ځغلي.

دریم:

$$f(x) = 0{,}04x + 20$$
$$g(x) = 0{,}15x + 15$$
$$g(x_s) = f(x_s)$$
$$\Leftrightarrow 0{,}15x + 15 = 0{,}04x + 20$$
$$\Rightarrow x_s = \frac{500}{11}$$
$$y_s = f(x_s) = f\left(\frac{500}{11}\right) = \frac{240}{11}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{500}{11} \,\middle|\, \frac{240}{11}\right)}}$$
$$\approx S(45{,}45 \mid 21{,}82)$$



څلورم: الف- $f(x) = -\frac{1}{4}x + 3$; $g(x) = \frac{1}{4}x + 1$; $h(x) = 4x + 4$; $i(x) = \frac{1}{2}x - 3$

ب -

$$g(x_s) = f(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_s + 1 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 4$$
$$y_s = g(x_s) = g(4) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4 \mid 2)}}$$
$$h(x_s) = i(x_s) \Leftrightarrow 4x_s + 4 = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -2$$
$$y_s = h(x_s) = h(-2) = -4 \Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2 \mid -4)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

$$i(x_s) = f(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = -\frac{1}{4}x_s + 3 \Leftrightarrow x_s = 8$$
$$y_s = i(x_s) = i(8) = 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8|1)}}$$

$$i(x_s) = g(x_s)$$
$$\frac{1}{2}x_s - 3 = \frac{1}{4}x_s + 1 \Leftrightarrow x_s = 16$$
$$y_s = g(x_s) = g(16) = 5$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16|5)}}$$

ت –

د څلور کرښو چې جوړه غبرګې نه وي، زیات له زیات شپږ ګډ غوڅټکي لري.

دلیل:

کرښه ۱ کړی شي له ۲،۳او څلور سره غوڅه کړي(درې شونوالی یا شوونتوب).

کرښه ۲ کړی شي له کرښې ۳ او ۴ سره غوڅه کړي، کرښه ۲ له ۱ سره په پام کې نیول شوې وه.(۲ شوونتوب).

کرښه ۳ کیدی شي له کرښې ۴ سره غوڅه کړي. نو د غوڅي شووتوب د مخه په پام کې نیول شوی دی. (۱ شوونتوب)

پنځم –

پیل کرښه : g(x) = a1x دې ته عمود یا ولاړه سرچینه ییزه کرښه: $h(x) = -\frac{1}{a_1}x$:

دواړه کرښې په ټکي S(-2;-1)کې راکښل شوې دي.

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow g^*(x) = a_1(x+2) - 1$ او $h^*(x) = -\frac{1}{a_1}(x+2) - 1$

د a1=4 لپاره بېلګه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g^*(x) = 4(x+2) - 1 = \underline{\underline{4x+7}} \qquad h^*(x) = -\frac{1}{4}(x+2) - 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{4}x - \frac{3}{2}}}$$

شپږم:

الف -

$$a_{1g} = -\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{-\frac{1}{2}e} = \frac{2}{e} = \underline{\underline{2e^{-1}}}$$

ب -

$$a_{1g} = 2e^{-2} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{2e^{-2}} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}e^{2}}}$$

پ -

$$a_{1g} = \frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} = \underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$$

اوم -

الف -

چاپ ګڼه یا – تعداد د قیوت په واک کې دی.

له دې لاس ته راځي، چې قیمت خپلواکه اووښتونې یا متحولهx ده ، چاپ ګڼه بلواک-یا تابع اووښتونېy ده.

قیمت 2,20€چاپ ګڼون 120 000لاس ته راځي P1(2,2 ; 120000)

قیمت 2,00€چاپ ګڼون 125 000لاس ته راځي P2(2 ; 125000)

قیمت 2,40€چاپ ګڼون 115 000لاس ته راځي(P3(2,4 ; 115000

که تو ل درې ټکي په یوه کرښه پراته وي، نو د قیمت ا و چاپګڼې یا تعدا ترمنځ اړیکې کرښیزې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2,2} = \frac{5000}{-0,2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$$
$$P_2(2 \mid 125000): \quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$$
$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000$$

د P3(2,4 ; 115000) لپاره ازمايښت:

$$f(2,4) = -25000 \cdot 2,4 + 175000 = 115000$$

له دې سره قيمت او چاپګڼون يا تعداد ترمنځ اړيکې کرښيزه دي.

قيمت د چاپ ګڼې y=140000 سره . => P(x;140000)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1,4 \Rightarrow \underline{\text{Preis } 1,40\ €}$$

قيمت دy چاپګڼ يا - تعداد سره : => P(x;y)

$$\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$$

ب - د1,50E قيمت لاس ته راځي:P(1,5;y)

$$y = f(1,5) = -25000 \cdot 1,5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$$

د€ 1,50 قيمت سره دې د 137500 zu چاپګڼون سره و شميرل يا وګڼل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.4-د کرښیزو توابعو په مرسته د پرابلمونو حل(ستونځوبی)

2.4.1د ورځنی ستونځوبي یا د پرابلمونو حل:

بېلګه ۱:

ملک او سپین دواړه په روغتون کې د ناروغچوپړ په توګه په یوه بیارغونې روغتون کې کار کوي او دواړه همغه بنسټ معاش اخلي. په دې وخت کې باید دواړه زیات کار وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی معاشونه سره پرتله کوي. د ملک نغد معاش€ 3559 دی، د سپین .€ 3223 . ملک په روانه میاشت کې ۴۳ ساعته زیات کار کړی او سپین فقط ۲۷ ساعته زیات کار کړی. بنسټ معاش او د زیات کار پیسې وښایی.

د زیات کار وخت: x اخستل شوی ټول معاش: f(x)

دوه معاش حسابونه ورکړ شوي دي.

$P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1=زیات کار پیسې a0= بنسټ معاش)

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

بنسټ معاش € 2656 دی او د زیاتکار € 21 .

بیلګهII

یو انرژی پلورونکی خپلو مشتریانو ته برېښنا په لاندې شرایطو وړاندې کوي:

یوkWh کیلو واټ په ساعت د€ 0,14 په ترخ د میاشتې په € 7,50 بنسټ پیسو .

الف – یو تابع ترم ولیکی.

په یوه مناسب کواوردینات سیسم کې د200 kWh پورې د برق مصرف ګراف وکاږی.

ب - د برېښنا د څلورو میاشتو لګښت € 150,40 دی. څومره برېښنا لګول شوې؟

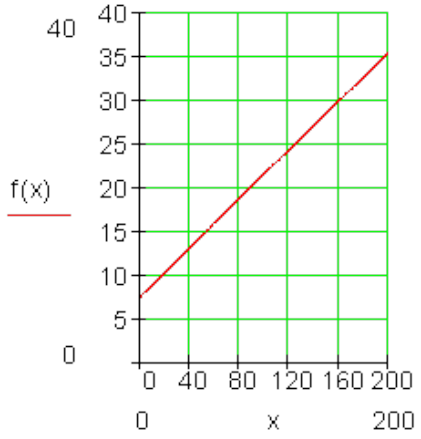
پ – یو دویم پلورونکی برېښنا په.€ 0,10 وړاندې کوي د میاشتې په€ 10 بنسټ پیسو.

د برېښنا پلورونکي بدلول د کوم لګښت څخه ګټور تمامیږي؟

حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف-



اینبوونه:

1 kWh: $0,14 \cdot 1 + 7,50$

2 kWh: $0,14 \cdot 2 + 7,50$

.....

x kWh: $0,14 \cdot x + 7,50$

د تابع ترم:

$$f(x) = 0,14 \cdot x + 7,50$$

$x \triangleq$ kWh ; $f(x) \triangleq$ €

یادونه: حساب بې له یوونونو صورت نیسي، دا د هرې نتیجې سره ورزیاتیږي.

ب-اینبوونه: $f(x) = 0,14x+7,50$ د میاشتنۍ شمیرنې لپاره باور لري.

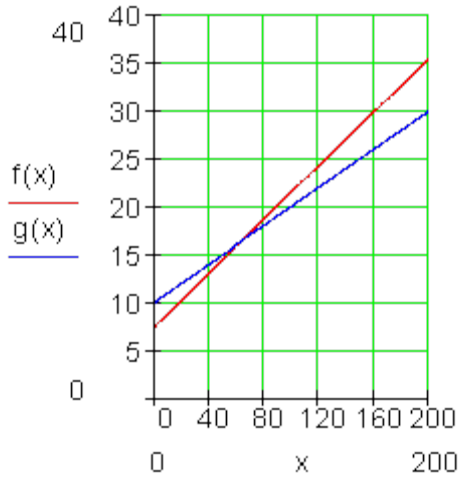
د څلورو میاشتو لپاره بنسټ پیسې 30€ دي

$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 \quad P(x \mid 150,4)$$
$$\Rightarrow f_4(x) = 0,14x + 30 = 150,4$$
$$\Leftrightarrow 0,14x + 30 = 150,4 \mid -30$$
$$\Leftrightarrow 0,14x = 120,4 \mid : 0,14$$
$$\Leftrightarrow x = 860$$

د برېښنا لګښت په څلورو میاشتو کې860kWh وو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-



پ-لومړی پلورونکی: f(x) = 0,14x+7,50

دویم پلورونکی:g(x) = 0,1x+10

په غوڅتکي Sکي نرخبرابر دي.

$$
\begin{aligned}
& f(x) = g(x) \\
& \Leftrightarrow 0{,}14x + 7{,}50 = 0{,}1x + 10 \mid -0{,}1x \\
& \Leftrightarrow 0{,}04x + 7{,}50 = 10 \mid -7{,}5 \\
& \Leftrightarrow 0{,}04x = 2{,}5 \mid : 0{,}04 \\
& \Leftrightarrow x = 62{,}5
\end{aligned}
$$

د 62,5kWh سره لګښت پرتله کونه.

د میاشتي د برېښنا لګښت سره دویم پلورونکی ارزان دی نسبت لومړي ته.

بیلګه III

د وښو(د حیواناتو د خوراک څه) چمتووالي اوتومات ،، کولاببیر،، شپون د ورځي 7,5 kg خوراکي موادو ته اړتیا لري. دولس ورځي د مخه چي دا د خوراک موادو ذخیره ډکه شوي وه، هلته نور هم 250 kg.خوراکي مواد شتون لري.

الف ــ

یو د تابع مساوات ولیکی، چي دا حالت تشریح کوي.

ب - دولس ورځي پخوا په څومره خوراکي موادو دا ذخیره ډکه شوي وه؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د50 kg ځخه وروسته دا ذخیره بیرته د ب - په اندازه ډکیږي . دا کله اړین کیږي.

حل –

الف - x محور : وخت په ورځو y محور : د وښو یا خوراکي مواد پهkg .

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$

ب – د ډکولو وخت دی.

د ډکوني وخت x = 0 دی.

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د خوراکي موادو شتون 12 ورځ د مخه 340 kg وو.

پ –

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 \mid -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 \mid :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

نږدې له 38,7 ورځو د مخه ذخیره بیرته ډکه شوې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه IV

د تلفون شرکت ،، ملفون ارزان،،(HB) وړاندې کوي:

هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، د میاشتې بنسټیز قیمت € 8,50 سره.

د ،،ملفون ارزاني،، (HP) شرایط دي : هر د خبرو دقیقه € 0,08 قیمت لري، د میاشتې بنسټ قیمت .€ 5 سره. (یوه سکیڅ ترتیب کړی)

الف – په څومره دقیقو کې دواړه قیمتونه برابردي؟

ب – ته د میاشت د تلفون لپاره لري(پیسې نیا ورکوي) ته کوم شرکت ټاکې او د ټاکلي شکت سره به څرمره خبرې وکړې؟

پ – د الف او ب- نتیجې په یوه پروت ولاړ – یا کواوردینات سیستم کې انځور کړی.

حل :

الف- $HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$

د لګښت برابروالی د دواړو کرښو په غوڅې کې شتون لري.

$$\begin{aligned} K_2(x) = K_1(x) &\Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 \mid -0,06x \\ &\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 \mid -5 \\ &\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 \mid :0,02 \\ &\Leftrightarrow x = 175 \\ K_1(175) &= 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19 \\ K_2(175) &= 0,08 \cdot 175 + 5 = 19 \end{aligned}$$

له 175 دقیقو وروسته لګښت برابر دی..(€ 19) .

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

HB:

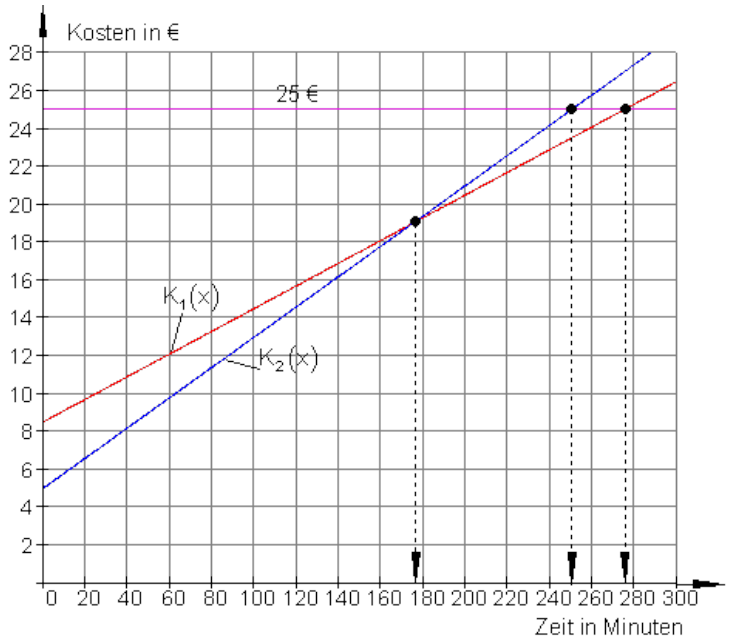
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 \,|-8{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 \,|:0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \,|-5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \,|:0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمتونه ارزان دي، ځکه چې د € 25 لپاره کېدی شي 275 دقیقې تلفون وشي. برعکس یا په څټ د HP € 25 فقط د250قیقو لپاره بسیا کوي.

پ –



پروت: وخت په دقیقه، ولاړ لګښت په یورو

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه V

یو ه فابریکه کړی شي خورا زیات یخوونې جوړ کړي(د کاپا څیتي پوله).

متحوله د دانې لګښت ثابت دی او $k_v = 300$ €. دی.

یخوونې هر یو د€ 375 قیمت باندې پلورل کیږي.

الف – قیمت تابع(K(x پیدا کړی، چې د خرڅلاو تابع یې E(x)ده او د ګټې تابع یې د فابریکې لپاره G(x) ده.

ب – د کوم تولیدډېرۍ سره به د ګټې پولې یا ورشو breakeven point یا Gewinnschwelle ته ورسیږو؟

په دې ځای کې ټول مصارف څومره دي همداسې لاس ته راوړنه؟

پ – د توانپولې پورې ګټه څورمه لویه ده؟

حل-

الف- ځاي په ځای لګښت:	$K_f = 90\,000$ €
متحول د دانې لګښت:	$k_v = 300$ €
د خرڅلو قیمت:	$p = 375$ €
دلګښت تابع:	$K(x) = k_v \cdot x + K_f = 300x + 90\,000$
د خرڅلاو ابع:	$E(x) = p \cdot x = 375 \cdot x$
د ګټې تابع:	$G(x) = E(x) - K(x) = 75x - 90\,000$

ب – د ګټې پوله هغه ځای دی، چې هلته ګټه نهکیږي.

$$G(x) = 0 \Leftrightarrow 75x - 90\,000 = 0 \mid +90\,000 \Leftrightarrow 75x = 90\,000 \mid 75 \Leftrightarrow x = x_s = 1\,200$$
$$E(x_s) = E(1\,200) = 375 \cdot 1\,200 = 450\,000 = K(x_s)$$

د ورځنې د 1200 تولیدډېرۍ سره فابریکهګټه کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې پولې کې لګښت همدومره لوي دی لکه خرڅلاو. ((€ 000 450))

پ – د توانپولې ګټه: $G(1500) = 75 \cdot 1500 = 22\,500$:

په توان پولې ګټه .€ 500 22 ده.

بیلګه VI .

سپین د تلفون شرکت ،، ارزانه سرو یا –تلفون،، نرخ ګوري

نرخ A : بنسټ نرخ € 5 د میاشتې لومړي لس ساعته مفت، پسې 0,5 Ct. / min .

نرخ B : بنسټ نرخ / € 10 د میاشتې لومړې ۲۰ ساعته مفت، پسې 0,4 Ct. / min .

نرخ : د میاشتې ټولې پیسې یاFlatrate د میاشتې Flatrate 25 € / Monat.

د ورځې په منځنۍ توګه سپین دوه نیم ساعته سرف کوي.

الف – د هر نرخ لپاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب – په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم یا کواوردینات سیستم کې د تابع ګراف سم کړئ.

پ – روښانه کړئ، }ې له ګراف څخه ټول څه لوستل کیږي(انترپریتیشن یا تشریح)

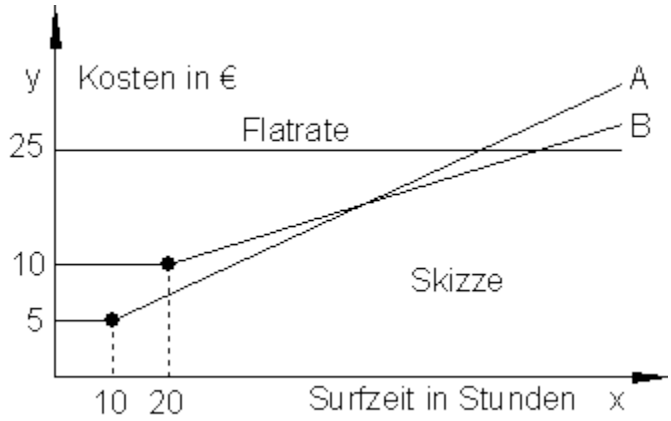
ت – د سپین لپاره مساعد نرخ وشمېرئ.

ټ – د نرخ A اوB لپاره په کوم ټکي کې ارزښت برابر دی؟

ث- د کوم سرف وخت وروسته دې سپین فلېټ رېټ وټاکي؟

حل –

(c) ketabton.com: The Digital Library



محورx : وخت په ساعت محورy : لګښت په یورو

نرخ A :

0,5Ct/min دلته ۶۰ دقیقی دي. $0,5\ Ct/min = 30\ Ct/h = 0,3\ €/h$ (Steigung

(جګوالی)

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

۱۰ مفت ساعته په دې معنا دي، چې په لومړیو لس ساعتونو کې یواځې 5€د بنسټلګښت راځي.

له دې لاس ته راځي P(10;5)

په دې ټکي کې د KA(x) ګراف ځغلي

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

د نرخ A لپاره تابع مساوات : $K_A(x) = 0,3x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نرخ B :

0,4 Ct/min دلته 60 ساعته دي $0,4\ Ct/min = 24\ Ct/h = 0,24\ €/h$
(جګوالی)

$$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$$

۲۰مفت ساعتونه په دې معنا دي، چې په لومړیو ۲۰ ساعتونو کې فقط د ۱۰ یورو بنسټپیسې راځي،

=> P(20;10)

په دې ټکي کې د $K_B(x)$ ګراف ځغلي

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \,|\, -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د نرخ B د تابع مساوات: $K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخC : فلیټ ریټ له ساعتونو خپلواک دی.

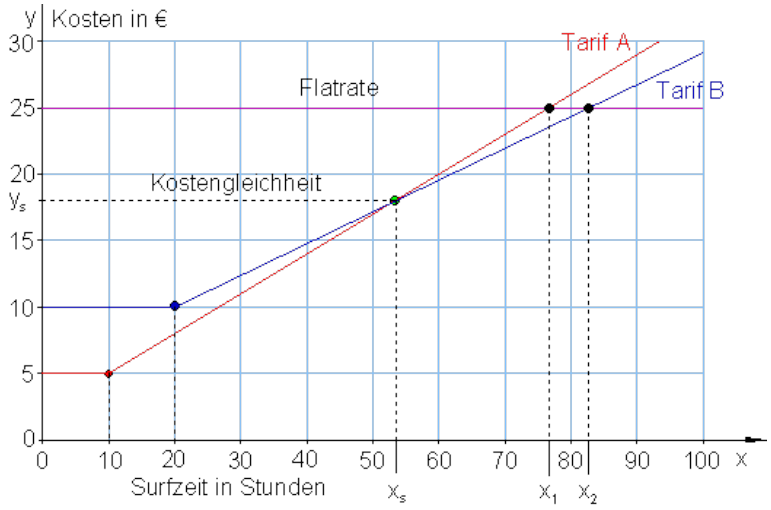
دC نرخ لپاره لپاره د تابع مساوات $F(x) = 25$ (د محور ته غبرګ)

ب - څیره د پ کښته لور ته

پ – په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په دې ټکي کې لګښت برابر دی.
تر 53 پور د A نرخ مساعد دی. د 53 او82 ترمنځ د B نرخ مساعد دی. له82 وروسته فلیټ ریټ ګټور دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې څیره ب ته



ت - سپین د میاشتي 75 ساعته سرف کوي. په دې سرف نرخ کې د ده لپاره B مساعد دی:

د میاشتي د سرف دوام 2,5h.30 = 75St. ساعته:

دA نرخ لګښت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
دB نرخ لګښت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
دC نرخ لګښت:	$F(75) = 25$

ټ - په دواړو کرښو کې دې دA او B نرخ برابروالی پیدا شي.

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$= 53\frac{1}{3}$$

(۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقې)

$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10}\cdot\frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د 53 h ساعتونو او 20 min دقیقو سرف وخت کې د نرخ برابروالی حاکم دی. په دې وخت کې لګښت د دواړو لپاره 18 € دی.

ث – د ګراف څخه لوستل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوښتکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، چې له هغه څخه د سرف وخت مساعد دی نسبت و نرخ B ته.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

د میاشتې د 82,5 سرف دوام وروسته باید په فلیټ بټ واړول شي.

پوښتنې

کرښیز توابع VII

لومړی – د لاندې کرښیزو توابعو ګرافونه رسم کړی:

الف- $f(x) = -2x + 2$ ب- $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$ پ- $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ ت- $f(x) = 3x - 6$

د ویم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوې کرښې جګوالی a1 معلوم دی. پرته له دې یو ټکی P ورکړ شوی دی، چې په کرښه پروت دی. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P(3|4)$ $a_1 = 1$ ب ـ $P(-8|1)$ $a_1 = -1$

پ ـ $P(4|3)$ $a_1 = \frac{1}{2}$ ت ـ $P(-4|3)$ $a_1 = -\frac{1}{2}$

دریم –

په یوه کرښه ټکي P_1 او P_2 ورکړ شوي دي. چې په کرښه پراته دي. د تابع مساوات وټاکئ او په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې یې ګراف وکاږئ

الف ـ $P_1(3|4)$ $P_2(7|-1)$ ب ـ $P_1(-8|1)$ $P_2(2|-3)$

پ ـ $P_1(4|3)$ $P_2(-7|-1)$ ت ـ $P_1(4|2)$ $P_2(-4|-4)$

څلورم -

لاندې مساوات په x پسې حل کړئ.

الف ـ $x-5=9$ ب ـ $8+x=25$ پ ـ $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}$ ت ـ $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}$

ټ ـ $88=4x-16$ ث ـ $a+bx=3b+a$ ج ـ $8-(x+5)=2$ چ ـ $9+(5-x)=6$

پنځم –

د وړوکتون ښوونکي او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینمن نمره 1 ،، کافي چښي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg داني ده. د اونۍ 350 g د کافي داني د ماشین لپاره اړتیا شته.

الف – د تابع برابرون ولیکئ، چې دا عمل روښانه کوي.

ب – له کوم وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي.

پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟

ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې د تابع ګراف رسم کړئ.

شپږم –

یو موټروان A په 8:00 بجو له کندهار څخه د ننګرهار په لور خوزي.

په همدې وخت کې موټروان B له ننګرهار څخه د کندهار په لور خوزي.

د کندهار څخه تر جلال اباد دې د سرک اوږدوالی 750 km و(توکلي؟)

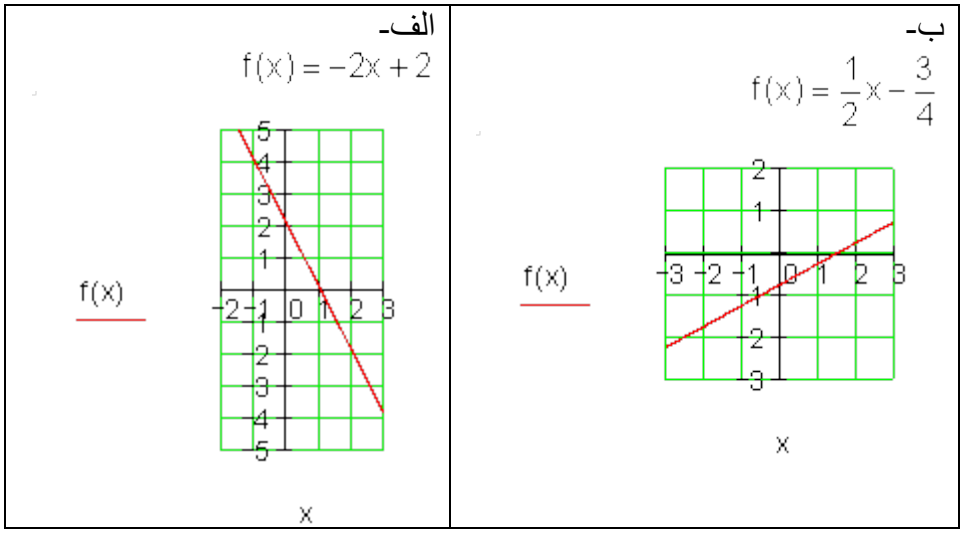
(c) ketabton.com: The Digital Library

موټروان A د 120 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي، موټروان B د 150 km/h منځنۍ چټکتیا سره ځي.
په سرک دواړه موټروانان کله او چیرته سره مخامخ کیږي؟
د دې حالت څخه یوه سکیچي جوړه کړه او وشمیره
(لارښود: پروت =د وخت محور او ولاړ= د لار محور)
اوم - د یوه بارانمرتبان چې توتهېنه د $1\ m^2$ بنسټ سطحې سره لري په ساعت کې 80 لیتره باران ورځي.
الف - د وختt په واکوالي کې ډکجګوالی h روښانه یا تشریح کړی، که په مرتبان کې له پخوا 150 (t = 0) لیتره وي..
ب - د h او t ترمنځ اړیکې کرښیزې دي، که مرتبان خیټور یا د غونډوسکې په بڼه وي، نو؟

ځوابونه

کرښیز توابع VII

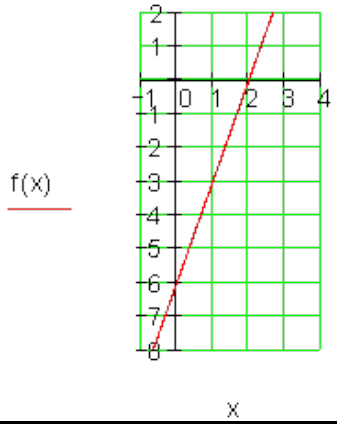
مفصل ځوابونه یا حلونه
لومړی::



(c) ketabton.com: The Digital Library

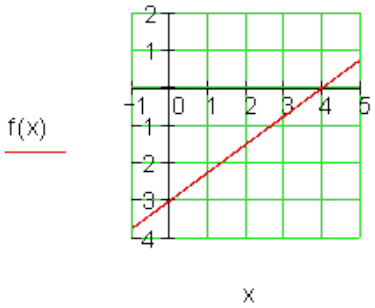
ت

$f(x) = 3x - 6$

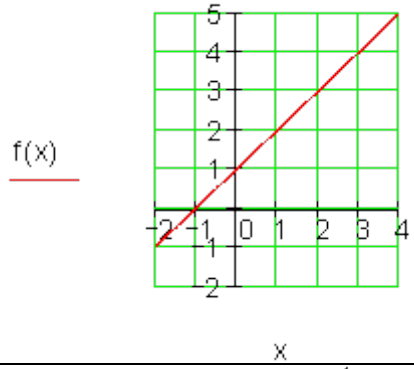


پ

$f(x) = \frac{3}{4}x - 3$



دویم: الف-



$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = 1$

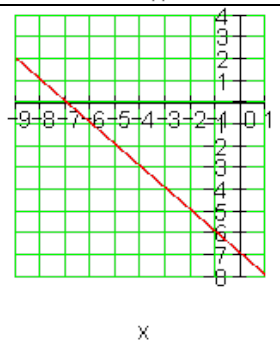
$\Rightarrow f(x) = x + a_0$

$P(3|4): f(3) = 4$

$\Leftrightarrow 3 + a_0 = 4 \,|\, -3$

$\Leftrightarrow a_0 = 1$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = x + 1}$



ب-

$f(x) = a_1x + a_0$

$a_1 = -1$

$\Rightarrow f(x) = -x + a_0$

$P(-8|1): f(-8) = 1$

$\Leftrightarrow -(-8) + a_0 = 1 \,|\, -8$

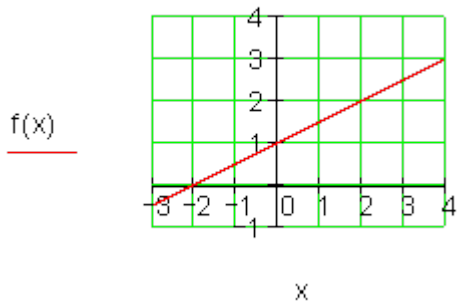
$\Leftrightarrow a_0 = -7$

$\Rightarrow \boxed{f(x) = -x - 7}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

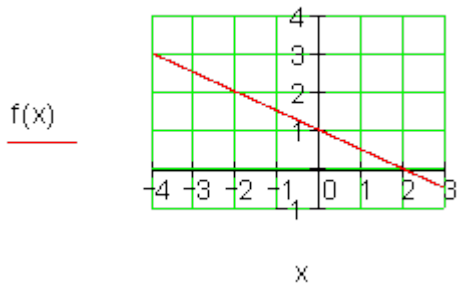
پ -

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(4|3): f(4) = 3$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot 4 + a_0 = 3 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{2}x + 1}$$



ت –

$$f(x) = a_1 x + a_0$$
$$a_1 = -\frac{1}{2}$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$$
$$P(-4|3): f(-4) = 3$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\cdot(-4) + a_0 = 3 \,|\, -2$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$



دریم:

الف –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; P_1\left(\underset{x_1}{3} \,\middle|\, \underset{y_1}{4}\right) ; P_2\left(\underset{x_2}{7} \,\middle|\, \underset{y_2}{-1}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-4}{7-3} = -\frac{5}{4}$$

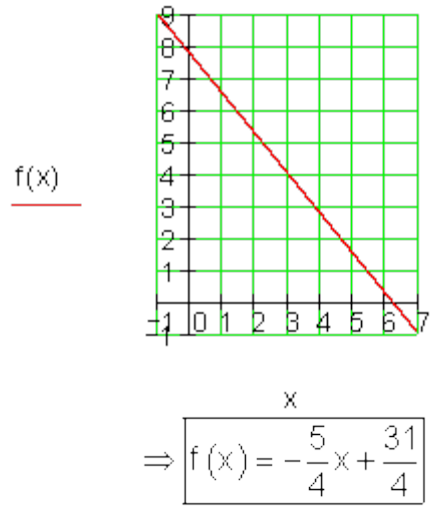
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{5}{4}x + a_0$$

$$P_1(3 \mid 4) : f(3) = 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{4} \cdot 3 + a_0 = 4 \mid + \frac{15}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{31}{4}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{5}{4}x + \frac{31}{4}}$$

ب-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; P_1\left(\underset{x_1}{-8} \,\middle|\, \underset{y_1}{1}\right) ; P_2\left(\underset{x_2}{2} \,\middle|\, \underset{y_2}{-3}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-1}{2-(-8)} = -\frac{2}{5}$$

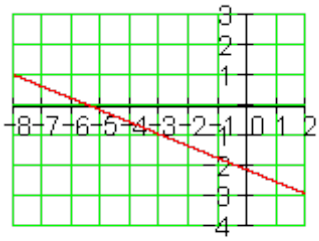
$$\Rightarrow a_1 = -\frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{2}{5}x + a_0$$

$$P_2(2 \mid -3) : f(2) = -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{5} \cdot 2 + a_0 = -3 \mid + \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{11}{5}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underset{x_1}{\underset{\uparrow}{4}} \mid \underset{y_1}{\underset{\uparrow}{3}}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{-7}_{x_2} \mid \underbrace{-1}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{-7-4} = \frac{4}{11}$$

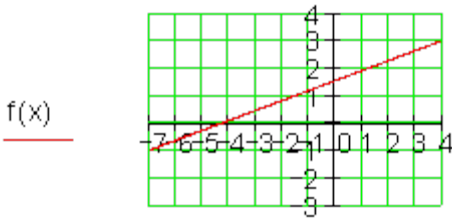
$$\Rightarrow a_1 = \frac{4}{11}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4}{11}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 3) : f(4) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{11} \cdot 4 + a_0 = 3 \mid -\frac{16}{11}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{17}{11}$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{4}{11}x + \frac{17}{11}}$$

ت-

$$f(x) = a_1 x + a_0 \; ; \; P_1\left(\underset{x_1}{\underset{\uparrow}{4}} \mid \underset{y_1}{\underset{\uparrow}{2}}\right) ; \; P_2\left(\underbrace{-4}_{x_2} \mid \underbrace{-4}_{y_2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-4-4} = \frac{3}{4}$$

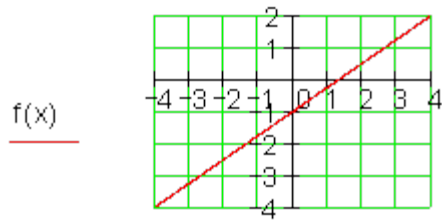
$$\Rightarrow a_1 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x + a_0$$

$$P_1(4 \mid 2) : f(4) = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot 4 + a_0 = 2 \mid -3$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$



$$\Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{3}{4}x - 1}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $x-5=9\,|+5$
$\Leftrightarrow x=14 \Rightarrow \boxed{L=\{14\}}$

ب - $8+x=25\,|-8$
$\Leftrightarrow x=17 \Rightarrow \boxed{L=\{17\}}$

پ - $x-\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\,|+\frac{2}{3}$
$\Leftrightarrow x=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12} \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{17}{12}\right\}}$

ت - $\frac{5}{9}=x-\frac{1}{3}\,|+\frac{1}{3}$
$\Leftrightarrow \frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{8}{9}=x \Rightarrow \boxed{L=\left\{\frac{8}{9}\right\}}$

ټ - $88=4x-16\,|+16$
$\Leftrightarrow 104=4x\,|:4$
$\Leftrightarrow 26=x \Rightarrow \boxed{L=\{26\}}$

ث - $a+bx=3b+a\,|-a$
$\Leftrightarrow bx=3b\,|\,b$
$\Leftrightarrow x=3 \Rightarrow \boxed{L=\{3\}}$

ج- $8-(x+5)=2\,|-8$
$\Leftrightarrow -(x+5)=-6\,|:(-1)$
$\Leftrightarrow x+5=6\,|-5$
$\Leftrightarrow x=1 \Rightarrow \boxed{L=\{1\}}$

ح - $9+(5-x)=6\,|-9$
$\Leftrightarrow 5-x=-3\,|-5$
$\Leftrightarrow -x=-8\,|\cdot(-1)$
$\Leftrightarrow x=8 \Rightarrow \boxed{L=\{8\}}$

پنځم – الف - اووښتوني یا متحوله x د اونۍ په معنا ده

y=f(x) د کافي ذخیرې په معنا ده.

$f(x)=a_1x+a_0$ ، د کرښیز مساوات تولیزه بڼه

اونۍ 0 :	$f(0)=-0{,}35\cdot 0+1{,}8=1{,}8$
اونۍ1 :	$f(1)=-0{,}35\cdot 1+1{,}8=1{,}45$
اونۍ2 :	$f(2)=-0{,}35\cdot 2+1{,}8=1{,}1$
.....	.....
اونۍx :	$f(x)=-0{,}35\cdot x+1{,}8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کافي ذخیرې د کمیدو لپاره تابعمساوت
ب - د کافي ذخیره لګیدلي معنا لري:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \,|-1,8$$

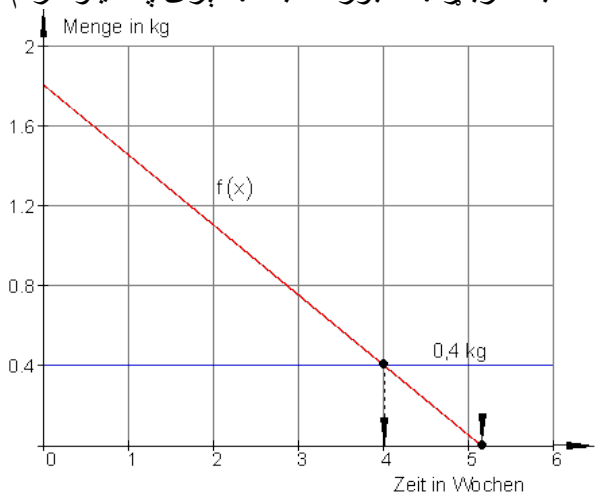
مساوات دې د x پسې حل شي.

$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \,|:(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

د نږدې ۵ اونیو وروسته نوره کافي نه شته.
پ – فقط 400g کافي پاتې ده په دې معنا چې:

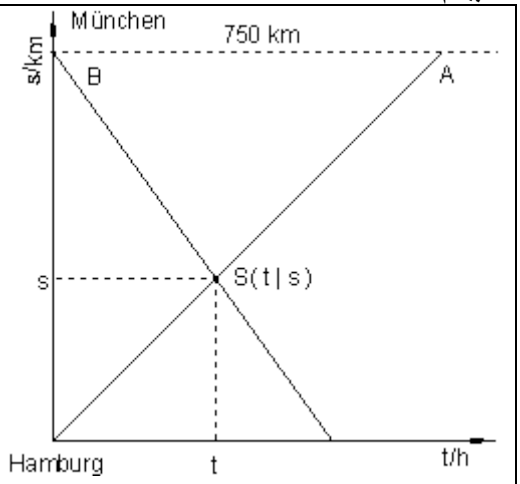
$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \,|-1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \,|:(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلو اونیو ورسته نوره فقط 400g کافي پاتې ده.
ت- د کښته ژباړه: له بورته کښته: ډېرې په کیلو ګرام، وخت په اونۍ



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:



پروتولاړ سیستم کې:کندهار او ننګرهار د مونشن او هامبورګ لپاره لیکل شوي دي.

د یوه نږدې 2,77 ساعته تلنوخت وروسته دواړه موټرونه د 333,333 km کندهار څخه لرې او 416,666 km د ننګرهار څخه په واټن کې سره مخامخ کیږي

موتروان A :SA(t) = VA.t

کرښه له VA جګوالي سره

موټروان : دلته د لار-وخت قانون یوه کرښه ده د کمیز یا منفي جګوالي سره چټکتیا هم د جګوالي لپاره یوه کچوني اندازه ده.

$$s_B(t) = -v_B \cdot t + 750$$

د دواړو ګرافونو غوڅټکی نتیجه راکوي.

$$s_A(t) = s_B(t) \Leftrightarrow v_A \cdot t = -v_B \cdot t + 750$$

$$\Rightarrow t = \frac{750}{v_A + v_B} = \frac{750}{270} = \underline{\underline{2,\bar{7}\ h}}$$

A لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 120 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{333,\bar{3}\ (km)}}$$

B لاندې لار وهلې

$$s_A\left(\frac{750}{270}\right) = 150 \cdot \frac{750}{270} = \underline{\underline{416,\bar{6}\ (km)}}$$

اوم –

الف- د توتې ډکی یا حجم :

$$V = G \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{G} \quad G = 1m^2 = 100\ dm^2 \quad 1Liter \triangleq 1dm^3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات د ډکي تغیر لپاره: $V(t) = 80\,\frac{dm^3}{h}\cdot t + 150\ dm^3$

شمېرنه بې له یوونون یا واحدونو صوررت نیسي، نتیجې په دیسي متر.

$$h(t) = \frac{V(t)}{G} = \frac{80\cdot t + 150}{100} = \underline{\underline{0{,}8\cdot t + 1{,}5}}$$

ب - د پړسیدلي یا غونډوسکې ډوله ډکوالي جګوالی د وخت سره کرښیز تغیر نه خوري.

پوښتنې

کرښیز مساوات XV

لومړی –

پنځم – دا پوښتنه د مخه راغلې او دلته تکرار ده؟؟؟؟؟ ځواب یې هم شته.
د وړوکتون ښوونکې او ښوونکی د زړه له کومې د مارکې ،، برینکمن نمره 1 ،، کافي چي. دا ا وس د بوتل زخیره 1,8 kg دانې ده. د اونۍ 350 g د کافي دانې د ماشین لپاره اړتیا شته.
الف – د تابع برابرون ولیکی، چې دا عمل روښانه کوي.
ب – له کوم وخت وروسته د کافي زخیره پای ته رسیږي؟
پ – د کافي فرمایش پسې باید ورکړ شي، که د کافي بوتل 400 g پاتې ولري. دا حالت به کله وي؟
ت ـ په یوه مناسب پروتولاړ سیستم (کواوردینات سیستم) کې د تابع ګراف رسم کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: توبي او مري په یوه بیارغړني روغتون کې کار کوي او برابر معاش لري. په دې وخت کې باید دواړه زیا تکاري وکړي. د میاشتې په اخر کې دوی خپل معاشونه سره پرتله کوي. د توبي معاش بې له مالیا € 3559، د ماري € 3223 . توبي په رواني میاشت کې43 ساعته زیات کار کړي، ماري معکوسأ فقط 27 ساعته کار کړي. بنسټ معاش وشمیرئ او د زیات وخت ټول معاش.

دریم: د جلالکوټ ژوبڼ د،، کولاخرس،، د وښو ذخیرې اوتومات د ورځې 7,5 kg د حیواناتو وښو ته اړتیا لري، دولس ورځې وروسته له هغط چط د وښو ذخیه ډکه شوې، په ذخیره کط تراوسه 250 kg شته.

الف- یو تابعمساوات ولیکی، چې داشي حالت تشریح کوي او دط ته اړوند ګراف په یوه مناسب پروتولاړ یا کواوردینات سیستم کې وکاږی.

ب- کومه ډېری یا سټ باندې دا ذخیرهځای دولس ورځې د مخه ډک شوی وو؟

پ- په به دا بیرته هغه په کې ورکړشوي شتون باندې بیرته ډک شي. دا کله غوښتونی دی؟

څلورم: د ،،تلفونچوپړ مغازه،،(HB) هره د خبرو دقیقه € 0,06 قیمت لري، چط د میاشتې بنسټ نرخ € 8,50 وي..

د ،، ارزان ملفون،،(HB) شرطونه دي: هره دقیقه€ 0,08 ، د میشاتي بنسټنرخ € 5 سره.(یوه څېره رسم کړی).

الف- له څو دقیقو وروشته د دواړو ملفونونو لګښت برابر دی؟

ب- تاسو د میاشتې € 25 په اختیار کې لری(نیا پیسې ورکوي).

کوم چوپړ غواړط او دا ستا د خوښط تلفونمغازط سره څومره اوږد تلفونکړی شي؟

پ- د الف او ب نتیجط په پرونولاړ یا کواوردینات سیستم کط انځور کړی.

پنځم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

په یوه هوټل کې د لمبا کوټې د ګرمو اوبو چمتووالی لپاره د بریښنایي تیلګرمۍ ماشین ایښږل شوی. € 25000 د نرژی کلني لګښت راځي. د لرګرمۍ له لارې یوځلي € 50000لګښت راځي. په دې پسې د رنژی لګښت فقط € 5000 په کال دی.

الف – په کوم وخت کې دا پیسې ځای نیسي؟ د دې وخت لپاره لګښت څومره دی؟

ب – د دې ګراف وکاږئ.

شپږم –

له ګنیو څخه پوره یا ګوړه جوړیږي(د ګنیو او خوږې ترمنځ کرښیزې اړیکې وړاندنیونه ده) یو د تابع ترم f (x) تشریح کوي، چې څومره کیلوګرامه خوږه د x kg څخه لاس ته راځي.

الف – د تابع ترم f (x) وټاکئ.

ب – وشمیرئ: $f(100); f(250); f(x) = 25$

پ – د .f (x) ګراف وکاږئ.

اوم –

سپین همدا اوس د طب درس په بري پای ته ورساوه او طبي بدلونپروګرام کې برخه اخلي. دا د یوه کال لپاره USA ته ځي. پع المان تودوخي په درجه څلزیوس[^{0}C] او امریکاکې په فارنهایټ [^{0}F]کچیږي. سپین او خړ له درس څخه پوهیږي، چې د دواړو تودوخیو ترمنځ یو کرښیز ه اړیکه شتون لري او ^{0}C 0 د^{0}F 32 تودوخي او ^{0}C 100 د^{0}F 212 تودوخي ده. دوی د یوه تابع برابرون ته اوتیا لري، چې دوی دا تودوخي زر په هغه خپل ورسره بلده درجه واړولی شي.

الف – د سپین لپاره یو تابع مساوت وضعه کړئ، چې له^{0}F څخه په ^{0}C شمېربدلون اجازه ورکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د خړ لپاره یو تابع مساوت وضعه کړی، چې له ^0F ^0C څخه په ^0F شمېربدلون اجازه ورکوي.

پ – په یوه د لمبا اخور کې تودوخې ^0F 95 ده، دا څومره ^0C وه؟

ت – د د یوه تن تودوخې ^0C 40 تبه ټیټېدونکي کار باید سر ته ورسیږي. دا په ^0F کومه تودوخي ده؟

حلونه

کرښیز توابع XV

نتیجې او مفصل حلونه

نتیجې:

لومړی:

الف- تابعمساوات:

ب – د څه پنځه اونیو وروسته نوره کافي نه شته.

پ - د ۴ اونیو وروسته کافي پاتې ده.

ت- ګراف د مفصل حل لاندې وګورئ.

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټمعاش دی، د زیاتوخت ټولي .

دریم:

الف- $f(x) = -7,5x + 340$

ګراف په مفصل حل کې دی.

ب- د وښو زخیره په 340 kg ډکه شوه.

پ - د نږدې 38,7 ورځو وروستهد وښو ګودام بیرته ډک شوی دی.

څلورم:

الف- له 175 دقیقووروسته نرخمساوات واک لري (€ 19).

ب- دHB چوپړ مساعد دی، ځکه چې په € 25 کیدی شي 275 دقیقي تلفو وکړی شي.

برعکس HP د € 25 سره فقط د250 قیقو لپاره بسیا کوي. ګراف د مفصل حل لاندې میندلی شئ.

پنځم:

الف-دا د پیسو ورکړې له 2,5 کاله وروسته ګټوره وه. په داوړو حالتونو کط دا تراوسه په جریان کې لګښت € 62500 دی.

ب- ګراف په مفصل ځواب کط میدل کیږي.

شپږم:

الف- تابعترم: $f(x) = \frac{17}{160}x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

$$f(100) = 10,625 \qquad f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

پ- ګراف تر مفصل ځواب لاندې وکورئ

اوم:

الف-

د °F په°C اړونې لپاره باور لري: $f(x) = \frac{5}{9}(x-32)$ xپه °F او f(x) په °C

پ- د لمپا ډوډوکي تودوخې $35\ ^0C$ ده.

ت-په یوه $104\ ^0F$ تودوخی سره باید د تبې ټیټیدنې لپاره تیاری ونیول شي.

مفصل حلونه

لومړی:

الف- متحولې یا اووښتونې : xد اونۍ په معنا دي

y=f(x) په کیلوګرام د کافي زخیره ډېرئ یا سټ ده .

$f(x) = a_1x + a_0$ د کرښیز مساوات عمومي بڼه.

اونۍ0 :f(0) = -0,35.0+1,8=1,8

(c) ketabton.com: The Digital Library

اونۍ1: f(1) = -0,35.1+1,8=1,45

اونۍ2: f(2) = -0,35.2+1.8=1.1

.....

اونۍ x:=f(x) = -0,35.x+1,8

د کافي کمښت زخیرې لپاره د تابع مساوات.

ب – د کافي زخیره مصرف شوې په دې معنا دی، چې:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$$

مساوات دې د x پسې حل شي.

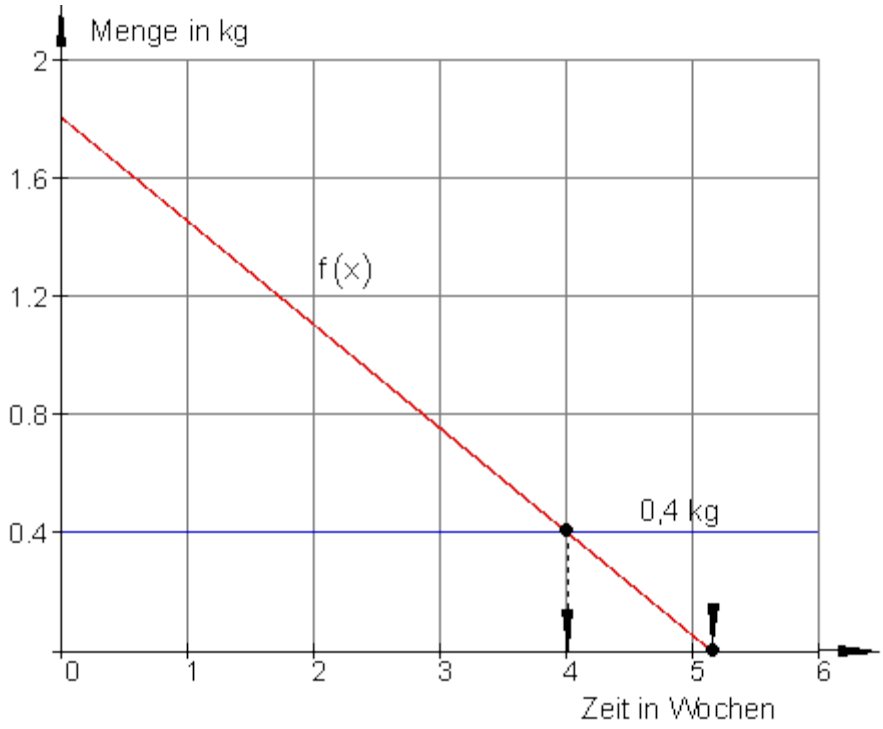
د نږدې پنځه اونیووروسته نوره کافي یا قهوه شتون نه لري.

پ- فقط کافي لرو په دې معنا، چې :

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

د څلور اونیووروسته فقط 4g کافي پاتې ده

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: د زیات کار ساعتو تعداد x ورکړشوی نغد معاش f(x) دی.

دوه ارزښت کاغذونه ورکړ شوي دي: $P_1(43|3559)$ او $P_2(27|3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

(a1 د زیات کار ټول معاش a0 بنسټ معاش)

$$P_1(43|3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$
$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \,|\, -903$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$
$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

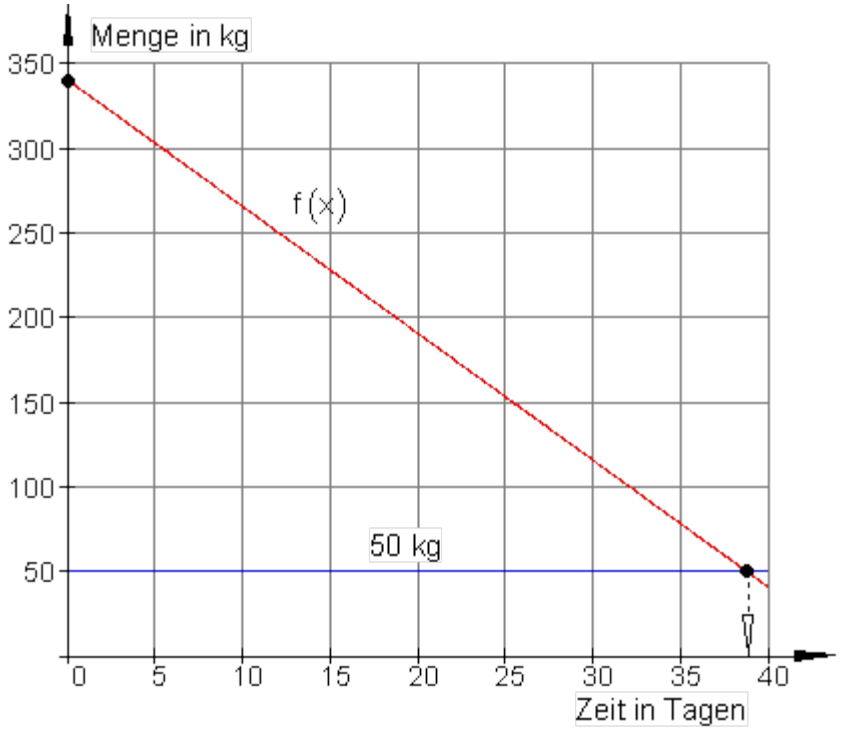
(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټ معاش € 2656 دی، د زیات ساعت کار معاش€ 21 دی.

دریم:

الف-

$$f(x) = -7,5x + a_0$$
$$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7,5 \cdot 12 + a_0 = 250$$
$$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7,5x + 340}}$$



پروت: وخت په ورځو. ولاړ: ډېری (مقدار) په کیلوګرام
ب ـ د ډکولو وخت په x = 0 کې دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow f(0) = -7,5 \cdot 0 + 340 = 340$$

د وښوزخیره دولس ورځي د مخه په 340 kg ډکه شوه.

پ-

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow -7,5x + 340 = 50 | -340$$
$$\Leftrightarrow -7,5x = -290 | :(-7,5)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38,7$$

له 38,7 ورځو وروسته دې د وښو زخیره بیرته ډکه شي.

څلورم: الف-

$$HB: K_1(x) = 0,06x + 8,5 \qquad HP: K_2(x) = 0,08x + 5$$

د قیمت مساوات د دواړو کرښو په غوڅي(تقاطع) کې پروت دی.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0,08x + 5 = 0,06x + 8,5 | -0,06x$$
$$\Leftrightarrow 0,02x + 5 = 8,5 | -5$$
$$\Leftrightarrow 0,02x = 3,5 | :0,02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0,06 \cdot 175 + 8,5 = 19$$
$$K_2(175) = 0,08 \cdot 175 + 5 = 19$$

د 175دقیقو وروسته دد قیمت مساوات برقرار دي(€ 19).

ب-

$$HB:$$
$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0,06x + 8,5 = 25 | -8,5$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 16,5 | :0,06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

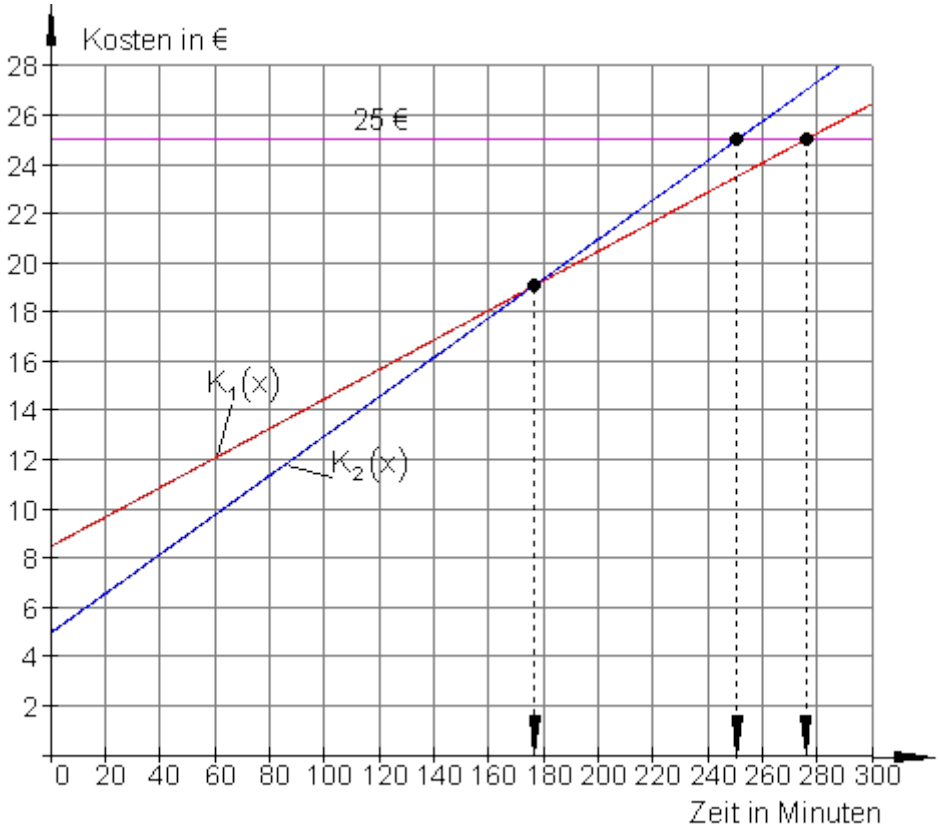
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \mid -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \mid :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

د HB خدمت مساعد دی، ځکه چې د€ 25 لپاره سړی کړی شي 275 دقیقې تلفون وکړي.

برعکس د HP لپاره € 25 فقط د 250 دقیقو لپاره بسیا کوي.

پ-



پروت: وخت په دقیقو. ولاړ:نرخ ا قیمت په یورو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: الف- y- محور : لګښت x-محور: کلونه

ګرموونې یا بخارئ: $f(x) = 25000x$

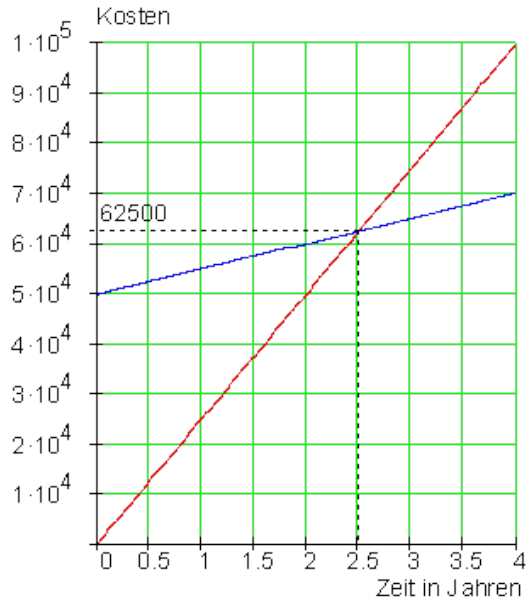
له لرې تودوخې: $g(x) = 5000x+50000$

د لګښت مساوات د دواړو کرښو غوڅې(تقاطع) کې واک لري.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 \mid -5000x$$
$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 \mid :20000$$
$$\Leftrightarrow x = 2,5$$
$$f(2,5) = 25000 \cdot 2,5 = 62500$$
$$g(2,5) = 5000 \cdot 2,5 + 50000 = 62500$$

پانګونه له دوه نیم کالو وروسته ګټوره تمامه شوه. په دواړو حالتونو کې تردې وخت لګښتونه 62500 € دي.

ب- لاندې: پروت وخت په کلونو. ولاړ: قیمت یا لګښت



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم: الف- y-محور خوږه(بوره) x -محور ګني

80kg ګني لرو 8,5kg بوره یا ګوړه لاس ته راځي P1(80;8,5)

0kg ګني 0kg خوږه لاس ته راځي P2(0;0) پیلکرښه a0=0لاس ته راځي

جګوالی:

$$a_1 = \frac{8,5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow f(x) = \frac{17}{160}x$$

$$f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10,625$$

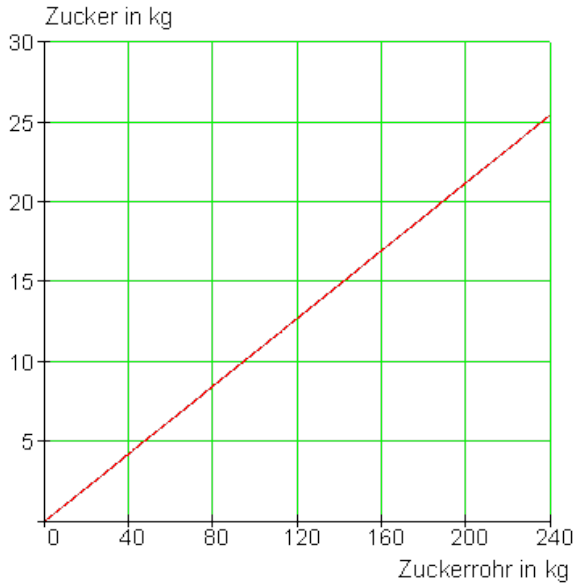
$$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26,563$$

$$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \,|: \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$$

ب-

له 100 kg ګنیو څخه 10,625 kg خوږه ګټل کیږي. له ګنیو څخه کیدی شي نږدې خوږه وګټل شي. د 25 kg حوږې لپاره نږدې 235,3 kg ګنیو ته اړتیا شته.

پ-



(c) ketabton.com: The Digital Library

پروت: ګني په کیلوګرام. ږلاړ: ګوړه په کیلوګرام

اوم:

الف- y-محور : °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(32\,|\,0) \qquad P_2(212\,|\,100)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32\,|\,0) : f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \,|\, -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $\underline{f(x) = \frac{5}{9}(x-32)}$

x په °F او y په °C

ب- y-محور: °C x-محور:°F

$$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(0\,|\,32) \qquad P_2(100\,|\,212)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0\,|\,32) : f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د °F اړول یا بدلون په °C لپاره باور لري: $f(x)=\frac{9}{5}x+32$

x په °C او f(x) په°F

$$95\,^0F = ?^0C \quad f(x)=\frac{5}{9}(x-32) \Rightarrow f(95)=\frac{5}{9}(95-32)=\frac{5}{9}\cdot 63 = \underline{\underline{35\,^0C}}$$

د اخورمینځي تودوخي $35\,^0C$ ده.

ت –

$$40\,^0C = ?^0F \quad f(x)=\frac{9}{5}x+32 \Rightarrow f(40)=\frac{9}{5}\cdot 40+32 = \underline{\underline{104\,^0F}}$$

د $104\,^0F$ تودوخئ سره باید د تبې ټیټیدونکي لارې چارې ونیول شي یا اقدام وشي.

پوښتنې

کرښیز مساوات XVI

لومړی: یوه د میوې وېستنې فابریکه په خپل موټر د څښاک کارتن د رسولو لپاره په هره کارتن 0,80 € د میاشتې فیکس یا ځای په ځای لګښت 840 € شمیري.

الف – د x کارتنونو د رسولو د لګښت لپاره یو د لګښت تابع منځ ته راوړی. د 2500 کارتنونو د رسولو لپاره څومره لګښت منځ ته راځي؟

ب – یو د موادو رسولو شرکت د څښاک موادو رسولو لپاره په هر کارتن 1,15 € وړاندیز کوي. د x کارتنونو د رسولو د لګښت یو ترم ولیکی. د کوم د رسولوګڼون یا –تعداد لپاره د رسولو شرکت لګښت مساعد ده؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د میوې فاربریکې ته یو وړاندیز وړاندې کړی، چې د لګښت سپما د 4000 کارتونونو سره به € 680 وي.

دویم –

په یوه ملي اقتصاد مودل کې مصارف کرښیز د چمتوالي معاش په واک کې دي. د یوه € 1000 معاش سره لګښت € 900 دی. د € 1800 معاش سره به .€ 1460 وي.

الف – د مصرف تابع K لپاره تابع ترم ولیکی.

ب – د مصرفونې جګوالی وشمیری که معاش € 800 همداسې € 2500، همداسې € 4000 وی.

پ-

د مصرفکچه(quote) د معاش برخه ده چې د مصرف یا لګښت لپاره کارول کیږي معاش: لګښت = د لګښت کووتې ((Konsumquote = Konsum / Einkommen)) د مصرف کووتې د په ب – کې معاش څخه وټاکی. کومې تولیزې اړیکې د مصرفکووتو او معاش ترمنځ شتون لري؟

ت -د معاش زیاتولی .dx دی. څو په سلو کې د معاش زیاتوالی د مصرف لپاره ورکړ شوی دی؟

ټ -کوم تابع S د معاش په واکوالي کې د سپماتوان تشریح کوي. تابعK اوS ګرافیکي انځور کړی. دS صفرځای کوم غوره والی لري؟

دریم –

یو اوسپنه وړونکی $l_0 = 85\ m$ اوږد دی او د پړسېدنې ضریب یې

$$\alpha = \frac{12 \cdot 10^{-6}}{K} \quad (K \triangleq \text{Grad Kelvin})$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دی. یو تابع ترم $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t$ د اوسپنې باروړونکي اوږدوالی په ګوته کوي، د په K تودوخې Δt په واکوالي کې.

الف – د دې اوسپنې وړونکي د تابع ترم ورکړې

ب- د لاندې تودوخې تغیر سره د اوسپنې وړونکي اوږدوالی و شمیرې.

: 30 K ; 60 K ; 40 K.

پ- اوسپنه وړونکی باید څومره اوږدوي، چې دK 25 تودوخې په جګوالي د اوږدوالی تغیر 25 mm وکړي؟

حلونه

کرښیز مساوات XVI

مفصل حلونه

لومړی:

الف- $K_1(x) = 0,8x + 840$

2500 کارتونونه: $K_1(x) = 0,8 \cdot 2500 + 840 = 2840$

د 2500 کاتونونو وړنه $\underline{\underline{2840\ €}}$ قیمت لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- $K_1(x) = 0,8x + 840$ فابریکه $K_2(x) = 1,15x$ لوګیستیکي فیرما

د نرخ توپیر: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - 1,15x = -0,35x + 840$

د فابریکې لپاره ګټه که $U(x) > 0$

$\Rightarrow -0,35x+840>0 \Leftrightarrow -0,35x>-840 \Leftrightarrow x<240$

تر 2400 پورې کارتونونه لوګیتیکي فیرما مساعد قیمت لري.

پ – نوی لګښت تابع د لوګیتیکي فیرما لپاره: $K_2(x) = a_1x$

د لګښت توپیر: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0,8x + 840 - a_1x = (0,8 - a_1)x + 840$

په 4000 کارتونونو کې ګټه €680 ده.

له دې لاس ته راځي، چې

$$\Rightarrow U(4000) = (0,8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0,8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0,84$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K_2(x) = 0,84x}}$$

دا په دې معنا دی چې €0,84 په یوه کارتون.

دویم:

الف- خپلواکه اووښتونې(متحوله) معاش=x

بلواک متحوله y=K(x)= د خوراک لګښت(کرښیزه اړیکې)

$$\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له ورکو شویو شرایطو لرو: $P_1(1000\,|\,900)\,;\,P_2(1800\,|\,1460)$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0,7 \Rightarrow K(x) = 0,7x + a_0$$

$$P_1(1000\,|\,900):\quad K(1000) = 0,7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,7x + 200}}$$

ب-

$$K(800) = 0,7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800\,|\,760)}}$$

$$K(2500) = 0,7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500\,|\,1950)}}$$

$$K(4000) = 0,7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000\,|\,3000)}}$$

	د لګښت کچه $= \frac{\text{لګښت}}{\text{معاش}} = K(x)/x$
$= \frac{760}{800} = 0,95 \triangleq \underline{\underline{95\%}}$	معاش 800€ له دې لاس ته راځي
$= \frac{1950}{2500} = 0,78 \triangleq \underline{\underline{78\%}}$	معاش 2500€ له دې لاس ته راځي
$= \frac{3000}{4000} = 0,75 \triangleq \underline{\underline{75\%}}$	معاش 400€ لاس ته راځي
پ-	تولیزې اړیکې:
$= \frac{K(x)}{x} = \frac{0,7x + 200}{x} = 0,7 + \frac{200}{x}$	د لګښت کچه=

پام: هرڅومره چې معاش جګ وي، همغومره لګښت ارزښت 0,7 ته نږدې کیږي، داپه دې معنا، چې لږترلږه 70% دا په واک کې معاش د مصرف یا خوراک لپاره لګیږي. دا پاتې کیدی شي سپما شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

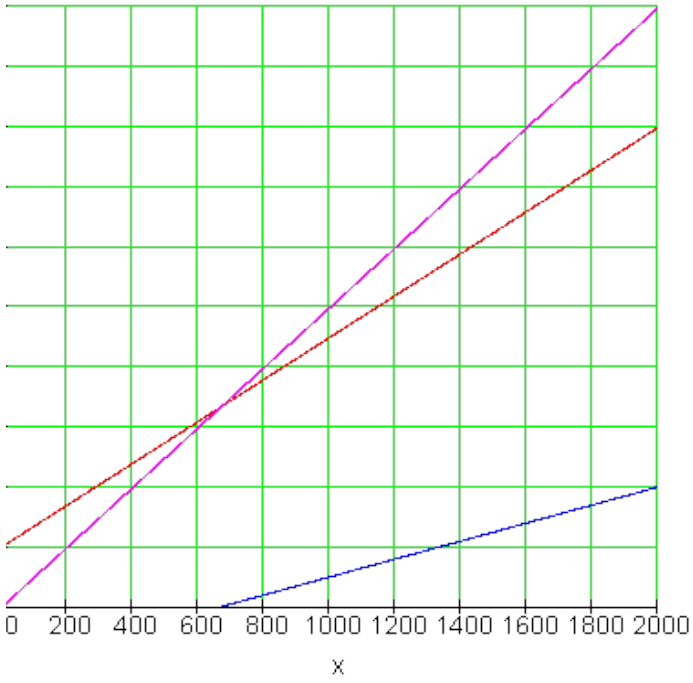
ت- ایښونه: زوړ معاش نوی معاش د معاش زیاتوالی	$x \Rightarrow K(x) = 0,7x + 200$ $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0,7(x + dx) + 200$ $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$

$$\Leftrightarrow 0,7(x + dx) + 200 - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,7dx}}$$

تري لاس ته راتلنه: په تعقیب یا تري لاس ته راتلنه: 70% د معاش زیلتوالی د خوراک یا لګښت لپاره لګیري. دا د K(x) جګوالی په ګوته کوي.

ټ- هرڅه چې نه لږیري هغه سپما کیږي:

$$S(x) = x - K(x) = x - (0,7x + 200) = \underline{\underline{0,3x - 200}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د لګښت تابع: S(x)=د سپما تابع ، E(x)=معاش.

د S(x) صفرځای:

$$S(x) = 0 \Leftrightarrow 0,3x - 200 = 0 \Leftrightarrow x = 666,\overline{6}$$

د صفرځای غوره والي: لومړی له یوه معاش وروسته کیدی شي زخیره یا سپما شي. په دې مودل کې د شتون مینیموم جوړوي. د شتون مینیمومو کښته پوروړی کیږي، ځکه چې انسان له یوه څه څخه باید ژوند وکړي.

دریم:

الف-

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t = 85\,m + \frac{12 \cdot 10^6}{K} \cdot 85\,m \cdot \Delta t = \underline{\underline{85\,m + 0,00102 \cdot \Delta t \cdot \frac{m}{K}}}$$

ب -

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30) = 85\,m + 0,00102 \cdot 30 \cdot m = \underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60) = 85\,m + 0,00102 \cdot 60 \cdot m = \underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40) = 85\,m + 0,00102 \cdot 40 \cdot m = \underline{\underline{85,0408\,m}}$$

$$\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30) = 85\,m + 0,00102 \cdot 30 \cdot m = \underline{\underline{85,0306\,m}}$$

$$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60) = 85\,m + 0,00102 \cdot 60 \cdot m = \underline{\underline{85,0612\,m}}$$

$$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40) = 85\,m + 0,00102 \cdot 40 \cdot m = \underline{\underline{85,0408\,m}}$$

پ- د اوږدوالي تغیر: $\Delta l = 25\,mm = 0,025\,m$ د تودوخې تغیر: $\Delta t = 25\,K$

$$l(\Delta t) = l_0 + 0,025\,m$$

$$l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow l_0 + 0,025\,m = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \Leftrightarrow l_0 = \frac{0,025\,m}{\alpha \cdot \Delta t}$$

$$l_0 = \frac{0,025\,m}{\alpha \cdot \Delta t} = \frac{0,025\,m}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{25 \cdot 10^{-3}\,m}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{10^{-3}\,m}{12 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{12} \cdot 10^3 = \underline{\underline{83,\overline{3}\,m}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

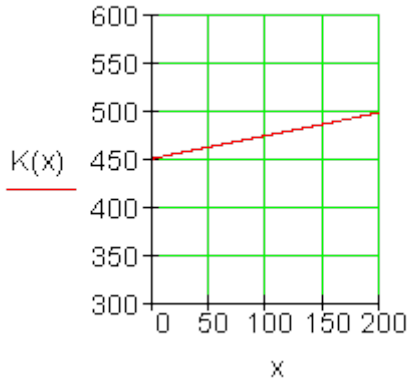
یو باروړونکي اوسپنه چې 83,33 mاوږده ده د یوې 25 K تودوخې سره 25 mm اوږدیږي یا غزیږي.

پوښتنې

کرښیز توابع برخه XVII

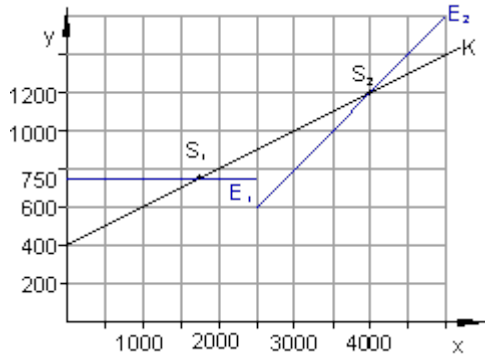
لومړی: څیره د یوه کرښیز لګښت ګراف ښايي(ټول لګښت)

الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ.

	الف- له ګراف څخه ځای په ځای لګښت راواخلئ او متحول دانه قیمت په € سره ورکړئ. د یوه x ډېرئ یونونو یا سټ واحدونو(ME) تولید سره ټول لګښتK ورکړئ. ب- کوم د خرڅلاوقیمت په هر ME کې لاس ته راوړل کیږي، که 175 ME تولید شي او تاوان ترې منځ ته را نه شي.

دویم: د تنیس توپونو تولید لپاره لګښت K کرښیز د تولید شوو توپونوتعداد x په واک کې دی.

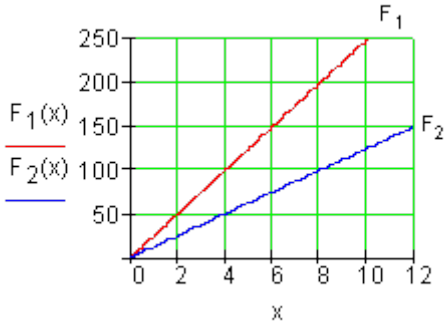
(c) ketabton.com: The Digital Library



الف- د 1000 همداسي3000 د توپونو یا غونډوسکو(کرو) تولیدد څومره ګران دی؟ د لښت تابع K لپاره یو ترم ورکړئ. ځای په ځای لګښت K_f څومره دی؟ د متحولو دانه لګښت k_v څومره لوړ دی؟

ب – د لګښت پوره کولو لپاره تر 2500 دانو پورې یو ټول ارزښت $E_1 = 750$ € باور لري. له 2500 دانو یا توپونو پورته ګټه یا خرڅلاو د توپونو د خرڅلاو د تعداد (E_2) سره کرښیز جګیږي. د $x > 2500$ لپاره د خرڅلاو تابع $E_2(x)$وټاکئ او غوڅټکي S_1 او S_2 . د S_1 او S_2 ترمنځ د x –ارزښتونو باندې کومنتار ورکړئ.

دریم: د دې لپاره چې یوه فنر(بنکه) د فنرتلې په څیر وکارولی شو، په فنر باندې اغیزمنه وزنزور F_G (په نیوټون N) او د فنر تغیرx (په cm) تر منځ اړیکو څخه کره یا ټاکل کیږي.



الف- په فنرF_2 د فنر ثابتهD وټاکئ. څه معنا لري؟

ب- یو ترم وټاکئ، چې له تغیر x څخه د قوې یا زور F په واکوالی تشریح کوي.

ایا شونې ده، چې د دې فرمول سره سره د 1 m تغیر لپاره اړینه قوهF_G کره یا معلومه شي؟

پ-ایا شونې ده،چې د دې فرمول سره د 1 m تغیر لپاره منځ ته راغلی زور F_G وټاکو؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- د فنر F_1 همداسې F_2 لپاره مختلف فنر ثابتې څه معنا لري؟

څلورم: د یو نړیوالجال چلوونکی مشتریانو ته لاندې وړاندیز وړاندې کوي:

۵۰ ساعته انترنت، ټول لګښت€ 27,50 . هره پسې دقیقه 1 Ct سنت.

دوه تاریف مودولونو باندې کار وکړئ، چې د انترنت استعمالکوونکي ته د ۵۰ ساعتو لپاره همدا یا برابر شرایط ورکړي.

الف- ترخ ۱ بې له بنسټلګښت.

ب- نرخ۲ : د € 8 بنسټلګښت.

پ-د ۵۰ ساعته څخه زیات د کارولو دوام لپاره کوم تاریف یا نرخ مساعد دی؟

ځوابونه

کرښیز توابع برخه XVII

مفصل حلونه

لومړی:

د فابریکې د لګښتشمیرنې کلیمو تعریفونه:

ځای په ځاي لګښت ټول لګښت

دا هغه لګښت دی، چې تولید ونه شي د فابریکې ټول هغه لګښت دی، چې

هلته هم رامنځ ته کیږي(ګټه (ورکونه)، د یوه شي په تولید کې رامنځ ته کیږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرایه،بیمه، معاشونه او نور) K(x) .

$K_f(x) = K(0)$

د یوې دانې متحول ارزښتونه د متحولې ټول ارزښتونه

د متحولې لګښت دی په هره دانه ټول لګښت بې له ځا په ځای لګښت څخه

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

$$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$$

د ګټې تابع کرښیزه خرڅلاو تابع

د خرڅلاو- ټول لګښت د قیمت ضرب منځ ته راوړې ډېرئ یا سټ x

$E(x) = p \cdot x$ $G(x) = E(x) - K(x)$

الف- دلته د لګښت تابع یو کرښیز مساوات دی:K(x)=a1x+a0

ځا په ځاي لګښتونه K(0)=a0=450€ دي (له ګراف څخه لوستل شوی)

متحول لګښتونه دي: $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1 x + a_0 - a_0}{x} = a_1$

دا ټیک د K(x) د کرښې جګوالی دی

ټکي $P_1(0|450)$ او $P_1(200|500)$ لوستل کیږي

له دې لاس ته راځي $\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ له دې لاس ته راځي د متحولې

یا اووښتونې د دانې قیمت $k_v = 0,25$ €

(c) ketabton.com: The Digital Library

لګښت تابع: $\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}}$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د یوې دانې قیمت باید لږ ترلږه €2,821وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

څاي په ځاي ارزښت:K(0) = a0 =400€

(c) ketabton.com: The Digital Library

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = 0,2\ €$

ب – ګټه: G(x)=E(x)-K(x)

که چیرته زیان رامنځ ته نه شي، باید ګټه لږ تر لږه صفر وي.

$$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$$

له $E(x) = p \cdot x$ او $K(x) = 0,25x + 450$ لاس ته راځي

$$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$$
$$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$$

د x=175ME لپاره باور لري: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$

د یوې دانې قیمت باید لږ تر لږه 2,821€وي، چې له دې سره کوم زیان رامنځ ته نه شي.

دویم:

الف - 1000توپونه: ، 3000 توپونه:

لګښت تابع:K(x) = a1x+a0

$$P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000 - 600}{3000 - 1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$$
$$P_1(1000 \mid 600): \quad K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځاي په ځاي ارزښت:€400= a0 = K(0)

متحول ارزښتونه: $k_v = a_1 = 0,2\ €$

ب- د $x < 2500$ لپاره خرڅلاو تابع: $E(x) = 750$

د $x > 2500$: لپاره خرڅلاو تابع:

$$P_1(2500|600);\ P_2(4000|1200) \quad E_2(x) = a_1x + a_0$$
$$a_1 = \frac{1200-600}{4000-2500} = 0,4 \Rightarrow E_2(x) = 0,4x + a_0$$
$$P_2(4000|1200): \quad E_2(4000) = 0,4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0,4x - 400}}$$

غوڅتکی S1 :

$$K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$$
$$K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750|750)}}$$

غوڅتکی S2 :

$$E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 0,2x + 400 \Rightarrow x = 4000$$
$$K(4000) = 0,2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000|1200)}}$$

روښانه ونه: د 1750<x<4500لپاره یو زیان منځ ته راځي، ځکه چې$E(x) < K(x)$
د E1(x)غوڅتکی د E2(x) سره S3 دی

$$E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$$
$$E_2(2875) = 0,4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875|750)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مشتري لپاره ورشو $2500 < x < 2875$ ډېره راکښېرنکي یا د پام وړ ده.

دی د بیلګې په توګه 2800 توپونه د مساعده قیمت په حیث لاس ته راوړي نسبت 2500 توپونو ته

دریم:

الف- د فنر F2 د فنر ثابته: $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\,N}{4\,cm} = 12{,}5\,\frac{N}{cm}$

د فنرثابته د کرښې د جګیدنې لپاره یوه کچونه ده.

ب –

$$D_1 = \frac{100\,N}{4\,cm} = 25\,\frac{N}{cm} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot x}} \text{ und } \underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{N}{cm}\cdot x}}$$

پ- نظري یا تیورتیکي : $F_1(100) = 25\,\frac{N}{cm}\cdot 100\,cm = 2500\,N$

په رښتیا چې فنر د یومتر په کګونه غزیږي.

ت- د فنرونو مختلفې ثابتې د دواړو فنرونو کلکوالی ښایي.

څلورم:

الف- 50 ساعتونه = 3000 دقیقو، لګښت 27,50 €

له دې لاس ته راځي په دقیقه لګښت:

$$\frac{27{,}50\,€}{3000} = \frac{11}{1200}\,€ \quad \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092\cdot x}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- 8 € بنسټ تادیه ونه، د 3000 دقیقو لپاره نورې .€ 19,5 پاتې کیږي.

لاس ته راځي چې:

لګښت په دقیقه: $\frac{19,50\ €}{3000} = \frac{13}{2000}\ €$

$$\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0,0065 \cdot x + 8}}$$

پ – دویم تاریفت یا نرخ د ۵۰ ساعته زیات استعمال څخه خورا مساعد دی، ځکه چې هره پسې دقیقه فقط 0,65سنت لګښت لري.

پوښتنې

کرښیز مساوات برخه XVIII

لومړی: چټک رستورانت،، MC – پومس(په غوړوو کې سره یاپاخه شوي الوګان)،، د پومس لوښي لپاره هره ورځ تازه غوړیو ته اړتیا لري. تر اوسه په زخیره کې 250 kg شته دي.

الف- د تابع مساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروت-ولاړ- یا کواوردینات سیستم کې یې ګراف وکاږئ.

ب - د 95 kg زخیرې وروسته د رستورانت مشر باید د نورو فرمایش وکړي. له څومره ورځووروسته باید فرمایش صورت ونیسي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا غوړي ترکومه وخت رسیږي، که پسې فرمایش ورنه کړای شي؟

دویم: د ،،ربنسن،، اسونو تبیله کې په ټاکلي وخت کې باید (له سرو) پاک شي او له تازه وخو ته تیاری ونیول شي. د ورځې $2,5\ m^3$ سره تولیږي. ډېران یو د $17\ m^3$ ډکی یا حجم لري. ماکسیمال یا خورا زیات $50\ m^3$ سره زخیره کیدی شي.

الف- یو تابع مساوات ولیکئ چې دا حالت تشریح کوي او اړونده ګراف یې په یوه مناسب پروت-ولاړسیستم کې وکاږئ.

ب – له کوم وخت وروسته باید سره یووړل شي؟

پ-څو ورځې د مخه د اخر ځل لپاره سره وړل شوې وه؟

دریم: ارین د ،،ارزان سرف،، نرخ ګوري

نرخ A : اساسي یا بنسټ نرخ € 5 د میاشت لومړي لس ساعتونه ازاد دي، بیا 0,5 Ct په دقیقه.

نرخB :اساسی یا بنسټ نرخ € 10 د میاشتې لومړي شل ساعتونه ا زاد، بیا

0,4 Ct. / min. یا په دقیقه.

نرخ C : Flatrate یا یه یوځل نرخ € 25 د میاشتې .

په منځنئ کچه ارمین د ورځې دونیم ساعته سرف کوي یا نړیوال جال ګوري.

الف- د هر نرخ پاره د تابع مساوات ولیکئ.

ب- په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې ګرافونه وکاږئ.

پ- (Interpretation)ټول څه تشریح کړئ، چې له ګرافونو څخه لوستل کیږي.

ت- د ارمین لپاره مساعد نرخ وشمیرئ یا پیدا کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ- د نرخ A او B لپاره په کوم ټکي کې د نرخ برابروالی برلاسی دی؟
ث- له کوم سرف وخت څخه د ارمین لپاره فلاتریټ یا ټولنرخ مساعد دی

څلورم: لوګر او علي د ملفون(لاسي تلفون) د قرارداد شرایط هیڅ نه دي لوستلی.
دواړه غوښتنه لري، جې هغه مساعد قرارداد وکړي او دواړه په لاندې داتا باندې تکیه کوي: لورا € 10,10 ورکوي، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او 13,70 € که هغه شپیته دقیقې تلفون وکړي.

علي € 10,10 ، که هغه د میاشتې دیرش دقیقې تلفون وکړي او € 15,20 که هغه د میاشتې اتیا دقیقې تلفون وکړي.

الف- د دواړو قراردادونو لپاره تابعمساوات ولیکئ.

ب- دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولار- یا کواوردینات سیستم کې وکاږئ.

پ- له دې دواړو کوم یو مساعد قرارداد لري. نتیجه یې مدلله کړئ.

پنځم: یو د انرژي قرارداد دنرخمودل د میاشتې بنسټ نرخ G او یوه لګښتقیمت p pro kWh په یوکیلوواټ په ساعت څخه جوړ دی.

له دې سره یوه کرښیزه اړیکه منځ ته راځي: $K(x) = p.x+G$

لاندې نرخ راته جمتو لرو:

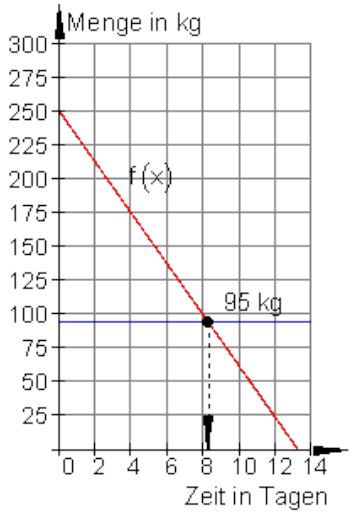
نرخ	د میاشتنی لګښت په یورو	یو کیلوواټ قیمت په یورو
Tarif I	11,80	0,157
Tarif II	9,00	0,172
Tarif III	14,40	0,135
Tarif IV	18,50	0,125

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف: د هر نرخ لپاره تابعمساوات ولیکئ او په یوه مناسب پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم وکاوئ.
ب- د 800 kWh (۸۰۰ کیلړواټ په ساعت کې) د منځنئ کورنئ میاشتني لګښت مساعد پلورونکی پیداکړئ.
پ- په پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم کې د کرښو غوڅټکي څه مفهوم لري؟
شپږم: کرښیزه تابع $f(x) = 0,4x - 2$ ورکړښوي. د تابع ګراف دx محور په زیاتیز یا مثبت لور په ۴ یوونونو یا واحدونو راکښل کیږي. د راکښلي کرښې تابعترم g(x) وټاکئ. g(x)څنګه له f(x) څخه جوړېدی شي؟

مفصل حلونه

کرښیز مساوات برخه XVIII

سټ یا ډېرئیا مقدار په کیلوګرام ا  وخت په ورځو	الف- خپلواک اووښتونې یا متحوله x د وخت لپاره ځاپه ځای شوې. بلواک متحوله f(x) د په کیلوګرام د پاتې غوړیو لپاره ایښوول شوی پیل ارزښت 250 kg دی. تغیرکچه منفي یا کمیزه ده او 19 kg/Tag ده. $f(x) = a_1x + a_0$ mit $a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird $f(x) = -19x + 250$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – دا چې له 95 kg وروسته د نورو فرمایش ورکول کیږي، دا ایښوونه باور لري:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

فرمایش باید له اته ورځو وروسته صورت ونیسي.

پ – د ګراف غوځټکی y –محور سره باید وټاکل شي:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid : 19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

غوړي نور هم د 13 ورځ، لپاره بسیا کوي.

دویم:

الف- الف- خپلواک اووښتونې یا متحوله x د وخت لپاره ځای په ځای شوې.

بلواک متحوله f(x) د په m^3 د پاتې سرې لپاره ایښوول شوی

پیل ارزښت $11\ m^3$ دی.

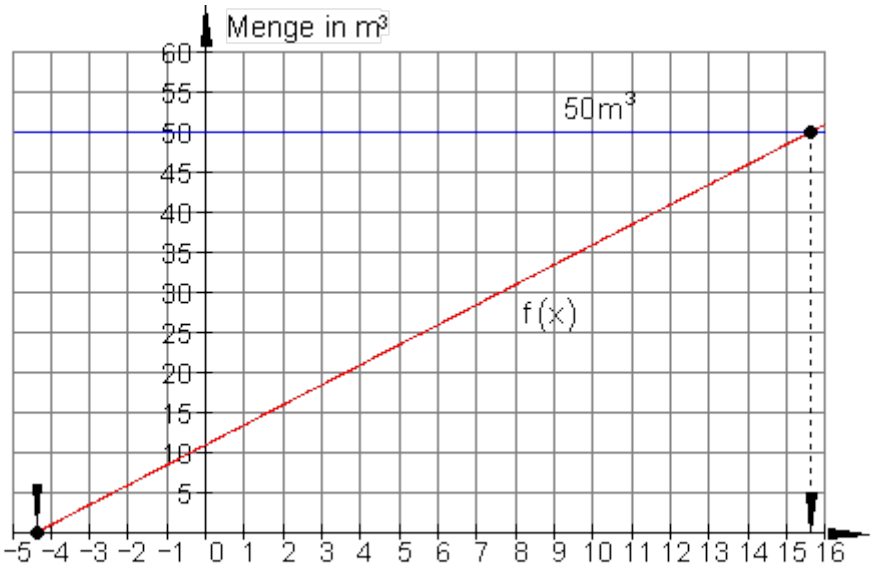
تغیرکچه مثبت یا زیاتیزه ده او$2{,}5\ m^3/Tag$ ده.

دا چې کرښیزه اړیکې شتون لري:

$f(x) = a_1x + a_0$ د $a_1 = 2{,}5$ او د $a_0 = 11$ سره کیږي $\underline{\underline{f(x) = 2{,}5x + 11}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډېرې یا مقدار په m^3



وخت په ورځو

ب – وخت ټاکل کیږي له کوم وروسته چې سره $50\ m^3$ ته جګیږي.

$$f(x) = 50 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 50 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = 39 \mid : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{5} = 15,6$$

د نږدې پنځلس ورځو وروسته باید دا ناولتوب یوورل شي.

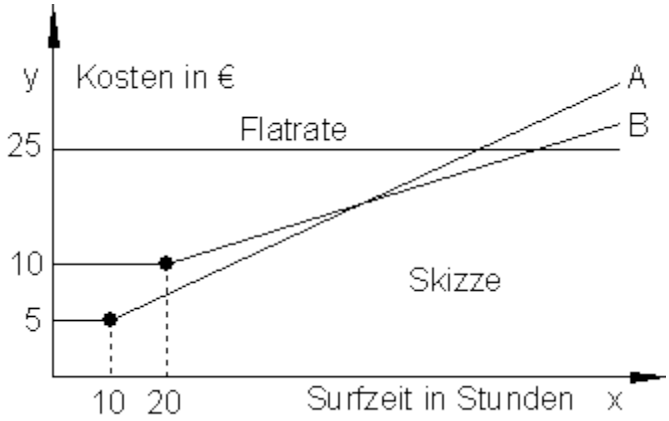
پ- د x محور سره د ګراف د غوځتکي د x –ارزښت په کمیزه ورشو کې ورکو چې کله اخرنۍ ناپاکي وړل شوې ده.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2,5x + 11 = 0 \mid -11$$
$$\Leftrightarrow 2,5x = -11 \mid : 2,5$$
$$\Leftrightarrow x = -\frac{22}{5} = -4,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نږدې له ۴ ورځو زیات دا ا خرنئ ناپاکي وړل شوې ده

دریم: الف- د الماني متن معنا،، له پورتهکښته لور ته: قیمت په یورو، فلاترات، رسمونه، وخت په ساعتونو.



y محور قیمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

نرخ A : که $0,5\,Ct/min$ وي، نو لرو:

دقیقي

(جګیدنه) $60\,min \cdot 0,5\,Ct/min = 30\,Ct/h = 0,3\,€/h$

$$\Rightarrow K_A(x) = 0,3x + a_0$$

10 ازاده ساعتونه په دې معنادي، چې په لومړنیو لس ساعتونو کې فقط بنسټ لګښت د 5€ دی.

له دې لاس ته راځي P(10|5)له دې ټکي د $K_A(x)$ ګراف ځغلي.

$$P(10|5) \Rightarrow K_A(10) = 5 \Leftrightarrow 0,3 \cdot 10 + a_0 = 5 \,|\, -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نرخ $K_A(x)$ لپاره د تابع مساوات: $K_A(x) = 0,3x + 2$

نرخ B : y محور قثمت په یورو xمحور وخت په ساعتونو

0,5Ct/min (10Ct په دقیقه دقیقي دي:

$60\,\text{min} \cdot 0,4\,\text{Ct/min} = 24\,\text{Ct/h} = 0,24\,€/\text{h}$ (جگیدنه)

$\Rightarrow K_B(x) = 0,24x + a_0$

شل ازاد ساعتونه په دې معنا دي، چې په اولنیو شل ساعتونو کې د 10€ بنسټ کرایه لویږي.له د ې لاس ته راځي P(20|10)

له دې ټکي د $K_B(x)$ گراف تیریږي.

$$P(20|10) \Rightarrow K_B(20) = 10 \Leftrightarrow 0,24 \cdot 20 + a_0 = 10$$
$$\Leftrightarrow 4,8 + a_0 = 10 \,|\, -4,8$$
$$\Leftrightarrow a_0 = 5,2$$

د B نرخ لپاره تابع مساوات: $B: K_B(x) = 0,24x + 5,2$

نرخ C : فلیت ریټ یا ټولنرخ 25€ دسرف وخت څخه خپلواک دی.

د تابع مساوات د نرخ C لپاره: F(x) =25 (د x -محور سره غبرگ)

په کواوردیناتسیستم کې له پورته کښته او پښتو: قیمت په یورو، نرخ A ,فلیټ، نرخ B ، دقیمت برابروالی.

پ- په نږدې 53 ساعتونو کې دواړه کرښې سره غوڅوي، په ټکي 53 کې قیمتبرابروالی واک لري. تر نږدې سلو پورې نرخ مساعد ی. د نږدې 53 او 82 ترمنځ نرخ مساعد دی. له 82 ساعته وروسته فلیټ ریټ یا ټولنرخ گټور تمامیږي.

ت – ارمین په میاشت کې نږې 75 ساعته سرف کوي. د ده لپاره د دې سرف وخت لپاره نرخ مساعد وی. یو عساب به دا تایید:

(c) ketabton.com: The Digital Library

میاشتنی د سرفدوام:	2,5h.30=75 ساعته
د نرخ A قیمت:	$K_A(75) = 0,3 \cdot 75 + 2 = 24,50$
د نرخ B قیمت:	$K_B(75) = 0,24 \cdot 75 + 5,2 = 23,20$
د نرخ C قیمت	$F(75) = 25$

ټ – د نرخ A اوB نرخ د قیمتبرابروالی د دواړو کرښو د غوڅټکو څخه پیدا کیږي.

لاندې په پښتو:(۵۳ساعتونه او ۲۰ دقیقې)

$$K_A(x) = K_B(x) \Leftrightarrow 0,3x + 2 = 0,24x + 5,2 \mid -0,24x$$
$$\Leftrightarrow 0,06x + 2 = 5,2 \mid -2$$
$$\Leftrightarrow 0,06x = 3,2 \mid : 0,06$$
$$\Leftrightarrow x = x_s = \frac{320}{100} : \frac{6}{100} = \frac{320 \cdot 100}{100 \cdot 6} = \frac{320}{6} = \frac{160}{3}$$
$$= 53\frac{1}{3} \text{ (53 Stunden und 20 Minuten)}$$
$$K_A\left(\frac{160}{3}\right) = \frac{3}{10} \cdot \frac{160}{3} + 2 = 16 + 2 = 18$$

د قیمت برابروالی د ۵۳ ساعته او ۲۰ دقیقو وروسته په واک کې دی. د دې وخت لپاره قیمت د دواړو نرخونو لپاره€ 18 دی.

ث- له ګراف څخه لوسل کیږي، چې د $K_B(x)$ غوڅټکی د $F(x)$ سره هغه ټکی په نخښه کوي، له کوم چې فلیټ ریټ نسبت نرخ B ته مساعد دی.

$$K_B(x) = F(x) \Leftrightarrow 0,24x + 5,2 = 25 \mid -5,2$$
$$\Leftrightarrow 0,24x = 19,8 \mid : 0,24$$
$$\Leftrightarrow x = x_2 = 82,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ساعته د میاشتي د صرف له وخت څخه دې سړی فلیټ ریټ ته بدل کړي.

څلورم: الف- yمحور د یورو xمحور په دقیقو

علي 40 دقیقې 10,80 یورو لوګر: 30 دقیقې 10,10 یورو

80 min 15,20 €

$K_2(x) = a_1x + a_0$

$P_1(40|10,8)$ $P_2(80|15,2)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15,2 - 10,8}{80 - 40} = \frac{4,4}{40} = 0,11$

$K_2(x) = 0,11x + a_0$ mit $P_1(40|10,8)$

$K_2(40) = 10,8 \Leftrightarrow 0,11 \cdot 40 + a_0 = 10,8$

$\Leftrightarrow 4,4 + a_0 = 10,8 \,|\, -4,4$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,4$

$K_2(x) = 0,11x + 6,4$

60 min 13,70 €

$K_1(x) = a_1x + a_0$

$P_1(30|10,1)$ $P_2(60|13,7)$

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{13,7 - 10,1}{60 - 30} = \frac{3,6}{30} = 0,12$

$K_1(x) = 0,12x + a_0$ mit $P_1(30|10,1)$

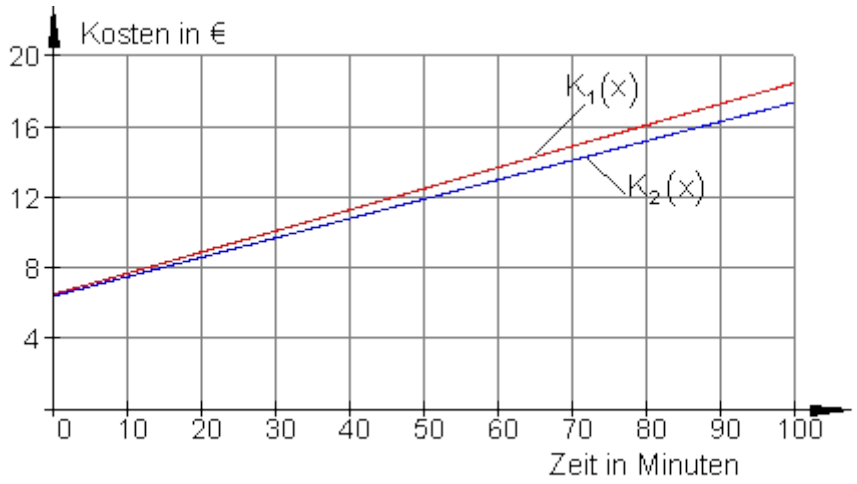
$K_1(30) = 10,1 \Leftrightarrow 0,12 \cdot 30 + a_0 = 10,1$

$\Leftrightarrow 3,6 + a_0 = 10,1 \,|\, -3,6$

$\Leftrightarrow a_0 = 6,5$

$K_1(x) = 0,12x + 6,5$

ب- ولاړ: قیمت په یورو. پروت: وخت په دقیقو



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- علي ارزان قرارداد لري، ځکه چې د قیمت کږه یا منحني $K_2(x)$ د لوګر د کږې څخه لاندې لور ته پرته ده.

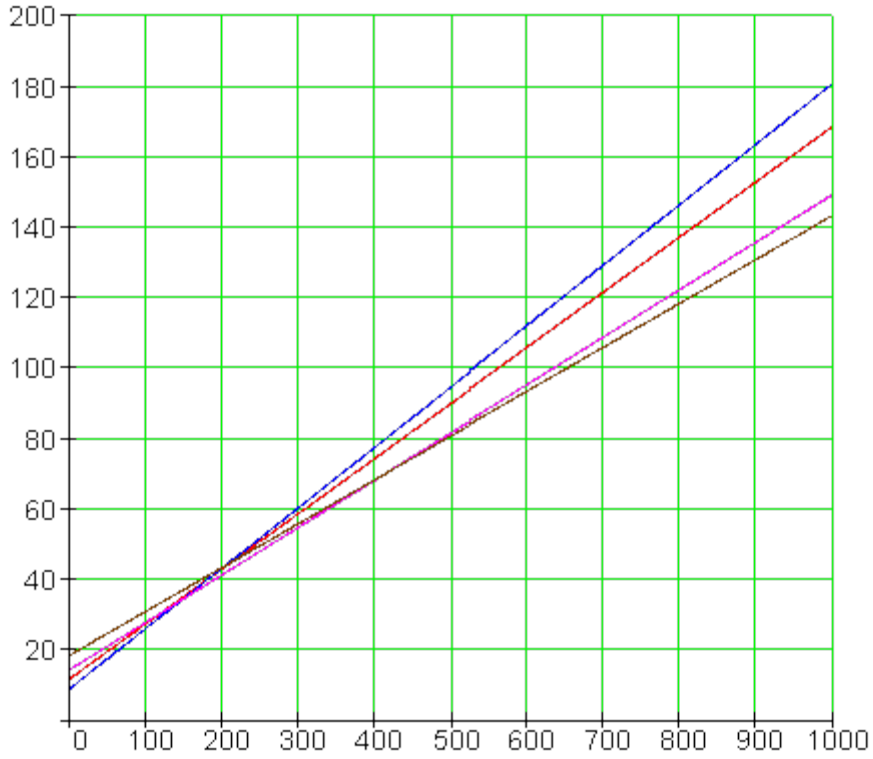
دواړه کرښې هم د x په مثبت یا زیاتیزه ساحه کې نه سره غوڅوي ، ځکه چې د $K_2(x)$ جګوالی د $K_1(x)$ له جګوالي کم دی او د خبرو زیاتوالي سره د قیمت توپیر لوییږي.

د کرښو غوڅټکی د x په کمیزه یا منفي ساحه کې پروت دی او نسبت پوښتنې کولو ته کومه معنا یا مفهوم نه لري.

پنځم: الف- تاریف د نرخ په معنا دی.

Tarif I :	Tarif II :
$K_1(x) = 0,157x + 11,80$	$K_2(x) = 0,172x + 9,00$

Tarif III :	Tarif IV :
$K_3(x) = 0,135x + 14,40$	$K_4(x) = 0,125x + 18,50$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-

Tarif I: $K_1(800) = 0,157 \cdot 800 + 11,80 = \underline{\underline{137,40}}$

Tarif II: $K_2(800) = 0,172 \cdot 800 + 9,00 = \underline{\underline{146,60}}$

Tarif III: $K_3(800) = 0,135 \cdot 800 + 14,40 = \underline{\underline{122,40}}$

Tarif IV: $K_4(800) = 0,125 \cdot 800 + 18,50 = \underline{\underline{118,50}}$

د میاشتي د 800 kWh لګښت سره نرخ IV خورا مساعد دی.

پ- هرچیرته چې دوه ګرافونه غوڅوي هلته د ټاکلي لګښت د نرخبرابروالی منځ ت ه راځي

شپږم:

$f(x) = 0,4x - 2$ د ۴ یوونونو یا واحدونو په شاو خوا راکښنه

$g(x) = 0,4(x-4) - 2 = \underline{\underline{0,4x - 3,6}}$

برابره نتیجه د 1,6په شاوخوا کښته لور ته راکښنې له لارې لاس ته راځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:

کرښیزې توابع

د کرښې عمومي مساوات.

$f(x) = a_1x + a_0$ د کرښیزې تابع ګراف یوه کرښه ده.

محورغوڅتکي: $y_s = f(0) \Rightarrow P_y(0 | y_s)$

$f(x) = 0 \Rightarrow P_x(x_s | 0)$ د xs سره د صفرځای په حیث

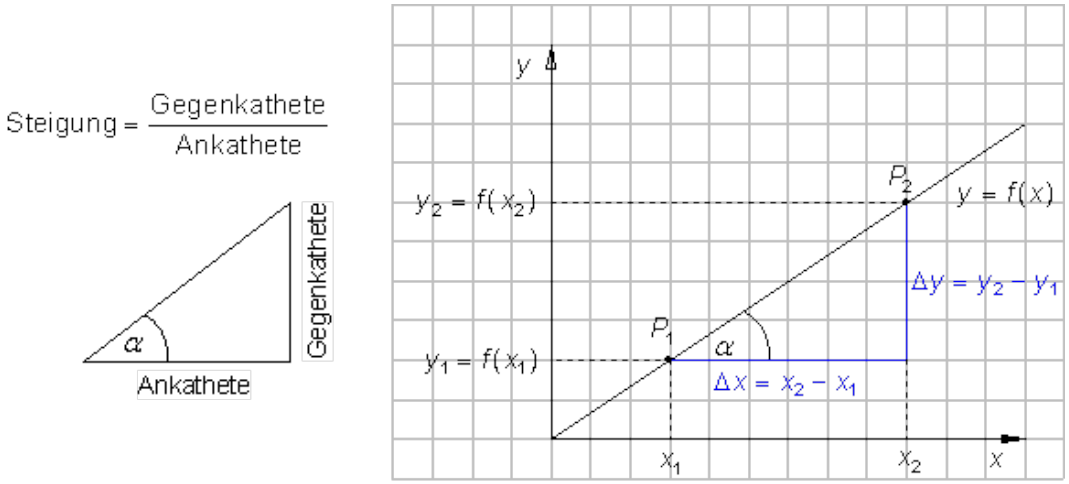
<u>وګورئ</u>

د جګوالي درېګوډی یا مثلث

په پروت اړخ: مخامخ اړخ= جګوالی

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.5-ټولګه:



په کيڼ مثلث کې:په پروت اړخ|مخامخ اړخ=جګوالی

هم وکورئ:

د يوې کرښې جګوالی چې له ټکو $P_1(x_1 | y_1)$ او $P_2(x_2 | y_2)$ تيريږي.

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

تابع د روکړشوو شرايطو سره .

لومړی حالت: يوه کرښه د a_1 جګوالي سره له ټکي $P_1(x_1 | y_1)$ تيريږي

ټوليز حل $P_1(x_1 \mid y_1) \Rightarrow f(x_1) = y_1$ $\Leftrightarrow a_1 \cdot x_1 + a_0 = y_1 \mid -a_1 \cdot x_1$ $\Leftrightarrow a_0 = y_1 - a_1 \cdot x_1$ $\Rightarrow f(x) = a_1 \cdot x + y_1 - a_1 \cdot x_1$ $= a_1 \cdot x - a_1 \cdot x_1 + y_1$	بيلګه: جګوالی $a_1 = 1,5$ ټکی $P_1(-2 \mid 3)$ وتونمساوات: $f(x) = a_1 x + a_0$ جګوالی کيږدئ: $f(x) = 1,5 \cdot x + a_0$ د a_0 ارزښت د شميرلو دی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$= a_1(x - x_1) + y_1$ د ټکي-جګوالي بڼه $f(x) = a_1(x - x_1) + y_1$	ټکی ازماپښت د $P_1(-2 \mid 3)$ لپاره. $f(-2) = 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot (-2) + a_0 = 3$ $\Leftrightarrow -3 + a_0 = 3 \mid +3$ $\Leftrightarrow a_0 = 6$ $\Rightarrow f(x) = 1{,}5 \cdot x + 6$

د هم وګورئ.

دویم حالت: دوه ټکي $P_1(x_1 \mid y_1)$ او $P_2(x_2 \mid y_2)$ په یوه کرښه پراته دي.

بیلګه:

$P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$ وتونمساوات: $P_1(-3 \mid -1)$ $P_2(4 \mid 6)$

دجګوالي ټاکنه: $f(x) = a_1 x + a_0$

جګوالی کیږدئ $f(x) = 1 \cdot x + a_0$ او د ټکي ازماپښت د $P_2(4 \mid 6)$ او یا د P_1 لپاره

$$P_2(4 \mid 6) \Rightarrow f(4) = 6 \Leftrightarrow 1 \cdot 4 + a_0 = 6 \mid -4 \Leftrightarrow a_0 = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2$$

یا د کرښیزمساوات ټولیزه بڼه د دوه ټکو له لارې و کاروئ

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$$

دا هم وکورئ

د کرښیزمساوات ځانګړی حالت.

په واټن a_0 د x محور ته غبرګ: د y محور ته غبرګ په واټن a .

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = a$	$f(x) = a_0$

دا هم وګورئ.

د دوه کرښو پروتځای نسبت یو بل ته.

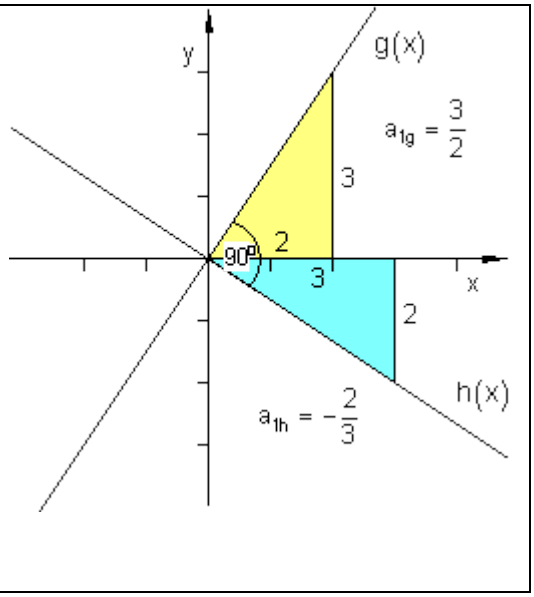
دوه کرښې f او g کیدی شي یو بل سره غوڅې کړي، یو بل سره غبرګې یا کټمټ وي.

د حل ایښونه د توابعمساواتو د برابرایښوونې f(x) = g(x)له لارې.

که f(x) = g(x) ټیک یو حل ولري، نو د f او g ګرافونه سره په یوه ټکي کې غوڅوي. کرښې مختلف جګوالي لري.

که f(x) = g(x) کوم حل ونه لري، نو دواړه کرښې ګډ ټکی نه لري. دوی یو له بل سره غبرګې ځغلي

که f(x) = g(x) ناپای ډیر حلونه ولري، نو دواړه کرښې سره کټمټ دي.
اوتوګونالي کرښې (دوه کرښې یو په بل عمود(ولاړې) ولاړې دي).



د دوه یو په بل ولاړو عمود(ولاړو) کرښو g او h لپاره باور لري:

$$a_{1g} \cdot a_{1h} = -1$$

همدلسې

$$a_{1g} = -\frac{1}{a_{1h}}$$

یا

$$a_{1h} = -\frac{1}{a_{1g}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

کرښیز توابع برخه VIII

لومړی: یوه کرښه K_f د هغه د مساوات له لارې ورکړ شوې ده.تابع مساوات $f(x) = a_1x + a_0$ یې ولیکی او د هر ګراف په یوه مناسب کووردینات سیستم کې وکاږئ.

الف ـ $K_f : 2x - 3y = 7$ ب ـ $K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ پ ـ $K_f : y - 95x = 0$

ت ـ $K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ ټ ـ $K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ ث ـ $K_f : y = \sqrt{3}(x - 2)$

دویم: کرښیز تابع $f(x)$ د $x \in \mathbb{R}$. $f(x) = 1,25x + 1,5$ سره ورکړ شوی دی.

الف- د تابع ارزښتونه وشمیرئ: $f(0)\,;\, f(-1,5)\,;\, f(0,7)\,;\, f(\pi)\,;\, f\left(\frac{\pi}{2}\right);\, f(u)$

ب: تابع په کوم ځا ی کې ارزښت 5- لري؟

پ- د کوم افقي قیمت لپاره ارزښتونه مثبت(زاتیز) دي؟

ت- وښایئ،چې $f(u+2)-f(u)$ له u خپلواک دی.

دریم: د لاندې کرښزو مساواتو محورغوڅټکي وټاکئ او په یوه کواوردیناتسیستم کې یې ګرافونه رسم کړئ.

الف ـ $f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ ب ـ $f(x) = -4x - 3,5$ پ ـ $f(x) = \frac{3}{7}x - 3$

ت ـ $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ ټ ـ $f(x) = 2(x + 1,25)$ ث ـ $f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: د غبرګو مساوات و کرښي د $g(x) = -2x+4$ سره د ټکي $P(-3|1)$ له لارې وټاکئ.

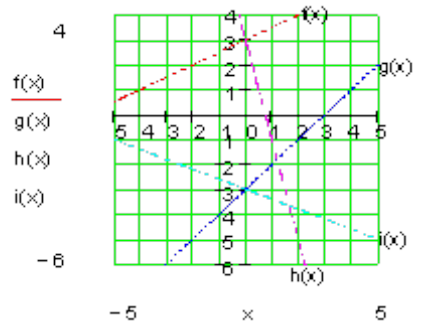
پنځم: کرښه د تابع مساوات $f(x) = 1,5x$ سره په کواوردیناتسیستم کې رسم کړئ. بې له نورو مرستندویو موادو دا لاندې کرښې هم ور رسم کړئ.

$$g(x) = 1,5(x-2)\ ;\ h(x) = 1,5x-2\ ;\ i(x) = 1,5(-x)\ ;\ j(x) = 1,5(2x)$$

شپږم: فیرما "Big Beauty" د شونډورنګ "Amore"تولیدوي. دا په تولید کې منځ ته راغلي لګښونه د د تولید شوو دانوتعداد پع واک کې یا تابع دي. د $x = 100$ دانو په تولید سره 385 € لګښت منځ ته راځي، د $x = 200$ دانو په تولید سره 410 € لګښت منځ ته راځي. د دانوتعداد او د منځ ته راغلو لګښتونو ترمنځ یوه کرښیزه اړیکه شتون لري.

الف- د لګښت تابع ولیکئ.
ب- د $x = 140$ دانو تولید سره د دانې لګښت څومره دی
پ- د خورا زیاتو دانو تولید سره د دانې لګښت د کوم ارزشت لور ته هڅیږي؟
ت- په کوم ډېرئ یا سټx سره د ګټې ساحه پرته، که د هر شونډو رنګ خرڅلاو قیمت 5,20 € لاس ته راوړل شي؟

ټ- د$K(x)$ (دلګښت تابع) او$E(x)$ (د خرڅلاو تابع) ګرافونه په یوه کواوردیناتسیستم کې وکاږئ.

اوم: کوم مساوات په کومهکرښه اړه لري؟ خپله پریکړه په دلیل ړدانه کړئ. $g_1:\ f(x) = -4x+3$ $g_2:\ 5y-2x+15 = 0$ $g_3:\ f(x) = x-3$ $g_4:\ f(x) = 0,5x+3$	

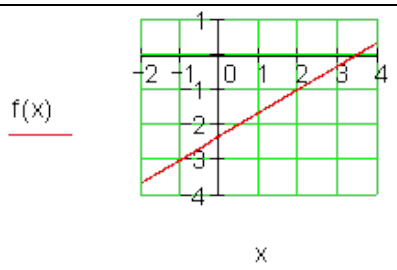
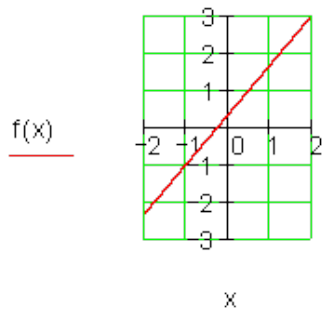
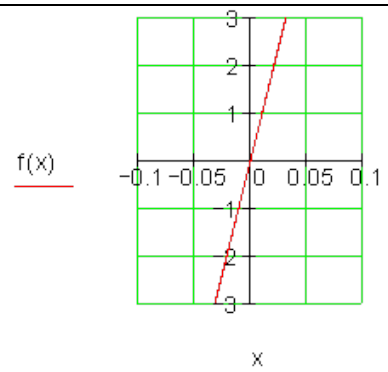
(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

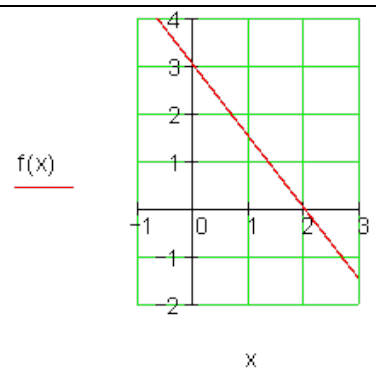
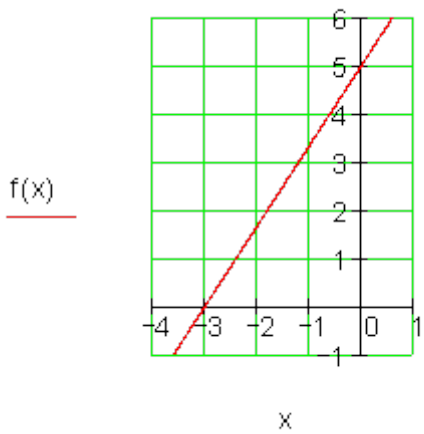
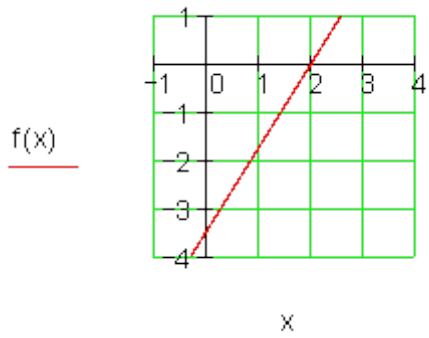
کرښیز توابع VIII

مفصل حلونه

لومړی:

$K_f : 2x - 3y = 7$ $\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{7}{3}$	
$K_f : 3y - 4x - 1 = 0$ $\Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$	
$K_f : y - 95x = 0$ $\Rightarrow f(x) = 95x$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$K_f : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$	
$K_f : -\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$ $\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 5$ دلته	
$K_f : y = \sqrt{3}(x - 2)$ $\Rightarrow f(x) = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- نتیجې په درې ځایونو راټوأ شوې دي: $f(x) = 1,25x + 1,5$

$f(0) = 1,25 \cdot 0 + 1,5 = 1,5$ $\qquad$ $f(-1,5) = 1,25 \cdot (-1,5) + 1,5 = -0,375$

$f(0,7) = 1,25 \cdot 0,7 + 1,5 = 2,375$ $\qquad$ $f(\pi) = 1,25 \cdot \pi + 1,5 = 5,427$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,25 \cdot \frac{\pi}{2} + 1,5 = 3,463$ $\qquad$ $f(u) = 1,25u + 1,5$

ب-

$$f(x) = 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow 1,25x + 1,5 = -5 \Rightarrow x = -5,2$$
$$f(x) = -5 \text{ für } \underline{\underline{x = -5,2}}$$

پ –

$$f(x) = 1,25x + 1,5 > 0$$
$$\Rightarrow 1,25x + 1,5 > 0 \mid -1,5$$
$$\Leftrightarrow 1,25x > -1,5 \mid : 1,25$$
$$\Leftrightarrow x > -1,2$$

$\underline{\underline{f(x) > 0 \text{ für } x > -1,2}}$

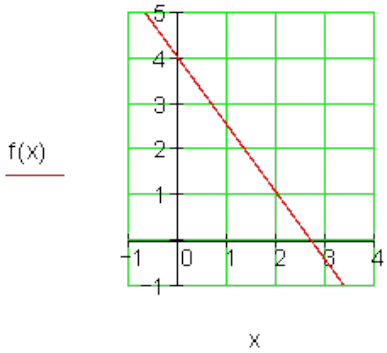
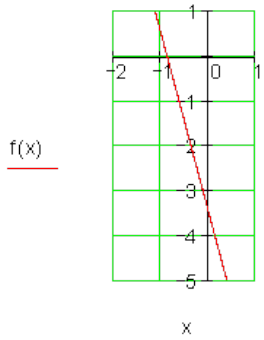
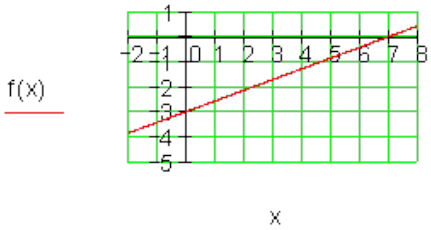
ت -

$$f(u+2) = 1,25(u+2) + 1,5 = 1,25u + 2,5 + 1,5$$
$$f(u) = 1,25u + 1,5$$
$$f(u+2) - f(u) = 1,25u + 2,5 + 1,5 - 1,25u - 1,5 = 2,5$$

له u خپلواک دی.

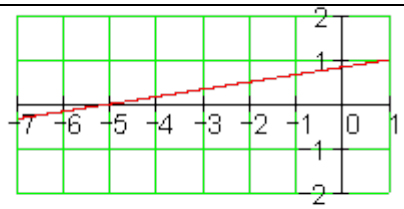
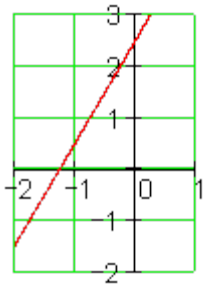
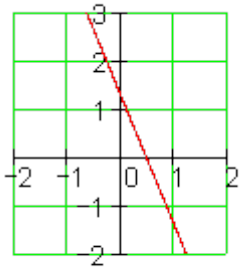
دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x + 4$ $f(0) = 4$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 4)}}$ $f(x_s) = -\frac{3}{2}x_s + 4 = 0$ $\Rightarrow x_s = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{8}{3} \mid 0\right)}}$	
$f(x) = -4x - 3{,}5$ $f(0) = -3{,}5$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3{,}5)}}$ $f(x_s) = -4x - 3{,}5 = 0$ $\Rightarrow x_s = -\frac{7}{8}$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} \mid 0\right)}}$	
$f(x) = \frac{3}{7}x - 3$ $f(0) = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3)}}$ $f(x_s) = \frac{3}{7}x - 3 = 0$ $\Rightarrow x_s = 7$ $\Rightarrow \underline{\underline{P_x(7 \mid 0)}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

f(x)  x	$f(x)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}$ $f(0)=\frac{5}{6}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{6}\right)$ $f(x_s)=\frac{x}{6}+\frac{5}{6}=0$ $\Rightarrow x_s=-5$ $\Rightarrow P_x(-5\mid 0)$
f(x)  x	$f(x)=2(x+1{,}25)=2x+2{,}5$ $f(0)=2{,}5$ $\Rightarrow P_y(0\mid 2{,}5)$ $f(x_s)=2x+2{,}5=0$ $\Rightarrow x_s=-\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_x\left(-\frac{5}{4}\mid 0\right)$
$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$ $f(0)=\frac{5}{4}$ $\Rightarrow P_y\left(0\mid\frac{5}{4}\right)$ $f(x_s)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}=0$	f(x)  x

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\Rightarrow x_s = \frac{15}{32}$ $\Rightarrow P_x\left(\frac{15}{32} \mid 0\right)$	

څلورم:

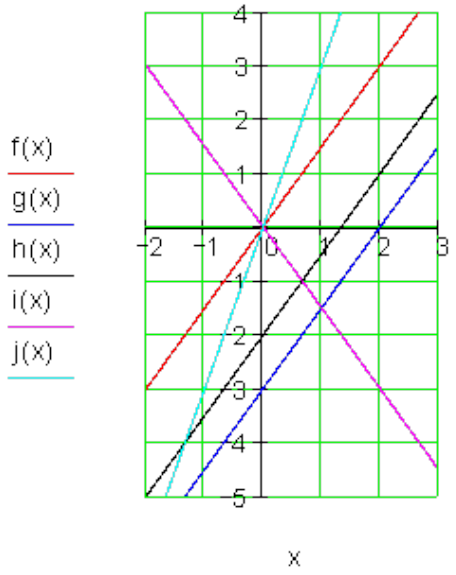
g(x) = -2x+4 غبرګه h(x)له P(-3|1) څخه تییږي.

غبرګه همغه یا برابر جګوالی لري.

h(x) = -2x+a0

$$P(-3 \mid 1): \quad h(-3) = -2 \cdot (-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -5 \Rightarrow h(x) = -2x - 5$$

پنځم:

f(x) = 1,5x g(x)=1,5(x-2) په 2 ښي لورته کښونه h(x)=1,5x-2 په 2 کښته لور ته کښونهi(x)=1,5(-x)=-x په y -محور هدنارونه j(x)=1,5(2x)=3x ډبل جګوالی	

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $P_1(100\,|\,385);\ P_2(200\,|\,410)$ ، قیمتتابع: $K(x) = a_1x + a_0$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{410 - 385}{200 - 100} = 0,25 \Rightarrow K(x) = 0,25x + a_0$$

$$P_1(100\,|\,385):\quad K(100) = 0,25 \cdot 100 + a_0 = 385 \Rightarrow a_0 = 360$$

له دې څخه لاس ته قیمت تابع راځي: K(x) = 0,25x+360

ب-

د140 دانو لپاره قیمت: K(140)=0,25.140+360=395

د دانې قیمت= دانه/قیمت=

$$= \frac{K(x)}{x} = \frac{K(140)}{140} = \frac{395}{140} = \underline{\underline{2,82}}$$

د 140دانو تولید سره د دانې لګښت 2,82 € دی..

پ- د دانې لګښت یا قیمت= دانه/ لګښت=

$$= \frac{\text{Kosten}}{\text{Stück}} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0,25x + 360}{x} = 0,25 + \frac{360}{x}$$

د ډېرو لویو دانوګڼون یا –تعداد سره ترم $\frac{360}{x}$ تل کوچنی کیږي.، داسې چې د دانو قیمت یا لګښت تل زیات د0,25€ ارزښت ته نږدې کیږي.

دا شمیرپوهنیز یا ریاضیکي داسې لیکل کیږي::

$$o:\ \lim_{x \to \infty} \frac{K(x)}{x} = 0,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

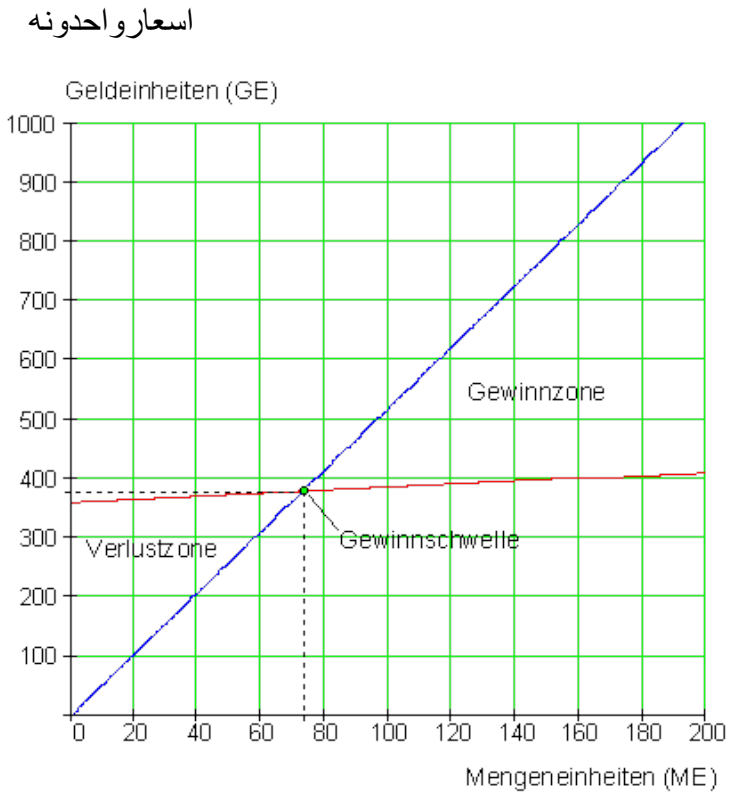
ت- ګټه ځای په ځایوالی په دې معنا، چې خرڅلاو E(x) دومره لوي دی لکه لګښت K(x)

$$E(x) = p \cdot x = 5,2x \quad K(x) = 0,25x + 360$$

$$E(x) = K(x) \Leftrightarrow 5,2x = 0,25x + 360 \Leftrightarrow x = \frac{360}{4,95} \approx \underline{\underline{73}}$$

د 73 دانو ډېرې یا سټ د شونډو پنسل خرڅلاو وروسته ګټه کیږي.

ټ-



سټ واحدونه

پروت محور: د ډېرې یا سټ یوون یا واحد. ولاړ: د پیسوواحد. په منځ کط له کښته پورته لور تّ: د تاوان ورشو یا ساحه، د برابروالي ورشو، د ګټط ورشو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم:

$g_1: h(x) = -4x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = -4$ له امله

$g_2: y = \frac{2}{5}x - 3$ په ګرافیک کې نه راځي

$g_3: g(x) = x - 3$ د $P_y(0|-3)$ او $a_1 = 1$ له امله

$g_4: f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ د $P_y(0|3)$ او $a_1 = \frac{1}{2}$ له امله

کرښیزمساوات

برخه X

لومړی: د یوه کرښیز تابع د تابع ترم دی: $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$

الف- ټکی A(u|-1) په ګراف پروت دی. u وټاکئ

ب – د f(x) صفرځایونه وټاکئ

پ- د x د کوم ارزښت لپاره باور لري f(x) > 1 ؟

ت -د f(x) ارزښتډېرئ یا –سټ وټاکئ، که $D_f = \{x \mid 0 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ وي.

ټ- د f(x) ګراف داسې و کښوئ، چې کښول شوې کرښه د x -محور په x=-2کې غوڅه کړي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: دوه توابع f(x) اوh(x) ورکړی. د کرښیز تابع h(x)ګراف له سرچینې یا پیل څخه تیریږي.

h(x) وټاکی، که h(x)=f(0) او $f(x) = 2e^{x}\ ;\ x \in \mathbb{R}$ وي.

دریم: د کرښیز تابع f(x)سفرځایونه او وټاکی، که لاندط اړیکې معلومې وي:

$$f(-4) = 2$$
$$f(1) = -4$$

څلورم: وښایی:

ټکي $P_1\left(\frac{\pi}{2} \mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2} \mid -5\right)$ او $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ په یوه کرښه پراته دي.

پنځم: کرښه g داسې راکاښل کیږي، چې راکښلې کرښه h له ټکي P څخه تیریږي. د h مساوات یا برابرون وټاکی.

$$g(x) = -0,25x + 1 \qquad P(3 \mid 4)$$

شپږم: د د کومو ارزښتونو لپاره کرښه په ټکو $P_1(0 \mid 1,5k)$ او $P_2\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$ کې جګوالی $a_1 = 1'$ لري؟

اوم: حل کړی:

الف- f(x) = 0,5x-3. د f(x)>o لپاره د x -ارزښتونه وټاکی

ب- g(x) = 1,25x ; f(x) = 0,5x-3 . غوڅټکی وئټاکی.

اتم: په یوه زخیره ټانک کې 9500 لیvته اوبه پرتې یا خوندي دي. هره وځ له ټانک څخه 160 لیتره اوبه وېستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- د دې (شي) حالت لپاره تابعمساوات ولیکی.

ب-له څومره ورځو وروسته ټانک تشیږي؟

پ- د تابع ګراف وکاږی.

نهم: یو بایلسکلځغاستی A په یوه وختځغاسته کې دچټکتیا منځ ارزښت 25 km/h ته رسیږي.

بایسکلځغاستیB 20 دقیقې د A څخه وروسته خوزي او یو منځنی چټکتیا 45 km/h ته رسیږي.

چیرته او کله بایسکلځغاتی B وA ته رسیږي؟ یوه سکیڅي چمتو کړی.

ځوابونه:

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې :

لومړی:

الف- $u = \frac{3}{4}$ ب - $P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$ پ - $f(x) > 1 \text{ für } x > \frac{9}{4}$

ت - $W_f = \left\{y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}$ ټ - $g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

دویم:

$h(x) = 2x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: $P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)$ $f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$

څلروم: له P1 اوP2 څخه لرویا تري لاس ته راځي $f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازمایښت راکوي، P3په f(x) پرته.ه د

پنځم:: $h(x)=-0,25x+4,75$

شپږم: $k=12$

اوم: الف ـ $f(x)>0$ für $x>6$ ب ـ $S(-4|-5)$

اتم: الف ـ $f(x)=-160x+9500$

ب – ټانک له څه نا څه ۵۹،۴ ورځو وروسته تش دی.

ت – ګراف د مفل څواب سره کښل شوی دی.

نهم: بایسکلځغاستی A له بایسکلځغاستي B څخه د45 دقیقو وروسته نیول کیږي. نو B 25 دقیقي په لار وو. دواړو ځغاستو یوه د 18,75 km لار وهلي ده.

مفصل ځوابونه:

لومړی: الف ـ

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u|-1): \quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{u=\frac{3}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

$$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\,|\,0\right)}}$$

پ –

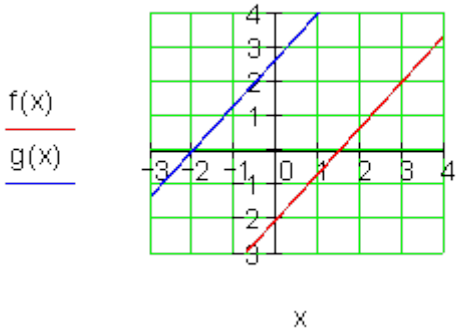
$$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$$

ت –

$$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$$

$$f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\,|\,-2\le y\le\frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$$

ټ –

xs=-2 د g(x) صفرځای دې وي، نو $P_x(-2\,|\,0)$ جګیدنه ساتلې پاتیږي $g(x)=\frac{4}{3}x+a_0$ $\Rightarrow g(x_s)=g(-2)=\frac{4}{3}(-2)+a_0=0$ $\Rightarrow a_0=\frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x)=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}}}$ په 14/3 پورته لور ته راکښنه یا په 3,5 کیڼ لور ته راکښنه	

$$f(x)=2e^x \quad h(x)=a_1x$$

$$h(1)=f(0) \Rightarrow a_1=2e^0=2\cdot 1=2 \Rightarrow a_1=2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=2x}}$$

دویم:

$$f(-4)=2 \Rightarrow P_1(-4\,|\,2);\ f(1)=-4 \Rightarrow P_2(1\,|\,-4)$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1-(-4)}=-\frac{6}{5} \Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x+a_0$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_2(1|-4):\quad f(1)=-\frac{6}{5}\cdot 1+a_0=-4\Rightarrow a_0=-\frac{14}{5}\Rightarrow f(x)=-\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{6}{5}x-\frac{14}{5}=0\,|\cdot 5\Leftrightarrow -6x-14=0\Rightarrow x=-\frac{7}{3}\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}|0\right)}}$$

څلورم: د المانط پښتو له پورته کښته لور ته: د... لپاره ضرب، په پروت دی.

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right);P_2\left(\frac{3\pi}{2}|-5\right);P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right);f(x)=a_1x+a_0$$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$$

$$P_1\left(\frac{\pi}{2}|-1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1$$

د $P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)$ لپاره ټکی ازمایښت:

$$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}|3\right)}}$$

په $f(x)$ پروت دی.

پنځم: $g(x)=-0,25x+1$ $h(x)$ له $P(3|4)$ څخه تیریږي.

د $h(x)$ راکښل کرښې لپاره جګیدنه برابره پاتې کیږي.

$$\Rightarrow h(x)=-0,25x+a_0$$

$$P(3|4):\quad h(3)=-0,25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4,75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0,25x+4,75}}$$

شپږم:

$$P_1(0|1,5k);P_2\left(\sqrt{3k}|2k\right);a_1=1$$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1,5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0,5k}{\sqrt{3k}}=1$$

$$\Leftrightarrow 0,5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0,25k^2=3k\Leftrightarrow 0,25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: الف ــ $f(x) = \frac{1}{2}x - 3 \quad f(x) > 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 6$

نو $f(x) > 0$ د $x > 6$ لپاره

ب - $f(x) = \frac{1}{2}x - 3 \,;\, g(x) = \frac{5}{4}x$

د غوختکي لپاره شرطونه: $g(x_s) = f(x_s)$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}x_s = \frac{1}{2}x_s - 3 \Leftrightarrow x_s = -4$$

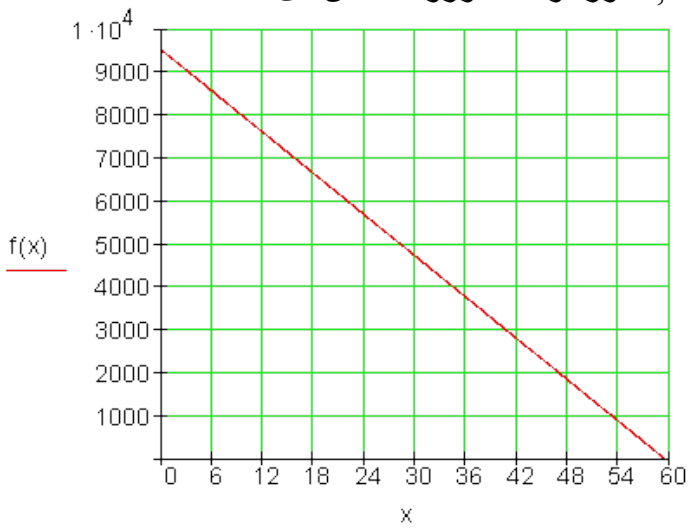
$$y_s = g(x_s) = g(-4) = \frac{5}{4}\cdot(-4) = -5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,|\,-5)}}$$

اتم: الف- x =ورځي: f(x) = د ټانک خوندیونه

$\Rightarrow f(x) = -160x + 9500$

ب = ایښوونه: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -160x + 9500 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{9500}{160} \approx 59{,}4$

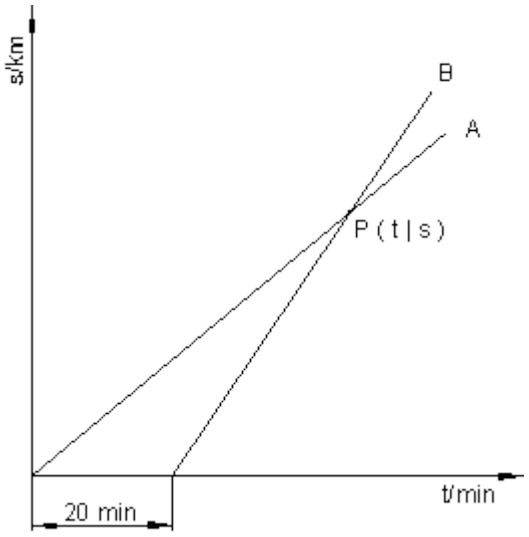
ټانک له 59,4ورځو څخه وروسته تش دی.



ت -

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:



بایسکل ځغلونکی A له ۴۵ دقیقو تلني وروسته له بایسکل ځغلونکي B څخه رانیول کیږي.

بایسکل ځغلونکی B بیا له ۲۵ دقیقو په لار وو. دواړو ځغلونکو یوه د ۱۸،۷۵ کیلو متره لار وهلي .

$$A: \quad s_A = v_A \cdot t$$

$$B: \quad s_B = v_B (t - 20)$$

B لهA څخه 20 دقیقي وروسته په خوزښت پیل کوي

د دواړو کرښو غوڅتکی نتیجه راکوي:

$$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B (t - 20) = v_A t$$

له t ساعته وروسته

$$\Rightarrow t = \frac{20\, v_B}{v_B - v_A}$$

که سزعت یا چټکتیا په km/min واړول شي، سړی کړی شي په شمیرلو کي په واحد سرف نظر وکړي.

$$v_A = 25\,\frac{km}{h} = \frac{25}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{5}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$v_B = 45\,\frac{km}{h} = \frac{45}{60}\,\frac{km}{min} = \frac{9}{12}\,\frac{km}{min}$$

$$t = \frac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}}\ (min)$$

$$s_A = \frac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18,75}}\ (km)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.6 مربع توابع

2 . 6.1 څلورۍ- یا مربع توابعو ته ننوتنه یا پیل

ننوتنه یا پیل

هرڅوک چې موټر زده کوي، باید پوه وي، چې د بریک په وخت کې په پاخه سرک د بریک نیولو او د موټر دریدځای ترمنځ څنګه سره یوځای کیدی شي یا جمعه کیدی شي..

د لاندې موټر قانون سره سم له چټکتیا(سرعت) v په km/h (کیلومتر په ساعت) د عکس العمل لار r د بریک لار b په متر شمیرلکیدی شي.

پام (خبرداری) : د بیلګې په توګه د المان پخوانی او له څخه نوي قانون.

له څخه د تملار په وچ اسفالت شوي سرک د پل بریکلار سره شمیرل کیږي.

د بریک لار $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ د عکس العمل لار $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: د څه وخت را په دې خوا په جرمني کې د بریکلار لپاره دا فرمول باور لري.:

$$\text{ا: } b = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2$$

د بریک همدا ډول د عکس العمل لار په متر (m) راوځي، که چټکتیا یا سرعت په کیلومتر په ساعت (km/h)وي.

الف – د دواړو حالتونو لپاره د $s = f(v)$ تابع مساوات و ټاکی ، د کوم لپاره چې په هره تللې چټکتیا یا سرعت تملار شمیرل کیدی شي.

ب - د تابع مشاوات $s = f(v)$ د دواړو حالتونو لپاره د وهل شوی سرعت $v = 0,$ $10, 20, 30, \ldots 100$ km/h سره د ه یوه د توقف لار چې شمیرل کیږي.

پ : په کواوردیناتسیستم کې یا د وضعیه قیمتسیستم کې ګراف رسم کړی.

ت: ټوله لاس ته راوړې نتیجه تشریح کړی.

Problemlösung: د پرابلم حل:

الف: د تابع مساوات:

زوړ قانون:	$f(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$
نوی قانون:	$\text{ا: } f(v) = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10}\cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

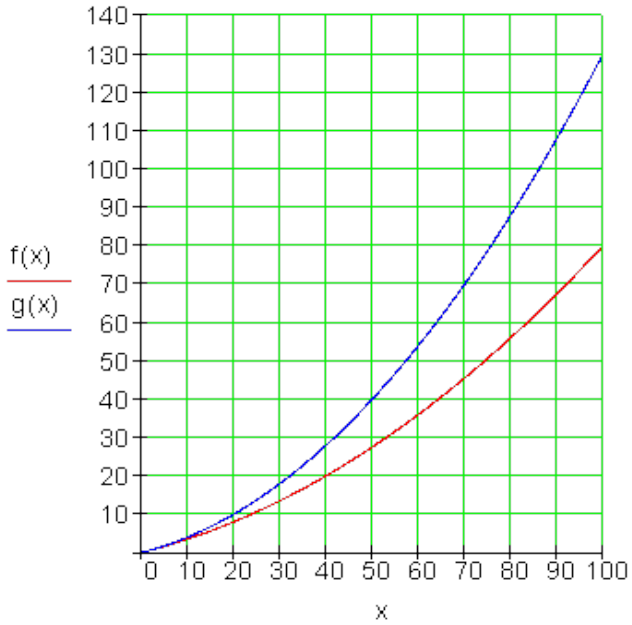
ب - : ارزښتجدول(په کیلو متر په ساعت کې)

v (in km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
f(v) (in m)	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
f(v) (in m)	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - ګرافون

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10} \qquad g(x) := \left(\frac{x}{10}\right)^2 + 3\cdot\frac{x}{10}$$



د x محور هر ه وهل شوي لار په km/h په ګوته کوي.

د y - محور د هر همغه د توقفلار په m په ګوته کوي.

ت – کومنتار

د نوي نظم وروسته د د چټکتیا(سرعت) زیاتیدنې توپیر تل زیاتیږي. د 50 km/h چټکتیا سره نوی د تم کیدلو لار 27,5 m ده، دا د زړې لار 40 m نږدې 69% ده. په 100 km/h دا نوي لار نوره فقط ده، دا د زړې 130 m لارپا نږدې 61% ده. د بریک نیولو لار کمېدنه د بریک ښه کیدو(ABS) سره موخه وره ده.

د تابع مساوات د ټیک پامورتیا او ګراف له امله موږ کره کوو، چې دا نه کرښیز مساوات دی او نه یوه کرښه. انځوروي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تابع مساوات لاندې بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع بولو او یا هم د2 –مې درجې ټول(تام) راشنل توابع.

ګرافونه یې پارابول بلل کیږي.

تمرینونه:

د لاندې پارابولونو ګرافونه وکاږئ.

د دې لپاره ارزښت جدول ولیکئ

اول - $f(x) = x^2 + 4x - 5$ دویم $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دریم - $f(x) = -x^2 + x + 6$

څلورم - $f(x) = x^2 - x$ پنځم - $f(x) = x^2 - \frac{1}{9}$ شپږم - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ اتم - $f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

نهم م- $f(x) = 3x^2 - 3x$ لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{11}{2}x + 10$

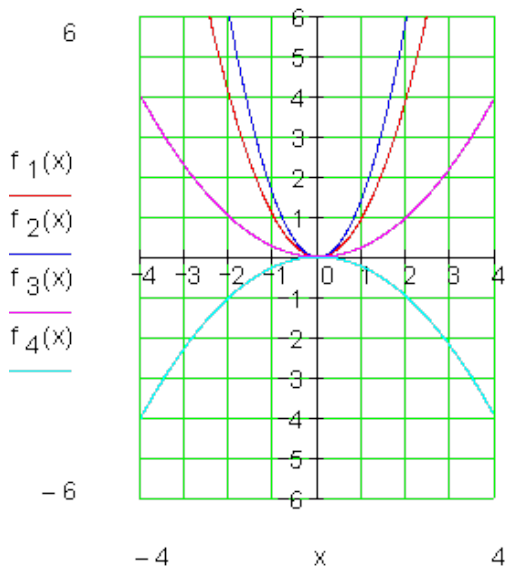
نورمال پارابل، بڼه ضریب او راکښنې

د کار قرارداد:

د a2 د مختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = a_2x^2$ وڅیړئ او ګراف په وضعیه قیمت سیستم کې وکاږئ:

$$f_1(x) = x^2 \quad f_2(x) = \frac{3}{2}x^2 \quad f_3(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د انځور شوي پارابل تابع مساوات يو له بل د x^2 ضريب a_2 له امله توپيروي.

$$f_1(x) = x^2$$

$$f_2(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$f_3(x) = \frac{1}{4}x^2$$

$$f_4(x) = -\frac{1}{4}x^2$$

دا ضريب a_2 د پارابل د بڼي لپاره مسول او له دې امله د بڼي ضريب بلل کيږي.

د تقاطع ټکی S وضعيه قيمتونه $S(0|0)$ لري.

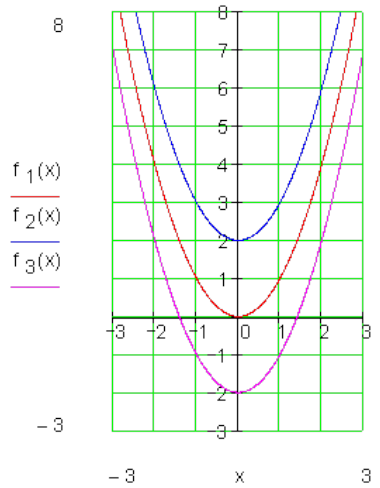
بڼه ضريب د پارابل قواري يا شکل ته څنګه تغير ورکوي؟

د پارابول په نخښه ونه	ضريب بڼي	
نورمال پارابو ل	$a = 1$	→
غزېدلی پارابول	$a > 1$	→
کېکاږلی پارابول	$0 < a < 1$	→
پهx محور هنداره شوی نورمال پارابول	$a = -1$	→
غزېدلی پارابول، په x -محور هنداره شوی کيکاږلی پاربول، په x –محور هنداره شوی	$a < -1$	→
	$-1 < a < 0$	→

د کار قرارداد:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د a_0 د مختلفو ارزښتونو لپاره د $f(x) = x^2 + a_0$ تابع مطالع کړی او په وضعیه قیمتسیستم کې یې ګراف رسم کړی: $f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = x^2 + 2$ $f_3(x) = x^2 - 2$



دا یو راکښلی نورمال پارابل دی، چې ککرئ ټکی(د ر آس نقطه) S د a_0 په واحدونو راکښل شوي ده.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$

راکښنه دy محور په اوږدوالي باندې صورت نیسي ، چېرته چې د راکښنې لور د د a_0 مخنخښې له لارې ټاکل کیدی شي.

د تقاطع ټکی S کواوردینات $S(0 \mid a_0)$ لري.

$f_1(x) = x^2$

$f_2(x) = x^2 + 2$

$f_3(x) = x^2 - 2$

د کار ورکونې قرارداد:

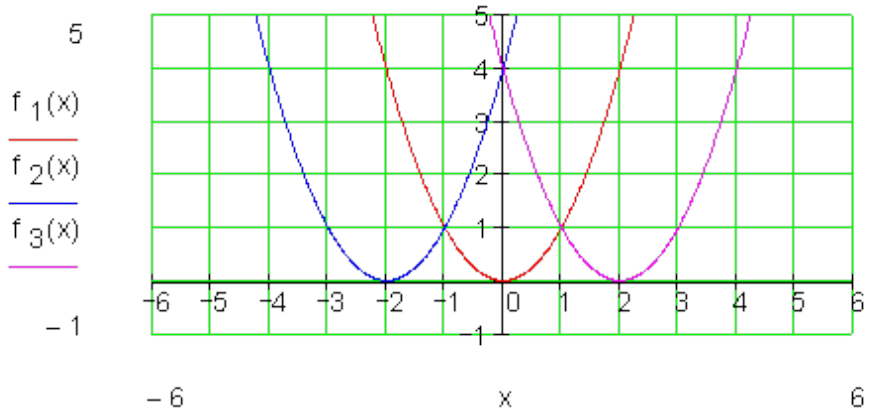
د $f(x) = (x+u)^2$ تابع د u د مختلفو ارزښتونو لپاره راکښنه وڅیړی او ګراف یې په وضعیه قیمتسیستم کې x رسم کړی

$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x+2)^2$ $f_3(x) = (x-2)^2$

د ارزښت جدول:

(c) ketabton.com: The Digital Library

f_1	x	−2	−1	0	1	2	f_2	x	−4	−3	−2	−1	0	f_3	x	0	1	2	3	4
	y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4		y	4	1	0	1	4



د ا یو راکښلی (چې ځای ته یې تغیر ورکړ شوی وي) نورمال پارابول دی، چې ککرئ ټکی(د رأس نقطه) S یې د u په واحدونو(یوونونو) دx په محور راکښل یا کښول شوي ده. دS غوڅتکی(نقطه تقاطع) یې کواوردینات (-u | 0) Sلري.

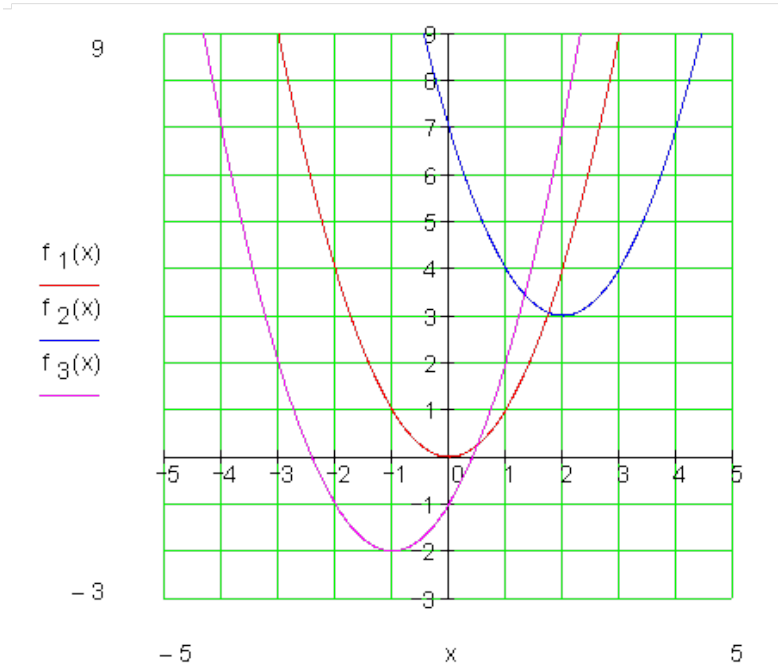
کینې لور ته څرخون یا څرخول، ککرئ ټکیS په u واحدونو یا یوونوو د پیل یا سرچینې کین لورت پروت دی.	u>0 =>
ښی څرخون یا څرخول، ککرټکی S په u واحدونو د پیل یا سرچینې ښی لورته پروت دی.	u<0 =>

د کار (ورکونې) قرارداد:

د u اوa0 دمختلفو ارزښتونو لپاره تابع $f(x) = (x+u)^2 + a0$ وخیرئ او ګراف یې په یوه کواوردینات(پروت ولاړ) سیستم کې انځور کړئ.

$f_1(x) = x^2 \qquad f_2(x) = (x-2)^2 + 3 \qquad f_3(x) = (x+1)^2 - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د $f_2(x)$ ګراف بیرته یو نورمال پارابول دی، چې ککرئ ټکی S یې په دوه واحده ښی لور ته او په درې واحده پورته لور ته راکښلی دی.
د $f_3(x)$ ګراف هم یو نورمال پارابول دی، چې ککرټکی (د رأسټکی) S په یوه واحد(یوون) کیڼ او په درې واحده لاندې لور ته کښول شوی یا راکښل شوی دی.

د $f(x) = (x+u)^2 + a_0$ ډول تابع د مربع تابع د ککرئ ټکي(رأس ټکي) بڼې تابع بلل کیږي.

د تابع ګراف نورمال پاربول دی، چې په u ارزښت دx محور په لور او په a_0 د yمحور په لور راکښل شوی دی.

که ککرټکی د $S(x_s | y_s)$ سره په نخښه کړو، نو د ککرټکي بڼې مربع تابع په دې ډول ده: $f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لنډه بڼه:	$S(x_s \mid y_s) \Leftrightarrow f(x) = (x - x_s)^2 + y_s$
بېلګه:	$S(3 \mid -1) \Leftrightarrow f(x) = (x - 3)^2 - 1$

تر اوسه مو فقط نورمال پارابول راکښلی (را کش شوی) وو.

همدا یا برابره راکښنه کیدی شي د یوه په خوښه پارابول سره سرته ورسول شي.

دلته دې بیا فاکتور a_2 په پام کې ونیول شي.

په ټولیزه توګه باور لري:

$\text{Ist } f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ د یوه نورمال پارابول تابع (بلوان) دی، چې ککرتکی (د رأس ټکی) $S(x_s \mid y_s)$ لری، نو $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د ککرتکي د تابع مساوات دي.

د مربع تکمیلونې له لارې د رآس ټکي(ککرئ ټکي) ټاکل

موږ پوهیږو چې صدق کوي:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \Leftrightarrow a_2(x - x_s)^2 + y_s \Rightarrow S(x_s \mid y_s)$$

په ککرتکي کې د ټولیز تابع مساواتو د ترم تابع له لارې کیدی شي د یوه پارابول ککرتکی (د ککرئ ټکی) وشمیرل شي.

بیلګه:

$F(x) = 3x^2 - 12x + 15$ دې په ککرئ ټکي مساوات واړول شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لوړمی پل(قدم) : د x^2 تر مخه ضریب دي له نوکانو راوه وېستل شي.

$$\Rightarrow f(x) = 3[x^2-4x+5]$$

دویم پل : مربع تکمیلونه [ ] او بنه بدلون

$$\Rightarrow f(x) = 3.[x^2 - 4x +(2)^2 -(2)^2 +5] = 3.[(x-2)^2+1]=3.(x-2)^2 +3$$
$$\Rightarrow S(2;3)$$

بیلګه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 8\right] = \frac{1}{2}\left[x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 8\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(3 \mid -\frac{1}{2}\right)}}$$

بیلګه:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right] = -\frac{1}{3}\left[x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{9}{4}\right]$$
$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{36}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left[\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{27}{16}\right] = -\frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{3}{4} \mid -\frac{9}{16}\right)}}$$

تمرینونه: د مربع تکمیلوني له لارې د رآس ټکي(ککرېټکي) ټاکل

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابل تابع مساوات ورکړشوي دي(د دویمي درجي ټول راشنل تابع). د لاندي بارابولونو لپاره رآستګو بڼه او رآستګي پیدا کړی.

ګرافونه یې وکاږی:

لومړی: $f(x) = x^2 + 2x + 5$ دویم: $f(x) = x^2 + 4x + 1$ دریم: $f(x) = x^2 - 4x + 1$

څلورم: $f(x) = x^2 - 3x + 3,5$ پنځم: $f(x) = x^2 + x - 3$ شپږم:

اووم: $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ اتم: $f(x) = -x^2 + 5x - 5$ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$

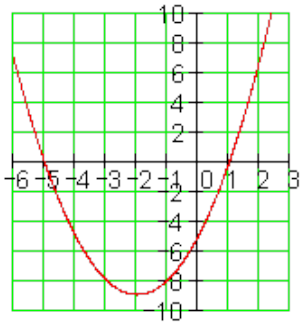
نهم: $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$ لسم: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

نتیجي

تمرینونه مربع مساوات ا

نتیجي د ارزښت جدول او ګراف سره ا

لومړی:



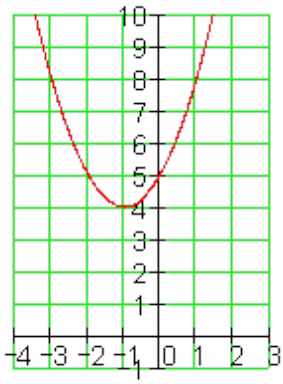
تابعمساوات: $f(x) = x^2 + 4x - 5$

ارزښتجدول

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	7	0	−5	−8	−9
x	−1	0	1	2	3
f(x)	−8	−5	0	7	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:



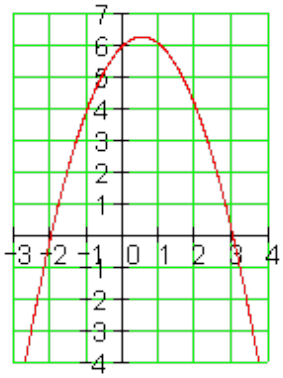
تابعمساوات

$f(x) = x^2 + 2x + 5$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1
f(x)	13	8	5	4
x	0	1	2	3
f(x)	5	8	13	20

دیم:



تابعمساوات

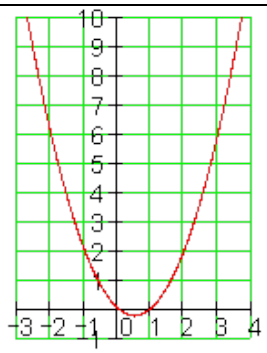
$f(x) = -x^2 + x + 6$

ارزښتجدول

x	−3	−2	−1	0
f(x)	−6	0	4	6
x	1	2	3	4
f(x)	6	4	0	−6

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

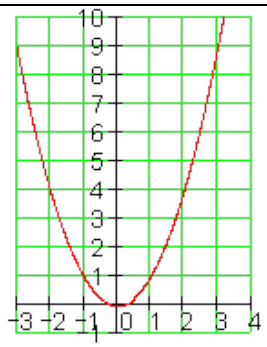


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	12	6	2	0
x	1	2	3	4
f(x)	0	2	6	12

پنځم:

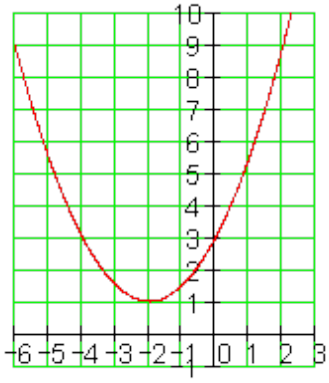


تابعمساوات: $f(x) = x^2 - x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	8,9	3,9	0,9	−0,1
x	1	2	3	4
f(x)	0,9	3,9	8,9	15,9

شپږم:



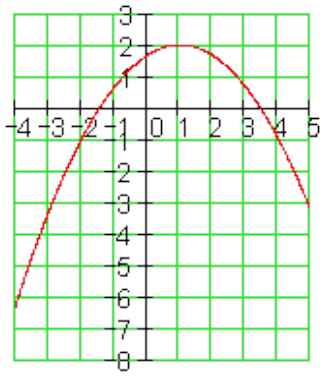
تابعمساوات: $f(x) = (½)\ x^2 + 2x + 3$

ارزښتجدول:

x	−6	−5	−4	−3	−2
f(x)	9	5,5	3	1,5	1
x	−1	0	1	2	3
f(x)	1,5	3	5,5	9	13,5

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:



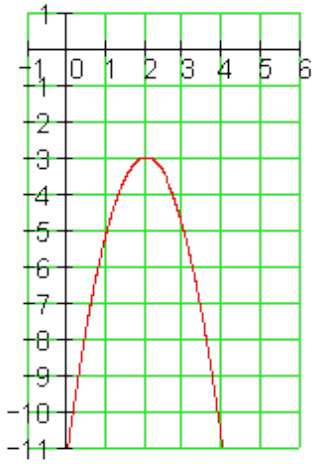
تابعمساوات

$f(x) = (1/3)x^2 + (2/3)x + 5/3$

ارزښتجدول:

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	−6,3	−3,3	−1	0,7	1,7
x	1	2	3	4	5
f(x)	2	1,7	0,7	−1	−3,3

اتم:



تابعمساوات

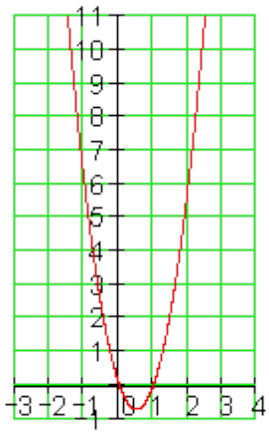
$f(x) = -2x^2 + 8x - 11$

ارزښتجدول:

x	−1	0	1	2
f(x)	−21	−11	−5	−3
x	3	4	5	6
f(x)	−5	−11	−21	−35

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

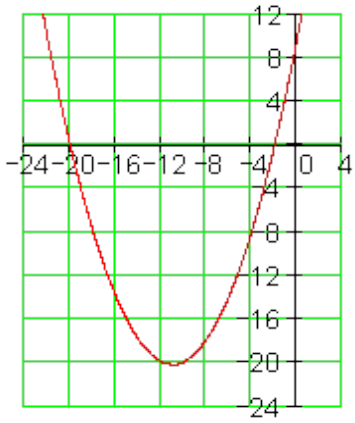


تابعمساوات: $f(x) = 3x^2 - 3x$

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	36	18	6	0
x	1	2	3	4
f(x)	0	6	18	36

لسم:



تابعمساوات

$f(x) = 1/4\ x^2 + (11/2)x + 10$

ارزښتجدول:

x	−24	−20	−16	−12
f(x)	22	0	−14	−20
x	−8	−4	0	4
f(x)	−18	−8	10	36

بیلګه 1 :

د ټول راشنل تابع ګراف چې رسم کړای شو،په زیاتو حالتونو کې اړیند دی، چې ارزښتجدول وپیژنو. د دې لپاره جبشمیري له لارې کیدی شي. خو دا هم تل اړیین دی.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مور د تحولي x = 0 څخه پيل کوو

$$x=0: f(0)=0^2-4\cdot 0+3=0-0+3=3$$
$$x=1: f(1)=1^2-4\cdot 1+3=1-4+3=0$$
$$x=2: f(2)=2^2-4\cdot 2+3=4-8+3=-1$$
$$x=3: f(3)=3^2-4\cdot 3+3=9-12+3=0$$
$$x=4: f(4)=4^2-4\cdot 4+3=16-16+3=3$$
$$x=5: f(5)=5^2-4\cdot 5+3=25-20+3=8$$
$$x=6: f(6)=6^2-4\cdot 6+3=36-24+3=15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له 10 ± لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کيږي.

$$x=-1: f(-1)=(-1)^2-4\cdot(-1)+3=1+4+3=8$$
$$x=-2: f(-2)=(-2)^2-4\cdot(-2)+3=4+8+3=15$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې کښل کيږي.

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بيا پسې شميرل کېدی شي

د بيلګې په توګه $x = \pm ½$

$$x=-\frac{1}{2}: f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+3=\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}+2+3=5\frac{1}{4}=5,25$$
$$x=\frac{1}{2}: f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-4\cdot\frac{1}{2}+3=\frac{1}{4}-2+3=1\frac{1}{4}=1,25$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

هر څوک له جبشمیري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شمیروني یا کمپیوتر څخه کار واخلي.

په لاندې کې HN د اصلي ګډ مرج (ماتلاندې) پې همغنا دی.

یوه غوره بېلګه، چې ځنې برخې یې د جبشمېري په مرسته حل شوي دي

د تابع مساوات $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

بادونه: په لاندې زیات ځایونه HN راغلي، دا د اصلی مخرج په مانا دي.

موږ د x = 0 سره پیل کوو

$$x = 0: f(0) = \frac{4}{5}\cdot 0^2 - \frac{3}{4}\cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

$$x = 1: f(1) = \frac{4}{5}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3,45$$

$$x = 2: f(2) = \frac{4}{5}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \underset{HN=10}{=} \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}$$

$$= -1,8$$

$$x = 3: f(3) = \frac{4}{5}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1,45$$

$$x = 4: f(4) = \frac{4}{5}\cdot 4^2 - \frac{3}{4}\cdot 4 - \frac{7}{2} = \frac{64}{5} - 3 - \frac{7}{2} \underset{HN=10}{=} \frac{128}{10} - \frac{30}{10} - \frac{35}{10} = \frac{63}{10} = 6,3$$

$$x = 5: f(5) = \frac{4}{5}\cdot 5^2 - \frac{3}{4}\cdot 5 - \frac{7}{2} = 20 - \frac{15}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=4}{=} \frac{80}{4} - \frac{15}{4} - \frac{14}{4} = \frac{51}{4} = 12,75$$

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=-1:\ f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1{,}95$$

$$x=-2:\ f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2}=\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1{,}2$$

$$x=-3:\ f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2}=\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5{,}95$$

$$x=-4:\ f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2}=\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12{,}3$$

اوس ټول ارزښتونه په يوه جدول کې ليکل کيږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د دې ارزښتونو سره اوس د گراف کښل کيدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بيا پسې شميرل کيدی شي

د بيلگې په توگه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}:\ f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3{,}375$$

$$x=\frac{5}{2}:\ f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}=\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0{,}375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: په پورته کې HN(Hauptnenner) داصلي مخرج(ماتلاندې) یا مخرج مشترک په معنا دی.

د دې لپاره چې د یوه ټول ریښتوني یا تام راشنل تابع ګراف انځور کړای شو، په زیاتو حالتونو کې اړیین دی، چې ارزښت جدول وکاږو. د دې لپاره یو جبشمیروني ته اړتیا لرو.

یو ه ساده بیلګه بې له جبشمیري څخه.

تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 3$

موږ د تحولي $x = 0$ څخه پیل کوو

$$x = 0: f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3 = 0 - 0 + 3 = 3$$
$$x = 1: f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 1 - 4 + 3 = 0$$
$$x = 2: f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$$
$$x = 3: f(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 3 = 9 - 12 + 3 = 0$$
$$x = 4: f(4) = 4^2 - 4 \cdot 4 + 3 = 16 - 16 + 3 = 3$$
$$x = 5: f(5) = 5^2 - 4 \cdot 5 + 3 = 25 - 20 + 3 = 8$$
$$x = 6: f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 3 = 36 - 24 + 3 = 15$$

تر هغې چې د تابع ارزښت له 10 $\pm$ لوی شي، کېدی شي چې پع کړي.

اوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکل کیږي.

$$x = -1: f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 1 + 4 + 3 = 8$$
$$x = -2: f(-2) = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 3 = 4 + 8 + 3 = 15$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې کښل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
f(x)	15	8	3	0	−1	0	3	8	15

اوس له دې ارزښتونو سره کېدی شي د f(x) ګراف رسم شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي ، دا بیا پسې شمېرل کیدی شي

د بېلګې په توګه $x = \pm ½$

$$x = -\frac{1}{2} : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{4} + 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} + 2 + 3 = 5\frac{1}{4} = 5,25$$

$$x = \frac{1}{2} : f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 4\cdot\frac{1}{2} + 3 = \frac{1}{4} - 2 + 3 = 1\frac{1}{4} = 1,25$$

هر څوک له جبشمېري سره ښه بلد نه دی. په دې حالت کې کړی شي دا کسان له شمیروني یا کمپیوتر څخه کار واخلي.

یوه غوره بیلګه، چې ځنې برخې یې د جبشمیري په مرسته حل شوي دي:

د تابع مساوات $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - \frac{3}{4}x - \frac{7}{2}$

موږ د $x = 0$ سره بیل کوو

$$x = 0 : f(0) = \frac{4}{5}\cdot 0^2 - \frac{3}{4}\cdot 0 - \frac{7}{2} = 0 - 0 - \frac{7}{2} = -\frac{7}{2} = -3,5$$

$$x = 1 : f(1) = \frac{4}{5}\cdot 1^2 - \frac{3}{4}\cdot 1 - \frac{7}{2} = \frac{4}{5} - \frac{3}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{16}{20} - \frac{15}{20} - \frac{70}{20} = -\frac{69}{20} = -3,45$$

$$x = 2 : f(2) = \frac{4}{5}\cdot 2^2 - \frac{3}{4}\cdot 2 - \frac{7}{2} = \frac{16}{5} - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} \underset{HN=10}{=} \frac{32}{10} - \frac{15}{10} - \frac{35}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5} = -1,8$$

$$x = 3 : f(3) = \frac{4}{5}\cdot 3^2 - \frac{3}{4}\cdot 3 - \frac{7}{2} = \frac{36}{5} - \frac{9}{4} - \frac{7}{2} \underset{HN=20}{=} \frac{144}{20} - \frac{45}{20} - \frac{70}{20} = \frac{29}{20} = 1,45$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x=4: f(4)=\frac{4}{5}\cdot 4^2-\frac{3}{4}\cdot 4-\frac{7}{2} \quad =\frac{64}{5}-3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}-\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{63}{10}=6,3$$

$$x=5: f(5)=\frac{4}{5}\cdot 5^2-\frac{3}{4}\cdot 5-\frac{7}{2} \quad =20-\frac{15}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=4}{=}\frac{80}{4}-\frac{15}{4}-\frac{14}{4}=\frac{51}{4}=12,75$$

ااوس د تابع ارزښتونه د منفي x ارزښتونو لپاره ټاکو.

$$x=-1: f(-1)=\frac{4}{5}\cdot(-1)^2-\frac{3}{4}\cdot(-1)-\frac{7}{2} \quad =\frac{4}{5}+\frac{3}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{16}{20}+\frac{15}{20}-\frac{70}{20}=-\frac{39}{20}=-1,95$$

$$x=-2: f(-2)=\frac{4}{5}\cdot(-2)^2-\frac{3}{4}\cdot(-2)-\frac{7}{2} \quad =\frac{16}{5}+\frac{3}{2}-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{32}{10}+\frac{15}{10}-\frac{35}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}=1,2$$

$$x=-3: f(-3)=\frac{4}{5}\cdot(-3)^2-\frac{3}{4}\cdot(-3)-\frac{7}{2} \quad =\frac{36}{5}+\frac{9}{4}-\frac{7}{2}\underset{HN=20}{=}\frac{144}{20}+\frac{45}{20}-\frac{70}{20}=\frac{119}{20}=5,95$$

$$x=-4: f(-4)=\frac{4}{5}\cdot(-4)^2-\frac{3}{4}\cdot(-4)-\frac{7}{2} \quad =\frac{64}{5}+3-\frac{7}{2}\underset{HN=10}{=}\frac{128}{10}+\frac{30}{10}-\frac{35}{10}=\frac{123}{10}=12,3$$

اوس ټول ارزښتونه په یوه جدول کې لیکل کیږي.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	12,3	5,95	1,2	-1,95	-3,5	-3,45	-1,8	1,45	6,3	12,75

د

دې ارزښتونو سره اوس د ګراف کښل کیدی شي.

که د رسمولو په وخت کې نور منځ ارزښتونه شته نه وي، دا بیا پسې شمیرل کیدی شي

د بېلګې په توګه $x = \pm 5/2$

$$x=-\frac{5}{2}: f\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)-\frac{7}{2} \quad =\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}+\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

$$=\frac{25}{5}+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5+\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}+\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=\frac{27}{8}=3,375$$

$$x=\frac{5}{2}: f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{5}{2}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2} \quad =\frac{4}{5}\cdot\frac{25}{4}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{2}-\frac{7}{2}$$

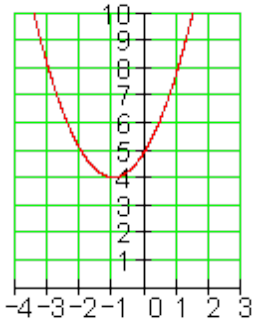
$$=\frac{25}{5}-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}=5-\frac{15}{8}-\frac{7}{2}\underset{HN=8}{=}\frac{40}{8}-\frac{15}{8}-\frac{28}{8}=-\frac{3}{8}=-0,375$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

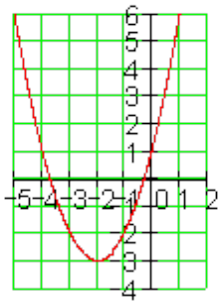
نتیجې

د مربع توابعو تمرینونه II

د مربع تابع د رآس ټکی فرمول د ګراف او د مربع(څلورئ) تکمیلوني له لارې لومړی:

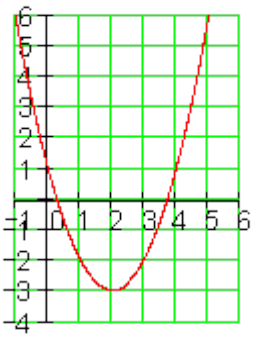
	تابع مساوات : $F(x)=x^2+2x+5$ د رآستېکي بڼه: $F(x+1)^2+4$ رآستېکی $S(-1;4)$

دویم:

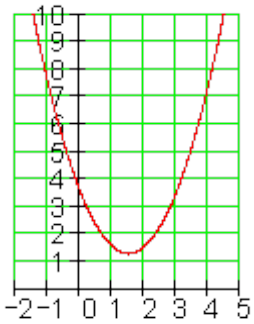
	تابع مساوات : $f(x)=x^2+4x+1$ د رآستېکي فرمول: $f(x)=(x+2)^2-3$ رآس یا ککرئ ټکی $S(-2\|-3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

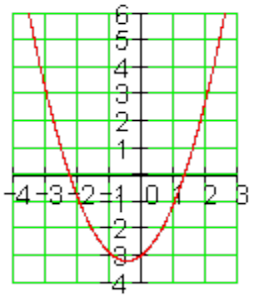
	تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 4x + 1$ د رآستېکي فرمول: $f(x) = (x-2)^2 - 3$ رآس یا ککرئ ټکی $S(2\|-3)$

څلورم:

	تابع مساوات : $f(x) = x^2 - 3x + 3,5$ د رآس – یا ککرئ ټکي فرمول: $f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$ رآس- یا ککرئ ټکی $S\left(\frac{3}{2}\middle\|\frac{5}{4}\right)$

پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

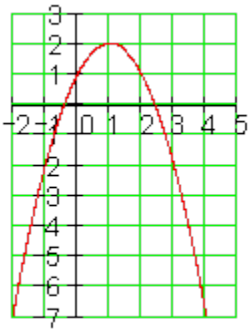


تابع مساوات : $f(x) = x^2 + x - 3$

د رآستېکي فرمول:

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

رآستېکی: $S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{13}{4}\right)$



شپږم:

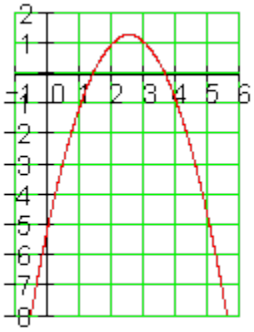
تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 2x + 1$

د رآستېکي فرمول:

$$f(x) = -(x-1)^2 + 2$$

رآس- یا ککرۍ ټکی: $S(1 \mid 2)$

اووم:



تابع مساوات : $f(x) = -x^2 + 5x - 5$

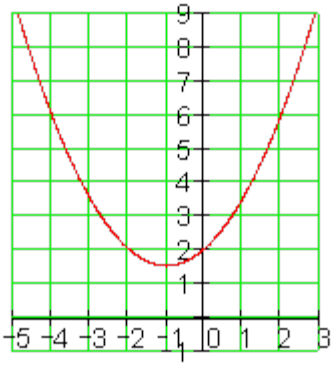
د رآستېکي فرمول:

$$f(x) = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$$

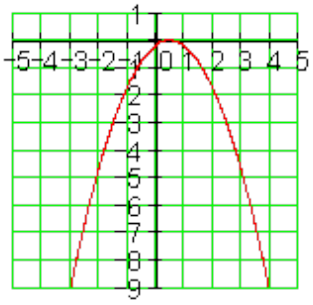
رآس-یا ککرۍ ټکی: $S\left(\frac{5}{2} \mid \frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

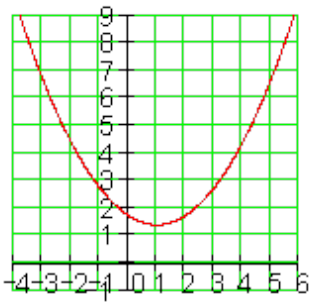
	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ د رآستګي فرمول: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$ رآستګی $S\left(-1\middle\|\frac{3}{2}\right)$

نهم:

	تابع مساوات : $f(x)=-\frac{3}{4}x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{6}$ د رآستګي فرمول: $f(x)=-\frac{3}{4}\left(x-\frac{4}{9}\right)^2-\frac{1}{54}$ رآستګی(ککرتګی) $S\left(\frac{4}{9}\middle\|-\frac{1}{54}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:

	تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ د رآستېکي فرمول: $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2+\frac{4}{3}$ رآستېکی: $S\left(1\middle\vert\frac{4}{3}\right)$

بیلګه:

د ککرۍ ټکي تاکلو لپاره یوه مفصله بیلګه:

په ټولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات:

$f(x) = -(1/2)x^2 -2x +6$

د واریابلي x^2 ترمخ ضریب له قوسونو راوځي

$f(x).=(½)[x^2+4x-12]$

د مربع تکمیلیدنه په ګوډېزه (کونجزه) نوکانو کي

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{1.\ \text{binomische Formel}} \quad \underbrace{-4 - 12}_{-16}\right]$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

د بیرته یا په څټ ضرب له لارې د مربع تابع د ککرۍ ټکي بڼه لاس ته راځي.

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 \Rightarrow \boxed{S(-2|8)}$$ ؛

S(-2;8)ککرۍ ټکی

د نوکانو راوتنې لپاره یادونه :

لومړی حالت: که د متحولیx مخ ته څه نه وي، یعنې $f(x) = x^2-2x+6$

په دې حالت کې سملاسي په مربع تکمیلونې پیل کیدی شي.

دویم حالت : که د نوکانن رمخ منفي نخښه وي، یعنې $f(x) = -x^2-2x+6$

په دې حالت کې باید 1- همداسې - له نوکانو را وه وېستل شي، یعې $f(x)=-[x^2+2-6]$

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه

لومړی- د لاندې توابعو ګرافونه رسم کړې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $f(x)=-3x^2$ ب - $f(x)=\frac{1}{3}x^2$ پ - $f(x)=4x$

ت - $f(x)=x^2-2$ ټ - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2$ ث - $f(x)=2x^2+4$

ج - $f(x)=-x^2+4$ چ - $f(x)=-x^2+1$ ح - $f(x)=x^2+2$

دویم - د پارابولو صفرځایونه، محورغوڅټکي، او ککرئ ټکي وټاکی او کرافونه یې رسم کړئ

الف - $f(x)=(x-1)^2-1$ ب - $f(x)=(x-2)^2-1$ پ- $f(x)=-(x+1)^2$

ت - $f(x)=(x+2)^2-3$ ټ - $f(x)=-\frac{1}{3}(x-1)^2+2$

ث - $f(x)=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$

ج- $f(x)=-(x+2)^2$ چ - $f(x)=(x-2)^2\cdot(-4)$ ح - $f(x)=-(x-1)^2-1$

دریم - د لاندې توابعو صفرځایونه، محورغوڅټکي، او ککرئ ټکي وټاکی او ګرافونه یې رسم کړئ

الف= $f(x)=-x^2-2x-1$ ب ـ $f(x)=x^2-6x+8$ پ- $f(x)=-\frac{x^2}{2}-2x-1$

ت - $f(x)=x^2-4x+9$ ټ - $f(x)=-x^2+4x-9$ ث - $f(x)=2x^2-2x+2$

ج - $f(x)=x^2+6x+4$ چ $f(x)=-3x^2+12x-9$ ح - $f(x)=-\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم -

د ورکړشوی تابع مساوات سره پارابول رسم کړئ د دې لپاره یو ارزښت جدول جوړ کړئ ګرافونه یې پرتله کړئ.

$f(x) = x^2 + x - 3$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

پنځم – یو نورمال پارابول د 0,4 ضریب کیکاګل کیږي (کېښکودل کیږي)او په 4 واحده ښی لور ته راکښل کیږي.

د تابع مساوات وټاکئ.

شپږم- دد تابع مساوات f(x) سره یو پارابول ورکړ شوی دی. د y په محور پارابول داسې و کښوی ، چې له ټکي P (0 | 2) څخه تیر شي. دواړه ګرافونه په یوه پروت ولاړ سیستم یا کواودینات سیستم کې و کاږئ او د راکښل شوي پارابول تابع مساوات g(x) وټاکئ.

الف - $f(x) = -(x-1)^2$ ب - $f(x) = 3x^2 - 1$ پ - $f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اوم - یوه فزیکی تجربه لاندې ارزښتونه ښايي:

اړین وخت پهS	0	2	4	6	8
وهل شوې لار پهcm	0	6	24	54	96

ارزښتونه په یوه مناسب پروتولاړ سیسم کې وکاږئ او محورونه په لیک وښایئ تابع مساوات وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

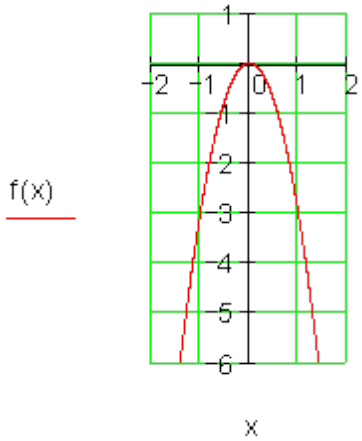
ځوابونه:

مربع توابع برخه ۱

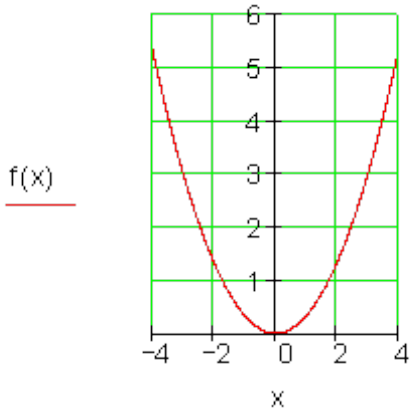
نتیجې:

لومړی-

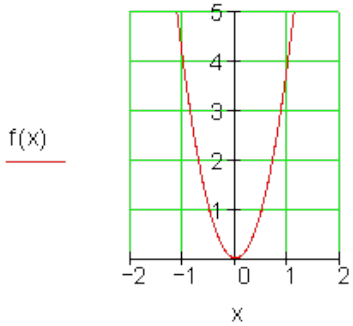
الف- $f(x) = -3x^2$



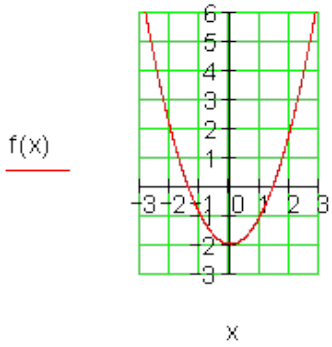
ب - $f(x) = \frac{1}{3}x^2$



پ - $f(x) = 4x$

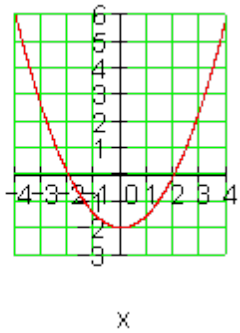


ت - $f(x) = x^2 - 2$

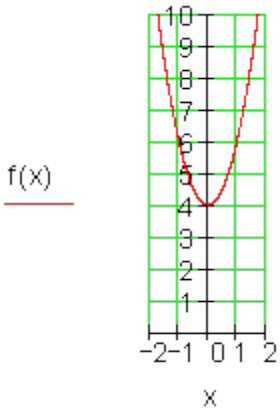


(c) ketabton.com: The Digital Library

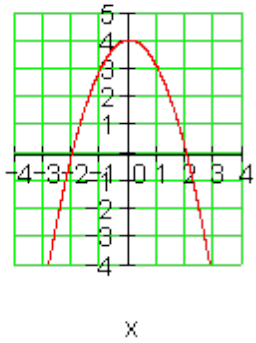
ت - $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$



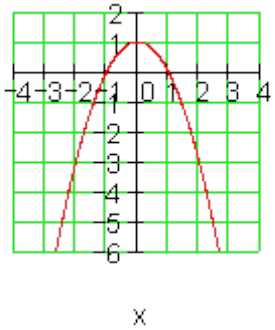
ث - $f(x) = 2x^2 + 4$



ج - $f(x) = -x^2 + 4$

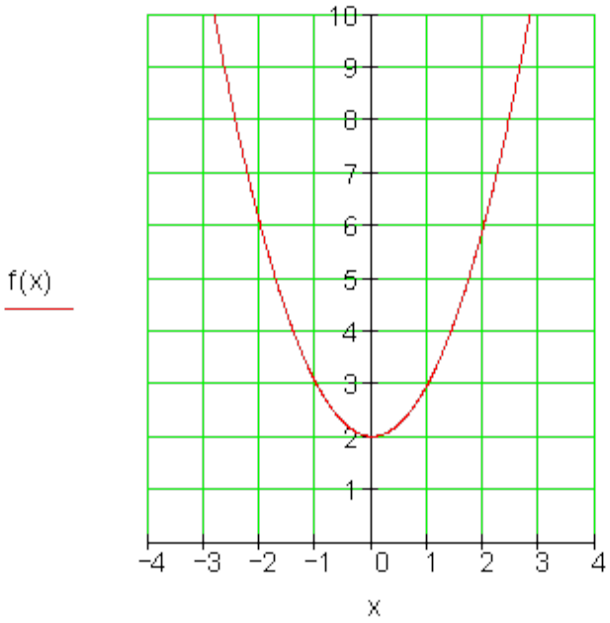


چ - $f(x) = -x^2 + 1$



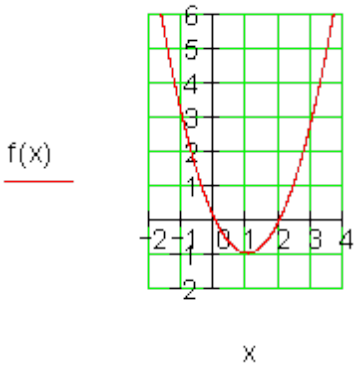
ح - $f(x) = x^2 + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم –

الف-

$f(x) = (x-1)^2 - 1$ ککره یا رأس: $S(1 \mid -1)$ صفرځایونه $P_{x_1}(0 \mid 0)$ $P_{x_2}(2 \mid 0)$ د y– غوځی یا تقاطع $P_y(0 \mid 0)$	

ب –

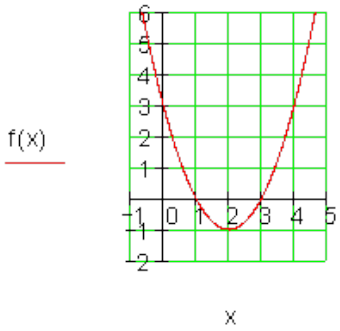
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = (x-2)^2 - 1$

ککری : $S(2|-1)$

صفرځایونه: $P_{x_1}(1|0)$ $P_{x_2}(3|0)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y(0|3)$

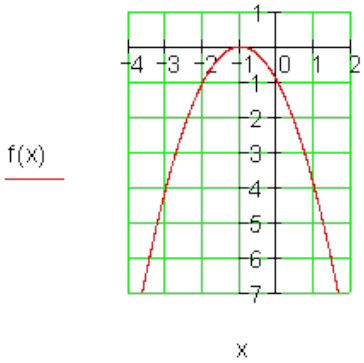


$f(x) = -(x+1)^2$

ککره : $S(-1|0)$

صفرځایونه: $P_x(-1|0)$

د y– غوڅی: $P_y(0|-1)$



پ –

$f(x) = (x+2)^2 - 3$

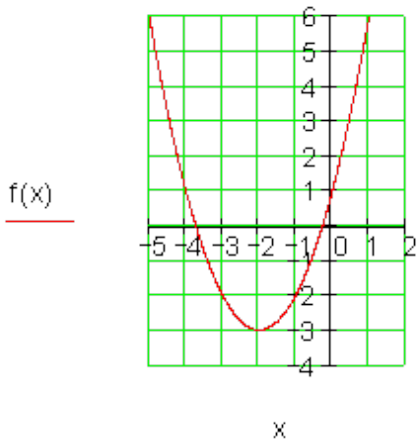
ککری $S(-2|-3)$

صفرځایونه $P_{x_1}(-2-\sqrt{3}|0)$

$P_{x_2}(-2+\sqrt{3}|0)$

د y– غوڅی یا تقاطع $P_y(0|1)$

ت -



ت-

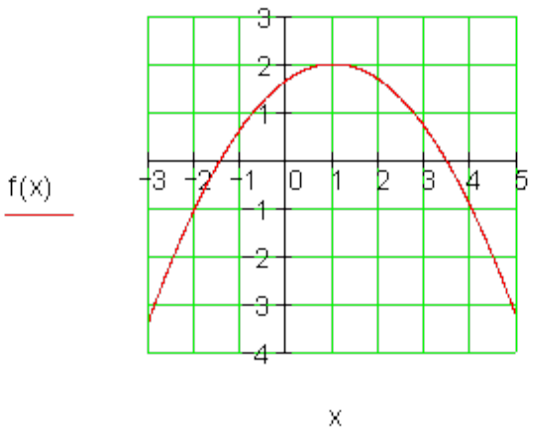
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$$

ککره یا رأس: $S(1|2)$

صفرځایونه: $P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1{,}45 \middle| 0\right)$ $P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3{,}45 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی یا تقاطع: $P_y\left(0 \middle| \frac{5}{3}\right)$



ث –

$$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

د رأس ټکی: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}\right)$

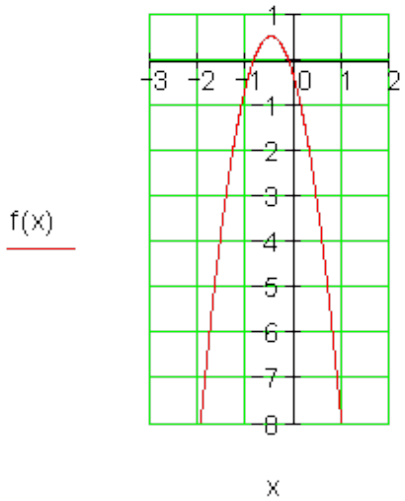
صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0{,}85 \middle| 0\right)$

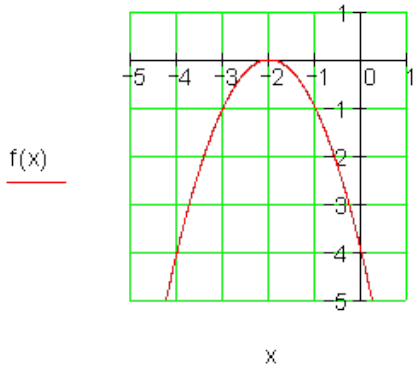
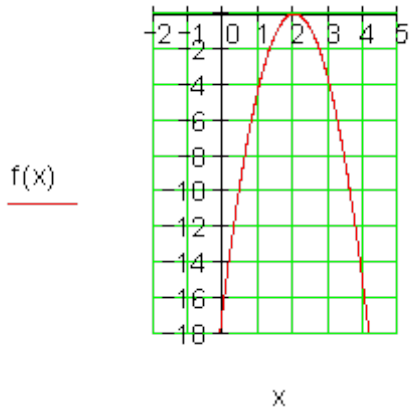
$P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0{,}15 \middle| 0\right)$

د y– غوڅی :

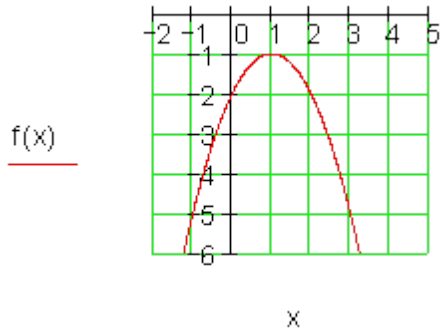
$P_y\left(0 \middle| -\frac{1}{2}\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -(x+2)^2$ رأس : $S(-2\,\|\,0)$ صفرځایونه : $P_x(-2\,\|\,0)$ د y– غوڅی: $P_y(0\,\|\,-4)$	 ج –
$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ د رأس : $S(2\,\|\,0)$ صفرځایونه: $P_x(2\,\|\,0)$ د y–تقاطع: $P_y(0\,\|\,-16)$	 چ –

ح-

$f(x) = -(x-1)^2 - 1$ رأس –یا ککرئ : $S(1\,\|\,-1)$ صفرځایونه :نه شته د y–تقاطع: $P_y(0\,\|\,-2)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم –

الف-

$f(x) = -x^2 - 2x - 1$

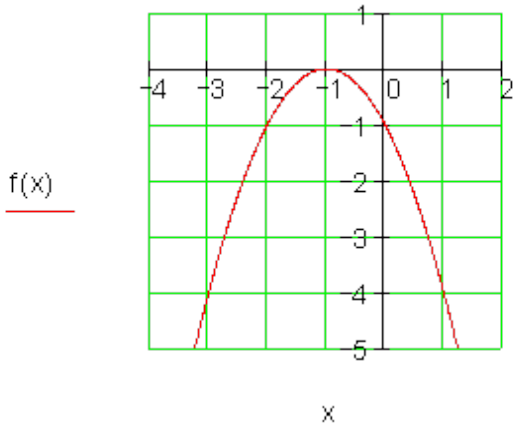
ککرئ بنه:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

رأس یا ککرئ : $S(-1|0)$

صفرځایونه : $P_x(-1|0)$

د y–تقاطع: $P_y(0|-1)$



ب –

$f(x) = x^2 - 6x + 8$

د ککري بنه

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

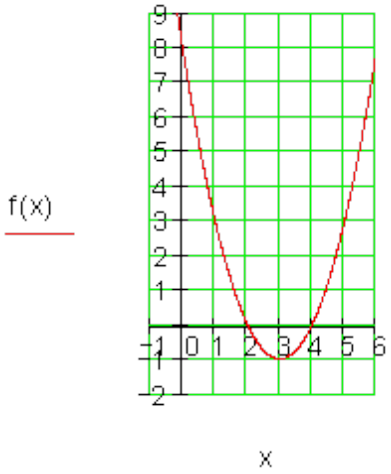
د ککری : $S(3|-1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}(2|0); P_{x_2}(4|0)$

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0|8)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

د $f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$

رأس بنه:

$y = f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1$

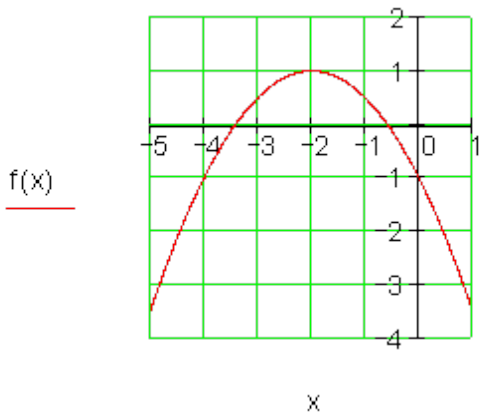
ککرئ : $S(-2 \mid 1)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3,41 \mid 0\right)$

$P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0,59 \mid 0\right)$

د y– غوڅی : $P_y(0 \mid -1)$



ت

د $f(x) = x^2 - 4x + 9$

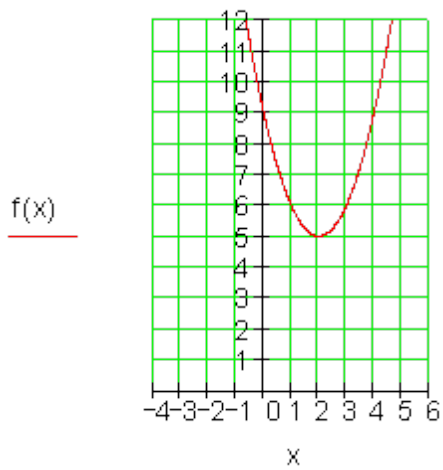
رأس –یا ککر ټکی بنه

$y = f(x) = (x-2)^2 + 5$

ککرئ یا رآس: $S(2 \mid 5)$

صفرځایونه : شتون نه لري

د y– غوڅی : $P_y(0 \mid 9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت-

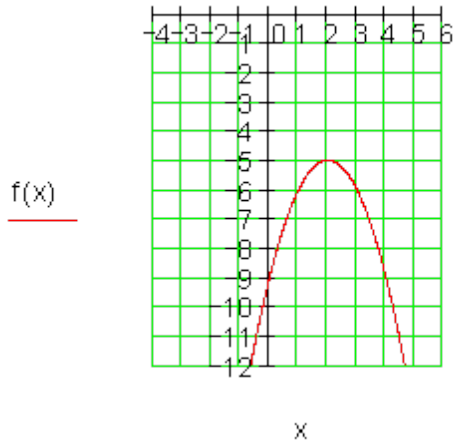
$f(x) = -x^2 + 4x - 9$

د رأس –یا ککر ټکی بڼه

$y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$

صفرځایونه:نه شته

د y– غوڅی : $P_y(0 \mid -9)$



ث –

$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

د رأس –یا ککر ی بڼه

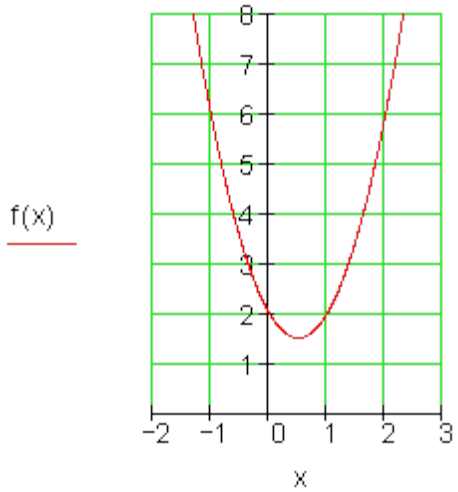
$y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$

صفرځایونه

نه شته

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0 \mid 2)$



ج –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

د رأس بنه

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

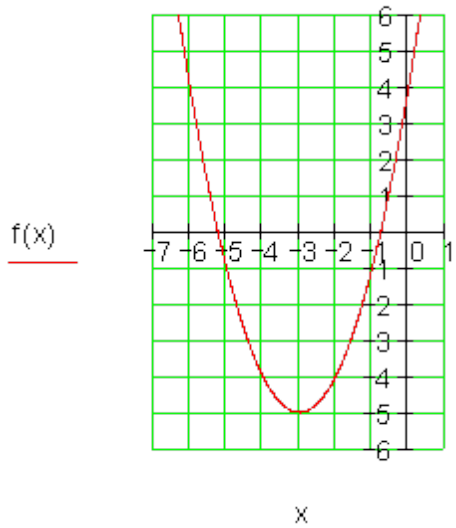
ککرئ : $S(-3 \mid -5)$

صفرځایونه :

$P_{x_1}\left(-3 - \sqrt{5} \approx -7,24 \mid 0\right)$

$P_{x_2}\left(-3 + \sqrt{5} \approx -0,76 \mid 0\right)$

د y–تقاطع: $P_y(0 \mid 4)$



چ –

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

د رأس –یا ککرئ بنه

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

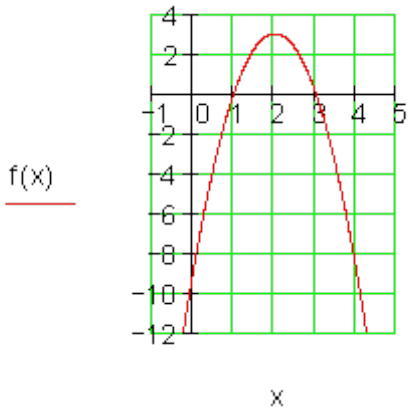
ککرئ : $S(2 \mid 3)$

صفرځایونه

$P_{x_1}(1 \mid 0); P_{x_2}(3 \mid 0)$

د y– غوڅی یا تقاطع

$P_y(0 \mid -9)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ح-

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$$

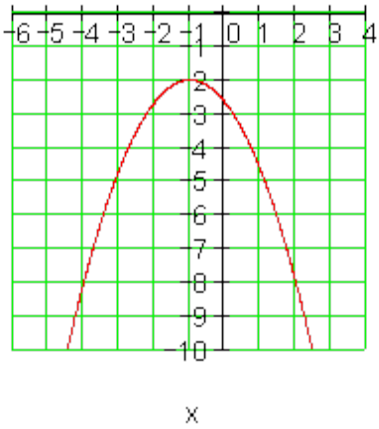
د رأس ـیا ککرئ بنه

$$y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$$

ککرئ : $S(-1|-2)$

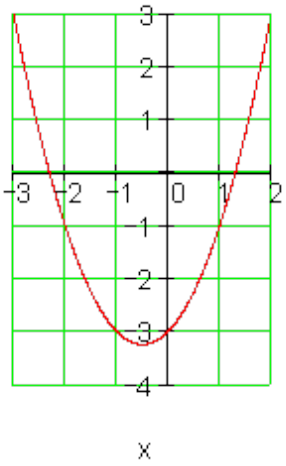
صفرځایونه :نه شته

د y– غوڅی : $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{8}{3}\right)$



$$f(x) = x^2 + x - 3$$

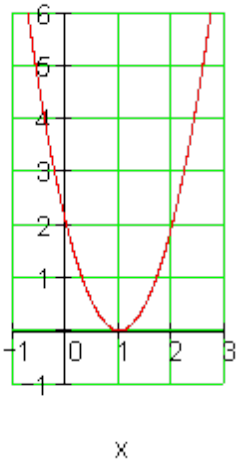
x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



$$g(x) = 2x^2 - 4x + 2$$

x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8

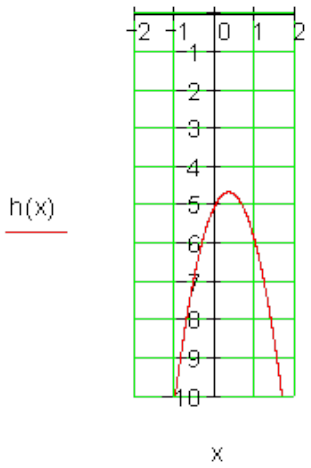
ځلورم –



(c) ketabton.com: The Digital Library

$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



ګرافونه په برتله کونه کې

د f(x) او g(x) ګرافونه پورته لور ته واز دي.

د h(x) ګراف کښته لور ته واز دی.

د g(x) او h(x) ګراف خوار یا نری دی نسبت f(x). ته.

دا د بڼې فاکتور سره سر او کار لري.

د f(x)ګراف دوه صفرځایونه لري،

د g(x)ګرف ډبل صفرځای لري،

او د h(x) صفرځای نه لري.

پنځم -

نورمال پارابول: $f(x) = x^2$

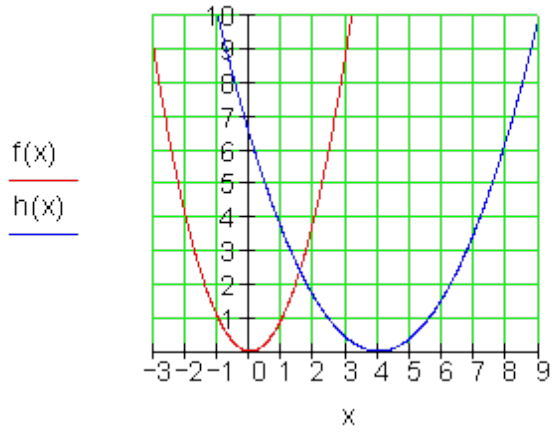
د بڼې ضریب 0,4 سره:

$g(x) = 0,4x^2$

راکښنه په څلور یوونه

یا واحدونوو بڼي لور ته

$h(x) = 0,4(x-4)^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم –

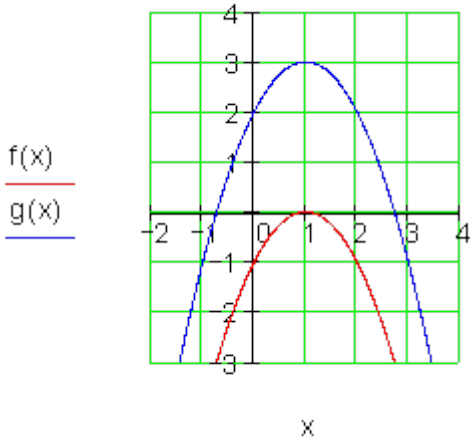
الف-

$f(x) = -(x-1)^2$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = -(x-1)^2 + u$$
$$P(0|2) : g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$$
$$\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = -(x-1)^2 + 3$$

ککرټکی S(1;0) په درې یوونو(واحدونو) پورته لور ته راکښل کیږي.



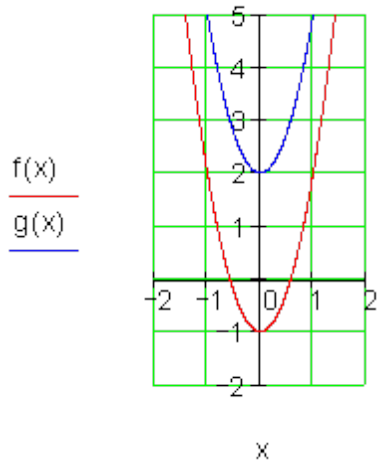
ب –

$f(x) = 3x^2 - 1$

ایښوونه: $g(x) = f(x) + u$

$$g(x) = 3x^2 - 1 + u$$
$$P(0|2) : g(0) = -1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$$
$$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = 3x^2 + 2$$

پارابول په درې واحدونو پورته لور ته راکښل کیږي.



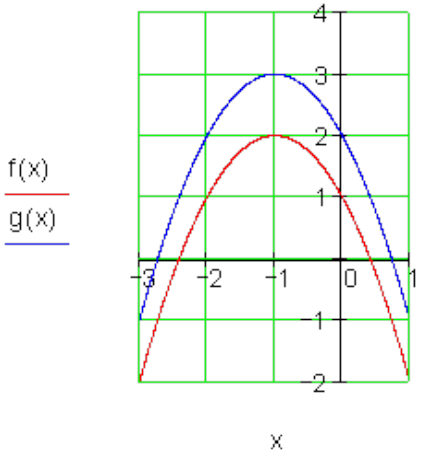
(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

اینبوونه: $g(x) = f(x) + u$

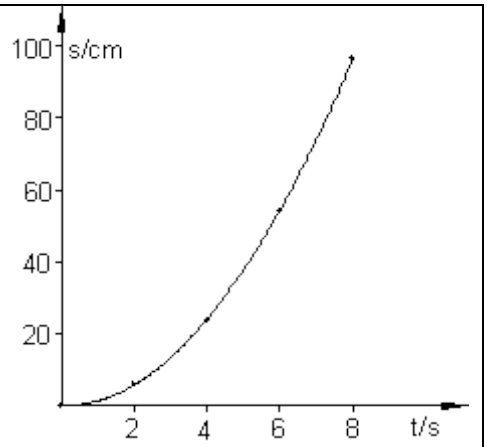
$$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$$
$$P(0 \mid 2) : g(0) = 1 + u = 2$$
$$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$$
$$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 2$$

پارابول په یو واحد پورته لور ته رکشأ کیږي.



پ –

اوم –



اینبوونه: $f(x) = a_2 x^2$

$$P(2 \mid 6) : f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$$

نیونه: $f(x) = \frac{3}{2} x^2$

تکی ازماپښت:

$$P(4 \mid 24) : f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24\ (w)$$
$$P(6 \mid 54) : f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54\ (w)$$
$$P(8 \mid 96) : f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96\ (w)$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2} x^2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

بنسټونه مربع توابع II

لومړی - د لاندې پارابولونو د تابع مساوات ورکړی:

الف- $f(x)=x^2-4x+2$ ب – $f(x)=x^2+4x+2$

پ – $f(x)=-x^2-4x+3$ ت- $f(x)=-x^2+8x-9$

ټ- $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ ث – $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$

ج – $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ چ – $f(x)=-\frac{2}{3}x^2+\frac{3}{4}x+6$

ح- $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ خ - $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$

(۱) د ککرئ ټکي ښه او ککرئ ټکي وټاکی.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیرئ.

(۳) پل په پل تشریح کړی، چی f(x) د نورمال پارابول حخه څنګه منځ ته راځي او دا څنګه واز دی.

(۴) په یوه مناسب پروتولاړسیستم کي د f(x) ګراف وکاږئ
دویم – سړی کړی شي د نورمال پارابول څخه هر په خوښه پارابول د د غوڅټکي د راکښني له لارې او د پړسېدني یا غزوني له لارې منځ ته اوړي. که دا کښته لور ته واز وي، نو دا دx محور باندې هنداره کیږي یا منعکس کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه پارابول په هکله لاندې ټکي پیژنو:

بڼه ضریب	د x په لور راکښنه یا ځای بدلون	د y په لور راکښنه یا ځای بدلون
$a_2 = 1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۱- په 2 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -1$	په 2 واحدونو ښي لورته	۲ - په 4 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{1}{2}$	په 2 واحدونو کیڼ لورته	۳ -په 4 واحدونو کښته لور ته
$a_2 = -2$	په 1 واحد ښي لورته	۴ – په 5 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = -\frac{1}{4}$	په 4 واحدونو کیڼ لورته	۵ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = \frac{3}{2}$	په 2,5 واحدونو ښي لورته	۶ - په 6 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{3}{4}$	په 3 واحدونو کیڼ لورته	۷ - په 3 واحدونو پورته لور ته
$a_2 = 2$	په 3,5 واحدونو ښي لورته	۸ - په 4,5 واحدونو کښنه لور ته
$a_2 = \frac{1}{3}$	په 2 واحدونو یا یوونونو ښي لورته	۹ - ه 3 واحدونو یا یوونونو کښنه لور ته
$a_2 = -\frac{2}{3}$	په 4 واحدونو ښي لورته	۱۰ - په3 واحدونو پورته لور ته

(۱) د ککرئ ټکي بڼه او ککرئ ټکي وټاکئ.

(۲) د محورونو غوڅټکي وشمیرئ.

(۳) د تابع مساوات په پولینوم بڼه $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$? څنګه دي؟

(۴) په یو مناسب کواوردینات سیسم کې د f(x) ګراف وکاږئ.

حلونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنسټونه مربع توابع II

نتیجې او مفصل حلونه

NP : نورمال پارابول

$\cap$: کښته لور ته واز $\cup$: پورته لور ته واز

<- n په n واحدونو ښي لورته راکښلی n<-- په n یونونو کیڼ لور ته راکښل

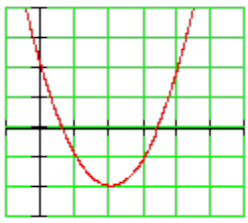
$n\uparrow$ په n یوونونو پورته لور ته رکښل شوی

$n\downarrow$ په n یوونونو کښته لور ته راکښل شوی.

نتیجې

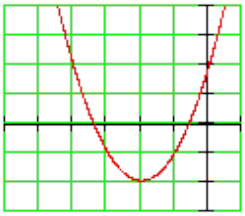
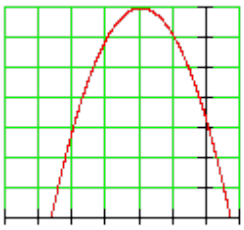
لومړی –

الف-

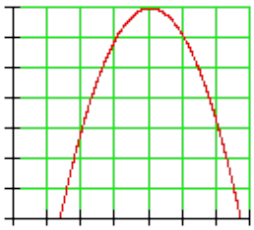
۱ ـ $f(x) = (x-2)^2 - 2;\ S(2\mid -2)$ $P_y(0\mid 2)$ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0\right)$ ۲ ـ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0\right)$ ۳ ـ NP: $\cup: 2\rightarrow;\ 2\downarrow$	۴ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

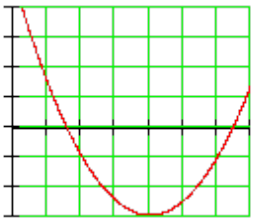
۱ ـ $f(x)=(x+2)^2-2;\ S(-2\mid-2)$ $P_y(0\mid 2)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{2}\approx-0{,}586\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{2}\approx-3{,}414\mid 0\right)$ ۳ ـ NP: $\cup$: $2\leftarrow;\ 2\downarrow$	ب ـ ۴ 
۱ ـ $f(x)=-(x+2)^2+7;\ S(-2\mid 7)$ $P_y(0\mid 3)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{7}\approx 0{,}646\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{7}\approx-4{,}646\mid 0\right)$ ۳ ـ NP: $\cap$: $2\leftarrow;\ 7\uparrow$	پ ـ ۴ 

ت

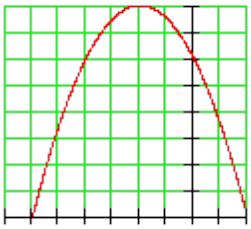
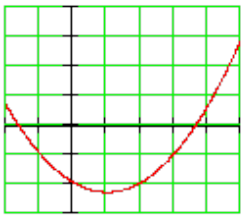
۱ ـ $f(x)=-(x-4)^2+7;\ S(4\mid 7)$ $P_y(0\mid -9)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(4+\sqrt{7}\approx 6{,}646\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{7}\approx 1{,}354\mid 0\right)$ ۳ ـ NP: $\cap$: $4\rightarrow;\ 7\uparrow$	۴ 

ټ- په لاندې کې:Gestaucht mit کیکاږل شوی د ... سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

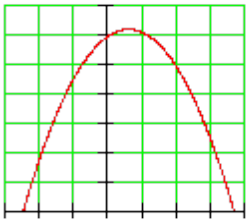
۱ - $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3;\ S(4\mid -3)$ $P_y(0\mid 5)$ ۲ _ $P_{x1}\left(4+\sqrt{6}\approx 6{,}449\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{6}\approx 1{,}551\mid 0\right)$ ۳ _ NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cup: 4\rightarrow; 3\downarrow$	 ۴

ث – په لاندې کې:Gestaucht mit کیکاږل شوی د ... سره.

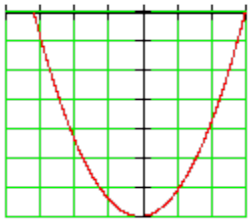
۱ - $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8;\ S(-2\mid 8)$ $P_y(0\mid 6)$ ۲ _ $P_{x1}(2\mid 0): P_{x2}(-6\mid 0)$ _ NP gestaucht mit $\frac{1}{2}$: $\cap: 2\leftarrow; 8\uparrow$ ۳	
۱ - $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3};\ S\left(1\,\middle\vert\, -\frac{7}{3}\right)$ $P_y(0\mid -2)$ ۲ _ $P_{x1}\left(1+\sqrt{7}\approx 3{,}646\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(1-\sqrt{7}\approx -1{,}646\mid 0\right)$ ۳ _ NP gestaucht mit $\frac{1}{3}$: $\cup: 1\rightarrow; \frac{7}{3}\downarrow$	ج – ۴ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

چ –

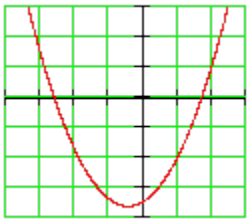
۱ - $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}$; $S\left(\frac{9}{16} \middle\vert \frac{795}{128}\right)$ $P_y(0 \mid 6)$ $P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle\vert 0\right)$ ۲ – $P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \middle\vert 0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{2}{3}$: $\cap$: $\frac{9}{16} \rightarrow$; $\frac{795}{128} \uparrow$	۴ 

ح-

۱ - $f(x) = \frac{3}{4}\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48}$; $S\left(-\frac{1}{6} \middle\vert -\frac{337}{48}\right)$ ۲ – $P_y(0 \mid -7)$ $P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \middle\vert 0\right)$; $P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \middle\vert 0\right)$ ۳ – NP gestaucht mit $\frac{3}{4}$: $\cup$: $\frac{1}{6} \leftarrow$; $\frac{337}{48} \downarrow$	۴ 

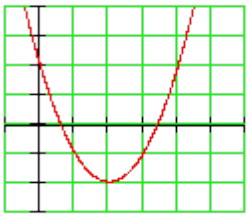
(c) ketabton.com: The Digital Library

خ-

۱ـ $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256};\ S\left(-\frac{15}{32}\,\middle\vert\,-\frac{941}{256}\right)$ $P_y\left(0\,\middle\vert\,-\frac{7}{2}\right)$ ۲ـ $P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle\vert\,0\right)$ $P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}\,\middle\vert\,0\right)$ ۳ـ NP gestaucht mit $\frac{4}{5}$; $U:\frac{15}{32}\leftarrow;\frac{941}{256}\downarrow$	۴ 

دویم ـ

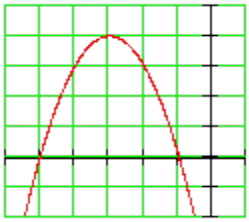
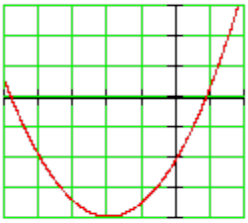
الف ـ

۱ـ $S(2\mid-2)\Rightarrow f(x)=(x-2)^2-2$ $P_y(0\mid-2)$ ۲ـ $P_{x1}\left(2+\sqrt{2}\approx 3{,}414\mid 0\right)$ $P_{x2}\left(2-\sqrt{2}\approx 0{,}586\mid 0\right)$ ۳ـ $f(x)=x^2-4x+2$	

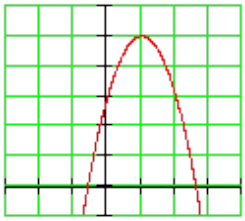
ب ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

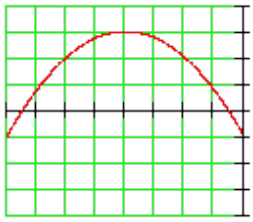
۱ ـ $S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$ $P_y(0 \mid -5)$ ۲ ـ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$ ۳ ـ $f(x) = -x^2 - 6x - 5$	
۱ ـ $S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ $P_y(0 \mid -2)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(-2+\sqrt{8} \approx 0,828 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-2-\sqrt{8} \approx -4,828 \mid 0\right)$ ۳ ـ $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$	پ ـ 

ت-

۱ ـ $S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ $P_y(0 \mid 3)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(1+\sqrt{2,5} \approx 2,581 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(1-\sqrt{2,5} \approx -0,581 \mid 0\right)$ ۳ ـ $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$	

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱ - $S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ $P_y(0 \mid -1)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(-4+\sqrt{12} \approx -0,536 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(-4-\sqrt{12} \approx -7,464 \mid 0\right)$ ۳ ـ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 1$	

ث ـ

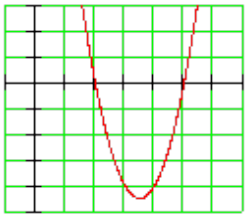
۱ - $S\left(\frac{5}{2} \mid -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2 - 6$ $P_y\left(0 \mid \frac{27}{8} = 3,375\right)$ ۲ ـ $P_{x1}\left(\frac{9}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(\frac{1}{2} \mid 0\right)$ ۳ ـ $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + \frac{27}{8}$	

ج ـ

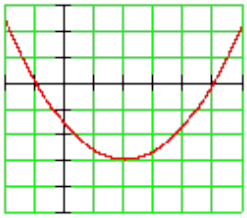
۱ - $S(-3 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+3)^2 + 3$ $P_y\left(0 \mid -\frac{15}{4} = 3,75\right)$ ۲ ـ $P_{x1}(-1 \mid 0); P_{x2}(-5 \mid 0)$ ۳ ـ $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{15}{4}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

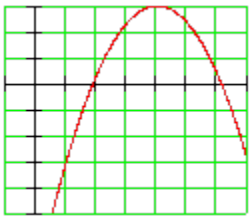
چ –

۱ - $S\left(\frac{7}{2} \middle\vert -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ ۲ - $P_y(0 \mid 20)$ $P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$ ۳ - $f(x) = 2x^2 - 14x + 20$	

ح -

۱ - $S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ $P_y\left(0 \middle\vert -\frac{5}{3} \approx -1,667\right)$ ۲ - $P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$ ۳ - $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$	

خ -

۱ - $S(4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ $P_y\left(0 \middle\vert -\frac{23}{3} \approx -7,667\right)$ ۲ - $P_{x1}\left(4+\sqrt{4,5} \approx 6,121 \mid 0\right)$ $P_{x2}\left(4-\sqrt{4,5} \approx 1,879 \mid 0\right)$ ۳ - $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی-الف1a

(1) د ککرۍ ټکی

ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$
$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 4 + 2$$
$$\Leftrightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2 \text{ Scheitelpunkt: } S(2 \mid -2)$$

(2) د $f(x) = x^2 - 4x + 2$ همداسي د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ محورغوڅتکی

د لاندې پښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

falls $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2} \mid +2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

falls $x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2} \mid +2$

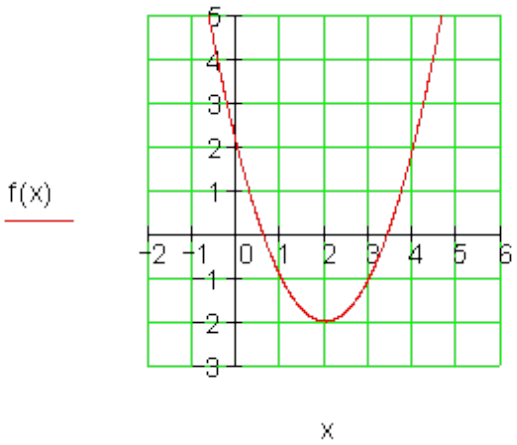
$\Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$

$P_{x1}(2 + \sqrt{2} \approx 3{,}414 \mid 0)$

$P_{x2}(2 - \sqrt{2} \approx 0{,}586 \mid 0)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو ښي لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کیږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

1b الف-

(1) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = x^2 + 4x + 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 2$$

$$\Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2 \quad \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 2^2 + 2 \Leftrightarrow f(x) = (x+2)^2 - 4 + 2$$

ککرۍ ټکی $S(-2 \mid -2)$

(2) د $f(x) = x^2 + 4x + 2$ او $f(x) = (x+2)^2 - 2$ همداسې د محورغوڅټکي

د لاندې پښتو له کیڼ کښته ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mot der y – Achse :

$y_s = f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$

falls $x + 2 > 0 \Rightarrow x + 2 = \sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{2}$

falls $x + 2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{2} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x + 2 = -\sqrt{2} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

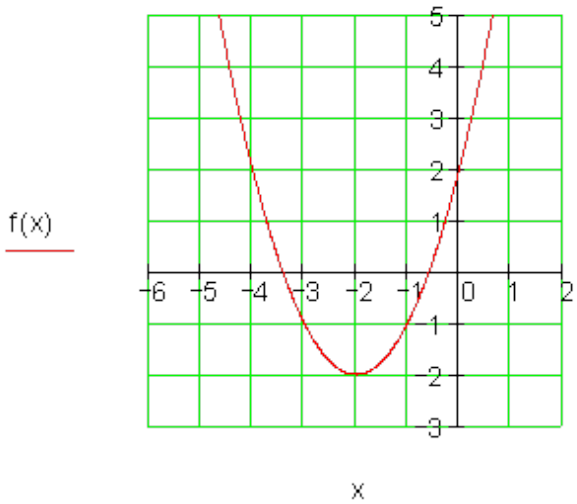
$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{2}$

$P_{x1}\left(-2+\sqrt{2} \approx -0{,}586 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(-2-\sqrt{2} \approx -3{,}414 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونوکيڼ لور ته او په دوه واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی

(۴)



1c (Scheitelpunkt=ککری ټکی)

(1)د ککری ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$f(x) = -x^2 - 4x + 3$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 3\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 3\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x+2)^2 - 7\right]$

$\Leftrightarrow f(x) = -(x+2)^2 + 7$ Scheitelpunkt: $S(-2 \mid 7)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

(2) د $f(x) = -x^2 - 4x + 3$ همداسي $f(x) = -(x+2)^2 + 7$. محور غوڅتکی

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+2)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x+2)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{7}$

falls $x+2 > 0 \Rightarrow x+2 = \sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -2 + \sqrt{7}$

falls $x+2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

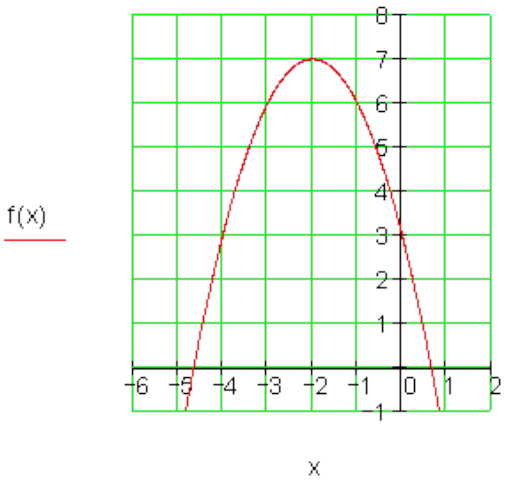
$\Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{7} \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -2 - \sqrt{7}$

$P_{x1}(-2+\sqrt{7} \approx 0{,}646 \mid 0)$

$P_{x2}(-2-\sqrt{7} \approx -4{,}646 \mid 0)$

(3)د نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د منفي مخنخښي له امله په a_2 د x په محور هنداره کيږي او له دې امله کښته لور ته واز دی.



(۴)

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ت - د ککرټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

(1)

$$f(x) = -x^2 + 8x - 9$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 - 8x + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[x^2 - 8x + 4^2 - 4^2 + 9\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x-4)^2 - 16 + 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -1\cdot\left[(x-4)^2 - 7\right]$$
$$\Leftrightarrow f(x) = -(x-4)^2 + 7 \text{ Scheitelpunkt: } S(4 \mid +7)$$

پورته الماني= ککرى ټکى

(2) د $f(x) = -x^2 + 8x - 9$ همداسې $f(x) = -(x-4)^2 + 7$. محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکى، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -9 \Rightarrow P_y(0 \mid -9)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x-4)^2 + 7 = 0 \mid -7$

$\Leftrightarrow -(x-4)^2 = -7 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{7}$

falls $x - 4 > 0 \Rightarrow x - 4 = \sqrt{7} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{7}$

falls $x - 4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x - 4 = -\sqrt{7} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{7}$

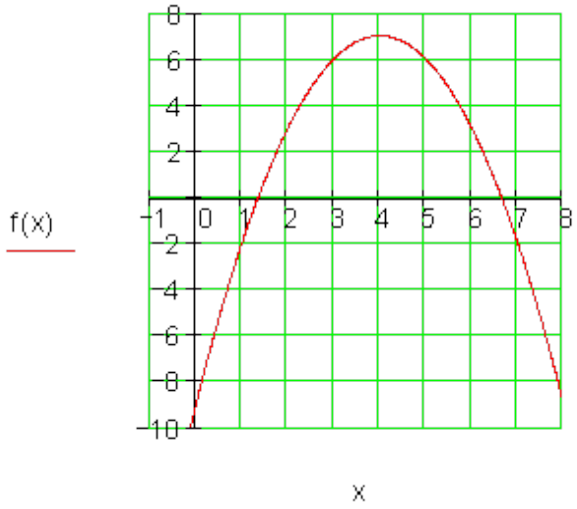
$P_{x1}\left(4 + \sqrt{7} \approx 6{,}646 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(4 - \sqrt{7} \approx 1{,}354 \mid 0\right)$

(3) د نورمال پارابول غوڅټکى په 4واحدونو ښي لور ته او په7 واحدونو پورته لور ته کښول کيږي. پارابول د a_2 د کميزې مخنځښې له امله د x په محور هنداره کيږي او له دې امله پارابول کښته لور ته واز دى.

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۴)



:1e

)۱(د ککرۍتکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[x^2-8x+10\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[x^2-8x+4^2-4^2+10\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2-16+10\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}\cdot\left[(x-4)^2-6\right]$$

له دې لاس ته راځي او برعکس $f(x)=(1/2)(x-4)^2-3$ ککرې ټکی $S(4;-3)$

)۲(د $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ همداسې $f(x)=\frac{1}{2}(x-4)^2-3$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 5 \Rightarrow P_y(0 \mid 5)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3 = 0 \mid +3$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-4)^2 = 3 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 6 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{6}$

falls $x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{6} \mid +4$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 4+\sqrt{6}$

falls $x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{6} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{6} \mid +4$

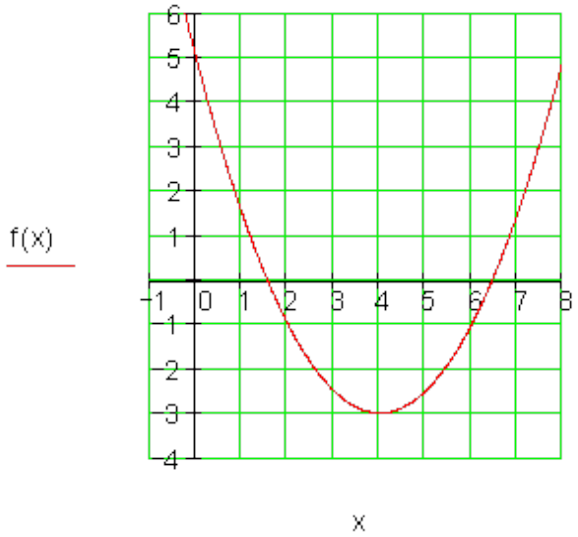
$\Leftrightarrow x = x_2 = 4-\sqrt{6}$

$P_{x1}(4+\sqrt{6} \approx 6{,}449 \mid 0)$

$P_{x2}(4-\sqrt{6} \approx 1{,}551 \mid 0)$

)۳(د نورمال پارابول غوڅتکی په4 واحدونو ښي لور ته او په درې واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول د ضريب ½ سره پرسيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

)۴(



:1f

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۱) د ککرتکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 - 12\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 4 - 12\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\cdot\left[(x+2)^2 - 16\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$$

رأس - یا ککرۍ ټکی S(-2;8)

)۲ (د $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$ | همداسې $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8$ محور تقاطع ټکي

د لاندې پښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 8 = 0 \mid -8$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x+2)^2 = -8 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16}$$

falls $x + 2 > 0 \Rightarrow x + 2 = 4 \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 2$

falls $x + 2 < 0 \Rightarrow -(x+2) = 4 \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x + 2 = -4 \mid -2$

$\Leftrightarrow x = x_2 = -6$

$P_{x1}(2 \mid 0)$

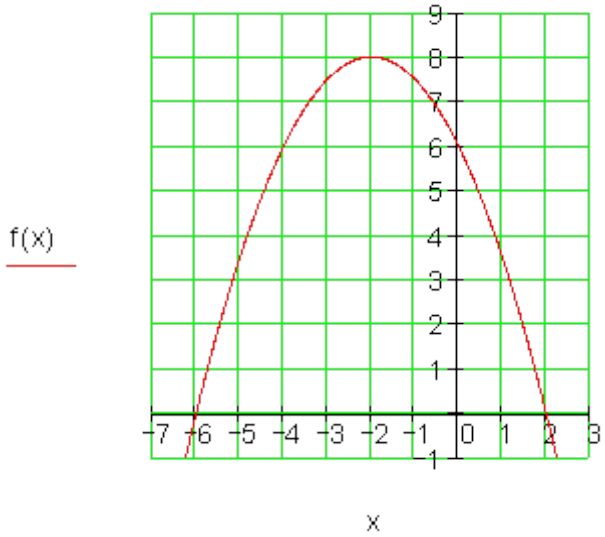
und

$P_{x2}(-6 \mid 0)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوڅټکی په 2 واحدونو کیڼ لور ته او په 8 واحدونو پورته لور ته کښول کیږي. پارابول په ½ضریبونو پرسول کیږي او دx په محور هنداره کیږي،پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

) ۴ (



:1g

) ۱ (د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[x^2-2x+1^2-1^2-6\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-1-6\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}\cdot\left[(x-1)^2-7\right] \Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$$

ککرۍ ټکی: $S\left(1\,\middle|\,-\frac{7}{3}\right)$:

) ۲ (د $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$ همداسې $f(x)=\frac{1}{3}(x-1)^2-\frac{7}{3}$ محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کیڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځایونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse:

$y_s = f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$

Nullstellen:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 - \frac{7}{3} = 0 \mid +\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-1)^2 = \frac{7}{3} \mid \cdot 3$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 7 \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{7}$

falls $x-1>0 \Rightarrow x-1 = \sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_1 = 1+\sqrt{7}$

falls $x-1<0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{7} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x-1 = -\sqrt{7} \mid +1$

$\Leftrightarrow x = x_2 = 1-\sqrt{7}$

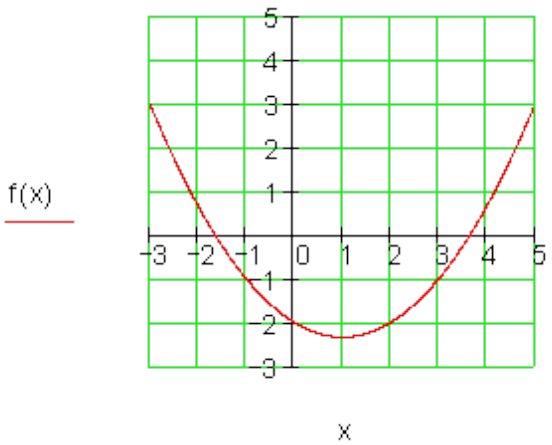
$P_{x1}(1+\sqrt{7} \approx 3{,}646 \mid 0)$

$P_{x2}(1-\sqrt{7} \approx 1{,}646 \mid 0)$

) ۳ (د نورمال پارابول غوڅتکی په 1 واحدونو ښي لور ته او په 7/3 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي.

پارابول په 1/3ضريبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.

) ۴ (



:1h

(c) ketabton.com: The Digital Library

(۱) د ککرۍ ټکي شمیرنه د مربع تکمیلوني له لارې

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x - 9\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[x^2 - \frac{9}{8}x + \left(\frac{9}{16}\right)^2 - \left(\frac{9}{16}\right)^2 - 9\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{81}{256} - \frac{2304}{256}\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\cdot\left[\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 - \frac{2385}{256}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} \Rightarrow S\left(\frac{9}{16} \approx 0{,}56 \,\middle|\, \frac{795}{128} \approx 6{,}21\right)$$

(۲) د $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{4}x + 6$ ۱ همداسي $f(x) = -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128}$ محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅټکی، صفرځايونه ، حالت

Schnittpunkt mit der y – Achse :

$$y_s = f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0 \mid 6)$$

Nullstellen:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 + \frac{795}{128} = 0 \mid -\frac{795}{128}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}\left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = -\frac{795}{128} \mid \cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{16}\right)^2 = \frac{2385}{256} \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \left|x - \frac{9}{16}\right| = \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

falls $x - \frac{9}{16} > 0 \Rightarrow x - \frac{9}{16} = \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid + \frac{9}{16}$

$$\Leftrightarrow x = x_1 = \frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

falls $x - \frac{9}{16} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{9}{16}\right) = \sqrt{\frac{2385}{256}} \mid \cdot(-1)$

$$\Leftrightarrow x - \frac{9}{16} = -\sqrt{\frac{2385}{256}} \mid + \frac{9}{16}$$

$$\Leftrightarrow x = x_2 = \frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}}$$

$$P_{x1}\left(\frac{9}{16} + \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx 3{,}615 \,\middle|\, 0\right)$$

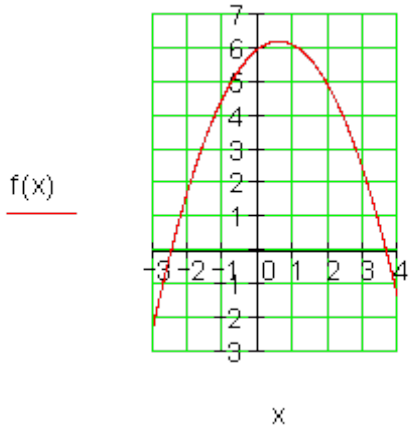
$$P_{x2}\left(\frac{9}{16} - \sqrt{\frac{2385}{256}} \approx -2{,}49 \,\middle|\, 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(3) د نورمال پارابول غوڅتکی په 9/1واحدونو ښي لور ته او په 795/128واحدونوپوته لور ته کښول کيږي. پارابول په 2/3 ضريبونو پرسول کيږي او دx په محور هنداره کيږي پارابول کښته لور ته واز دی.

(4)



1i: (1) د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکميلوني له لارې

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[x^2+\frac{1}{3}x+\left(\frac{1}{6}\right)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2-\frac{28}{3}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{1}{36}-\frac{28}{3}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\cdot\left[\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{36}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}\Rightarrow S\left(-\frac{1}{6}\approx-0{,}17\ \middle|\ -\frac{337}{48}\approx-7{,}02\right)$$

د $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x-7$ همداسي $f(x)=\frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{337}{48}$ محور غوڅ ټکي

د لاندې پښتو له کيڼ کښته څخه ښي کښته لور ته: د ... سره غوڅتکی، صفرځايونه ، حالت

(c) ketabton.com: The Digital Library

Schnittpunkt mit der y – Achse :

$y_s = f(0) = -7 \Rightarrow P_y(0 \mid -7)$

Nullstellen :

$f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 - \frac{337}{48} = 0 \mid +\frac{337}{48}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{48} \mid \cdot\frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{337}{36} \mid \sqrt{\ }$

$\Leftrightarrow \left|x+\frac{1}{6}\right| = \sqrt{\frac{337}{36}}$

falls $x+\frac{1}{6} > 0 \Rightarrow x+\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow x = x_1 = -\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}}$

falls $x+\frac{1}{6} < 0 \Rightarrow -\left(x+\frac{1}{6}\right) = \sqrt{\frac{337}{36}} \mid \cdot(-1)$

$\Leftrightarrow x+\frac{1}{6} = -\sqrt{\frac{337}{36}} \mid -\frac{1}{6}$

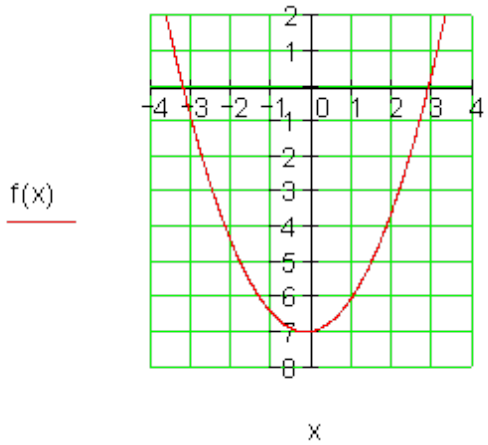
$\Leftrightarrow x = x_2 = -\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}}$

$P_{x1}\left(-\frac{1}{6} + \sqrt{\frac{337}{36}} \approx 2{,}893 \,\middle|\, 0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{6} - \sqrt{\frac{337}{36}} \approx -3{,}226 \,\middle|\, 0\right)$

3)د نورمال پارابول غوڅتکی په 1/6 واحدونو ښي لور ته او په337/48واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 3/4ضريبونو پرسول کيږي. پارابول پورته لور ته واز دی.

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

1j

(1)د ککرۍ ټکي شمېرنه د مربع تکمیلوني له لارې.

$$f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[x^2+\frac{15}{16}x+\left(\frac{15}{32}\right)^2-\left(\frac{15}{32}\right)^2-\frac{35}{8}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{225}{1024}-\frac{35}{8}\right]\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\cdot\left[\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{4705}{1024}\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}\Rightarrow S\left(-\frac{15}{32}\approx-0{,}47\ \middle|\ -\frac{941}{256}\approx-3{,}68\right)$$

(2)د $f(x)=\frac{4}{5}x^2+\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$ همداسي $f(x)=\frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}$ محور غوڅ ټکي

د y محور سره غوڅټکی: $y_s=f(0)=-\frac{7}{2}\Rightarrow P_y\left(0\ \middle|\ -\frac{7}{2}\right)$

، صفرځایونه ، حالت

$$f(x)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2-\frac{941}{256}=0\ \middle|+\frac{941}{256}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{5}\left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{941}{256}\ \middle|\cdot\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{15}{32}\right)^2=\frac{4705}{1024}\ \middle|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow \left|x+\frac{15}{32}\right|=\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

falls=که

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}>0 \Rightarrow x+\frac{15}{32}=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

$$\Leftrightarrow x=x_1=-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$\text{falls } x+\frac{15}{32}<0 \Rightarrow -\left(x+\frac{15}{32}\right)=\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid \cdot(-1)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{15}{32}=-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \mid -\frac{15}{32}$$

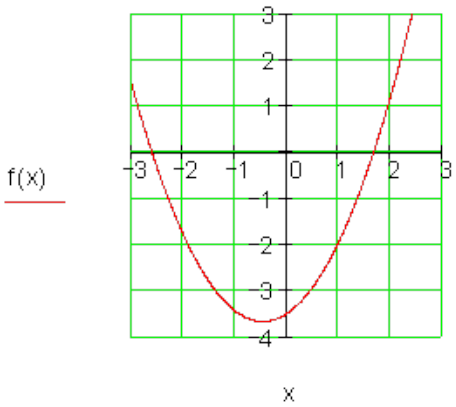
$$\Leftrightarrow x=x_2=-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}}$$

$$P_{x1}\left(-\frac{15}{32}+\sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx 1{,}675 \;\middle|\; 0\right)$$

$$P_{x2}\left(-\frac{15}{32}-\sqrt{\frac{4705}{1024}} \approx -2{,}612 \;\middle|\; 0\right)$$

د(3)

نورمال پارابول غوڅتکی په دوه واحدونو کيڼ لور ته او په 941/256 واحدونو کښته لور ته کښول کيږي. پارابول په 4/5ضريبونو پرسول کيږي . پارابول پورته لور ته واز دی.



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

2a: (1) $a_2 = 1$ په ۲واحدونو ښي لورته په۲ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2\,|\,-2) \Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$

(2) د $f(x) = (x\ \ 2)^2 - 2$ محور سره غوڅتکی

$$y_s = f(0) = (0-2)^2 - 2 = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \Rightarrow P_y(0\,|\,2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 - 2 = 0\,|\,+2$$

صفرځایونه : $\Leftrightarrow (x-2)^2 = 2\,|\,\sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = \sqrt{2}$

حالت: $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{2}\,|\,+2 \Leftrightarrow x = x_1 = 2 + \sqrt{2}$

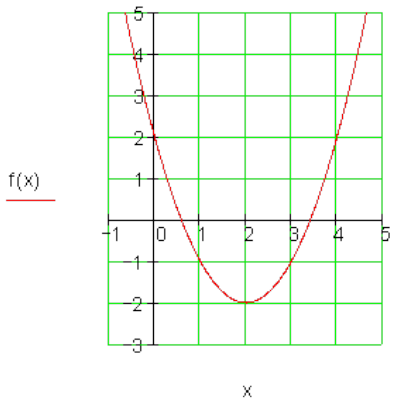
حالت:

$$; x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = \sqrt{2}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x - 2 = -\sqrt{2}\,|\,+2 \Leftrightarrow x = x_2 = 2 - \sqrt{2}$$

$$P_{x1}\left(2 + \sqrt{2} \approx 3{,}414\,|\,0\right); P_{x2}\left(2 - \sqrt{2} \approx 0{,}586\,|\,0\right)$$

(3)د $f(x) = (x-2)^2 - 2$ ۱ پولینوم

$$f(x) = x^2 - 4x + 4 - 2 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 4x + 2$$



(4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

:2b

(1) $a_2 = -1$ 3 E په3 واحدونو کيڼ لور ته په 4 واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-3 \mid 4) \Rightarrow f(x) = -(x+3)^2 + 4$$

(2)د $f(x) = -(x+3)^2 + 4$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -(0+3)^2 + 4 = -3^2 + 4 = -9 + 4 = -5 \Rightarrow P_y(0 \mid -5)$$

صفرځايونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -(x+3)^2 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow -(x+3)^2 = -4 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow (x+3)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+3| = \sqrt{4} = 2$$

حالت:

$$x + 3 > 0 \Rightarrow x + 3 = 2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_1 = -1$$

حالت:

$$x + 3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x + 3 = -2 \mid -3 \Leftrightarrow x = x_2 = -5$$

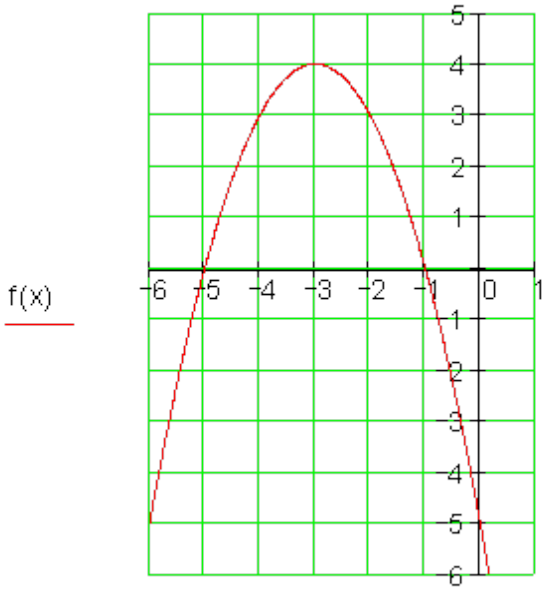
$$\Rightarrow P_{x1}(-1 \mid 0) \text{ und } P_{x2}(-5 \mid 0)$$

(3) د $f(x) = -(x+3)+4$ پولينوم

$$f(x) = -(x^2 + 6x + 9) + 4$$
$$= -x^2 - 6x - 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^2 - 6x - 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

2c: لومړی: $a_2 = \frac{1}{2}$ (1) په ۲ واحدونو کیڼ لورته په ۴ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(-2 \mid -4) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$$

دویم: د $f(x) = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{2}(0+2)^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 4 = \frac{1}{2} \cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 - 4 = 0 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(x+2)^2 = 4 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 8 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حالت:

$$x+2>0 \Rightarrow x+2=\sqrt{8}\,|-2 \Leftrightarrow x=x_1=-2+\sqrt{8}$$

حالت:

$$x+2<0 \Rightarrow -(x+2)=\sqrt{8}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x+2=-\sqrt{8}\,|-2 \Leftrightarrow x=x_2=-2-\sqrt{8}$$

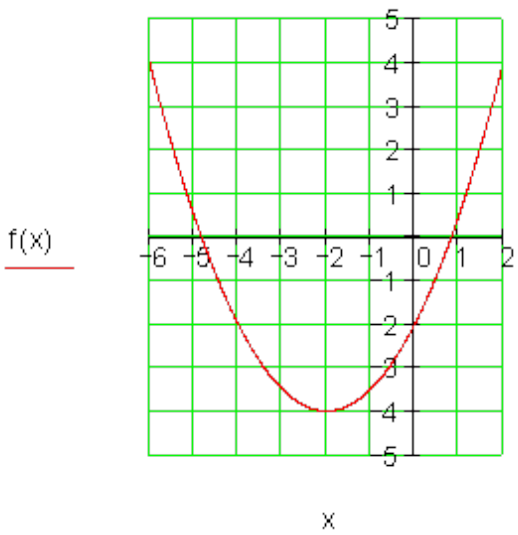
$$P_{x1}\left(-2+\sqrt{8}\approx 0{,}828\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2-\sqrt{8}\approx -4{,}828\,|\,0\right)$$

دریم: د $f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$ پولینوم

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+4x+4\right)-4$$
$$=\frac{1}{2}x^2+2x+2-4$$

$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

حلورم:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2d: لومړی: $a_2 = -2$ په1 واح د بني لورته په 5یونونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(1 \mid 5) \Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 5$$

دویم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -2(0-1)^2 + 5 = -2\cdot(-1)^2 + 5 = -2\cdot 1 + 5 = -2 + 5 = 3 \Rightarrow P_y(0 \mid 3)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2 + 5 = 0 \mid -5$$

$$\Leftrightarrow -2(x-1)^2 = -5 \mid :(-2) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{5}{2} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

حالت: $x - 1 > 0 \Rightarrow x - 1 = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_1 = 1 + \sqrt{\frac{5}{2}}$

حالت:

$$; x - 1 < 0 \Rightarrow -(x-1) = \sqrt{\frac{5}{2}} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - 1 = -\sqrt{\frac{5}{2}} \mid +1 \Leftrightarrow x = x_2 = 1 - \sqrt{\frac{5}{2}}$$

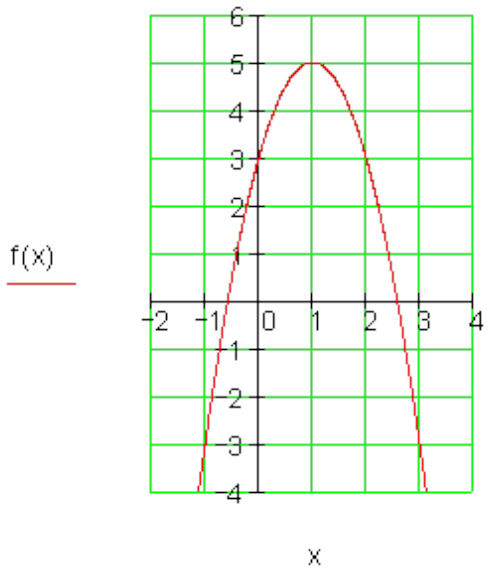
$$P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \approx 2{,}581 \,\middle|\, 0\right); P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{5}{2}} \approx -0{,}581 \,\middle|\, 0\right)$$

دریم: د $f(x) = -2(x-1)^2 + 5$ پولینوم

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= -2\left(x^2 - 2x + 1\right) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x - 2 + 5 \end{aligned}\right| \Leftrightarrow f(x) = -2x^2 + 4x + 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:



2e: (1) $a_2 = -\frac{1}{4}$ په ۴ واحدونو کيڼ لور ته په درې واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(-4 \mid 3) \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$$

(2) د $f(x) = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3$ محور غوڅ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{1}{4}(0+4)^2 + 3 = -\frac{1}{4}\cdot 4^2 + 3 = -\frac{1}{4}\cdot 16 + 3 = -4 + 3 = -1 \Rightarrow P_y(0 \mid -1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 3 = 0 \mid -3$$

صفرځايونه: $\Leftrightarrow -\frac{1}{4}(x+4)^2 = -3 \mid \cdot(-4) \Leftrightarrow (x+4)^2 = 12 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x+4| = \sqrt{12}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

که وي:

$$;x+4>0 \Rightarrow x+4=\sqrt{12}\,|-4 \Leftrightarrow x=x_1=-4+\sqrt{12}$$

که وي:

$$x+4<0 \Rightarrow -(x+4)=\sqrt{12}\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x+4=-\sqrt{12}\,|-4 \Leftrightarrow x=x_2=-4-\sqrt{12}$$

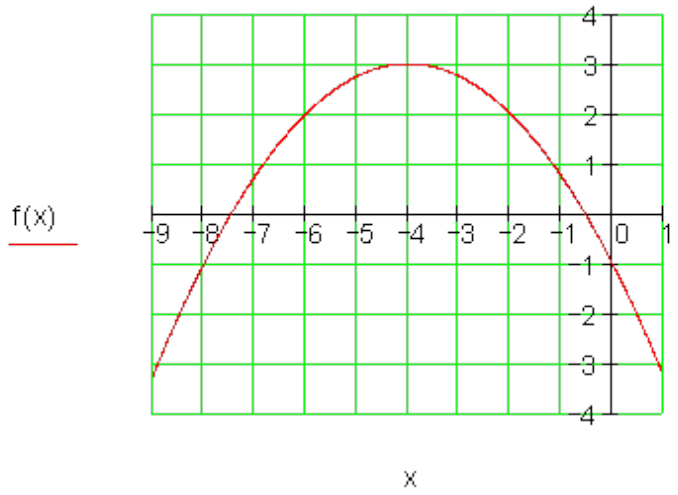
$$P_{x1}\left(-4+\sqrt{12}\approx-0{,}536\,|\,0\right);P_{x2}\left(-4-\sqrt{12}\approx-7{,}464\,|\,0\right)$$

(3) د $f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{1}{4}(x+4)^2+3$$
$$=-\frac{1}{4}\left(x^2+8x+16\right)+3$$

$$=-\frac{1}{4}x^2-2x-4+3$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^2-2x-1$$

(4)



(c) ketabton.com: The Digital Library

2f

لومړی: $a_2 = \frac{3}{2}$ په دوه نیم واحدونو ښي لورته په شپږ واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \middle| -6\right) \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$$

دویم: د $f(x) = \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6$ محور غوخ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{3}{2}\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 6 = \frac{3}{2}\cdot\frac{25}{4} - 6 = \frac{75}{8} - 6 = \frac{75}{8} - \frac{48}{8} = \frac{27}{8}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \middle| \frac{27}{8} = 3{,}375\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 6 = 0 \mid +6$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 6 \mid \cdot\frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x - \frac{5}{2}\right| = 2$$

که وي

$$; x - \frac{5}{2} > 0 \Rightarrow x - \frac{5}{2} = 2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_1 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$$

که وي:

$$x - \frac{5}{2} < 0 \Rightarrow -\left(x - \frac{5}{2}\right) = 2 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - \frac{5}{2} = -2 \mid +\frac{5}{2} \Leftrightarrow x = x_2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

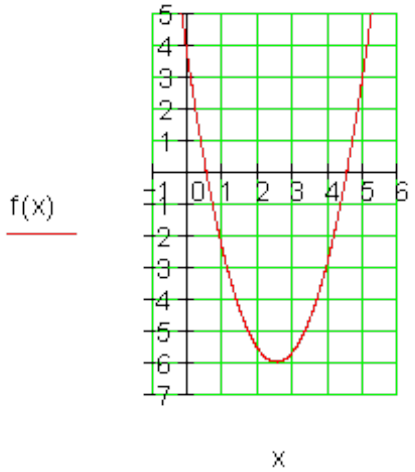
$$P_{x1}\left(\frac{9}{2}=4{,}5 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}=0{,}5 \,\middle|\, 0\right)$$

(3) د $f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$ پولینوم

$$f(x)=\frac{3}{2}\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-6$$
$$=\frac{3}{2}\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)-6$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-6$$

$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{75}{8}-\frac{48}{8}$$
$$=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{15}{2}x+\frac{27}{8}$$

څلورم؛



2g

(1) په درې واحدونو کیڼ لور ته په درې واحدونو پرته لړ ته $a_2=-\frac{3}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow S(-3\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$

دیوم:د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s=f(0)=-\frac{3}{4}(0+3)^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 3^2+3=-\frac{3}{4}\cdot 9+3=-\frac{27}{4}+3=-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{15}{4}=-3{,}75\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2+3=0\mid -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}(x+3)^2=-3\mid\cdot\left(-\frac{4}{3}\right)\Leftrightarrow (x+3)^2=4\mid\sqrt{\ }\Leftrightarrow |x+3|=2$$

falls $x+3>0\Rightarrow x+3=2\mid -3\Leftrightarrow x=x_1=2-3=-1$

falls $x+3<0\Rightarrow -(x+3)=2\mid\cdot(-1)\Leftrightarrow x+3=-2\mid -3\Leftrightarrow x=x_2=-2-3=-5$

$P_{x1}(-1\mid 0);P_{x2}(-5\mid 0)$

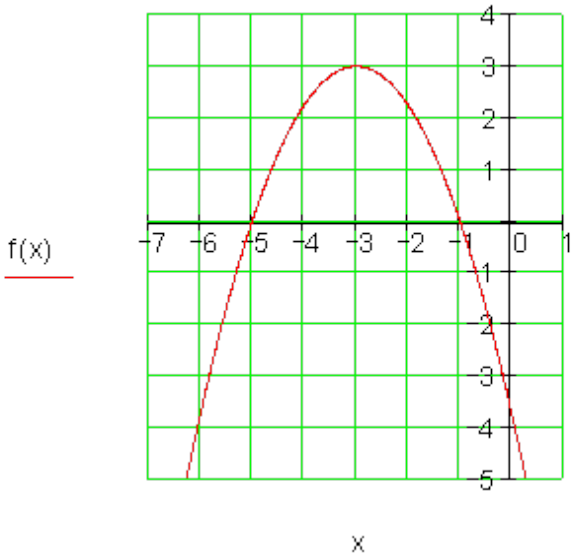
دریم: د $f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$ پولینوم

$$f(x)=-\frac{3}{4}(x+3)^2+3$$
$$=-\frac{3}{4}\left(x^2+6x+9\right)+3$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+3$$

$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{27}{4}+\frac{12}{4}$$
$$=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{2}x-\frac{15}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:



2h

لومړی: $a_2 = 2 \quad 3,5$ په دري نيم ږاحدونو ښي لورته په څلورنيم واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S\left(\frac{7}{2} \middle| -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$$

دويم: د $f(x) = 2\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2}$ محور غوخ – يا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = 2\left(0 - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{2} = 2 \cdot \frac{49}{4} - \frac{9}{2} = \frac{49}{2} - \frac{9}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

$$\Rightarrow P_y(0 \mid 20)$$

صفرځايونه: په لاني کي د الماني پښتو: که(د يوه شي حالت)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}=0 \mid +\frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{2} \mid \cdot\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{9}{4} \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow \left|x-\frac{7}{2}\right|=\frac{3}{2}$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}>0 \Rightarrow x-\frac{7}{2}=\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_1=5$$

$$\text{falls } x-\frac{7}{2}<0 \Rightarrow -\left(x-\frac{7}{2}\right)=\frac{3}{2} \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2} \mid +\frac{7}{2} \Leftrightarrow x=x_2=2$$

$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(2 \mid 0)$

دریم: د $f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ پولینوم

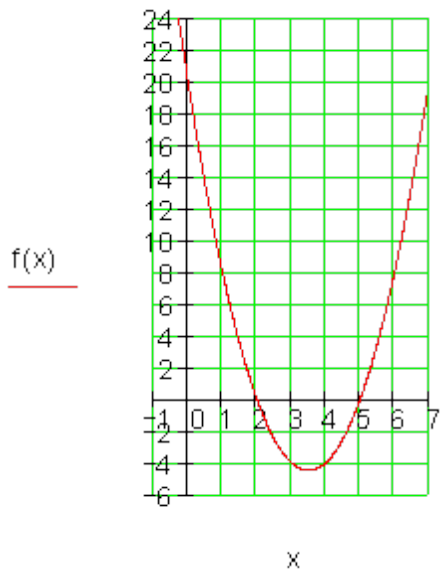
$$f(x)=2\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$$

$$=2\left(x^2-7x+\frac{49}{4}\right)-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+\frac{49}{2}-\frac{9}{2}$$

$$=2x^2-14x+20$$

$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2-14x+20$$



ثلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: ح:

(۱) $a_2 = \frac{1}{3}$ په دوه واحدونو ښي لور ته په دري واحدونو کښته لور ته

$$\Rightarrow S(2 \mid -3) \Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$$

(۲) د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = \frac{1}{3}(0-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - 3 = \frac{1}{3}\cdot 4 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{4}{3} - \frac{9}{3} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{3} \approx -1{,}667\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3 = 0 \mid +3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(x-2)^2 = 3 \mid \cdot 3 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 9 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-2| = 3$$

falls $x - 2 > 0 \Rightarrow x - 2 = 3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_1 = 5$

falls $x - 2 < 0 \Rightarrow -(x-2) = 3 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x - 2 = -3 \mid +2 \Leftrightarrow x = x_2 = -1$

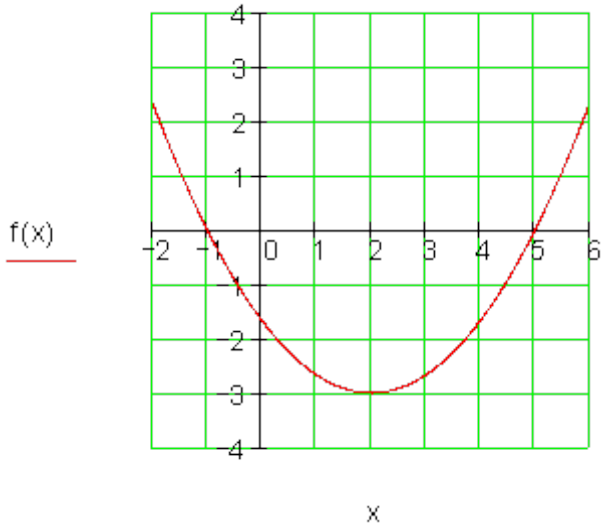
$P_{x1}(5 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(۳)د $f(x) = \frac{1}{3}(x-2)^2 - 3$ پولینوم

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$$
$$=\frac{1}{3}\left(x^2-4x+4\right)-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-3$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}-\frac{9}{3}$$
$$=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\Leftrightarrow f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-\frac{5}{3}$$

څلورم:



دویم خ:

(۱) $a_2=-\frac{2}{3}$ په څلور واحدونو ښي لور ته په درې واحدونو پورته لور ته

$$\Rightarrow S(4\mid 3)\Rightarrow f(x)=-\frac{2}{3}(x-4)^2+3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

(۲)د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$y_s = f(0) = -\frac{2}{3}\cdot(0-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot(-4)^2 + 3 = -\frac{2}{3}\cdot 16 + 3$$

$$= -\frac{32}{3} + 3 = -\frac{32}{3} + \frac{9}{3} = -\frac{23}{3} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{23}{3} \approx -7{,}667\right)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3 = 0 \,|\, -3$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-4)^2 = -3 \,|\, \cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow (x-4)^2 = \frac{9}{2} \,|\, \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$\text{falls } x-4 > 0 \Rightarrow x-4 = \sqrt{\frac{9}{2}} \,|\, +4 \Leftrightarrow x = x_1 = 4 + \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$\text{falls } x-4 < 0 \Rightarrow -(x-4) = \sqrt{\frac{9}{2}} \,|\, \cdot(-1) \Leftrightarrow x-4 = -\sqrt{\frac{9}{2}} \,|\, +4 \Leftrightarrow x = x_2 = 4 - \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$P_{x1}\left(4 + \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 6{,}121 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(4 - \sqrt{\frac{9}{2}} \approx 1{,}879 \,\middle|\, 0\right)$$

(۳) د $f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$ پولینوم

$$f(x) = -\frac{2}{3}(x-4)^2 + 3$$

$$= -\frac{2}{3}\left(x^2 - 8x + 16\right) + 3$$

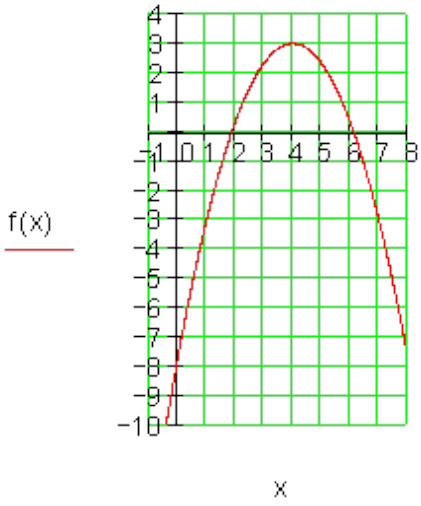
$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + 3$$

$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{32}{3} + \frac{9}{3}$$

$$= -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - \frac{23}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



(4)

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه III

لومړی –
د یوه پارابول د تابع مساوات ورکړ شوي دي. د محورونو غوڅټکي او ککرۍ ټکي وټاکئ او گراف رسم کړئ.

الف- $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}x-2$ ب – $f(x)=-\frac{x^2}{2}+4x-4$ پ – $f(x)=(x-1)^2-2$

ت- $f(x)=-\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}$ ټ- $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$ ث – $f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x$

ج – $f(x)=2x^2+x-1$ چ – $f(x)=0,5\left(x^2-5\right)$ ح- $f(x)=-0,25x^2-x-1$

دویم –
دککرۍ ټکي د کواوردینات د ټاکنۍ تلنلار روښانه کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دط لپاره د تابع مساوات $f(x) = 2x^2 - 4x + 4$ وکاروی.

دریم –

د یوه مربع تابع .f(x) لپاره یو ارزښت جدول ورکړ شوی دی. د .f(x) په گراف یوه وینا ورکړی ککرې ټکي، سیرمتري محور، وازوالی. د x کوم ارزښت لپاره د تابع ارزښت کمیږي؟

الف-

x	−1	0	1	2	3
f(x)	5,5	3	1,5	1	1,5

ب-

x	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3	−1,5	−1	−1,5	−3

څلورم –

د دویمې درجې ټول راشنل توابع د ارزښت جدول له لارې ورکړ شوي. د f(x) او g(x) د گرافونو کوم خویونه کیدی شي و لوستل شي؟ دواړه پارابولونه څنگه توپیر کیږي؟

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−6	−1	2	3	2	−1	−6
g(x)	−3,5	−1	0,5	1	0,5	−1	−3,5

پنځم –

یو پارابول د په لور ځای بدلوي همداسې غزول کیږي. د پارابول کوم خویونه ساتلي پاتې کیږي، کوم یې تغیر خوري.

شپږم –

یو مربع تابع د تابع مساوات $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$ لري.

الف – و ښایی، چې د f(x) گراف سیومتریک دی د مساوات $x = 2$ سره کرښې ته.

ب – گراف په دوه وحدونو کیڼ لور ته راکښل کیږي. د راکښل شوي پارابول تابعمساوات g(x) وټاکی.

هر پارابول کیدی شي د ځایبدلون او غزونې له لارې له نورمال پارابول څخه لاس ته راوړی شي یا گټلی شي. په پروتولاړسیستم یا کواوردینات سیستم کې لاندې گرافونه وکاږې او تشریح کړی، چې کوم ځای بدلونونه او غزونې له دې سره تاسو کره کړي.

$f(x) = x^2$ $f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $f_3(x) = 2 - x^2$

اتم –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د توابعو د ګرافونو ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي و ښایاست

$f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 3\,;\ x \in \mathbb{R}$ und $g(x) = 0{,}5x(x-12)\,;\ x \in \mathbb{R}.$

حلونه

د مربع توابعو بنسټونه برخه III

مفصل حلونه

لومړی الف: محور غوڅتکي :

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y\,(0\,|\,-2)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2 = 0 \,|\cdot 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -6$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 6 = \frac{25}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{25}{4}} = 3\,;\ x_2 = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{25}{4}} = -2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\,(3\,|\,0)\,;\ P_{x2}\,(-2\,|\,0)}}$$

ککرۍ ټکی

د ککرۍ x کواوردینات:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-2)}{2} = \frac{1}{2}$$

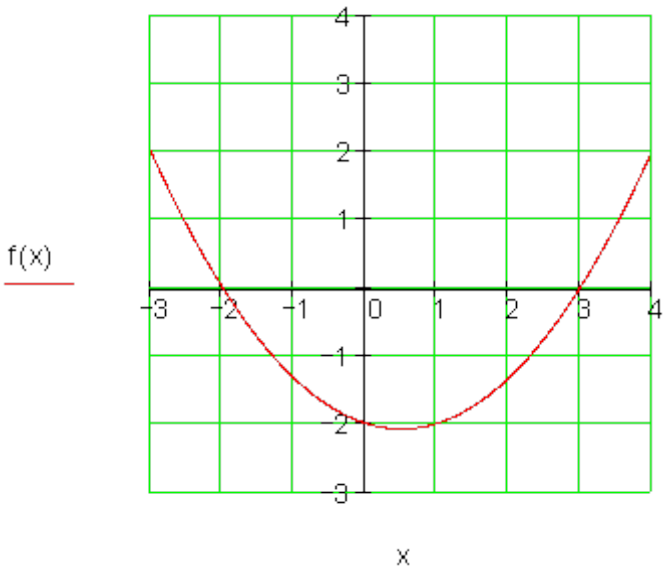
د ککرۍ y کواوردینات:

$$y_s = f(x_s)$$

$$y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} - 2 = -\frac{25}{12} \approx -2{,}08 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2}\,|\,-\frac{25}{12}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ګراف:



لومړی ب- محور غوڅټکي:

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-4)}}$$

صفرځایونه: شرې

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} + 4x - 4 = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 8 = 0 \Rightarrow p = -8\,;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-4)^2 - 8 = 8$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \Rightarrow x_1 = 4 + \sqrt{8} \approx 6{,}83\,;\, x_2 = 4 - \sqrt{8} \approx 1{,}17$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(4 + \sqrt{8} \approx 6{,}83 \,|\, 0\right);\, P_{x2}\left(4 - \sqrt{8} \approx 1{,}17 \,|\, 0\right)}}$$

ککرې ټکی

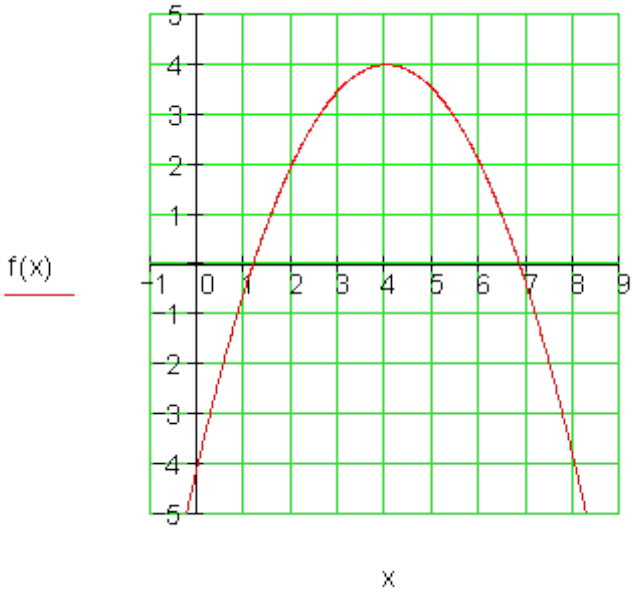
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ککرۍ x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{4+\sqrt{8}+4-\sqrt{8}}{2} = 4$

د ککرۍ y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f(4) = -\frac{4^2}{2} + 4 \cdot 4 - 4 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{S(4|4)}}$$

ګراف-



لومړی پ-
محور غوڅتکي::

$$f(x) = (x-1)^2 - 2 = x^2 - 2x - 1$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

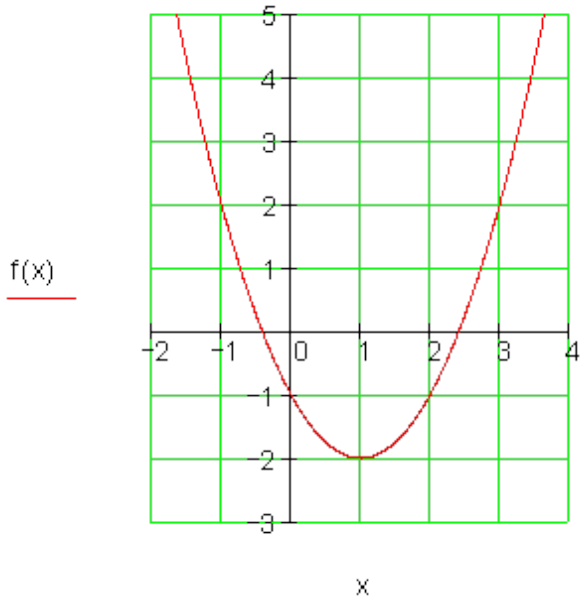
صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 2 \mid +2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x-1| = \sqrt{2}$$
$$\Rightarrow x-1 = \sqrt{2} \Rightarrow x_1 = 1+\sqrt{2}$$
$$x-1 = -\sqrt{2} \Rightarrow x_2 = 1-\sqrt{2}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1+\sqrt{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{2} \mid 0\right)}}$$

ککری ټکی: $f(x) = (x-1)^2 - 2 \Rightarrow \underline{\underline{S(1 \mid -2)}}$

ګراف۔



لومړی ت۔

د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + x - \frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: شرطونه $f(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{5}x^2+x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-5$

$$\Leftrightarrow x^2-5x+\frac{25}{4}=0 \Rightarrow p=-5\,;\, q=\frac{25}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}=0$$

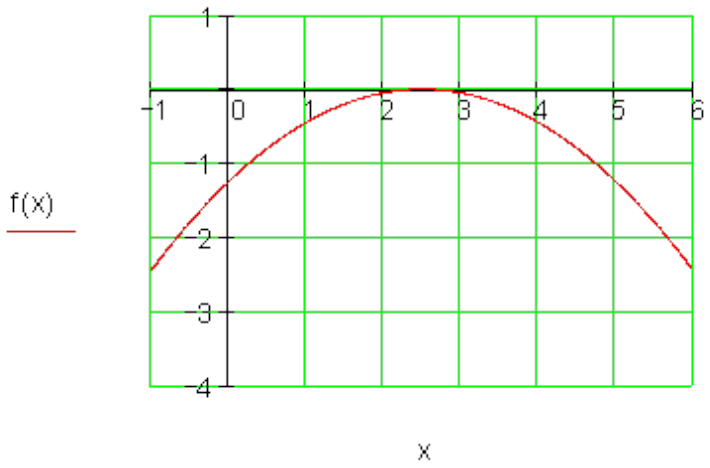
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \Rightarrow x_{1/2}=\frac{5}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{5}{2}\,|\,0\right) E$$

لمسټکی
ککری ټکی

لمس ټکی ککریټکی دی

$$\Rightarrow S\left(\frac{5}{2}\,\middle|\,0\right)$$

ګراف-



لومړی ټ –
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+4)$$

د py لپار شرایط: $f(0)\Rightarrow f(0)=\frac{1}{2}(-3)(4)=-6\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-6)}}$

صفرځایونه: شرایط $f(x)=0\Rightarrow x_1=3\,;\,x_2=-4$ د صفر ضرب چملي له مخي

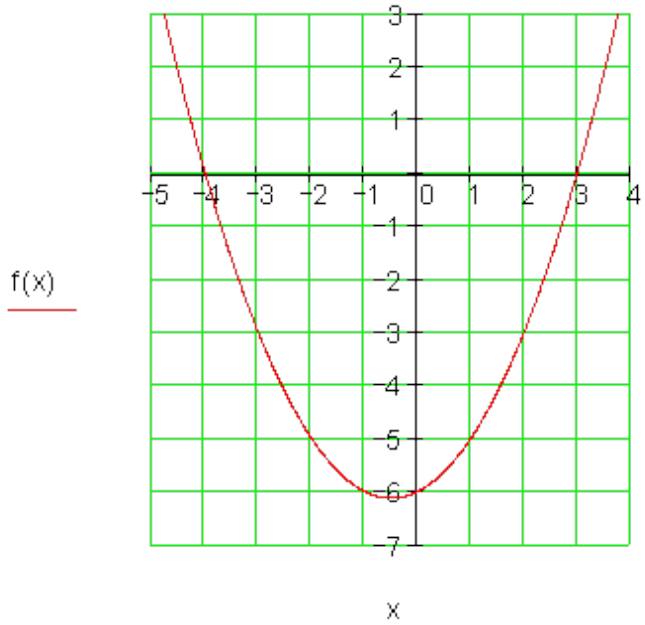
$$\underline{\underline{P_{x1}(3\,|\,0)\,;\,P_{x2}(-4\,|\,0)}}$$

ککرئ کی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3-4}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$y_s=f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}-3\right)\left(-\frac{1}{2}+4\right)=-\frac{49}{8}\Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{1}{2}\,|\,-\frac{49}{8}\right)}}$$

گراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ث-
د y محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

صفرځایونه:

$$f(x)=\frac{5}{6}x^2-3x \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|0)}}$$

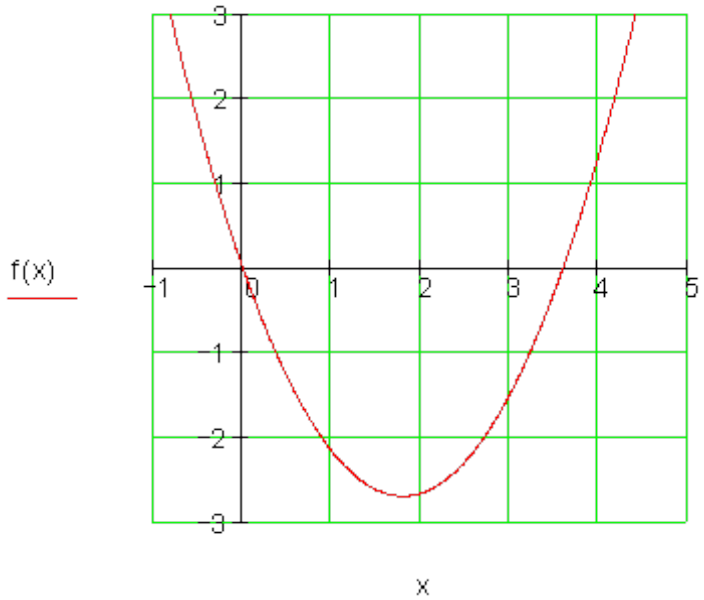
$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2-3x=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\left(\frac{5}{6}x-3\right)=0 \Rightarrow x_2=\frac{18}{5}=3{,}6 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(0|0);\ P_{x2}\left(\frac{18}{5}\middle|0\right)}}$$

ککرئ ټکی

$$x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{0+\frac{18}{5}}{2}=\frac{9}{5}$$

$$y_s=f\left(\frac{9}{5}\right)=-\frac{27}{10}=-2{,}7 \Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{9}{5}\middle|-\frac{27}{10}\right)}}$$



ګراف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی ج – :

$$f(x) = 2x^2 + x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

پښتو: صفرځایونه: شرایط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \,|:2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{1}{2};\ x_2 = -\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{9}{16}} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{1}{2}|0\right);\ P_{x2}(-1|0)}}$$

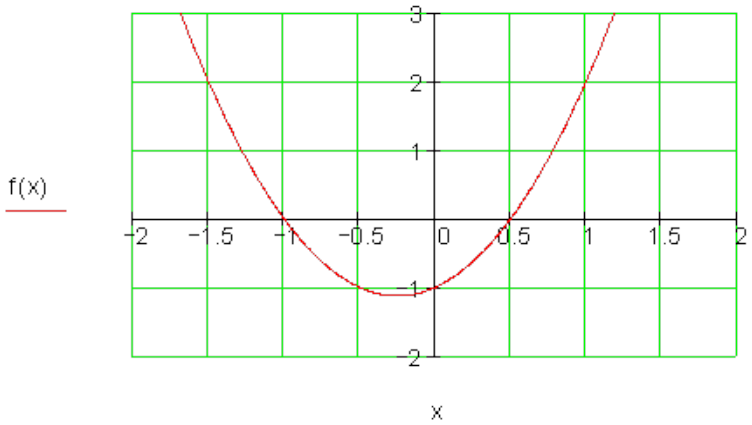
ککری ټکی:

د ککری x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{1}{4}$

د ککری y کواوردینات: $y_s = f(x_s)$

$$y_s = f\left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{9}{8} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{1}{4}|-\frac{9}{8}\right)}}$$

ګراف-



(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی چ-
د محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = 0,5\left(x^2 - 5\right) = 0,5x^2 - 2,5 \Rightarrow P_y(0 \mid -2,5)$$

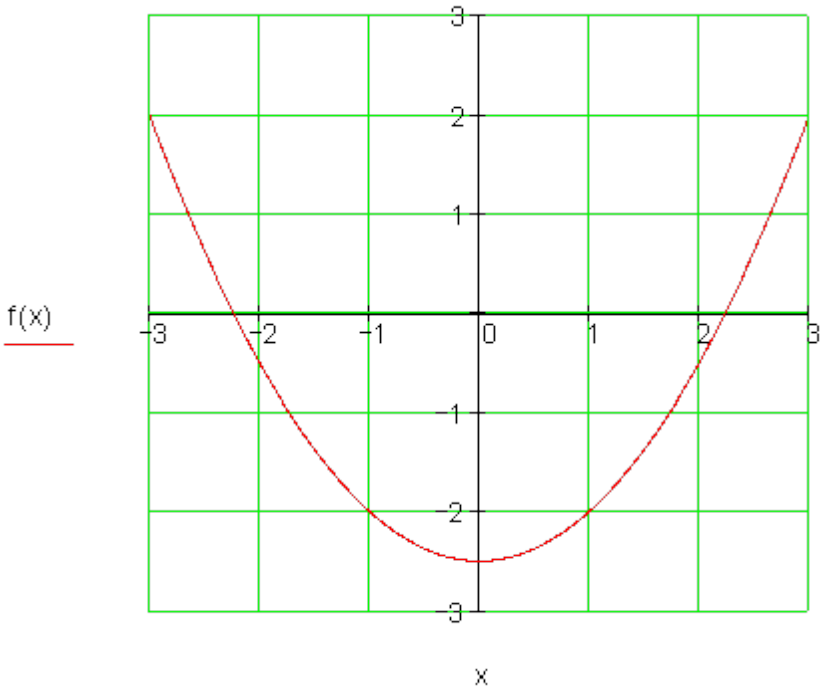
صفرځایونه: شرطونه $f(x) = 0 \Rightarrow 0,5x^2-2,5 \mid .2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x| = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\,;\, x_2 = -\sqrt{5}$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\sqrt{5} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\sqrt{5} \mid 0\right)}}$$

ککرئ ټکی:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5}}{2} = 0 \Rightarrow y_s = f(0) = -2,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(0 \mid -2,5)}}$$

ګراف-



لومړی ح –

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x محور غوڅ – یا تقاطع ټکي

$$f(x) = -0,25x^2 - x - 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-1)}}$$

صفرځایونه: شرط

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,25x^2 - x - 1 = 0 \,|\cdot(-4)$$

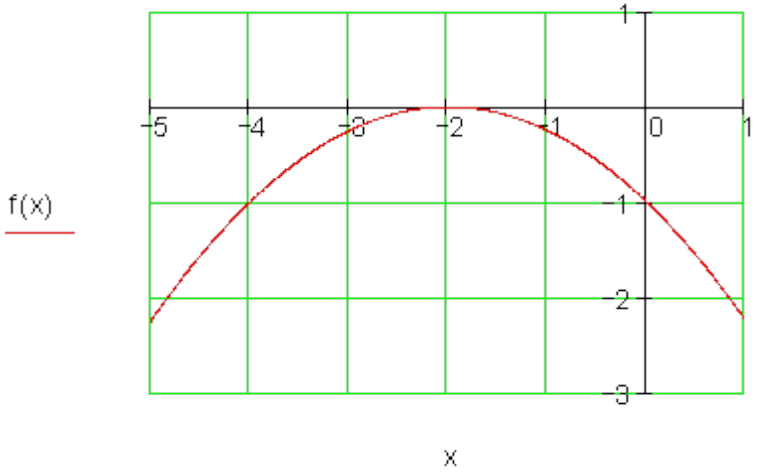
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 2^2 - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1/2}(-2|0)}}$$ مماس یا لمسټکی

$$t \Rightarrow \underline{\underline{S(-2|0)}}$$ ککری ټکی

ګراف-



دویم:

$f(x)=2x^2-4x+4$

اول. ضریب له نوکانو وباسي: $f(x)=2[x^2-2x+2]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

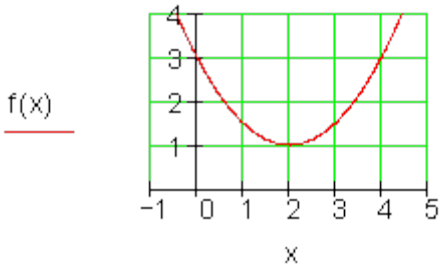
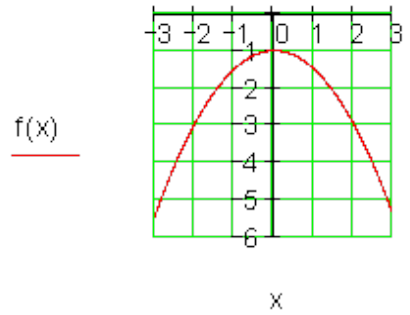
دوه: مربع پوره کیدنه:

$f(x)=2[x^2-2x+1^2 - 1^2 +2]$

$f(x)=2[(x-1)^2+1]$

دري:سره ضرب کړی $f(x)=2(x-1)^2+2$ککری ټکی یا د رأس ټکی څلور. د ککری ټکي کواوردیناتونه ولولی یا ولیکی.$S(1|2)$

دریم: الف-

ایبنونه: $f(x) = a_2(x-2)^2 + 1$ $P(1\|1,5): f(1) = a_2(-1)^2 + 1 = 1,5$ $\Rightarrow a_2 + 1 = 1,5 \Leftrightarrow a_2 = 0,5$ $\Rightarrow f(x) = 0,5(x-2)^2 + 1$ $P(-1\|5,5): f(-1) = 0,5 \cdot 9 + 1 = 5,5\ (w)$ ککری ټکی:$S(2\|1)$ سیمتري:$x=2$ د $a_2 = 0,5 > 0$ له امله پورته لور ته وازونه تابع ارزښت د$x<2$ لپاره لویږي(کمیږي)	 یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه(1 | 2) S و لوستل شي. دا ایبنونه زاکوي.
ایبنوونه یاپه ځای کونه:$f(x)=a2x^2-1$ $P(1\|-1,5): f(1) = a_2 1^2 - 1 = -1,5$ $\Rightarrow a_2 = -1,5 + 1 = -0,5$ $\Rightarrow f(x) = -0,5x^2 - 1$ $P(2\|-3): f(2) = -0,5 \cdot 4 - 1 = -3\ (w)$ ککری ټکی یا رأس:$S(0\|-1)$ سیمتري$x=0$ د $a2=-0,5 < 0$ له امله کښته لور ته وازیدنه د $x>0$ لپاره د تابع ارزښتونه کیمیږي.	 ب- یادونه: ارزښت جدول څخه کیدی شي د ککری کواوردیناتونه(1- | 0) S و لوستل شي. دا ایبنونه زاکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

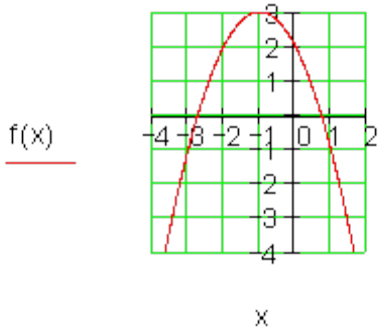
$S(-1|3): f(x) = a_{2f}(x+1)^2 + 3$

$P(2|-6): f(2) = a_{2f} \cdot 9 + 3 = -6$

$\Leftrightarrow a_{2f} = -1$

$\Rightarrow f(x) = -(x+1)^2 + 3$

پورته لور ته وازېدنه



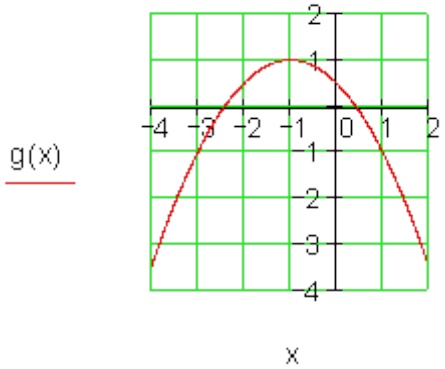
$S(-1|1): g(x) = a_{2g}(x+1)^2 + 1$

$P(1|-1): g(1) = a_{2g} \cdot 4 + 1 = -1$

$\Leftrightarrow a_{2g} = -0,5$

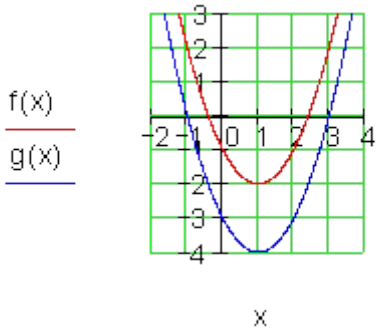
$\Rightarrow g(x) = -0,5(x+1)^2 + 1$

کښته لور ته وازېدنه . د ککرۍ ټکو مختلف د بنې ضریبونه او ځایونه

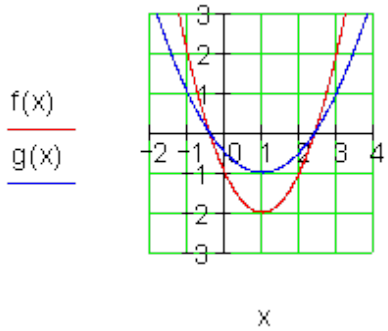


پنځم:

$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = f(x) - 2$



$f(x) = x^2 - 2x - 1;\ g(x) = 0,5 \cdot f(x)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y په لور راکښنه: بنه ساتلي پتيږي، د ککرۍ د y ارزښت تغير خوري. د محور غوڅتکي تغير خوري.	د y په لور غزونه: د x محور سره غوڅتکي ساتلي پاتيږي. بنه او د yارزښتونه تغير خوري. د y محور سره غوڅتکي تغير خوري.

شپږم:

الف-

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$

د $x = 2$ سره کرښې ته سيمتريک په دې معنا دی،چې ککۍ ټکي دx کواوردیناتونه باید 2 وي.

$$f(x) = 0,5\left[x^2 - 4x - 5\right]$$

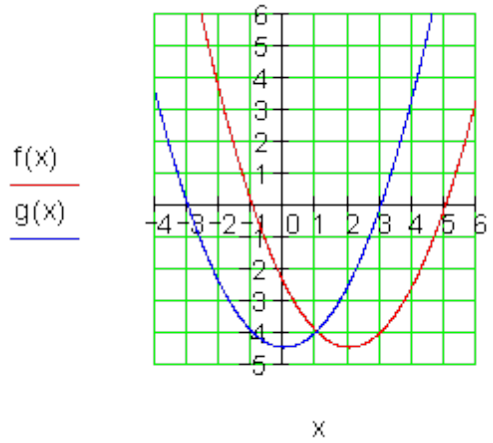
$$= 0,5\left[x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 5\right]$$

$$= 0,5(x-2)^2 - 4,5 \Rightarrow \underline{\underline{S(2|-4,5)}}$$

ب- په2 یوونه یا واحده کيڼ لور ته غزونه:

$$g(x) = 0,5(x-2+2)^2 - 4,5$$

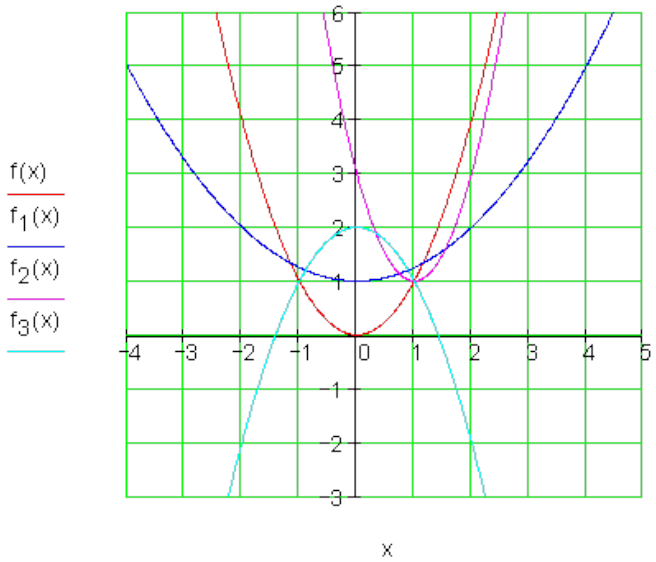
$$= \underline{\underline{0,5x^2 - 4,5}}$$



اوم:

$f(x) = x^2$ $\quad f_1(x) = 0,25x^2 + 1$ $\quad f_2(x) = 2(x-1)^2 + 1$ $\quad f_3(x) = 2 - x^2$

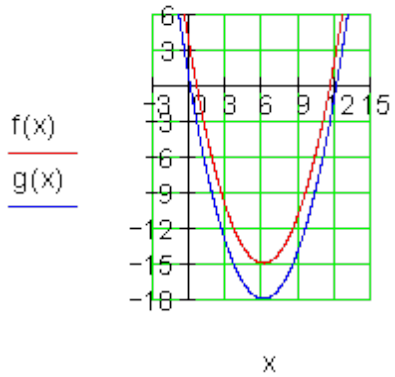
(c) ketabton.com: The Digital Library



$f_1(x)$: د y په لور په ضریب 0,25غزونه او دy په لور په 1 LE. (د اوږدوالي واحد) راکښنه

$f_2(x)$: د y په لور په ضریب 2 راکښنه په 1 LE. (یو د اوږدوالي واحد) ښي لورته او راکښنه په1 LE (په یو د اوږدوالي واحد) پورته لور ته.

$f_3(x)$: د x محور باندې هندارونه او په2 LE (د اوږدوالي یوونه یا واحده) پورته لور ته راکښنه.

$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 3$ $g(x) = 0,5x(x-12) = 0,5x^2 - 6x$ oder $g(x) = f(x) - 3 = 0,5x^2 - 6x$ g(x) له f(x) منځ ته راځي په 3 LE د اوږدوالي واحده وښي لورته د راکښني له امله	اتم: 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:

تابع f(x) ورکړ شوی دی. د شمېرنې له لارې وښايی، چې ګراف تابع په x محور کې لمسوي. ګراف وکاږی.

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} \quad x \in \mathbb{R}$$

دويم: د تابع مساوات f(x) د محور غوځتکي وشمیری، او ککری ټکي. ګراف يې رسم کړی.

الف- $f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$ ب - $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$ پ- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

ت - $f(x) = -0,25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$ ټ ـ $f(x) = 3x(1-x)$ ث- $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3}$

دريم: د U = 18 cm محيط سره کوم مستطيل(ولاړکوډيز) خورا لويه سطحه لري؟

څلورم: د توابعو f(x) او g(x) ګرافونه چيرته د x محورغوڅوي؟ ککری چيرته پرتي دي؟ د دواړو ګرافونو ترمنځ کومې اړيکې پرتې دي؟ د ارزښت جدول په مرسته پوښتنې ځواب کړی.

الف ـ

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	−3,5	0,5	2,5	2,5	0,5	−3,5
g(x)	4	0	−2	−2	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−12	−5	0	3	4	3
g(x)	3,5	0	−2,5	−4	−4,5	−4

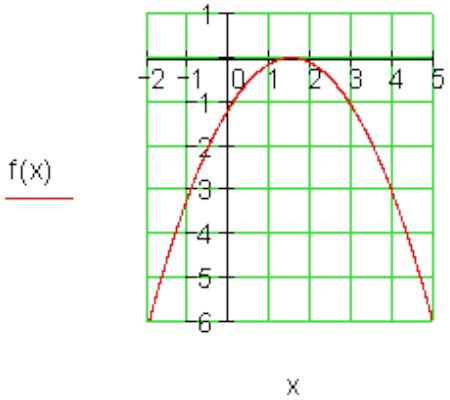
پنځم: د اړونده ګراف کوم خویونه د تابع مساوات څخه سیده لوستل کیدی شي؟

$$f(x) = -x^2 - x + 6; \quad g(x) = (2-x)(x+3); \quad h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4}$$

ځوابونه

د مربع توابعو بنسټونه IV

لومړی:



$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{8} = 0 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow p = -3;\ q = \frac{9}{4}$$

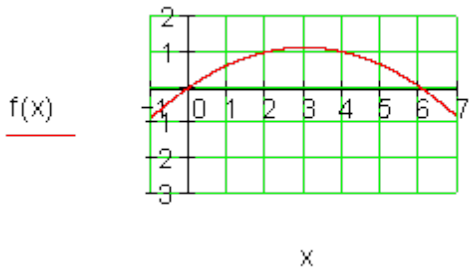
له دې لاس ته راځي D=0 لمسټکی = ککری ټکی.

$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_{x1/2}\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$$

ککری ټکی: $S\left(\frac{3}{2} \middle| 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه الف-



$$f(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \Rightarrow P_y(0|0)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4}\right) = 0$$

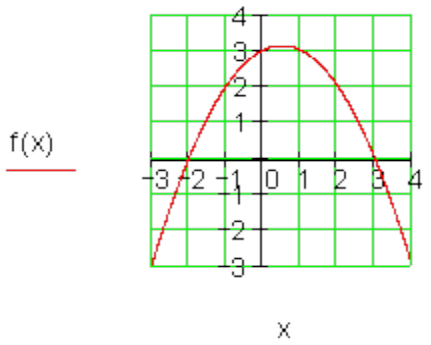
$$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$

$$-\frac{1}{8}x + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow x_2 = 6 \Rightarrow P_{x2}(6|0)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{3} = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$y_s = f(x_s) = f(3) = \frac{9}{8} \Rightarrow S\left(3|\frac{9}{8}\right)$$

دوه ب -



$$f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+2)$$

$$f(0) = -\frac{1}{2}(-3)(2) = 3 \Rightarrow P_y(0|3)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x_1 = 3\,;\, x_2 = -2$$

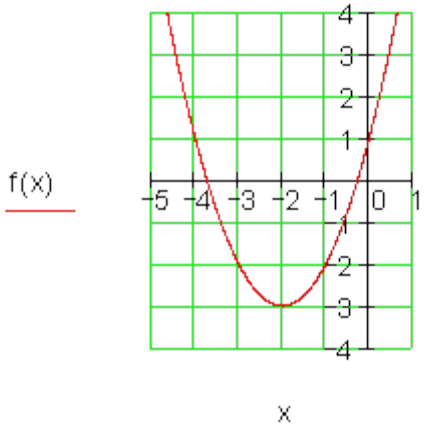
$$\Rightarrow P_{x1}(3|0)\,;\, P_{x2}(-2|0)$$

$$x_s = \frac{3+(-2)}{2} = \frac{1}{2}\,;\, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}|\frac{25}{8}\right)$$

دوه پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = x^2 + 4x + 1 \Rightarrow P_y(0 \mid 1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow p = 4;\ q = 1 \Rightarrow D = 3$$

$$x_1 = -2 + \sqrt{3};\ x_1 = -2 - \sqrt{3}$$

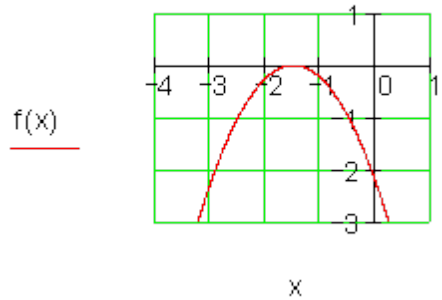
$$\Rightarrow P_{x1}\left(-2 + \sqrt{3} \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + \sqrt{3} + \left(-2 + \sqrt{3}\right)}{2} = -2$$

$$y_s = f(x_s) = f(-2) = -3 \Rightarrow S(-2 \mid -3)$$

د لاندې الماني پښتو: لمسټکی



$$f(x) = -0{,}25\left(4x^2 + 12x + 9\right)$$

$$= -x^2 - 3x - \frac{9}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{9}{4}\right)$$

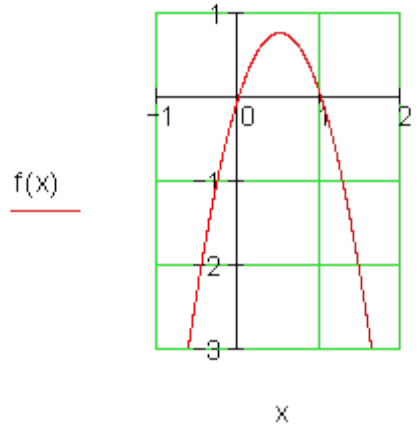
$$f(x) = 0 \Rightarrow P_{x1/2}\left(-\frac{3}{2} \mid 0\right)$$

Da $P_{x1/2}$ Berührungspunkt:

$$\Rightarrow S\left(-\frac{3}{2} \mid 0\right)$$

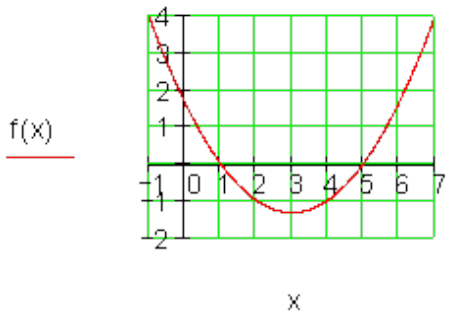
دوه ټ-

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = 3x(1-x)$$
$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x(1-x) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0;\ (1-x) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 1$$
$$\Rightarrow P_{x1}(0|0);\ P_{x2}(1|0)$$
$$x_s = \frac{1}{2};\ y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{3}{4}\right)$$

دوه ث-



$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3} \Rightarrow P_y\left(0\middle|\frac{5}{3}\right)$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - 2x + \frac{5}{3} = 0 \mid \cdot 3$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = 1;\ x_2 = 5$$
$$\Rightarrow P_{x1}(1|0);\ P_{x2}(5|0)$$
$$S\left(3\middle|-\frac{4}{3}\right)$$

دریم:

د یوه ولاړگوډیز یا مستطیل چاپریال یاا محیط: U=2a+2a

د مستطیل سطحه:A=a.b

$$U = 2a + 2b \Rightarrow b = \frac{U}{2} - a$$

ږدو: په سطحه فرمول کي یي ځا ي په ځای کړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A(a) = a\left(\frac{U}{2} - a\right) = \frac{U}{2}a - a^2 = -a^2 + \frac{U}{2}a$$

پارابول کښته لور ته واز دی

د سطحي لپاره د ککري کواوردیناتونه ماکسیموم راکوي.

$$A(a) = -1\left[a^2 - \frac{U}{2}a + \left(\frac{U}{4}\right)^2 - \left(\frac{U}{4}\right)^2\right] = -\left(a - \frac{U}{4}\right)^2 + \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

د ککری

$$\Rightarrow S\left(\frac{U}{4} \mid \left(\frac{U}{4}\right)^2\right) \Rightarrow \text{für } a = \frac{U}{4} \text{ ist } A(a) = \left(\frac{U}{4}\right)^2$$

ټکي بنه:

د سطحط ماکسیموم

د U=18cm لپاره باور لري: a=18cm/4 =4,5 او b=(U/2)-a=9cm-4,5cm=4,5cm

د a=4,5cm او b=4,5cm لپاره مستطیل خورا غټه سطحخوندیونه لري.

$A = a \cdot b = 4{,}5\ cm \cdot 4{,}5\ cm = 20{,}25\ cm^2$ □ دا توکلي یوه مربع یا څلورئ ده.

هیله ده د U=30cm سره یې وازمایی.

څلورم:

ب-	الف-
f(x) : ککری S(2|4)	f(x)
$\Rightarrow f(x) = a_2 (x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$	صفرځایونه -3<x1<-2 او 1<x2<2 سیمتري

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- f(x) : ککرۍ S(2|4) $\Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2 + 4$ $f(0) = 0 \Leftrightarrow a_2 = -1$ $\Rightarrow f(x) = -(x-2)^2 + 4$ صفرځایونه: $(x-2)^2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$ پارابول کښته لور ته واز دی g(x) ککرۍS(2|-4,5) $\Rightarrow g(x) = a_2(x-2)^2 - 4,5$ $g(1) = -4 \Rightarrow a_2 = 0,5$ $\Rightarrow g(x) = 0,5(x-2)^2 - 4,5$ پارابول پورته لور ته واز دی صفرځایونه $0,5(x-2)^2 = 4,5 \Rightarrow x_1 = 5 ; x_2 = -1$ f(x)او g(x) وx=2 ته سیومتریک دي	پارابول لاندې لور ته واز دی $x_s = -0,5$ د سیمتري له لامله g(x) : $P_{x1}(-2\|0) ; P_{x2}(1\|0)$ د ارزښت جدول څخه ولولی پارابول پورته لور ته واز دی. $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -0,5$ f(x) اوg(x) سیمتریک دي و x=-0,5 ته.

پنځم:

$f(x) = -x^2 - x + 6$ د نورمال پاربابول بڼه پورته لور ته واز $P_y(0|6)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$g(x) = (2-x)(x+3)$$

د نورمال پاربابول بڼه کښته لور ته واز $P_{x1}(-3|0); P_{x2}(2|0)$

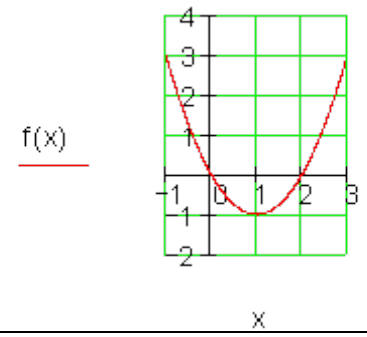
$$h(x) = -(x+0,5)^2 + \frac{25}{4} \Rightarrow S\left(-\frac{1}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$$

د نورمال پاربول بڼه کښته لور ته واز

پوښتنې

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی: دتابع f(x) ګراف ورکړ شوی دی. د g(x) ګراف وکاږئ.

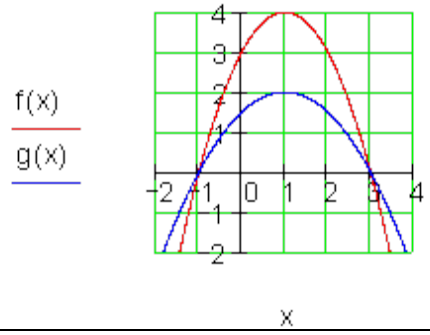
الف- $g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$ ب- $g(x) = -2 \cdot f(x)$ پ- $g(x) = f(x) + 1,5$ ت- $g(x) = [f(x)]^2$	

دویم:

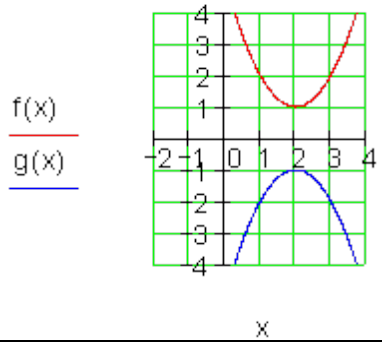
د ګراف f(x) او g(x) ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟ د ککرئ ټکي مساوات ولیکئ او سره	الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

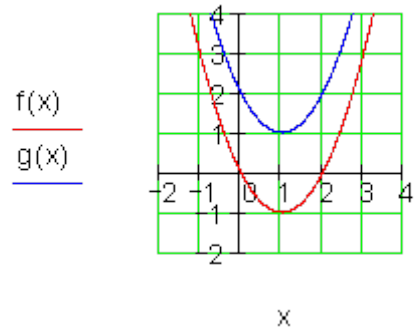
پرتله یې کړئ



پ-



ب-



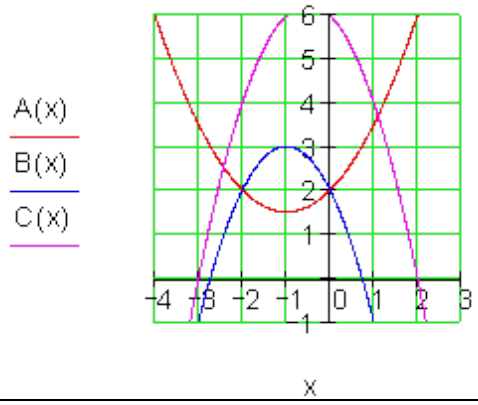
دریم:

کوم ګراف په کوم تابع پورې اړه لري؟
خپله پرېکړه مدلل کړه.

$$f(x) = -(x+1)^2 + 3$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 2$$

$$h(x) = (2-x)(x+3)$$



ځوابونه

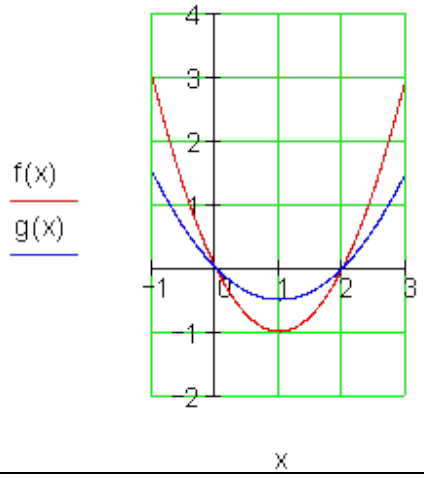
(c) ketabton.com: The Digital Library

د مربع توابعو ګرافونه

لومړی:

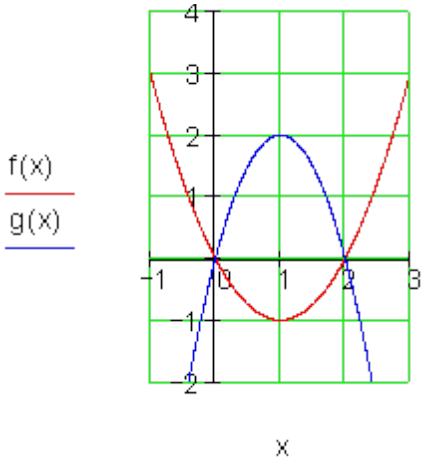
الف-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$



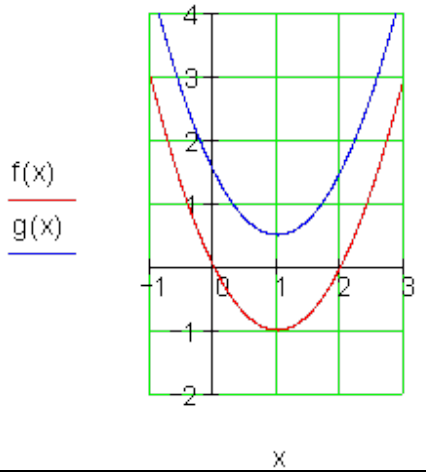
ب-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = -2 \cdot f(x)$



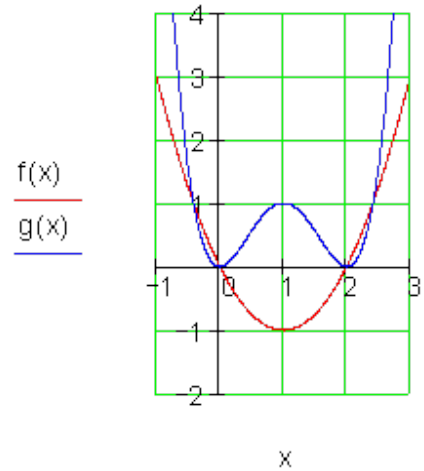
پ-

$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = f(x) + 1{,}5$



ت-

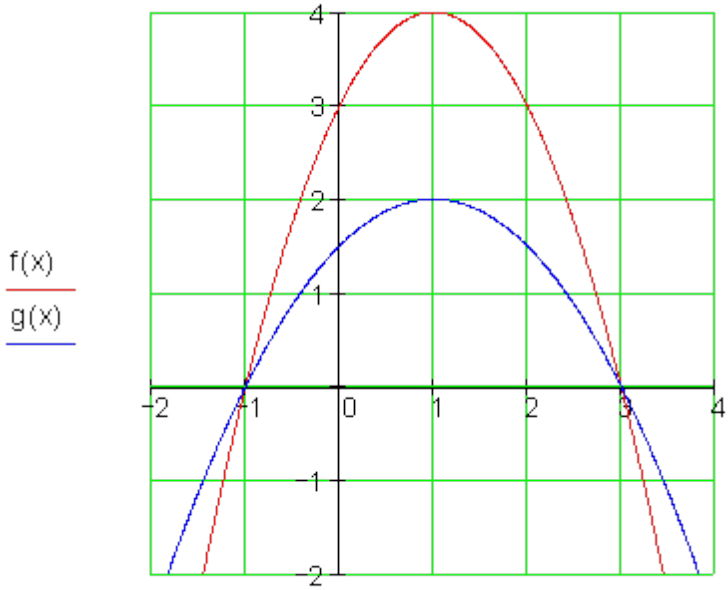
$f(x) = (x-1)^2 - 1;\ g(x) = [f(x)]^2$



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم الف-

یادوه: پورته او کښته کي Scheitelpunkt ککی ټکي دی.

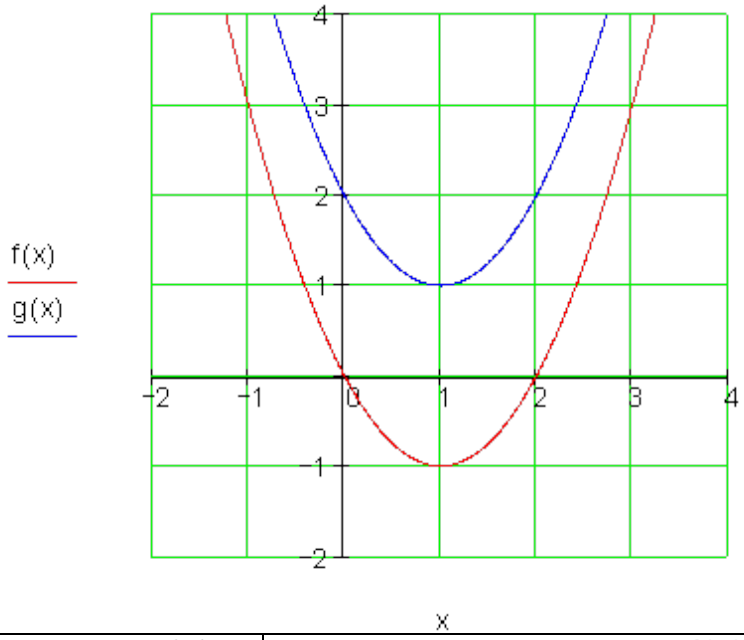


د الماني پښتو: ککرئ ټکی:	
$g(x)$:	$f(x)$:
Scheitelpunkt: $S(1\|2)$	Scheitelpunkt: $S(1\|4)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 2$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 + 4$
$P(3\|0): g(3) = a_{2g} \cdot 1 + 4 = 0$	$P(0\|3): f(0) = a_{2f} \cdot 1 + 4 = 3$
$\Rightarrow a_{2g} = -0{,}5$	$\Rightarrow a_{2f} = -1$
$\Rightarrow g(x) = -0{,}5(x-1)^2 + 2$	$\Rightarrow f(x) = -(x-1)^2 + 4$

توپیر د ککرئ ټکي په ځای او بڼه ضریب کي پروت دی

دویم ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library

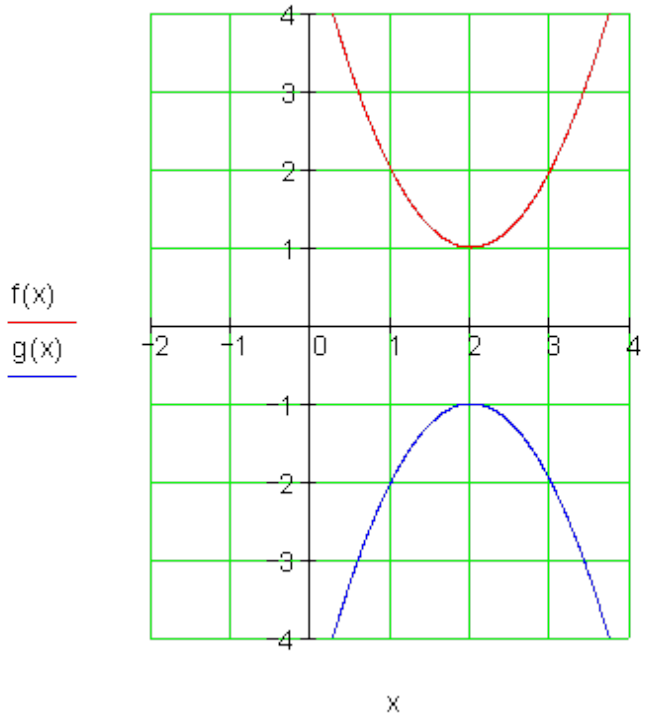


$f(x):$ ککری ټکی $S(1\mid -1)$	$g(x):$ ککري ټکی $S(1\mid 1)$
$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-1)^2 - 1$	$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-1)^2 + 1$
$P(0\mid 0): f(0) = a_{2f}\cdot 1 - 1 = 0$	$P(0\mid 2): g(0) = a_{2g}\cdot 1 + 1 = 2$
$\Rightarrow a_{2f} = 1$	$\Rightarrow a_{2g} = 1$
$\Rightarrow f(x) = (x-1)^2 - 1$	$\Rightarrow g(x) = (x-1)^2 + 1$

فقط ککرئ ټکي په ۲ واحدونو یا یوونونو یو له بل لري پراته دي

دویم پ:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$g(x)$:	$f(x)$:
Scheitelpunkt: $S(2\|-1)$	Scheitelpunkt: $S(2\|1)$
$\Rightarrow g(x) = a_{2g}(x-2)^2 - 1$	$\Rightarrow f(x) = a_{2f}(x-2)^2 + 1$
$P(1\|-2): g(1) = a_{2g} \cdot 1 - 1 = -2$	$P(1\|2): f(1) = a_{2f} \cdot 1 + 1 = 2$
$\Rightarrow a_{2g} = -1$	$\Rightarrow a_{2f} = 1$
$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -(x-2)^2 - 1}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = (x-3)^2 + 1}}$

$g(x)$ د x په محور د $f(x)$ هندارونه(انعکاس) ده دریم:

$f(x) = -(x+1)^2 + 3$ د $S(-1|3)$ له امله په $\underline{\underline{B(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول کښته لور ته واز دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ د $P_y(0|2)$ له امله په $\underline{\underline{A(x)}}$ پورې اړه لري. پارابول پورته لور ته واز دی.

$h(x)=(2-x)(x+3)$ د $P_{x1}(-3|0);P_{x2}(2|0)$ له امله په $C(x)$ پورې اړه لري.

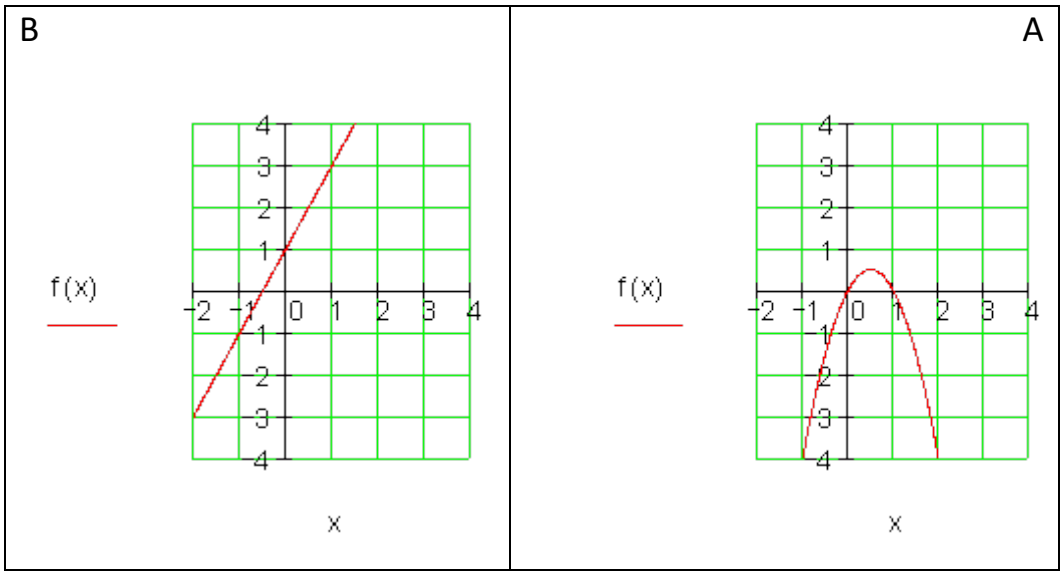
پوښتنې

د مربع مساواتو ګرافونه II

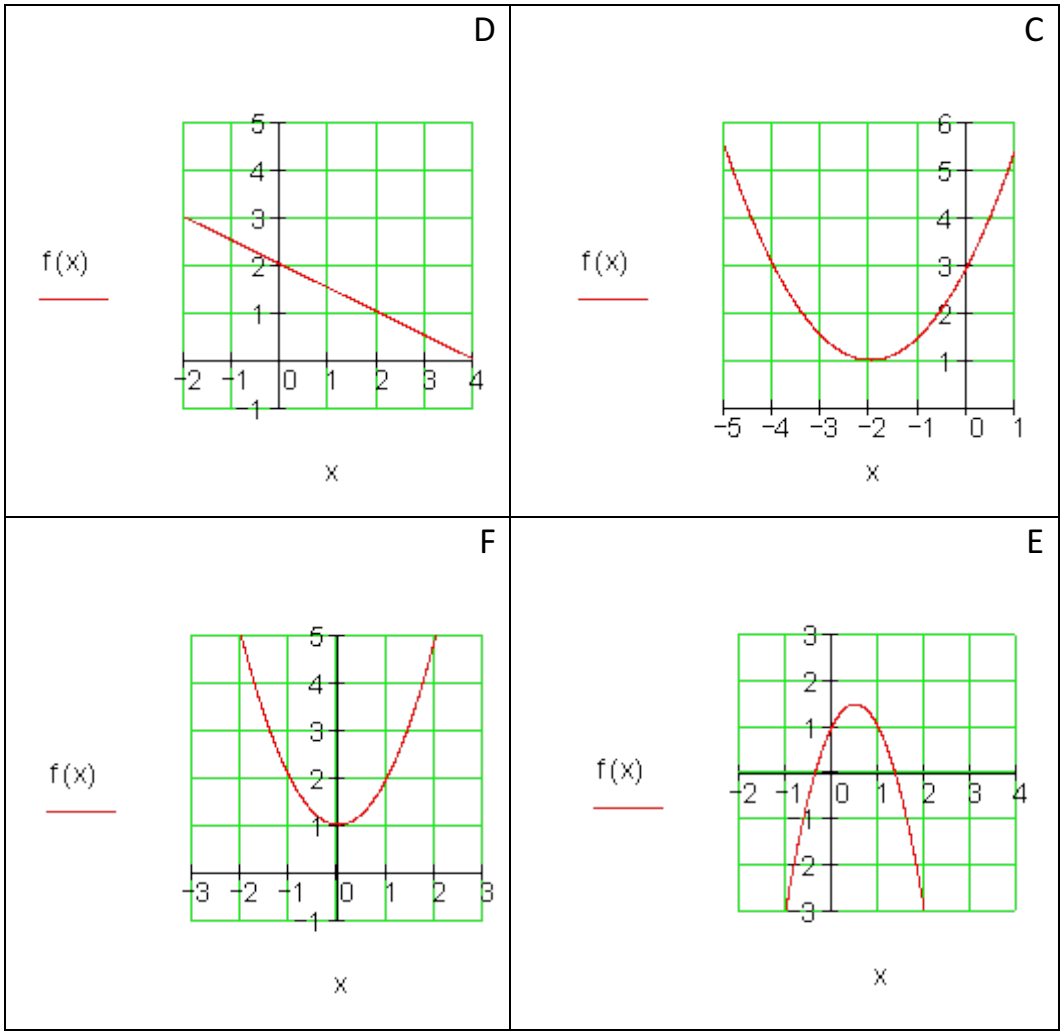
هر د تابع ګراف سره یوه تابع تنظیم یا ترتیب کړی

$f_1(x)=x^2+1$ $f_2(x)=-2x^2+2x$ $f_3(x)=2x+1$

$f_4(x)=-2x^2+2x+1$ $f_5(x)=2-0,5x$ $f_6(x)=0,5(x+2)^2+1$



(c) ketabton.com: The Digital Library

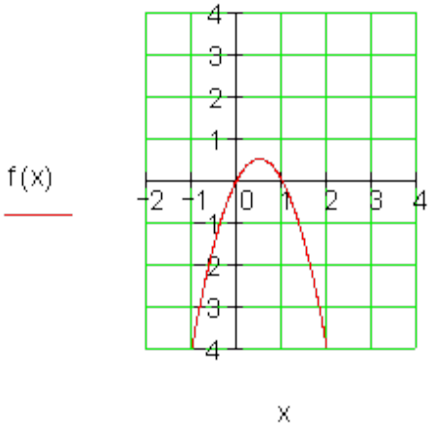


حلونه

د څلورې – یامربع توابعو ګرافونه||

(c) ketabton.com: The Digital Library

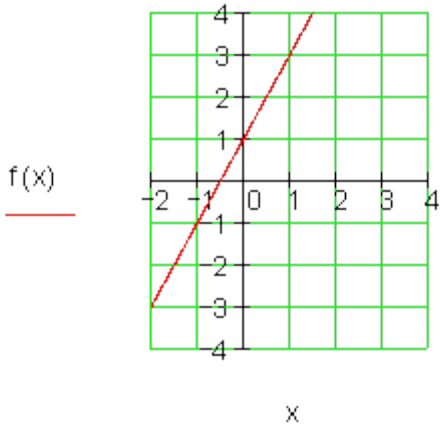
A



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_2(x) = -2x^2 + 2x$

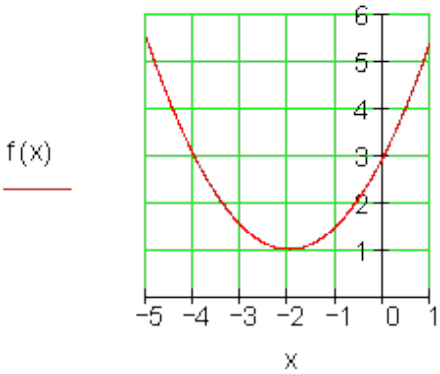
B



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_3(x) = 2x + 1$

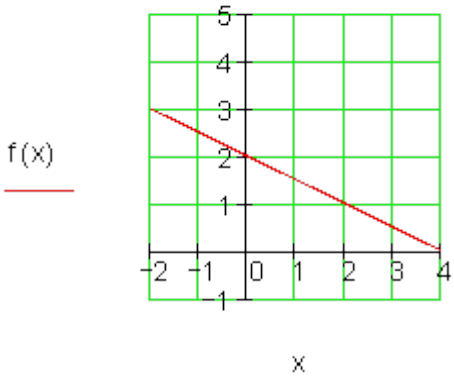
C



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_6(x) = 0,5(x+2)^2 + 1$

D

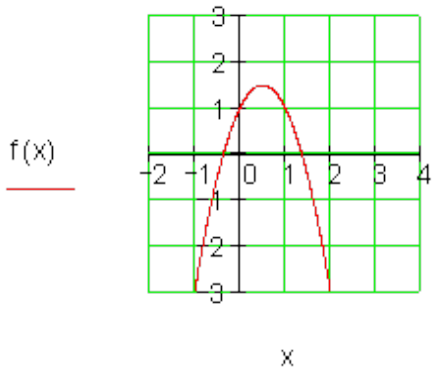


تابع مساوات یا - برابرون:

$f_5(x) = 2 - 0,5x = -0,5x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

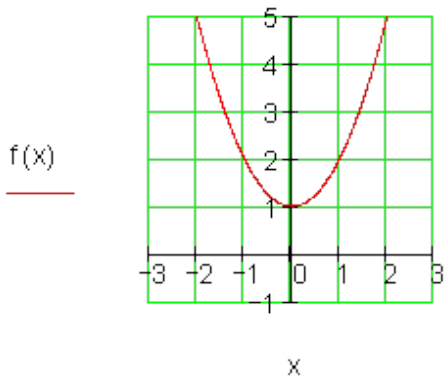
E



تابع مساوات یا - برابرون:

$f_4(x) = -2x^2 + 2x + 1$

F



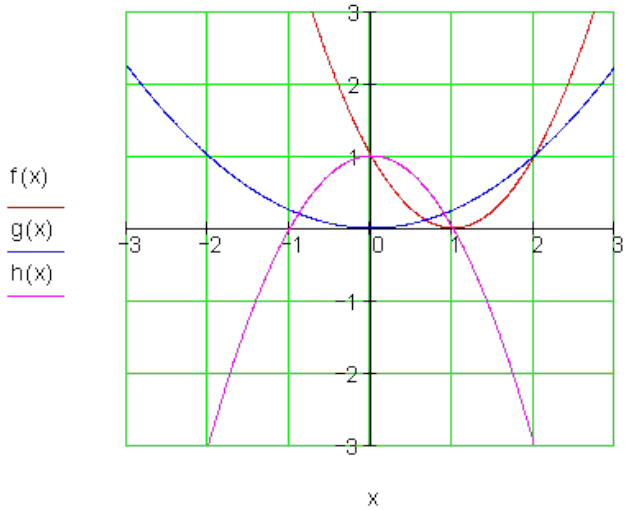
تابع مساوات یا - برابرون:

$f_1(x) = x^2 + 1$

پوښتنې

د مربع توابعو ګرافونه III

لومړی – هر یو اړونده تابع ترم وټاکی.



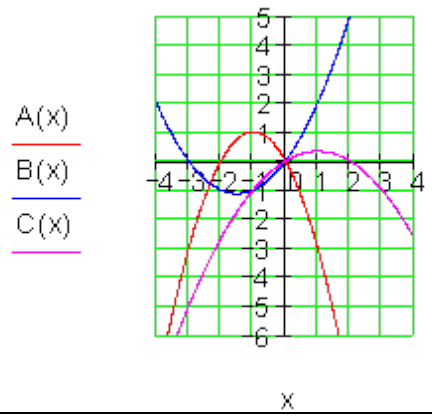
(c) ketabton.com: The Digital Library

دوی:

هر پارابول سره یو د تابع ترم تنظیم کړی.

ضریبونه a_2 او a_1 هم وټاکی.

$$f(x) = a_2x^2 - 2x$$
$$g(x) = 0{,}5x^2 + a_1x$$
$$h(x) = a_2x(x-2)$$

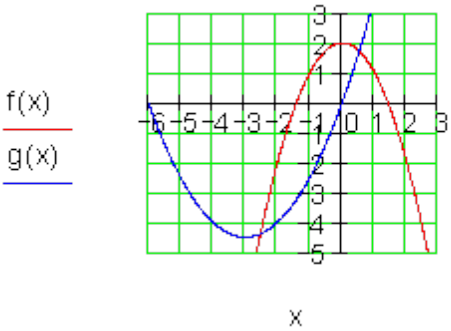


دریم:

مربع توابع f(x) او g(x) ورکړ شوي دي

g(x) د y په لور داسې و کښوی چې کښول شوې کرې یا منحني g*(x) او f(x) ګډ ټکي ونه لري.

$$f(x) = -x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R}$$
$$g(x) = 0{,}5x^2 + 3x\,;\ x \in \mathbb{R}$$



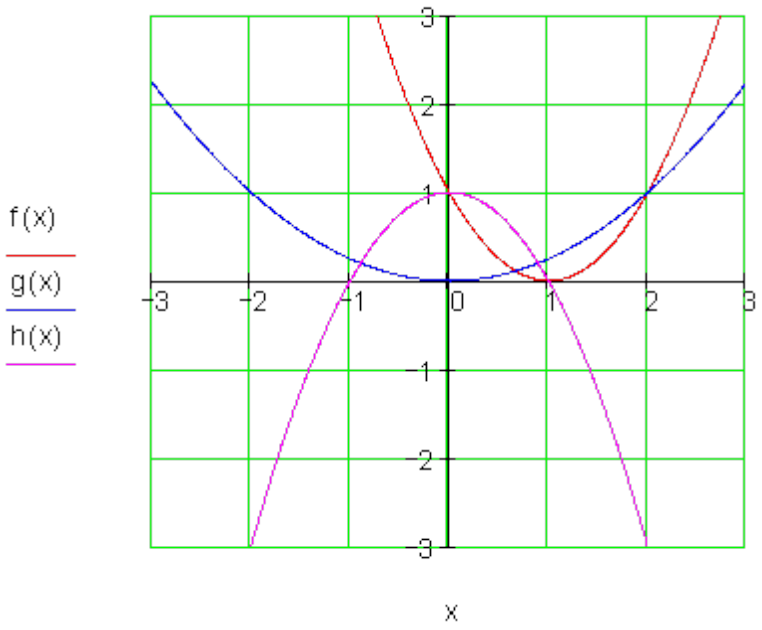
حلونه

د څلورې یا مربع تابعو ګرافونه III

نتیجې

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی:



$f(x) = (x-1)^2$ $g(x) = 0,5x^2$ $h(x) = -x^2 + 1$

دویم: $h(x) = a_2x(x-2)$ په C(x) اړه لري

$$h(3) = -1 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{3} \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{3}x(x-2)$$

$f(x) = a_2x^2 - 2x$

په A(x) اړه لري

صفرځایونه

$$x(a_2x-2) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = \frac{2}{a_2} = -2 \Rightarrow a_2 = -1 \Rightarrow f(x) = -x^2 - 2x$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$g(x) = 0,5x^2 + a_1x$ په B(x) پورې اړه لري

$$g(-3) = 0 \Leftrightarrow 0,5 \cdot 9 - a_1 \cdot 3 = 0 \Rightarrow a_1 = 1,5 \Rightarrow g(x) = 0,5x^2 + 1,5x$$

دریم:

د دې لپاره چې غوښتکیشتون ونه لري , باید g(x) پورته لور ته و کښول شي:

$$g(x) = 0,5x^2 + 3x \Rightarrow g^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

د غوښتکو لپاره اړین شرطونه: g*(x) = f(x)

$$0,5x^2 + 3x + a_0 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} = 0$$
$$\Rightarrow p = 2\,;\ q = \frac{2}{3}a_0 - \frac{4}{3} \Rightarrow D = -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3}$$

غوښتکی نه شته که وي: D<0

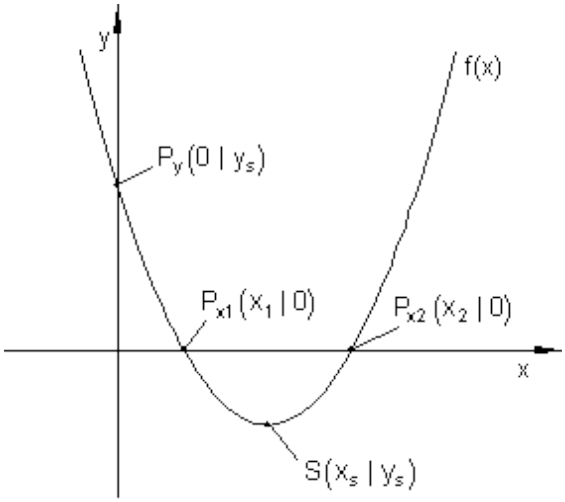
$$\Rightarrow -\frac{2}{1}a_0 + \frac{7}{3} < 0 \Leftrightarrow a_0 > \frac{7}{2}$$

که a0 > 7/2 وي نو f(x) او g*(x) ګډ غوښتکي نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2-7د مربع توابعو د محورونو غوڅتکي

د محورونو غوڅتکي

	په څنګ څېره کې د ګراف کتلو کې یوڅو ټکي په ځانګړې توګه پام ته راځي **د y -محور سره غوڅېکی** $P_y(0 \mid y_2)$ **د x - محور سره غوڅېکي** $P_{x1}(x_1 \mid 0)$ **او** $P_{x2}(x_2 \mid 0)$ **ککرېکی** $S(x_s \mid y_s)$

څېړنبیلګه:

د څېړنبیلګې په توګه دا $f(x) = x^2-6x+5$ تابع په چوپړکې لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د **y** -محور سره غوڅتکی

ګراف د**y** –محور په P_y ټکي کې غوڅوي.

د هر ټکی لپاره، چې د**y** محور باندې پروت دی ، د **x** کواوردینات صفر دی.

د P_y لپاره شرطونه : f(0)

$$f(x) = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

په دې حالت کې به توانیدلي وی، چې د y -کواوردینات سیده د تابع مساوات څخه ولولو.

بیلګه:

$f(x) = (x-3)^3 - 4$ (ککرټکی یا د رأس ټکی)S(3;4)

$$P_y(0|y_y) \Rightarrow y_s = f(0) = (0-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|5)}}$$

د **x** محور سره غوڅتکی

ګراف د x محور د P_{x1} اوP_{x2} په ټکو کې غوڅوي.

د هر ټکي لپاره، چې د x په محور پروت دی، د y کواوردینات صفر دی.

د لپاره شرایط:

دا سې $f(x) = (x-3)^3 - 4 = 0$ ایښونه مو مربع مساوات $(x-3)^3 - 4 = 0$ ته بیایي:

د مربع تکمیلیدوله لارې حل یا ښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2-6x+3^2-3^2+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-9+5=0 \Leftrightarrow (x-3)^2-4=0$$
$$\Leftrightarrow (x-3)^2=4 \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow |x-3|=\sqrt{4}$$
$$\Leftrightarrow x-3=\pm\sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1=\sqrt{4}+3=2+3=5 \quad \vee \quad x_2=-\sqrt{4}+3=-2+3=1$$
$$\underline{\underline{P_{x1}(5\mid 0);P_{x2}(1\mid 0)}}$$

تمرینونه :

د مربع تکمیلیدنو له الري د صفرځای ټاکنه

د یوه پارابول (2-مه درجه ټول راشنل تابع) د تابع مساوات ورکړل شوي دی. د لاندز پارابول لپاره صفرځایونه او د محورونو غوڅټکي وټاکی.

د ککرټکي په مرسته ګراف و کاږی.

اول - $f(x)=x^2+4x-5 \quad S(-2\mid -9)$

دویم - $f(x)=-x^2-x+6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid \frac{25}{4}\right)$

دریم - $f(x)=-x^2-4x-4 \quad S(-2\mid 0)$

څلورم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-6 \quad S\left(-\frac{1}{2}\mid -\frac{49}{8}\right)$

پنځم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5 \quad S(4\mid -3)$

شپږم - $f(x)=x^2-4x+5 \quad S(2\mid 1)$

اوم - $f(x)=\frac{1}{4}x^2+x-1 \quad S(-2\mid -2)$

اتم - $f(x)=4x^2+x-5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid -\frac{81}{16}\right)$

نهم - $f(x)=-4x^2-x+5 \quad S\left(-\frac{1}{8}\mid \frac{81}{16}\right)$

لسم - $f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2 \quad S\left(1\mid -\frac{7}{3}\right)$

ارزښت (مطلقه ارزښت) یادونه:

.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو کس € 120 ګټي، موږ هم وایو چې هغه د€ 120 ارزښت ګټي. یو کس د 120 €جزاپانه تر ګوتو کوي، موږ وایو هغه باید د € 120 د پیسو جزا ورکړي.
په دواړو حالتونو کې مطلب یا موخه € 120 دي.

د اقتصادي تخنیک له مخې ګټه د مثبت(زیاتیز) او جریمه د منفی(کمیز) په معنادی.

د یوه عدد ارزښت یا مطلقه ارزښت د شمیر پوهنې له مخې تل مثبت دی.

د دې لپاره چې د یوې متحولې ارزښت وشمیرلی شو، نو یو د شمیرلو قانون ته اړ یو.

که $x \geq 0$ وي. که $x < 0$ وي.	د شمیرلو قانو: $\lvert x \rvert = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$

بیلګه:

د مطلقه ارزښت مساوات $\lvert x+2 \rvert = \sqrt{3}$ دې حل کړای شي.

د شمیرنې قانون:

$\lvert x+2 \rvert = \begin{cases} x+2 \\ -(x+2) \end{cases}$	که $x+2 \geq 0$ وي که $x+2 < 0$ وي

دا مو د حالت توپیر ته بیایي:

لومړی حالت: که $x+2 \geq 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$x+2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_1 = -2+\sqrt{3}}}$$

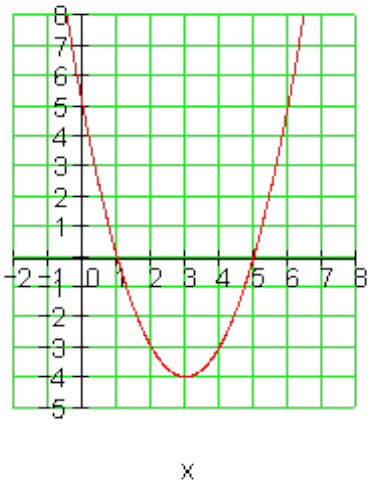
دویم حالت: که $x+2 < 0$ وي، نو لاس ته راځي

$$-(x+2) = \sqrt{3} \Leftrightarrow x+2 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_2 = -2-\sqrt{3}}}$$

حل په لنده بڼه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$|x+2| = \sqrt{3} \Rightarrow x+2 = \pm\sqrt{3}$ د نورو څیړنو لپاره د بیلګې ګراف کاږو:

$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 	دا کښته لور ته واز پارابول دی، چې ککرټکی یې په ټکی $S(3 \mid -4)$ راکښل شوی دی. دy محور سره یې عوخټکی $P_y(0 \mid 5)$ دی. دx محور سره یې غوخټکي $P_{x1}(1 \mid 0)$ او $P_{x2}(5 \mid 0)$ دي. د محور سره غوخټکي یې د تابع f(x) صفرځایونه بولو، چخه چې هلته باور لري: $f(1) = f(5) = 0$

د تعریف او ارزښت ستې(ډېرۍ)

زیات وخت د تابع تلنه په یوه ټاکلي ورشو یا ساحه کې تر څېړنې نیول کیږي.

دا مو تعریفډېرۍ او ارزښت ډېرۍ ته لارښودوي.

ځمور د بیلګې تابع دې فقط له $x = -1$ تر $x = +6$ دx ارزښتونو په ورشو کې په هلته رامنځ ته کیدونکو تابع ارزښتونو وڅېړل شي.

تعریف ستې(-ډېرۍ): $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ په دې معنا چې له$x=-1$ تر $x=6$ پورې

دتابع خورا کوچنی ارزښت(مینیموم) ککرټکی دی.، ځکه چې پارابول پورته لور ته واز دی، پس $x\ min=-4$.

اوس د انتروال پولې $x=-1$ او$x=6$ څیړل کیږي.

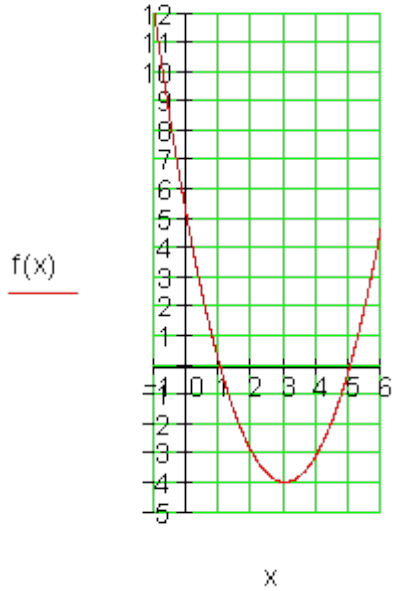
$$f(-1) = (-1)^2 - 6\cdot(-1) + 5 = 1 + 6 + 5 = 12$$
$$f(6) = 6^2 - 6\cdot 6 + 5 = 36 - 36 + 5 = 5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره ارزښت ست دی:

$W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

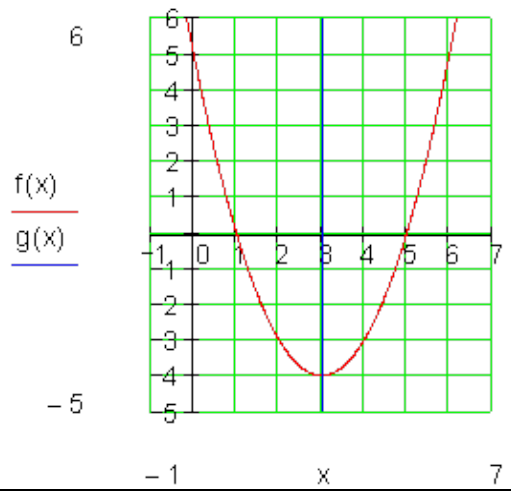
د ارزښت ډېرئ یا -ست تل د تعریف ست له لارې ورکول کیږی.
د نورې څیړنې لپاره ځمورږ د بیلګې تاب ګراف ترڅیړنې لاندې نیسو.

$f(x) := x^2 - 6x + 5$ 	دا ترڅنګ څیره ټیک د تابع ګراف برخه ښایي، چې د تعریفست سره د مخه ورږ شوې ده. $D = \{x \mid -1 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $W = \{y \mid -4 \le y \le 12\}_{\mathbb{R}}$

د سیومتري څیړنه:
دا څیره شوی پارابول نسبت و محورونو ته سیومتریک دی، چې دy محور سره غبرګ د ککرټکي څخه تیرېږي، دی: دلته .

دا د ټولو پارابولونو لپاره اعتبار لري.
د سیومتري محور مساوات چې د
$S(x_s \mid y_s)$ ککرټکي څخه تیر یږي دی: $x = x_s$ دلته $x = 3$.

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځايونه هم سيومتري محور ته سيومتريک دي. دا په دې معنا، چې د معلومو صفرځايونو څخه د ککرئ ټکي x ارزښتونه شميرل کيدی شي.	

له صفرځايونو څخه د ککرئټکي شميرنه

صفرځايونه : x1;x2 څرګندديږي. له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

زموږ د بيلګې لپاره باور لري:

$$x_1 = 1;\ x_2 = 5 \Rightarrow x_s = \frac{1+5}{2} = 3 \Rightarrow S(3 \mid f(3))$$

که د مربع تابع صفرځايونه معلوم وي، نو د دې اريتميتيکي منځ د ککرئ ټکي د x کواوردينات دی.

د **p - q_** فرمول پيداکونه

د يوه مربع تابع د صفرځايونو پيداکولو امکانات د مربع تکميليدنو له امله د مربع مساوات د حل له لارې صورت نيسي. د دې لپاره يو د حل فرمول هم منځ ته راوړی شو.

مربع مساوات $x^2-6x+5=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مو د مربع مساوات نورمالبني ته بيايي:
د $x^2-6x+5=0$ حل د مربع تکميليدني له لاري.

$$\Leftrightarrow x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2-\left(\frac{p}{2}\right)^2+q=0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q \quad \Leftrightarrow \quad \left|x+\frac{p}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q} \quad \Leftrightarrow \quad x+\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{x_1=-\left(\frac{p}{2}\right)+\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}} \qquad \underline{\underline{x_2=-\left(\frac{p}{2}\right)-\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}}}$$

د ريښي لاندې افاده(وييه) دېسکريمينانت بلل کيږي.

دېسکريمينات = $= D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$

د p-q -فرمول: $\underline{\underline{x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}}}$

زموږ د بيلګې تابع صفرځايونه دې اوس د p - q -فرمول په مرسته وشميرل شي.

$$x^2-6x+5=0 \Rightarrow p=-6\,;\,q=5$$

لومړی دې دېسکريمينات وشميرل شي:

$$D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-3)^2-5=9-5=4$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=3\pm\sqrt{4}\Rightarrow x_1=3+2=\underline{\underline{5}}\vee x_2=3-2=\underline{\underline{1}}$$

دېسکريمينانت او د حلونو ستې
مربع مساوات تل حلوړ نه دي.

بيلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \Rightarrow p = -6 \; ; \; q = 10$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 10 = -1$$

p-q- فرمول

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{-1} \Rightarrow$$:

حل نه لري.

که دېسکريمينات منفی(کميزه) مخنځښه ولري، نو مساوات حلوړ نه دي، ځکه چې ريښې فقط د مثبت ارزښتونو لپاره تعريف دي.

مربع مساوات کيدی شي چې فقط يو حل هم ولري.

بيلګه:

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6 \; ; \; q = 9$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-3)^2 - 9 = 0$$

p-q- فرمول: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 3 \pm \sqrt{0} = 3$: فقط يو حل.

ټولګه:

دېسکريمينانت D د يوه مربع مساوات د حلونو تعداد ټاکي

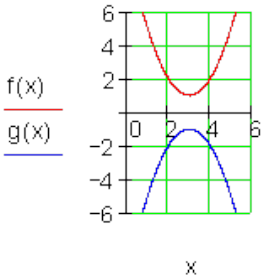
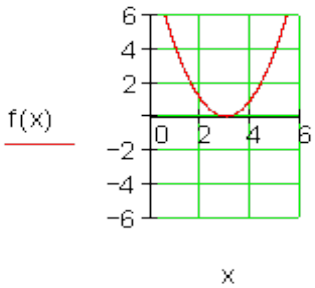
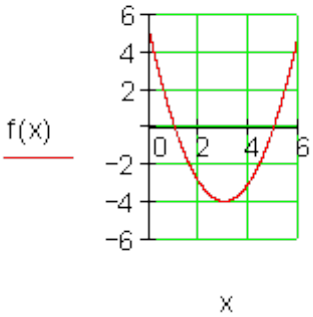
$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

د دوه حلونو	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 \; ; \; x_2\}$
ډېری(ست)	$D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$
د يوه حل ست	$D < 0 \Rightarrow L = \{\;\}$
د حلونو ست نه شته	

د حلونو ست او د تابع ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه مربع تابع د ګراف تلنه د مربع مساوات د حلونو سټ یا ډېرې باندې څه مانا لري؟
زموږ په بیلګه موږ مربع مساوات لروده د دوه ، هیڅ او فقط یوه حل سره.
موږ د دې اړونده تابع ګراف رسموو.

$f(x) := x^2 - 6x + 10$ $g(x) := -x^2 + 6x - 10$  حل نه شته	$f(x) := x^2 - 6x + 9$  یو صفرځای	$f(x) := x^2 - 6x + 5$  دوه صفرځایونه

که دوه صفرځایونه شتون ولري، نو د تابع ګراف دx محور دوه واره غوڅوي.
د یوه صفرځای سره د تابع ګراف دx محور په ککرټکي کې لمسوي.
که صفرځای مو مخ ته نه پروت، نو د پورته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور پورته لور ته پروت دی، کښته لور ته واز پارابول ککر ټکی د x محور کښته لور ته پروت دی.

د ویتا Vieta جمله:

جمله:
او د مربع مساوات x^2+px+q حلونه دي، نو د ویتا د ریښې جمله باور لري:
$x_1 + x_2 = -p$ او $x_1 \cdot x_2 = q$.
ښوونه (ثبوت): ثبوت د سیده شمېرنې له لارې صورت نیسي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

x1 او x2 سره جمعه کړی	x1 او x2 سره ضرب کړی
$x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)$	$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{\left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) \cdot \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right)}_{\text{3. Binomische Formel}}$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} - \frac{p}{2} - \sqrt{D}$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{D}\right)^2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - D$
$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = -\frac{p}{2} - \frac{p}{2} = -p$	$\Leftrightarrow \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left[\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q\right] = q$
$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 + x_2 = -p}}$	$\Rightarrow \underline{\underline{x_1 \cdot x_2 = q}}$

دا جمله د حل د کنترول لپاره ښه د کار (استعمال) وړ ده.
بیلګه:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6;\ q = 5$$

حل: $x_1 = 5;\ x_2 = 1$

$$x_1 + x_2 = 5 + 1 = 6 = -p\ (w)$$

$$x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 1 = 5 = q\ (w)$$

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه(فاکتورونه)

د ویتا جملې له مخې باور لري:

$$x_1 + x_2 = -p \quad \wedge \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

په نورمال بڼه یې د $p = -x_1 - x_2$ سره کیږدی

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-x_1 - x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x_1 x - x_2 x + x_1 x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}}\ \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: کرښيز ضريبونه
يو مربع مساوات چې صفرځايونه يې معلوم وي، کېدی شي د کرښيزو ضريبونو په ضرب سره وليکل شي.

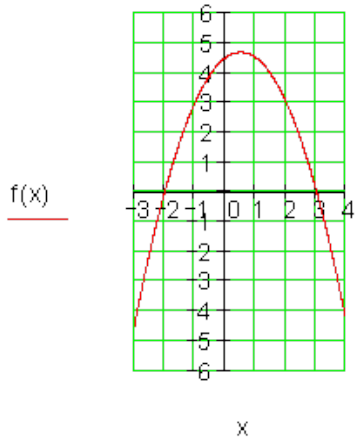
جمله:
د صفرضرب جمله:
يو ضرب ټيک هلته صفر دی، چې لږ تر لږه يو ضريب يې صفر وي.
دا زموږ د مربع تابع د مربع مساوات لپاره په دې معنا دی:

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow p = -6 ; q = 5$$

حل: $x_1 = 5 ; x_2 = 1$

$$x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x-1) = 0$$

اوس پخپله کولی شو، چې مربع مساوات د مخه ورکړشوي صفرځايونو سره جوړ کړو:
يو مربع مساوات دې د صفر ځايونو $x_1 = -2$ او $x_2 = 3$ سره دې منځ ته راوړل شي، چې کښته لور ته واز وي او ضريب ¾ ولري.

$f(x) := \frac{-3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}$ 	$x_1 = -2 ; x_2 = 3$ $f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)(x-3)$ $= -\frac{3}{4}(x^2 - x - 6) = \underline{\underline{-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{9}{2}}}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+3}{2} = \frac{1}{2}$ $y_s = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{9}{2} = \frac{75}{16}$ $\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\frac{1}{2} \mid \frac{75}{16}\right)}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه

د مربع توابعو تمرینونه **III**

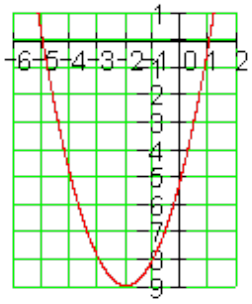
د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لاري

نتیجې

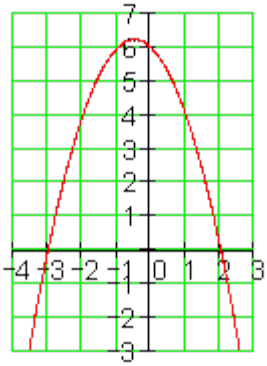
د مربع توابعو تمرینونه **III**

د صفرځایونو ټاکنه د مربع تکمیلیدني له لاري:

لومړی:

تابع مساوات: $f(x) = x^2+4x-5$ صفرځایونه: $X1=-5;x2=1$ د x محور سره غوځټکی: $P_{x1}(-5\|0); P_{x2}(1\|0)$ دy محور سره غوځټکی. $P_y(0\|-5)$	

دویم:

تابع مساوات : $f(x) = -x^2 - x + 6$ صفرځیونه: $x_1 = -3 ; x_2 = 2$ د xمحور سره غوځټکی: $P_{x1}(-3\|0); P_{x2}(2\|0)$ دy محور سره غوځټکی: $P_y(0\|6)$	

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات :

$F(x) = -x^2 -4x-4$

صفرځیونه:

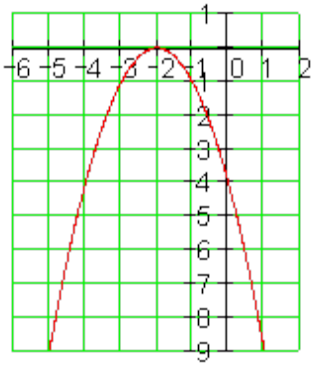
$x1=-2$; $x2=-2$(ډبل صفرځای)

دx محور سره غوځټکی:

$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0)$

دy محور سره غوځټکی:

$P_y(0|-4)$



څلورم:

تابع مساوات :

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 6$

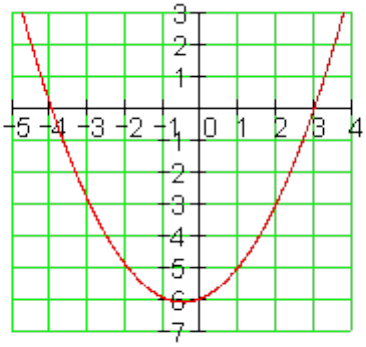
صفرځایونه: $x_1 = -4; x_2 = 3$

د x محور سره غوځټکی:

$P_{x1}(-4|0); P_{x2}(3|0)$

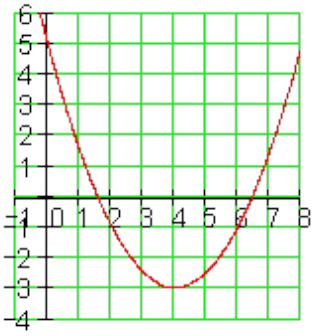
د y محور سره غوځټکی:

$P_y(0|-6)$

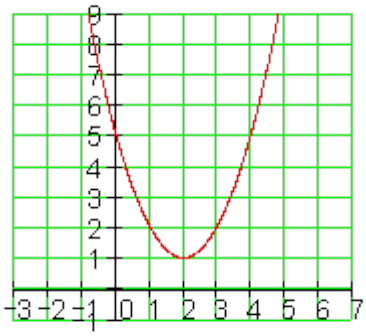


پنځم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-4x+5$ صفرځیونه: $x_1=4-\sqrt{6}\approx 1,55$ $x_2=4+\sqrt{6}\approx 6,45$ د x محور سره غوڅتکی: $P_{x1}\left(4-\sqrt{6}\mid 0\right);P_{x2}\left(4+\sqrt{6}\mid 0\right)$ د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\mid 5)$	

شپږم:

تابع مساوات : $f(x) = x^2 -4x+5$ صفرځایونه: نه شته د x محور سره غوڅتکی: شتون نه ل ري د y محور سره غوڅتکی: $P_y(0\mid 5)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

تابع مساوات :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$$

صفرځیونه:

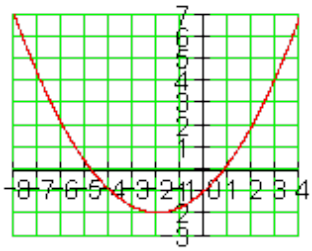
$$x_1 = -2 - \sqrt{8} \approx -4,83$$
$$x_2 = -2 + \sqrt{8} \approx 0,83$$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-2-\sqrt{8} \mid 0\right); P_{x2}\left(-2+\sqrt{8} \mid 0\right)$$

د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0 \mid -1)$$



اتم:

تابع مساوات: $f(x)=4x^2+x-5$

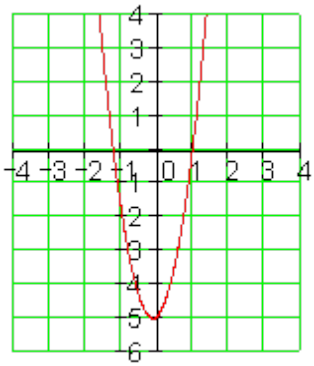
صفرځیونه: $x_1 = -\frac{5}{4}; x_2 = 1$

د x محور سره غوځتکی:

$$P_{x1}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x2}(1 \mid 0)$$

د y محور سره غوځتکی:

$$P_y(0 \mid -5)$$



نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x)=-4x^2-x+5$

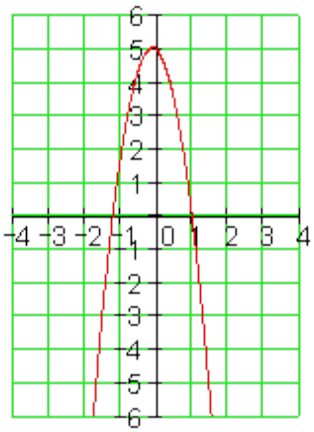
صفرځایونه: $x_1=-\frac{5}{4};\ x_2=1$

د x محور سره غوځتکی:

$P_{x1}\left(-\frac{5}{4}\,|\,0\right);\ P_{x2}(1|0)$

د y محور سره غوځتکی:

$P_y(0|5)$



لسم:

تابع مساوات :

$f(x)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-2$

صفرځیونه:

$x_1=1-\sqrt{7}\approx-1{,}65$

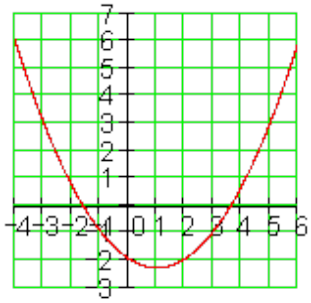
$x_2=1+\sqrt{7}\approx 3{,}65$

د x محور سره غوځتکی:

$P_{x1}\left(1-\sqrt{7}\,|\,0\right);\ P_{x2}\left(1+\sqrt{7}\,|\,0\right)$

د y محور سره غوځتکی:

$P_y(0|-2)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه

د صفرځایونو ټاکلو لپاره د مربع تکمیلیدني له لارې مفصله بیلګه:

په تولیزه بڼه د پارابول تابع مساوات $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6$

د صفرځایونو لپاره شرطونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$$

مربع مساوات $-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0$

باید اوس د مربع تکمیلیدني له لارې حل شي.

په نورمال بڼه راوړل نورمالمربع مساوات مربع تکمیلونه	$-\frac{1}{2}x^2 - 2x + 6 = 0 \mid : \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x + 4}_{\text{1. binomische Formel}} \underbrace{-4 - 12}_{-16} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 - 16 = 0 \mid +16$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{16} = 4$$

ریښه وېستنه یا ریښه نیونه - - ارزښت حل کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حالت دویم حالت	$x+2=4 \mid -2 \Leftrightarrow x=2 \Rightarrow x_1=2$ $x+2=-4 \mid -2 \Leftrightarrow x=-6 \Rightarrow x_2=-6$

صفرځایونه: $\boxed{x_1=2}$ همداسې $\boxed{x_2=-6}$

د x محور سره غوڅتکی: $\boxed{P_{x1}(2\mid 0)}$ همداسې $\boxed{P_{x2}(-6\mid 0)}$

دy محور سره غوڅتکی شرطونه:

$$y_s=f(0)=-\frac{1}{2}\cdot 0^2-2\cdot 0+6=6 \Rightarrow \boxed{P_y(0\mid 6)}$$

پوښتنې

پارابولونه د ورکړ شوو شرطونو سره

لومړی – د تابع $f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرایط پوره شي، له کومو سره چې تابع f(x) صفرځایونه ونه لري؟

دویم – دf(x) اوg(x) برعکس ځایونه د x په واکوالي (تابعیت) کې و څیړی، که باور ولري:

$f(x)=-x^2+1;\ x\in\mathbb{R}$ او $g(x)=ax^2-a;\ x\in\mathbb{R};\ a\in\mathbb{R}^*$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – د f(x) او g(x) مربع توابع په لاندې توګه ورکړ شوي دي:

$f(x) = -x^2 - 3x \; ; x \in \mathbb{R}$ او $g(x) = 0,5x(x+3) \; ; x \in \mathbb{R}$

الف – په کواوردینات – یا پروتولاړ سیستم کې د f(x) او g(x) ګرافونه و کاږې. بې له شمیرنې دلیل رواړی، چې ولې f(x) او g(x) د x په محور سره غوڅوي..

S(.1,5;2,25) د f(x) ککره (رأس) دی.

د g(x) ککره ورکړی.

ب – کرښه x=u سره د 0> u >3- لپاره f(x) په ټکي P او g(x) په ټکي Q کې غوڅوي.

د P او Q کواوردیناتونه و ټاکی.

پ – د PQ بنده کرښه د یوه مستطیل یا ولاړګوډیز یو اړخ (ضلع) دی، چې په دواړو پارابولونو کې دننه ده. د مستطیل منځ یا سطحه د u = -1 لپاره او چاپیریال U د u په واکوالي کې وټاکی.

ت – پارابول g(x) د y په لور داسی و کښوي، چې دا راکښل شوی پارابول د f(x) ګراف لمس کړي. د لمسټکي کواوردینات وشمیری.

ټ - a داسې وټاکی چې f(a) – f(a+1) = 0 باور ولري.

څلورم – یو مربع تابع f(x) ورکړ شوی.

a داسې وټاکی، چې پارابول g(x) د f(x) ګراف لمس کړي.

پنځم – وښایی، چې د a داسې ارزښت نه شته، چې د f(x) ګراف نورمال پارابول لمس کړي.

$f(x) = ax^2 + 1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم – یو پارابول د تابع مساوات f(x) سره په S(0|6) کې یوه ککره لري او د x محور په ټکي $t P_x\left(2\sqrt{3} \mid 0\right)$ کې غوڅوي.

د تابع مساوات وټاکئ او ګراف یې رسم کړئ.

اوم – د ویمې درجې ټول کسري (راشنل) تابع f(x)کواوردینات محورونه په ټکو $P_{x_1}(k \mid 0); P_{x_2}(-2 \mid 0)$ او $P_y(0 \mid -k)$ کې غوڅوي.

دf(x) تابع مساوات وټاکئ.

اتم – ضریبونه a1 اوa2 داسې پیدا کړئ، چې تابع $f(x) = a2x^2 + a1x + 3$ په x = -1 او x=0,5 ځایونو کې همغه تابع ارزښت ولري لکه تابع $g(x) = 2x - 1$.

ځوابونه:

پارابولونه د ورکړشوو شرطونو سره **I**

مفصل حلونه

لومړی – $F(x) = x^2 + a1x + a0$

د صفرځای لپاره د نه شتون شرط: $D < 0$

$$p = a_1 ; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$$

$$D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \mid + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \mid \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم –

$$f(x) = -x^2 + 1;\ g(x) = ax^2 - a$$
$$g(x) = f(x) \Leftrightarrow ax^2 - a = -x^2 + 1 \Leftrightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0$$

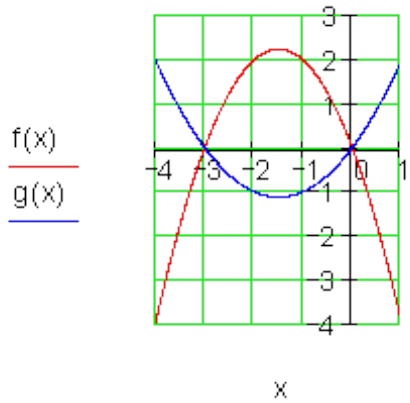
د a په پام کې نیول :

$\underline{\underline{a = -1}} \Rightarrow f(x) = g(x)$ i کټمټ یا ایدنتیک پارابول د ناپای ډېرو غوڅټکو سره.

$$\underline{\underline{a \neq -1}} \Rightarrow (a+1)x^2 - (a+1) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = \pm 1;$$

دوه مختلف غوڅټکي.

دریم - الف -

	$f(x) = -x^2 - 3x = -x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ $g(x) = 0,5x(x+3)$ $\Rightarrow P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(-3\|0)$ f(x) او g(x) همغه یا برابر صفرځایونه لري. $f(x): S(-1,5\|2,25)$ $g(x) = -0,5 \cdot f(x)$ $\Rightarrow y_s = -0,5 \cdot 2,25 = -1,125$ $\Rightarrow S(-1,5\|-1,125)$

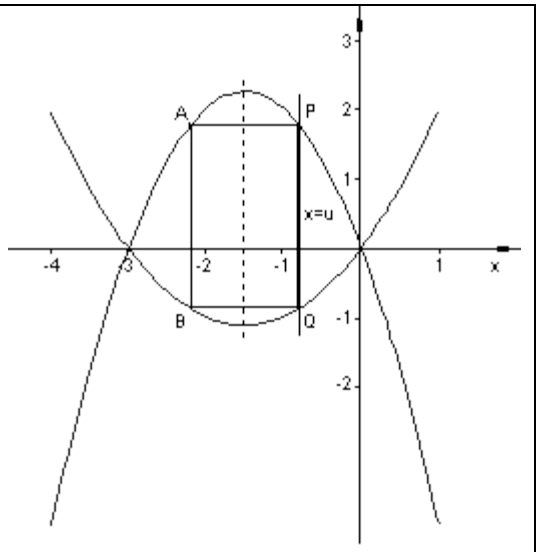
(c) ketabton.com: The Digital Library

ب- د x = u ځای په ځای کونه په تابع مساوات کې د y ارزښت راکوي:

$$f(u) = -u^2 - 3u \quad \Rightarrow \underline{\underline{P\left(u \mid -u^2 - 3u\right)}}$$

$$g(u) = 0,5u(u+3) \Rightarrow \underline{\underline{Q\left(u \mid 0,5u(u+3)\right)}}$$

پ -



له b) لاس ته راځي

P(u;-u(u+3) یا P(u;-u²-3u)

Q(u;0,5u(u+3))

x - کواوردیناتونه

xs= 1,5

دu لپاره باور لري

-3 ≤ u ≤ 0 له دې لاس ته راځي

u منفي دی.

$$\overline{PQ} = \left|\underbrace{-u}_{+}\underbrace{(u+3)}_{+}\right| + \left|\underbrace{0,5u}_{-}\underbrace{(u+3)}_{+}\right|$$

$$\Rightarrow \overline{PQ} = -u(u+3) - 0,5u(u+3)$$

$$\overline{PQ} = -1,5u(u+3)$$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

AP=BQ

که $-1,5 \le u \le 0$ (x=u د ککرې ښي لور ته پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |-1,5| - |u| = 1,5 + u$ (دا چې u منفي ده) له دې لاس ته راځي

=> AP)2(1,5+u)

په ځانګړي توګه د u=-1 لپاره باور لري :A=-1,5.(-1)(-1+3).2(1,5-1)=3FE

د مستطیل (ولاړګوډیز) سطحه: $A = \overline{PQ} \cdot \overline{AP} = -1,5u(u+3) \cdot 2(1,5+u)$

د مستطیل چاپریال (محیط) د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(1,5+u)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 5u + 6}}$$

که $-3 \le u \le -1,5$ (x=u د ککرې کیڼ لور ه پروت دی)

نو باور لري $\frac{\overline{AP}}{2} = |u| - |-1,5| = -u - 1,5$

(دا چې u منفي) له دې لاس ته راځي:AP=2(-u-1,5)

د مستطیل محیط د u په واکوالي کې:

$$U = 2\left(\overline{PQ} + \overline{AP}\right) = 2\left[-1,5u(u+3) + 2(-u-1,5)\right] = \underline{\underline{-3u^2 - 13u - 6}}$$

ت –

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -x^2 - 3x$$
$$f(a) = -a^2 - 3a$$
$$f(a+1) = -(a+1)^2 - 3(a+1) = -a^2 - 5a - 4$$
$$f(a) - f(a+1) = 4 \Leftrightarrow -a^2 - 3a - \left(-a^2 - 5a - 4\right) = 4$$
$$\Leftrightarrow 2a + 4 = 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a = 0}}$$

څلورم –

$$f(x) = (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2\,;\ g(x) = ax^2$$
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (1-a)x^2 - 3x + 2 = 0\,;\ \text{mit } a \neq 1$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{1-a}x + \frac{2}{1-a} = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{1-a}\,;\ q = \frac{2}{1-a}$$

د مماس لپاره شرطونه :D=0

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{2(1-a)}\right)^2 - \frac{2}{1-a} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{2}{1-a} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{4(1-a)^2} - \frac{8(1-a)}{4(1-a)^2} = 0$$
$$\Leftrightarrow 9 - 8(1-a) = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{8}$$

$g(x) = -\frac{1}{8}x^2$ f(x) لمسوي.

پنځم – نورمال پارابول : $g(x)=x^2;f(x)=ax^2+1$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1}$ د $a \neq 1$ لپاره

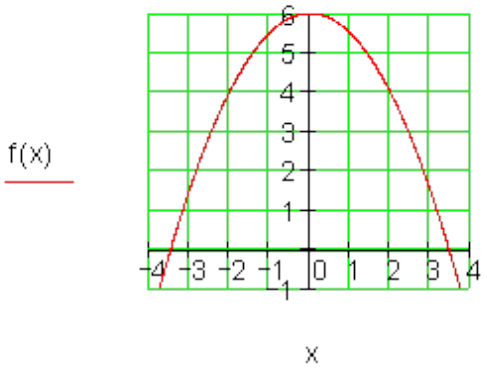
(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a > 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} < 0 \Rightarrow$ له دط لاس ته راځي چې صفر ځای شتون نه لري.

د $a < 1 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{a-1} > 0 \Rightarrow$ لپاره له دې لاس ته راځي دوه حلونه:

$$x_{1/2} = \pm\sqrt{-\frac{1}{a-1}}$$

شپږم -

	$S(0\mid 6) \Rightarrow f(x) = a_2x^2 + 6$ $P_x\left(2\sqrt{3}\mid 0\right)$ $\Rightarrow f\left(2\sqrt{3}\right) = a_2\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6 = 0$ $\Leftrightarrow 12a_2 + 6 = 0 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6$

اوم –

$$f(x) = a_2(x-k)(x+2)$$

کرښیز ضریبونه

$$f(0) = -k \Leftrightarrow a_2(-k)(2) = -k \Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}(x-k)(x+2) = \frac{1}{2}\left[x^2 + (2-k)x - 2k\right]$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

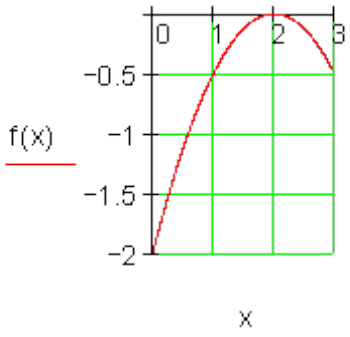
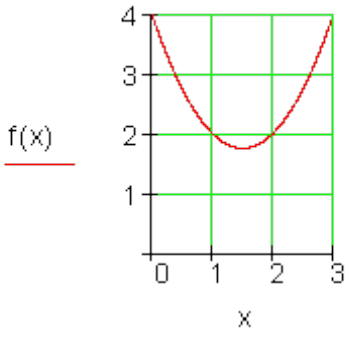
اتم -

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + 3\,;\; g(x) = 2x - 1$$
$$g(-1) = -2 - 1 = -3 \Rightarrow f(-1) = -3 \Leftrightarrow a_2 - a_1 + 3 = -3$$
$$g(0,5) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow f(0,5) = 0 \Leftrightarrow 0,25a_2 + 0,5a_1 + 3 = 0$$
$$\Rightarrow a_2 = -8\,;\; a_1 = -2$$
$$f(x) = -8x^2 - 2x + 3$$

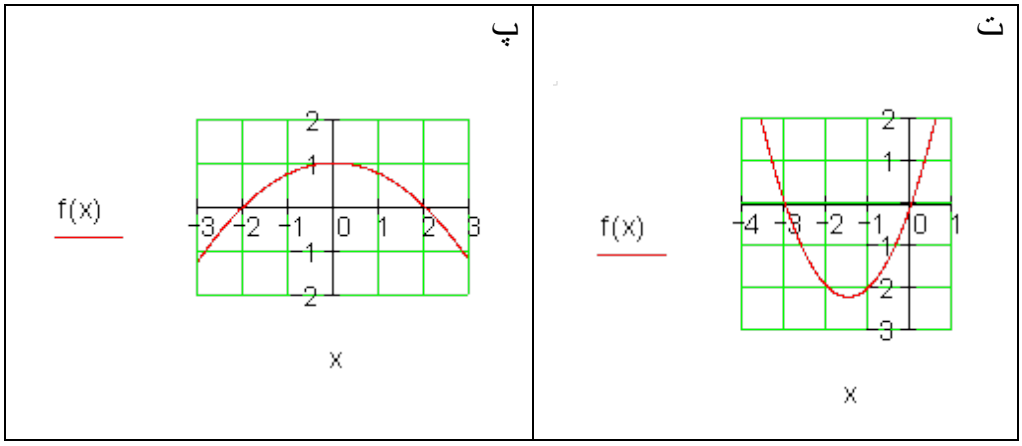
پوښتنې

پارابولونه د ورکړو شرطونو سره **II**

لومړی- د څیړنو څخه د تابع مساوات و ټاکی..

ب –	الف
	

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم – د یوه مربع تابع $f(x) = 3x^2 - bx + b$ کراف د x محور په x=-3کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکی.

دریم - یو مربع مساوات صفرځایونه 2- او 3 لري او خورا کوچني تابع ارزښت - 1 لري. f(x) وټاکی.

څلورم – د مربع تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو a_1 او a_0 په هکله کومې ویناوي (د ریاضي منطق وګوری) کېدی شي؟

الف – f(x)یو صفرځای x = 0 لري

ب – د f(x) صفرځایونه په مخنځښه کې یو له بل توپیر لري.

پنځم – د یوه مربع $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ تابع لپاره f(0)=5 او f(1)=2 باورلري

الف – دa_2 اوa_1 ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

ب – د a_2 او a_1 د کومو ارزښتونو لپاره x = 3 صفرځای دی؟

شپږم – پارابولونه د ورکړشوو شرایطو له مخې.

الف – د شمیرنې له لارې وښایی، چې د مساوات $f(x) = x^2 -1,5x + 2$ سره پارابول دx محور سره غوڅتکی نه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د a_2 (د صفر سره نابرابر) د کوم ارزښت سره پارابول د مساوات- $f(x) = a_2x^2 - 1,5x + 2$ سره یو ټکی، نه کوم ټکی یا دوه ټکي دx محور سره لري؟

اوم – د تابع $f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ د ضریبونو لپاره باید کوم شرطونه پوره وي، چې د هغو له مخي $f(x)$ کوم صفرځای ونه لري؟

اتم – د تابع $f(x)$ خورالوی یا همداسي خورا کوچني ارزښتونه وټاکی.

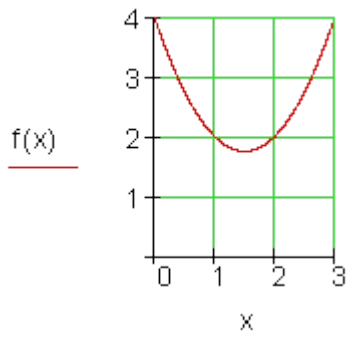
الف - $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ ب - $f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$

ځوابونه

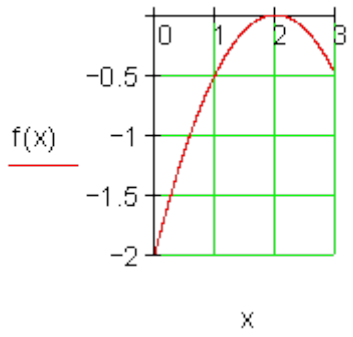
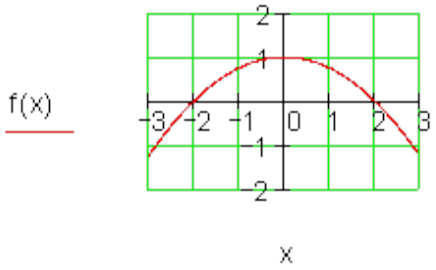
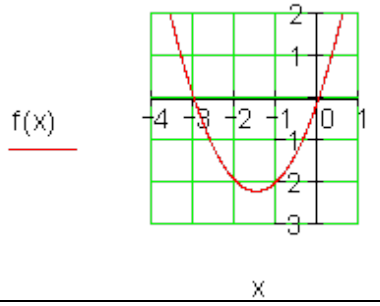
پارابول د ورکړ شوو شرطونو له مخیII

مفصل ځوابونه

لومړی-

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ $f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$ $f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$ $f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$ $\Rightarrow a_2 = 1;\ a_1 = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x^2 - 3x + 4}}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری: $S(2\mid 0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$ $f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$ $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ $= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$	
$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$ $= a_2(x^2-4)$ $f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$ $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1$	
$f(x) = a_2(x+3)x$ $f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$ $f(x) = (x+3)x = x^2 + 3x$	

دویم :

$f(x) = 3x^2 - bx + b$ او $P_x(-3\mid 0)$

$$\Rightarrow f(-3) = 0 \Leftrightarrow 27 + 3b + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{27}{4} \Rightarrow f(x) = 3x^2 + \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$P_{x1}(-2|0);P_{x2}(3|0)\Rightarrow x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}$$

د تابع کوچنی–ارزښت 1-

$$\Rightarrow y_s=-1\Rightarrow f(x)=a_2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1$$

$$f(3)=0\Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2-1=0\Rightarrow a_2=\frac{4}{25}$$

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{4}{25}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1=\frac{4}{25}x^2-\frac{4}{25}x-\frac{24}{25}}}$$

څلورم:

الف- که $f(0)=0\Rightarrow a_0=0$ وي، نو لاس ته راځي او a_1 پ خوښه

ب- که صفرځایونه فقط د مخنخښي له امله سره توپیر ولري، نو د f(x) ګراف باید محور سیومتریک وي. دا په دې معنا، چې د ککرۍ ټکي یا رأس دx کواوردینات یا محور صفر دی.

$f(x)=x^2+a_0\Rightarrow a_1=0$ او $a_0<0$، له دې سره $f(x)$ صفرځایونه لري.

پنځم: الف –

$$f(0)=5\Rightarrow \underline{\underline{a_0=5}}$$

$$f(1)=2\Leftrightarrow a_2+a_1+5=2\Rightarrow \underline{\underline{a_2+a_1=-3}}\ \text{oder}\ a_1=-3-a_2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب-لاندې له کيڼ وښي لورته په ترتيب: او له سره ، لاس ته راځي

$$f(x) = a_2x^2 + \underbrace{(-3-a_2)}_{a_1}x + 5$$

$$f(3) = 0 \Leftrightarrow 9a_2 + (-3-a_2)\cdot 3 + 5 = 0 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{3}$$

او له دې $a_1 = -3 - a_2$ سره لرو: $; a_1 = -3 - \frac{2}{3} = -\frac{11}{3}$

شپږم:

الف ــ

$f(x) = x^2-1,5x+2$ بې له صفرځای په دې معنا چې $D<0$

$$x^2 - 1,5x + 2 = 0 \Rightarrow p = -\frac{3}{2}; q = 2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 2 = \frac{9}{16} - \frac{32}{16} < 0$$

شرط $D<0$ پوره دی.

ب ــ کښته لور ته په ترتيب په پښتو:

$f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ له $f(x) = 0$ لاس ته راځي:

$$ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \,|:a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوصفرځای: D=0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}=0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a=0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}=2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}=a}}$$

، صفرځای نه شته :D<0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}<0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a<0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}<2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}<a}}$$

دوه صفرځایونه :D>0

$$\Rightarrow \frac{9}{16a^2}-\frac{2}{a}>0\,|\cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16}-2a>0 \Leftrightarrow \frac{9}{16}>2a\,|:2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32}>a}}$$

اووم:

$f(x)=x^2+a_1x+a_0$ د نه صفرځای لپاره شرطونه: D<0

$$p=a_1\,;\,q=a_0 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{a_1}{2}\right)^2-a_0=\frac{a_1^2}{4}-a_0$$

$$D<0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4}-a_0<0\,|+a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4}<a_0\,|\cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2<4a_0}}$$

اتم:

الف ــ

$$f(x)=(x-2)^2-2x-2$$
$$=x^2-6x+2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول پورته لور ته واز دی، ککرۍ یل رأس مینیموم ده.

$$f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$$
$$= (x-3)^2 - 7$$
$$\Rightarrow S(3\,|\,-7)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(3) = -7}}$$

خورا کوچنی ارزښت دی.

ب –

$$f(x) = -0,5x^2 + 0,5x - 6$$

پارابول کښته لور ته واز دی، ککرۍ یا رأس مینیموم دی.

$$f(x) = -0,5\left[x^2 - x + 12\right]$$
$$= -0,5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$$
$$= -0,5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$$
$$= -0,5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$$
$$\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}\,|\,-\frac{47}{8}\right)$$

$$\underline{\underline{f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8}}}$$

خورا لوي ارزښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.8 -د پارابول او کربنې غوڅتکي

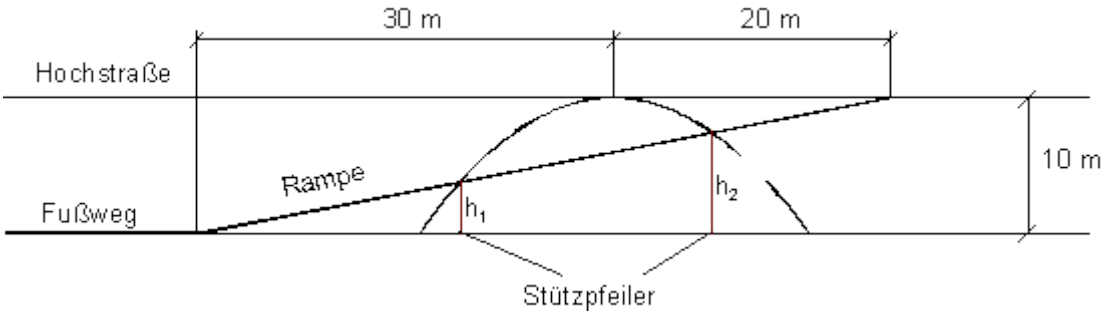
بیلبیلګه:

یوه د پلو لار د یوپه جګ سرک لاندې تللې او هغې ته غبرګه.

د یوه پله په پښه چې د پارابول بڼې په ډول لیندې دې د پلو لار د یوې مایلسطحې جوړه شي، چې سرک ته پورته ځي.

د ډ مایل سطحې د په ولاړو پښو جګوالی وټکی.

د پارابول څخه فقط پوهیږو، چې د بڼې ضریب $a_2 = 1/20$ لري.



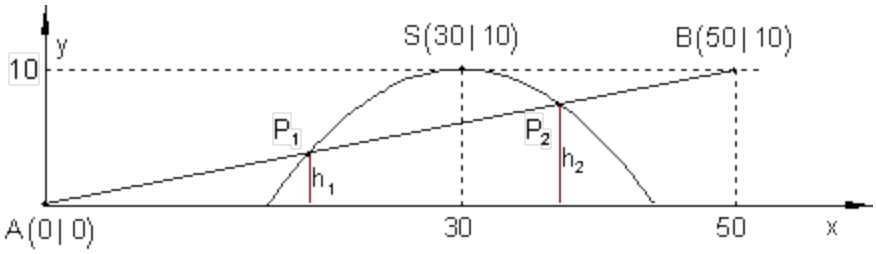
(c) ketabton.com: The Digital Library

په پورته کې Hochstrasse جګ سرک

Fussweg د پلو لار

Stützpfeiler (د درېدو یا تکیه) ستنې یا متې

د مودل جوړونه Modellierung



تابع مساوات لیکنه

مایلسطحه(د کرښې په ډول) په سرجینه او P(50;10) کې.

$$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$$

د پله لینده یا که غواړی قوس(پارابول) د ککرۍ S(30|10) او $a_2 = -\frac{1}{20}$ سره .

ککرۍ ټکي بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$
ټولیزه بڼه	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$

د دې پاره چې د د په ولاړو ستنو جګوالی لاس ته راوړو د پارابول سره د کرښې غوڅتکو ته اړتیا لرو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د غوڅتکو شمیرنه؛

ایښوونه: f(x)=g(x) یا f(x)-g(x)=0

$$\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35 - \frac{1}{5}x = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0$$

څلوریز یا مربع مساوات

$$-\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0 \,|\cdot(-20)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 56x + 700 = 0 \Rightarrow p = -56\,;\ q = 700$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-28)^2 - 700 = 84$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$\Rightarrow x_1 = 28 + \sqrt{84} \quad \vee \quad x_2 = 28 - \sqrt{84}$$

د متو یا ستنو جګوالی د اړونده y ارزښتونه دي.

$$y_1 = g(x_1) = g\left(28 + \sqrt{84}\right) = \frac{1}{5}\left(28 + \sqrt{84}\right) \approx \underline{\underline{7{,}433}}$$

$$y_2 = g(x_2) = g\left(28 - \sqrt{84}\right) = \frac{1}{5}\left(28 - \sqrt{84}\right) \approx \underline{\underline{3{,}767}}$$

د متې h_1 جګوالی 3,764 m دی، د ستنې h_2 جګوالی 7,433 m دی.

که د یوې کرښې غوڅتکی د پارابول سره ټاکل کیږي، دا مو تل یوه مربع مساوات ته بیایي.

غوڅوونې یا قطاع، مماس، تیرېدونې

(c) ketabton.com: The Digital Library

د کارقرارداد:

د پارابول $f(x)$ غوڅتکي د یوې کرښې $g(x)$ سره وټاکئ او هر دواړه ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړسیستم کې وکاږئ.

د پارابول د رسمولو لپاره د ککرئ ټکي بڼه وکاروئ.

$f(x) = x^2 + 4x + 1$ همداسې د ککرئټکي بڼه کې: $f(x) = (x+2)^2 - 3$

a) $g(x) = 2x + 3$ b) $g(x) = 2x$ c) $g(x) = 2x - 2$

د پارابول او کرښې غوڅتکي
د داړو مساواتو د ضریبونو د ورکړې وروسته، غوڅتکي شمیرل کیږي، بیا کېدی شي دواړه ګرافونه وکښل شي؟

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{D} = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}73$$

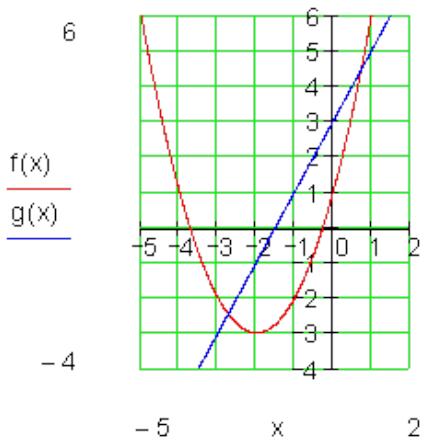
$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{D} = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}73$$

$$g(x_1) = 2 \cdot \left(-1 + \sqrt{3}\right) + 3 = 1 + 2\sqrt{3} \approx 4{,}46$$

$$g(x_2) = 2 \cdot \left(-1 - \sqrt{3}\right) + 3 = 1 - 2\sqrt{3} \approx -2{,}46$$

$$\Rightarrow P_1\left(-1 + \sqrt{3} \mid 1 + 2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(0{,}73 \mid 4{,}46)}}$$

$$P_2\left(-1 - \sqrt{3} \mid 1 - 2\sqrt{3}\right) \approx \underline{\underline{P_1(-2{,}73 \mid -2{,}46)}}$$



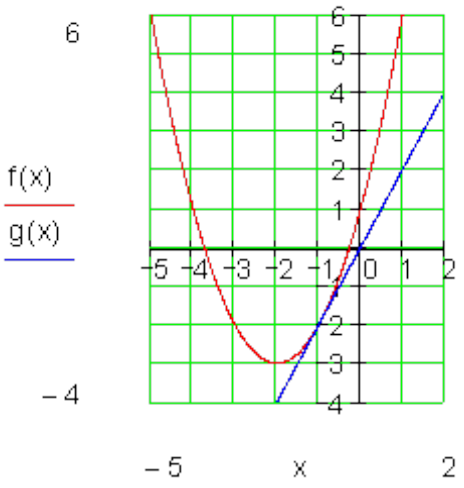
د $g(x)$ کرښه د $f(x)$ ګراف په دوه ټکو کې غوڅوي. غوڅوونې بلل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 1 = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$$
$$g(x_{1/2}) = 2 \cdot (-1) + 3 = -2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{1/2}(-1|-2)}} \text{ Berührungspunkt}$$

پورته: د لمسټکی یا مماس

یوه کرښه چې ګراف په ټیک یوه ټکي کې لسري تانجنت یا لمسوونې بلل کیږي

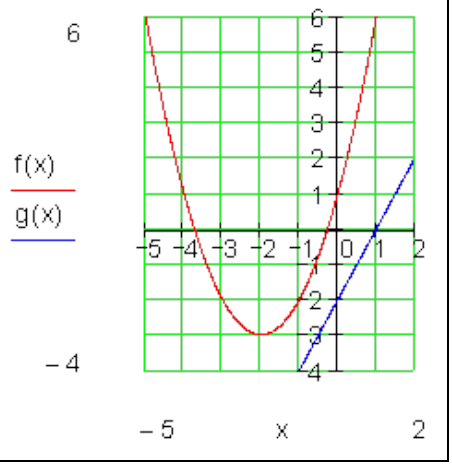


د g(x) کرښه د f(x) ګراف په یوه ټکي کې لمسوي.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 0$$
$$\Rightarrow p = 2;\ q = 3$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 3 = -2 \text{ keine Lösung}$$

کرښه g(x) د f(x) سره ګډ ټکی نه لري.

داسې یوه کرښه تېرېدونې بلل کیږي.



د تمرین بیلګو څخه پېژندل کیږي، چې غوڅتکو ګڼون یا تعداد، چې یوه کرښه یې له پارابول سره لري د دیسکریمینانت څخه سیده لوستل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول او کرښه په دوه ټکو کې سره غوڅوي پارابول او کرښه سره په یوه ټکي کې لمسوي. پارابول او کښه ګډ ټکی نه لري.	$D > 0: \Rightarrow$ $D = 0: \Rightarrow$ $D < 0: \Rightarrow$

پوښتنې

پارابول او کرښه **II**

لومړی:

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع$f_2(x)$ په ټکو P_1 اوP_1 کې غوڅیږي، چې‌رته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2تیریږي.	$f_1(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ $f_2(x) = x + \frac{7}{2}$

وشمیرئ:

الف- د کرښې او پارابول غوڅتکيP_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

دویم: پارابول $f(x)$ د y په لور داسې راکاږئ، چې کرښهg لمس کړي.

$$f(x) = 0{,}5x^2 + 3x\,; \qquad g: 2y - 4x + 8 = 0$$

د $f(x)$ راکښنه وشمیرئاو لمس ټکی.

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو پارابول د تابع $f_1(x)$ سره له یوې کرښې د تابع $f_2(x)$ په ټکو P_1 او P_1 کې غوڅیږي، چې‌رته چې P_1 هغه خورا ټیټ ټکی باید وي. کرښې ته ولاړکونجیز د تابع $f_2(x)$ سره یوه دویمه کرښه د تابع $f_3(x)$ سره ځغلي چې له ټکي P_2 تیریږي.	$f_1(x)=\left(x-\frac{7}{2}\right)^2-6$ $f_2(x)=-x+\frac{7}{2}$

وشمیرئ: الف- د کرښې او پارابول غوڅتکي P_1 او P_2 .

ب – تابع $f_3(x)$ چې $f_2(x)$ ته ولاړکونجیزه ځغلي.

پ - توابعو ته ګرافونه وکاږئ.

څلورم: یو تابع $f(x)=-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{9}{2};\ x\in\mathbb{R}$ ورکړ شوی

الف- سچینیزه کرښه $g(x)$ د $A(1\mid 6)$ له لارې ځغلي.

د غوڅتکي $f(x)$ د $g(x)$ سره وشمیرئ.

ب- د $g(x)$ سره کومه غبرګه $f(x)$ لمسوئ؟

لمسټکی و شمیرئ.

د $g(x)$ سره کومه غبرګه د $f(x)$ سره غوڅتکی نه لري.

پنځم: یو پارابول د اوردینات محور(y –محور) په P_1 کې غوڅوي او په ټکو P_2 او P_3 کې له یوې کرښې د تابع $f_1(x)$ سره غوڅوي. دا وشمیرئ:

الف- ټکي P_2 او P_3 ب- د $f_2(x)$ تابع پارابول. پ-د $f_2(x)$ ککرئ ټکی. ت-ککرئ ټکی. ټ- د محور غوڅتکي	$f_1(x)=\frac{5}{3}x+\frac{5}{9}$ $P_1\left(0\mid -\frac{25}{9}\right);P_2(2\mid y_2);P_3(-3\mid y_3)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

یو پارابول او یوه کرښه د هغه د ارزښت جدول سره ورکړ شوي دي. پارابول او کرښه یو بل سره څنګه پراته دي؟

په کومه ورشو یا ساحه کې پارابول د کرښې پورته لور ته ځغلي؟

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f_1(x)$	−6	0	4	6	6	4	0
$f_2(x)$	−1	0	1	2	3	4	5

ځوابونه

پارابول او کرښه II

نتیجې او مفصل حلونه نتیجې

لومړی: الف- د پارابول او کرښې غوڅتکي P_1 او P_2 .

$$P_1\left(-\frac{1}{2}\middle|3\right) \quad P_2\left(-\frac{11}{2}\middle|-2\right)$$

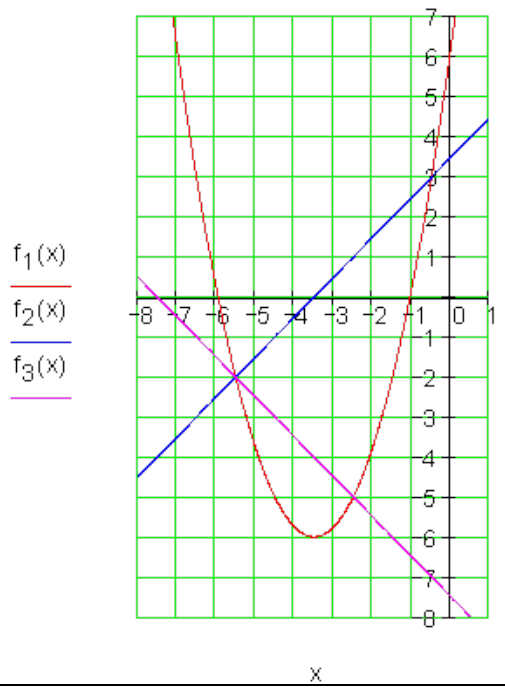
ب- تابع چې $f_3(x)$ او $f_2(x)$ ته ولاړګوډیزه یا قایمالزاویه ځغلي:

$$f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

د پارابول ککرۍ تکي کواوردینات:

$$S\left(-\frac{7}{2}\middle|-6\right)$$

ګرافونه ترڅنګ دي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: مفصل ځواب: $f(x) = 0,5x^2 + 3x \; ; \; g: 2y - 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow g(x) = 2x - 4$

د y په لور د f(x) راکښنه:

$$f^*(x) = 0,5x^2 + 3x + a_0$$

$$f^*(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2a_0 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow p = 2 \; ; \; q = 2a_0 + 8 \Rightarrow D = -2a_0 - 7 \qquad g(-1) = -6 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|-6)}}$$

د D=0 لپاره شرطونه:

$$\Leftrightarrow -2a_0 - 7 = 0 \Leftrightarrow a_0 = -3,5 \Rightarrow f^*(x) = 0,5x^2 + 3x - 3,5$$

مماس: د D=0 لپاره باور لري: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -1$

پارابول په3,5 یونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل کیږي.

دریم: نتیجه: الف- د پارابول او کرښې غوڅتکي P_1 او P_2 .

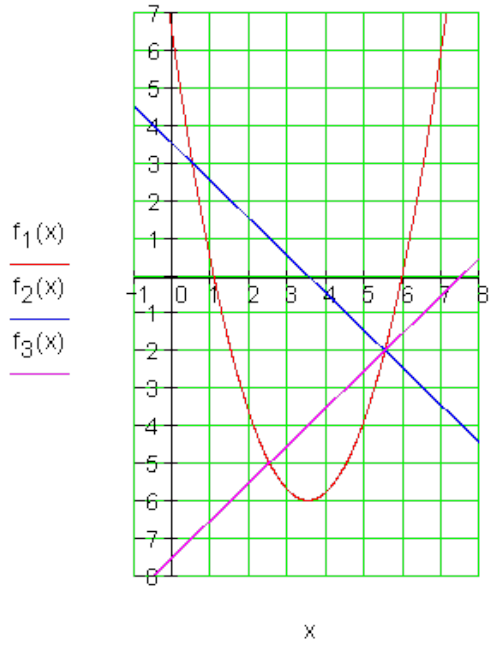
$$P_1\left(\frac{1}{2} \middle| 3\right) \quad P_2\left(\frac{11}{2} \middle| -2\right)$$

ب- تابع چې $f_3(x)$ و $f_2(x)$ ته ولاړګوډیزه یا قایمالزاویه ځغلي:

$$f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

پ-د پارابول ککرۍ ټکي کواوردیناتونه:

$$S\left(\frac{7}{2} \middle| -6\right)$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{9}{2}$;

پیلکرښه: $g(x) = a_1 x$

$$A(1|6): g(1) = a_1 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_1 = 6 \Rightarrow g(x) = 6x$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$

$$\Rightarrow x_1 = 1;\ g(1) = 6 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1|6)}}$$

$$x_2 = -3;\ g(-3) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(-3|18)}}$$

غبرګ و $g(x)$ ته: $g^*(x) = 6x+a0$

$$f(x) = g^*(x) \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{3}a_0 = 0$$

$$p = 2;\ q = \frac{2}{3}a_0 - 3 \Rightarrow D = 4 - \frac{2}{3}a_0$$

د مماس لپاره شرطونه: $D=0 \Leftrightarrow 4-(2/3)a0 = 0 \Leftrightarrow a0=6$

$\Rightarrow g^*(x)=6x+6$

د $D=0$ له امله مماسټکی دی:

$$x_{1/2} = -1;\ g^*(-1) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(-1|0)}}$$

د $D > 0$ لپاره لمسټکی نه شته.

$$4 - \frac{2}{3}a_0 < 0 \Leftrightarrow a_0 > 6$$

ټولې غبرګې و $g(x)$ ته د $g^*(x)=6x+a0$ سره

د $a>0$ سره د $f(x)$ سره لمسټکی نه لري.پنځم نتیجې:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – ټکي او .

$P_2\left(2 \,\middle|\, \frac{35}{9}\right)$ $P_3\left(-3 \,\middle|\, -\frac{40}{9}\right)$

ب-د پارابول تابع:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}x^2 + \frac{20}{9}x - \frac{25}{9}$$

پ- د ککرۍ ټکی:

$$f_2(x) = \frac{5}{9}(x+2)^2 - 5$$

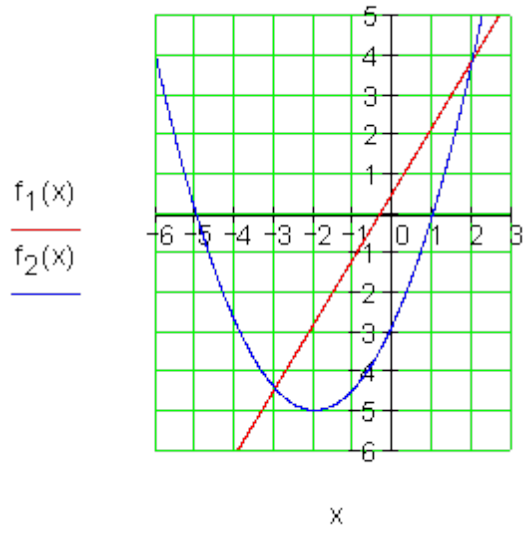
ت- ککرۍ ټکی:

$$S(-2|-5)$$

محور غوڅتکي:

$P_{x_1}(-5|0)$ $P_{x_2}(1|0)$

$$P_y = P_1\left(0 \,\middle|\, -\frac{25}{9}\right)$$



شپږم:

د ارزښت جدول څخه لوستل کیږي:

$f_1(x)$ دپارابول تابعمساوات دی.

$f_2(x)$ د کرښې تابع مساوات دی.

پارابول او کرښه په S_1 (-2 | 9) او S_2 (2 | 4) کې سره غوڅوي.

پارابول کښته لور ت واز دی.

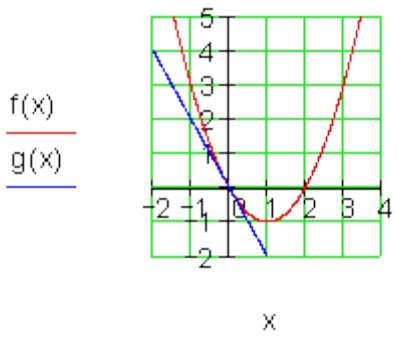
پارابول په انتروال $I = \{ x \mid -2 < x < 4 \}_R$ کې د کرښې پورته لور ته ځغلي.

پوښتنې

پارابول او کرښهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

کرښه g(x) د مساوات $g(x) = -2x$ سره پارابول f(x) په سرچینه کې لمسوي. د a_1 د کومو ارزښتونو لپاره سرجینه پیزه کرښه د مساوات $g(x) = a_1x$ سره د f(x) سره دوه همداسې یو ګډ ټکی لري؟	

دویم: د دواړو پارابولونو د غوڅتکو کواوردیناتونه وټاکی.

الف- $f(x) = x^2 + 3x; \quad g(x) = 0,5x^2$

ب - $f(x) = 2x^2 - 4x + 8; \quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

پ - $f(x) = 0,5x^2 - 2x - 1; \quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

ت - $f(x) = -x^2 + 3x - 1,5; \quad g(x) = -x^2 - x + 2,5$

دریم: دوه پارابولونونه د توابعو $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 او P_2 کې سره غوڅوي.

$$f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5}; \; f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$$

وشمیرې:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ-یامحور ارزښتونه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – د ترونکرښې [P_1 P_2] تابع. پ – د دواړو پارابولونو صفرځایونه.

ت – د پارابولونو غوڅتکي د y محور سره.

ټ – د پارابول$f_1(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ث – د پارابول$f_2(x)$ ککرۍ بڼه او ککرۍ ټکی.

ج – په یوه پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم د درې توابعو ګرافونه رسم کړی.

څلورم: د f(x) او g(x) د ګډو ټکو پرواته ولاړ ارزښتونه یا کواوردیناتونه وشمیری.

$$f(x) = -0,5x^2 + 2;\ x \in \mathbb{R}$$

الف- $g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ ب - $g(x) = -x(x-2)$

پ - $g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ ت - $g(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 3x + 2)$

پنځم:

دوه پارابولونه د تابع $f_1(x)$ او $f_2(x)$ سره په ټکو P_1 اوP_2 کې سره غوڅوي. دا وشمیری؛	$f_1(x) = (x+1)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$

الف- غوڅتکي P_1 او P_2 .

ب – د غوڅکرښې [P_1 P_2] تابعمساوات د$y = f_3(x)$ سره.

پ – ککرۍ ټکي S_1 او S_2 .

ت – په یوه پروت ولاړسیستم یا کوبوردیناتسیستم کې د تابع ګراف وکاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

پارابول او کرښه III

نتیجې او ځنې مفصل

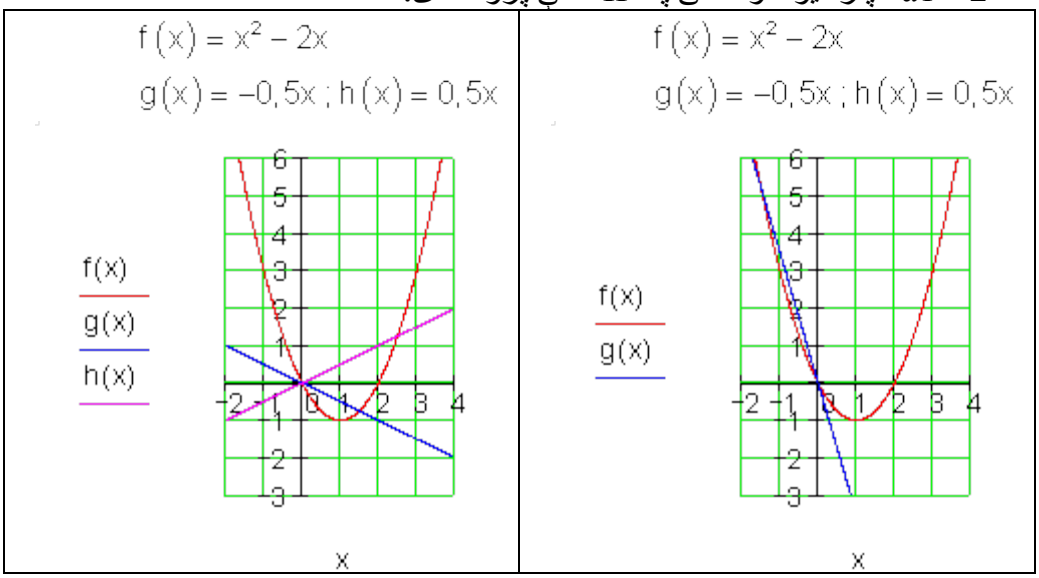
لومړی- مفصل ځواب:

له ګراف څخه لوستل کیږي: a1=-2 یو مماستکی P(0|0) .

د |a|=-2لپاره دوه غوڅتکي، یو له دوی تل S1(0|0) دی.

د a1>-2 لپاره یو غوڅتکی په J یا IV کې پروت دی:

د a1<-2 لپاره یو غوڅتکی په II کې پروت دی:



دویم: مفصل ځواب:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0,5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0,5x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \qquad x_1 = 0 \quad \Rightarrow g(0) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0|0)}}$$

$$(0,5x+3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6|18)}}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3|14)}} \text{ Berührungspunkt}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لمس ټکی

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}=0\Rightarrow p=\frac{8}{3};q=\frac{4}{3}\Rightarrow D=\frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}\Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{9}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3}\,\middle|\,\frac{5}{9}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{4}{3}-\frac{2}{3}=-2\ \Rightarrow g(-2)=5\ \ \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|5)}}$$

کرښیزمساوات له دې لاس ته راځي فقط یو غوڅتکی

$$4x-4=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow f(1)=0,5\Rightarrow \underline{\underline{S(1|0,5)}}$$

دریم: مفصل ځواب:

الف- د ټکو P_1 او P_2 کواوردیناتونه یا پروتولاړ ارزښتونه:

$$P_1(-6|2);P_2(-1|-2)$$

ب- د تړونکرښو[P_1 P_2] تابع:

$$f(x)=-\frac{4}{5}x-\frac{14}{5}$$

پ- د دواړو پارابولونو صفرځایونه:

$$P_{x_1}(-6,75|0);P_{x_2}(-1,58|0);P_{x_3}(-5,6|0);P_{x_4}(-0,5|0)$$

ت - د پارابولونو غوڅتکی د y محور سره:

$$P_{y_1}\left(0\,\middle|\,-\frac{32}{5}\right);P_{y_2}\left(0\,\middle|\,\frac{14}{5}\right)$$

ټ- د پارابول $f_1(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

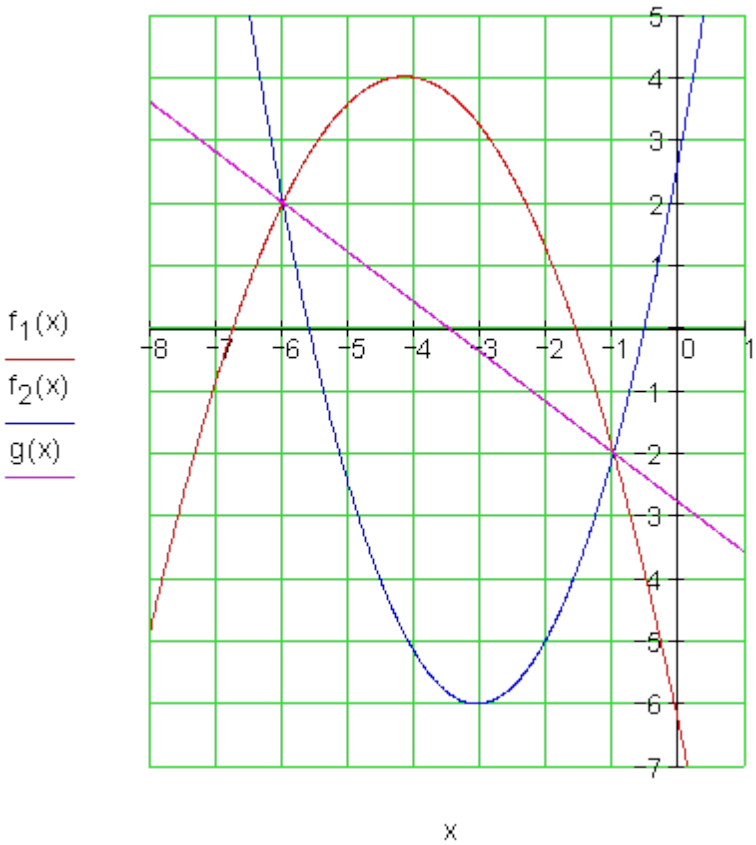
$$f_1(x)=-\frac{3}{5}\left(x+\frac{25}{6}\right)^2+\frac{241}{60}\Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6}\,\middle|\,\frac{241}{60}\right)$$

ث- د پارابول $f_2(x)$ ککری بڼه او ککری ټکی:

$$f_2(x)=\frac{14}{15}\left(x+\frac{43}{14}\right)^2-\frac{1261}{210}\Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14}\,\middle|\,-\frac{1261}{210}\right)$$

ج- د پارابول ګراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library



څلورم: مفصل ځواب:

الف –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(1|\,1,5)}}$$ لمسټکی

ب – لمسټکی

پ –

$$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R} \qquad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

$$f(x)=-0,5x^2+2\,;\ x\in\mathbb{R}\qquad g(x)=\frac{1}{4}\left(x^2-3x+2\right)$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow p=-1;\ q=-2\Rightarrow D=\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2\qquad \Rightarrow f(2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2|\,0)}}$$

$$x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1\qquad \Rightarrow f(-1)=1,5\Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1|\,1,5)}}$$

ت -

پنځم: مفصل ځواب:

الف – غوڅتکي P_1 او P_2 . $P_1(1|8)\quad P_2(-5|8)$

ب – د $y=f_3(x)$ سره د غوڅکرښې $[P_1P_2]$ تابع مساوات $f_3(x)=8$

پ - ککری ټکي S_1 او S_2 .

$$f(x)=-0,5x^2+2\,;\ x\in\mathbb{R}\qquad g(x)=-\frac{1}{9}(x-1)^2+1$$

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow x^2+\frac{4}{7}x-\frac{20}{7}=0$$

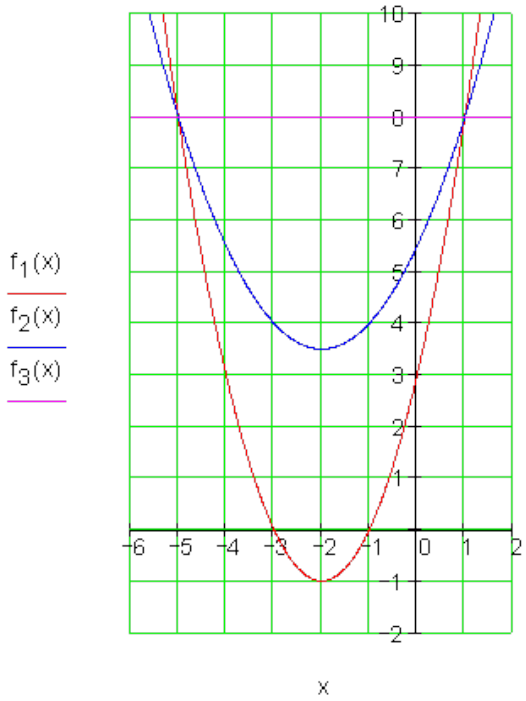
$$\Rightarrow p=\frac{4}{7};\ q=-\frac{20}{7}\Rightarrow D=\frac{144}{49}$$

$$\Rightarrow x_1=-\frac{2}{7}+\frac{12}{7}=\frac{10}{7}\qquad \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right)=\frac{48}{49}\Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,|\,\frac{48}{49}\right)}}$$

$$x_2=-\frac{2}{7}-\frac{12}{7}=-\frac{14}{7}=-2\Rightarrow f(-2)=0\quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2|\,0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.9 د پارابل او پارابل غوڅتکي(د تقاطع ټکي)

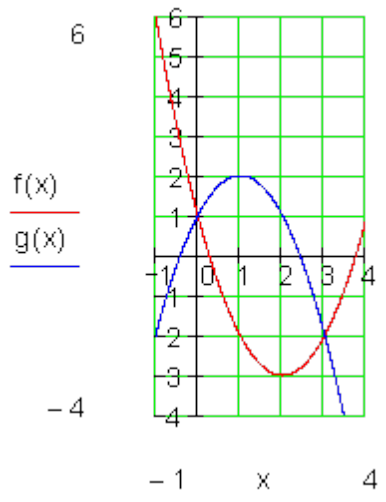
تمرینیزه بیلګه:

د دوه پارابولونو د تابع مساوات ورکړ شوي دي، چې د هغو غڅتکي غواړو پیدا کړو.

$$f(x) = x^2 - 4x + 1 \text{ bzw. } f(x) = (x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$$
$$g(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ bzw. } g(x) = -(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$$

که د توابعو غوڅتکي غواړو پیدا کړو، نو د توابعو مساوات مساوي ږدو. دا د کرښې او پارابول لپاره هم همداسې وو. دا تګلار د پارابولونو لپاره هم کارول کیږي.

$$f(x) = g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 1 + x^2 - 2x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0 \,|:2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$
$$(x-3) = 0 \Rightarrow x_2 = 3$$
$$f(x_1) = f(0) = 1$$
$$f(x_2) = f(3) = -2$$
$$\Rightarrow P_1(0|1); P_2(3|-2)$$



د کار قرارداد

د لاندې پارابولونو غوڅتکي وټاکئ او پاربولونه رسم کړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یادونه: bzw پ لاندې کې د همداسې په معنا دی

a) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 3$ bzw. $f(x) = \frac{3}{2}(x-2)^2 - 3 \Rightarrow S(2|-3)$

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ bzw. $g(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2 \Rightarrow S(2|-2)$

b) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

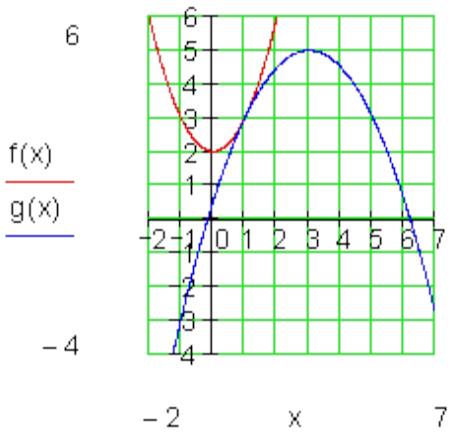
$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$ bzw. $g(x) = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 5 \Rightarrow S(-3|5)$

c) $f(x) = x^2 + 2 \Rightarrow S(0|2)$

$g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$ bzw. $g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2 \Rightarrow S(1|2)$

d) $f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow S(0|1)$

$g(x) = x^2 + 2x - 1$ bzw. $g(x) = (x+1)^2 - 2 \Rightarrow S(-1|-2)$



فقط یو لمسټکی شتون لري، ځکه چې $D = 0$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{1}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0 \mid \cdot \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$

$\Rightarrow p = -2;\ q = 1$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-1)^2 - 1 = 0$

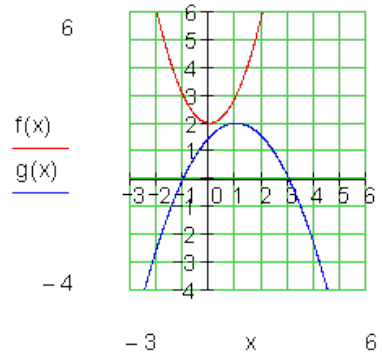
$\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = 1$

$f(1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{P(1|3)}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

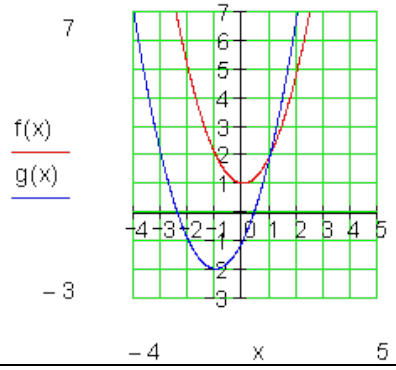
$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = 0 \,|\cdot \frac{2}{3}$$
$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow p = -\frac{2}{3};\ q = \frac{1}{3}$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} - \frac{1}{3} < 0$$

له دې لاس ته راځي، چې حل نه شته.



غوڅتکی شتون نه لري، ځکه چې $D < 0$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow -2x + 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$
$$\Rightarrow f(x) = f(1) = 1 + 1 = 2$$
$$\Rightarrow \underline{\underline{P(1|2)}}$$



که د $f(x)$ او $g(x)$ برابر ایښوونه مو یو کرښیز مساوات ته بوزي، نو دواړه پارابولونه یو غوڅتکی لري.
د تمرین بیلګې څخه پیژندل کیږي، چې د غوڅتکو تعداد(ګڼون) ، چې دوه پارابولونه یې یو له بل سره لري د دیسکریمینانتي په واک کې دي.

$D > 0: \Rightarrow$ Di	پارابولونه په دوه ټکو کې غوڅوي
$D = 0: \Rightarrow$ Di	پارابولونه په یوه ټکي کې سره لمسوي.
$D < 0: \Rightarrow$ Di	پاربولونه ګډ ټکی نه لري
$f(x) - g(x) \Rightarrow$ I	کرښیزمساوات له دې لاس ته راځي پاربولونه یو غوڅتکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.10-د ورکړ شوو شرایطو له مخې د توابع مساواتو ترتیبونه

له مخه د درې ټکو ورکونه (درې ټکي ورکړل شوي دي).

درې مختلف ټکي، چې ټول په یوه پارابول پراته دي ورکړل شوي.

له دې څخه دې د پارابول تابع مساوات و ټاکل شي.

ورکړل شوي ټکي :

$P_1(1|2); P_2(5|4); P_3(3|-1)$ تولیز تابع مساوات $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

د تابع مساواتو ټاکلو لپاره باید د تولیزو ضریبونو a_2, a_1 او a_0 لپاره اړونده عددي کمپوننتونه (برخې) وټاکل شي. دا چې درېواړه ټکي P_1, P_2 او P_3 د ټاکونکي پارابول ټکي دي، کیدی شي د تولیز مساواتسیستم په پروتولاړ- یا کواوردینات سیستم کې د x او y ځایونو کې د دې ټکو د درېواره ایښوونو له لارې دې مساوات سیستمونه له درې ناټاکلو سره جوړ شي ، چې له هغو ضریبونه a_0, a_1 او a_2 ټاکل کیدی شي

د مساوات سیستم ایښوونه:

$P(x\|y)$	$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$	$= y$
$P_1(1\|2)$	$f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0$	$= 2$
$P_2(5\|4)$	$f(5) = 25a_2 + 5a_1 + 1a_0$	$= -4$
$P_3(3\|-1)$	$f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0$	$= -1$

دا د درې کرښیز مساواتو څخه جوړ مساوات سیستم دی د درې ناپیژندونکو سره.

د جمعي قانون له مخې حل پیداکیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمعي تلنلار :

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ 25a_2 + 5a_1 + a_0 &= 4 \mid II - 25 \cdot I \\ 9a_2 + 3a_1 + a_0 &= -1 \mid III - 9 \cdot I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -20a_1 - 24a_0 &= -46 \mid II - 3 \cdot III \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_1 + a_0 &= 2 \\ -2a_1 &= 11 \\ -6a_1 - 8a_0 &= -19 \end{aligned}$$

$$-2a_1 = 11 \Rightarrow a_1 = -\frac{11}{2}$$

$$-6a_1 - 8a_0 = -19 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{11}{2}\right) - 8a_0 = -19$$

$$\Leftrightarrow 33 - 8a_0 = -19 \mid -33$$

$$\Leftrightarrow -8a_0 = -52 \mid : (-8) \Leftrightarrow a_0 = \frac{-52}{-8} = \frac{13}{2}$$

$$a_2 + a_1 + a_0 = 2 \Leftrightarrow a_2 - \frac{11}{2} + \frac{13}{2} = 2$$

$$\Leftrightarrow a_2 = 2 - 1 = 1$$

له دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}$

ټکي ازمايښت:

$$P_1(1|2): \quad f(1) = 1^2 - \frac{11}{2} \cdot 1 + \frac{13}{2} = 1 + \frac{2}{2} = 1 + 1 = 2 \ (w)$$

$$P_2(5|4): \quad f(5) = 5^2 - \frac{11}{2} \cdot 5 + \frac{13}{2} = 25 - \frac{55}{2} + \frac{13}{2} = 25 - \frac{42}{2} = 25 - 21 = 4 \ (w)$$

$$P_3(3|-1): \quad f(3) = 3^2 - \frac{11}{2} \cdot 3 + \frac{13}{2} = 9 - \frac{33}{2} + \frac{13}{2} = 9 - \frac{20}{2} = 9 - 10 = -1 \ (w)$$

د جمعي سيستم کيدی شي . دا مو د ګاوس الګوريتم ته لاربنودوي.

د ګاوس الګوريتم له لارې فقط له ضريبونو سره شميرل کيږي.

د ګاوس الګوريتم؛

(c) ketabton.com: The Digital Library

د گاوس الگوریتم سره د لیکو له لاري کار کیږي.

لیکي کړی شو:

- بدلي کړو

- د یوه عددد سره ضرب کړو.

-د یوه عدد سره و وېشو.

- سره جمعه کړو.

- سره منفي کړو.

که درځونه (ولاړي لیکي) بدلي شي، نو باید ضریبونه هم ورسره واخستل شي.

دا موخه دي د یوه مثلث په بڼه راوړل شي.

$$\begin{array}{ccc|c} x & x & x & x \\ 0 & x & x & x \\ 0 & 0 & x & x \end{array}$$

د په ځای ایښوونې له لاري حل:

a_0	a_1	a_2		
1	1	1	2	
1	5	25	4	$\|\| - \|$
1	3	9	-1	$\|\|\| - \|$
1	1	1	2	
0	4	24	2	$: 2$
0	2	8	-3	
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	2	8	-3	$\|\|\| - \|\|$
1	1	1	2	
0	2	12	1	
0	0	-4	-4	

$$-4a_2 = -4 \,|\, (-4) \Leftrightarrow \underline{a_2 = 1}$$

$$2a_1 + 12a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 + 12 \cdot 1 = 1 \,|\, -12$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -11 \,|\, : 2$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_1 = -\frac{11}{2}}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{11}{2} + 1 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} \,|\, + \frac{9}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underline{a_0 = \frac{13}{2}}$$

تابع مساوات: $\underline{\underline{f(x) = x^2 - \frac{11}{2}x + \frac{13}{2}}}$:ا

دتابع گراف:

(c) ketabton.com: The Digital Library

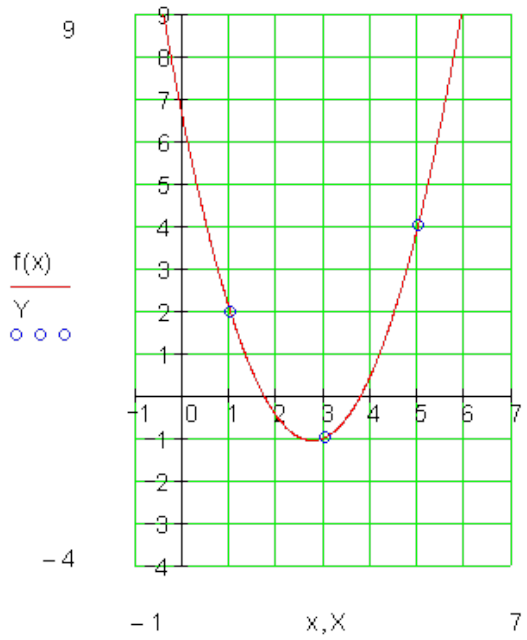
د دې لپاره چې د یوې مربع تابع د تابع مساوات لاس ته راوړل شو درې ټکي اړیین دي.

په یاد رلوړو:

د کرښیزې تابع (کرښې) لپاره درې ټکي وو.

د دې لپاره چې د یوه پارابول ګراف پاک و کښلی شو، له دې درې ټکو سربېره ککرټکی او د محور غوڅټکي اړیین دي.

که په ککرټکي عمود یا ولاړې ته سیمتری هم په پام کې ونیسو ، نو په زیاتو حالتونو کې نورو ټکو ته اړتیا نه لرو.



په پارابول کې ځانګړې حالتونه

په ځنو حالتونو کې کېدی شي تابعمساوات د د لږو ورکړو سره وټکلی شو.

بیلګه:

یو پارابول د y محور ته محور سیومتریک دی چې له ټکو $P_1(-1|-2)$ او $P_2(2|7)$ تېرېږي.

تابعمساوات $f(x)$ وټاکی او ګرافونه و کاږی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ککرۍ تکي بڼه لیکو :

$$f(x) = a_2 (x - x_s)^2 + y_s$$

د محور سیومتري له امله x0=0 دی او ys=a0

$$\Rightarrow f(x) = a_2 x^2 + a_0$$

مساوات سیستم:

$$P_1(-1|-2): \quad f(-1) = 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = -2$$

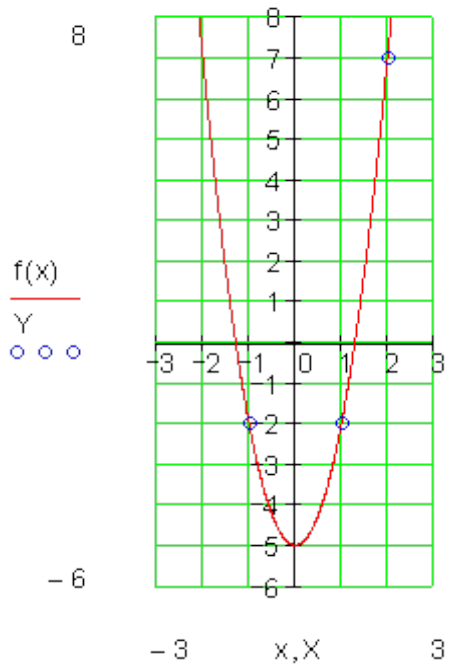
$$P_2(2|7): \quad f(2) = 4 \cdot a_2 + 1 \cdot a_0 = 7$$

a_0	a_2		
1	1	-2	
1	4	7	||-|
1	1	-2	
0	3	9	

$$3a_2 = 9 \Rightarrow \underline{a_2 = 3}$$

$$a_0 + 3 = -2 \Rightarrow \underline{a_0 = -5}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 3x^2 - 5}}$$



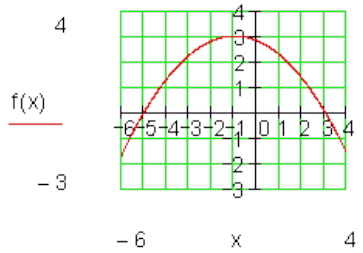
بیلګه: د یوه پارابول صفرتکي $P_{x1}(3|0)$ او $P_{x2}(-5|0)$ دي. د هغه خورا لوي تابع ارزښت 3 دی.

د تابع مساوات f(x) وټاکی او ګ رافونه رسم کړی.

په کرښیزضریبونو کي ایښوونه: x1=3;x2=-5

$$f(x) = a_2 (x - x_1)(x - x_2) = a_2 (x - 3)(x + 5)$$

د تابع خورا لوی ار ښت په ککرتکي S(xs;3) پروت دی



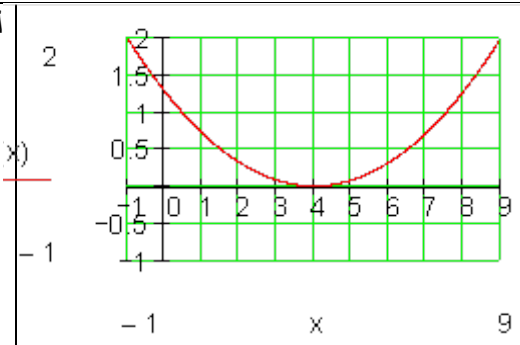
(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{3 + (-5)}{2} = -1$ $f(x_s) = 3 \Leftrightarrow f(-1) = a_2(-1-3)(-1+5) = a_2(-16) = 3$ $\Rightarrow a_2 = -\frac{3}{16} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{16}(x-3)(x+5)$ $= -\frac{3}{16}(x^2 + 2x - 15) = -\frac{3}{16}x^2 - \frac{3}{8}x + \frac{45}{16}$	د ورکړي له مخې، چې د تابع خورا لوی ارزښت ۳ دی، کېدی شي پای کړو، چې پارابول کښته لو رته واز دی. څه چې شمېرنه هم تصدیقوي.

بیلګه:

د دویمې درجې د ټول راشنل تابع ګراف د xمحور په x=4 ځای کې لمسوي او له ټکي P(-1;2) تېرېږي.

د تابع ترم وټاکی او ګراف یې رسم کړی.

لمسټکی = ککرۍ ټکی S(4;0) $= a_2(x - x_s) + y_s = a_2(x-4)^2$ $-1 \mid 2): \quad f(-1) = a_2(-1-4)^2 = 2$ $a_2(-5)^2 = 25a_2 = 2 \Rightarrow a_2 = \frac{2}{25}$ $= \frac{2}{25}(x-4)^2 = \frac{2}{25}(x^2 - 8x + 16)$ $= \frac{2}{25}x^2 - \frac{16}{25}x + \frac{32}{25}$	

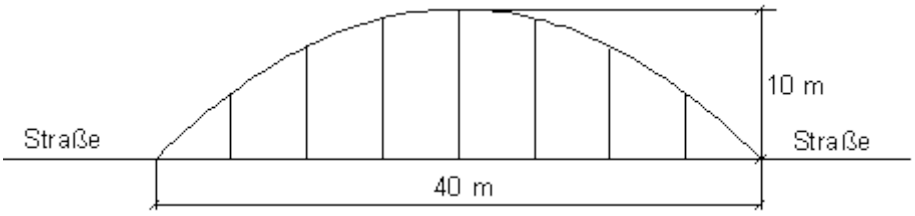
د استعمال بیلګه:

د یوه پله پارابول شکله لینده(قوس) ورکړ شوی دی د 40 m غزوني اوږدوالي او یوه خورا (ماکسیمال) جګوالي 10 m سره.

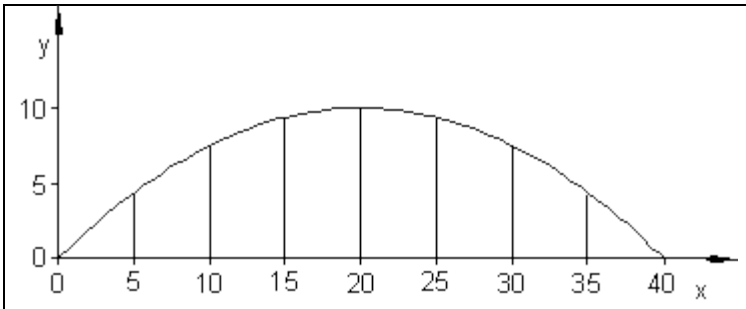
(c) ketabton.com: The Digital Library

د7 عمود یا ولاړ ایښول شوو برابرو اوږدو غزون ستنو یا غزونمټو واټن وشمیرئ.

په لاندې المانی=کوڅه یا سرک



مودل کونه یا د مودل ورکونه:

که کواوردینات سیستمم داسې وټاکل شي، نو لاندې ټکي څرګند دي. صفرځایونه $P_{x1}(0\mid 0)\,;\,P_{x2}(40\mid 0)$ ککرئ: $S(20;10)$	

ښوونه: ککرئ ټکي ښه: $f(x) = a_2(x-20)^2 + 10$

$$P_{x1}(0\mid 0) : f(0) = a_2(-20)^2 + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 400a_2 = -10 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{400} = -\frac{1}{40}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{40}(x-20)^2 + 10 = -\frac{1}{40}x^2 + x$$

دx ارزښتونو له لارې د کچوني اوږدوالی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(5) = -\frac{1}{40}\cdot 25 + 5 = -\frac{5}{8} + \frac{40}{8} = \frac{35}{8} = \underline{\underline{4,375}}$$

$$f(10) = -\frac{1}{40}\cdot 100 + 10 = -\frac{5}{2} + \frac{20}{2} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7,5}}$$

$$f(15) = -\frac{1}{40}\cdot 225 + 15 = -\frac{45}{8} + \frac{120}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9,375}}$$

د ککرۍ کواوردینات له امله: $f(x) = 10$

د سیومتری دلایلو له امله: $f(25) = f(15) = 9,375$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(30) = f(10) = 7,5$

د سیومتری دلایلو له امله : $f(35) = 4,375$

پوښتنې

پا ربول چې له در ې ټکو تیریږي**I**

لومړی – د پارابول د $f(x)$ تابع مساوات وټاکی،که لاندې معلوم وي. .

الف – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(2|-1); P_2(-1|0,5); P_3(4|3)$ تیریږي.

ب – د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1\left(-2\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right); P_2\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,0\right); P_3\left(1\,\middle|\,\frac{7}{4}\right)$ تیریږي.

پ –د $f(x)$ ګراف له ټکو $P_1(1|0,5)$ او $P_2(-2|-5,5)$. دy محور سره سیمتریک ځغلي

ت – د $f(x)$ ګراف دx محور په x1=-3 کې لمسوي او له ټکي P(-5;-7) تېرېږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټ – د f(x) ګراف دx محور په x1 = 2 او x2 = -1 کې غوځوي او له P(1;-2) ټکي څخه تيريږي.

ث – يو راکښلی نورمال پارابول د x محورم په x = -2 کې لمسوي.

دويم – دري غوڅې شوې کرښې د يوه درېګوډي(مثلث) اړخونه (ضلعې) جوړوي.

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

وشمېرئ:

الف – د پارابول تابع د دې مثلث له ګوډونو(کونجونو) تېرېږي.

ب – ټول ګرافونه په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې و کاږئ.

دريم – د تابع مساوات وشمېرئ، محوررغوڅتکي، ککرتکي او اود ککرتکوبنه. ګراف يې په يوه مناسب کواوردينات سيستم کې وکاږئ.

الف ـ $P_1(-2|2); P_2(1|-7); P_3(3|-3)$ ب ـ $P_1(-1|-2); P_2(1|0); P_3(2|4)$

پ ـ $P_1(-3|10); P_2(1|-2); P_3(3|4)$ ت ـ $P_1(-2|4); P_2(1|4); P_3(3|-6)$

ټ ـ $P_1(-1|0); P_2(1|6); P_3(3|4)$ ث ـ $P_1(-4|-2); P_2(-2|-4); P_3(2|4)$

څلورم – د تابع مساوات وشميرئ، د محورغوڅتکي، د ککرتکيبنه وشميرئ. په يوه مناسب کواوردیناتسيستم کې يې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P_1(-4\,|\,2); P_2\left(1\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right); P_3(2\,|\,-4)$

ب ـ $P_1(-4|-1); P_2(-2|-4); P_3(2|8)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ ـ $P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{5}{4}\right); P_2\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right); P_3\left(3 \,\middle|\, \frac{41}{4}\right)$

ت ـ $P_1(-2 \mid 2); P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_3\left(1 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right)$

ټ ـ $P_1\left(-1 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right); P_2(2 \mid 2); P_3\left(3 \,\middle|\, -\frac{1}{2}\right)$

ث ـ $P_1(-2 \mid -1); P_2\left(-1 \,\middle|\, -\frac{7}{3}\right); P_3(1 \mid -3)$

پنځم – د تابع مساوات وشمېرئ، د محور غوڅتکي، د ککرئتکي بڼه وشمیرئ. په یوه متاسب کواوردیناتسیستم کې یې ګراف وکاږئ.

الف ـ $P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{1}{2}\right); P_2(1 \mid 4); P_3\left(2 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

ب ـ $P_1\left(-\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{19}{4}\right); P_2(1 \mid 1); P_3\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, -\frac{5}{4}\right)$

پ ـ $P_1(-1 \mid 2); P_2\left(\frac{3}{2} \,\middle|\, \frac{13}{4}\right); P_3(2 \mid 2)$

ت ـ $P_1(-3 \mid 2); P_2(1 \mid -3); P_3(3 \mid 4)$

ټ ـ $P_1(-2 \mid -2); P_2(-1 \mid 2); P_3(3 \mid 1)$

ث ـ $P_1(-1 \mid 3); P_2(1 \mid 1); P_3(3 \mid 4)$

ځوابونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي **I**

نتيجې او مفصل ځوابونه

نتيجې:

لومړی-

الف - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x-1$ ب - $f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}$

پ - $f(x)=-2x^2+\frac{5}{2}$ ت - $f(x)=-\frac{7}{2}(x+3)^2$

ټ - $f(x)=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$ ث - $f(x)=(x+2)^2=x^2+4x+4$

دويم

الف -

د درې کرښو غوڅتکی: $P_1\left(-3\,\middle|\,-\frac{15}{4}\right)$ $P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{9}{4}\right)$ $P_3\left(-5\,\middle|\,-\frac{7}{4}\right)$

له درې ټکو تير پارابول تابع مساوات: $f(x)=x^2+7x+\frac{33}{4}$

محورغوڅتکي: $P_y\left(0\,\middle|\,\frac{33}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{11}{2}\,\middle|\,0\right);\ P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)$

د پارابول ککرتکی: $S\left(-\frac{7}{2}\,\middle|\,-4\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب – مفصل حل وکوری.

دریم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = x^2 - 2x - 6$

محور غوڅتکي: $P_y(0 \mid -6); P_{x1}\left(1+\sqrt{7} \approx 3,65 \mid 0\right); P_{x2}\left(1-\sqrt{7} \approx -1,65 \mid 0\right)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{sp}(1 \mid -7); f(x) = (x-1)^2 - 7$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب –

تابع مساوات: $f(x) = x^2 + x - 2$

محور غوڅتکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-2 \mid 0)$

ککرئ ټکی\ ککرئ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{9}{4}\right); f(x) = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ –تابع مساوات: $f(x) = x^2 - x - 2$

محور غوڅتکي: $P_y(0 \mid -2); P_{x1}(2 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍتکی\ ککرۍتکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right);\ f(x)=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت –

تابع مساوات: $f(x)=-x^2-x+6$

محور غوڅتکي: $P_y(0\mid 6);\ P_{x1}(2\mid 0);\ P_{x2}(-3\mid 0)$

ککرۍ تکی\ ککرۍ تکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ټ -

تابع مساوات: $f(x)=-x^2+3x+4$

محور غوڅتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}(4\mid 0);\ P_{x2}(-1\mid 0)$

ککرۍ تکی\ ککرۍ تکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{25}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوڅتکي:

$$P_y(0\mid -2);\ P_{x1}\left(-2+2\cdot\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\cdot\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-2\mid -4);\ f(x)=\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

څلورم-

الف -

تابع مساوات: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-2x+2$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0\mid 2);\ P_{x1}\left(-2+2\sqrt{2}\approx 0,83\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-2-2\sqrt{2}\approx -4,83\mid 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-2\mid 4);\ f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ب – تابع مساوات: $f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0\mid -1);\ P_{x1}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx 0,31\,\middle|\,0\right);\ P_{x2}\left(-2+\frac{4}{3}\sqrt{3}\approx -4,31\,\middle|\,0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-2 \mid 4);\ f(x) = \frac{3}{2}(x+2)^2 - 4$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

پ – تابع مساوات: $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$

محور غوڅتکي:

$$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{1}{4}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{8}+\frac{1}{8}\sqrt{105} \approx 0,16 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{8}-\frac{1}{8}\sqrt{105} \approx -2,41 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, -\frac{35}{32}\right);\ f(x) = \frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{8}\right)^2 - \frac{35}{32}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ت – تابع مساوات: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$

محور غوڅتکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\ f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ټ -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوڅتکي: $P_y(0 \mid 2);\ P_{x1}\left(1+\sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(1-\sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(1 \,\middle|\, \frac{17}{6}\right);\ f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ث - تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$

محور غوڅتکي:

$P_y(0 \mid -3);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx 3{,}54 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{37} \approx -2{,}54 \,\middle|\, 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right);\ f(x) = \frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

پنځم-

الف -

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}$

محور غوڅتکي:

$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{20}{3}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx 1{,}68 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\sqrt{7441} \approx -2{,}07 \,\middle|\, 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\,\middle|\,\frac{7441}{1104}\right);\ f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ب – تابع مساوات: $f(x)=-x^2-2x+4$

محور غوڅتکي: $P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(-1+\sqrt{5}\approx 1{,}24\mid 0\right);\ P_{x2}\left(-1-\sqrt{5}\approx -3{,}24\mid 0\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}(-1\mid 5);\ f(x)=-(x+1)^2+5$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

پ – تابع مساوات: $f(x)=-x^2+x+4$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0\mid 4);\ P_{x1}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx 2{,}56\,\middle|\,0\right);\ P_{x2}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}\approx -1{,}56\,\middle|\,0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{sp}\left(\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{17}{4}\right);\ f(x)=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{17}{4}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورئ

ت – تابع مساوات: $f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$

محور غوڅتکي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_y\left(0 \,\middle|\, -\frac{33}{8}\right);\ P_{x1}\left(-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(-\frac{4}{19}-\frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(-\frac{4}{19} \,\middle|\, -\frac{1897}{456}\right);\ f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ټ - تابع مساوات: $f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x-\frac{43}{10}$

محور غوټکي:

$$P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{43}{10}\right);\ P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\sqrt{6689} \approx 3{,}26 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\sqrt{6689} \approx -1{,}55 \,\middle|\, 0\right)$$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{29}{34} \,\middle|\, \frac{6689}{1360}\right);\ f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

ث - تابع مساوات: $f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$

محور غوټکي: $P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{11}{8}\right)$

ککرۍ ټکی\ ککرۍ ټکي بڼه $P_{Sp}\left(\frac{4}{5} \,\middle|\, \frac{39}{40}\right);\ f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$

د تابع ګراف لپاره مفصل حل وګورۍ

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی-

الف - د یوه دویمې درجې ټولیز ټول راشنل-یا هوښیار تابع (پارابول) د تابع مساوات ټولیزه بڼه یا فورم : $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

که د درې ورکړ شوو ټکو کواوردینات په ټولیز تابع مساوات کې کیښول شی یا ځا په ځای شي، نو یو مساوات سیستم له درې مساواتو سره لاس ته راځي له درې متحولو ; a_2 او a_1 او a_0 او د لاندې سره.

$$P_1(2|-1): \quad f(2) = a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0 = -1 \Leftrightarrow \quad 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1|\frac{1}{2}\right): \quad f(-1) = a_2 \cdot (-1)^2 + a_1 \cdot (-1) + a_0 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_3(4|3): \quad f(4) = a_2 \cdot 4^2 + a_1 \cdot 4 + a_0 = 3 \Leftrightarrow \quad 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 3$$

:

د جمعي لارې او یا د ګاوس له لارې(طریقې) :

a_0	a_1	a_2		
1	2	4	−1	
1	−1	1	1/2	| · 2
1	4	16	3	
1	2	4	−1	
2	−2	2	1	II − 2·I
1	4	16	3	III − I
1	2	4	−1	
0	−6	−6	3	| : 3
0	2	12	4	
1	2	4	−1	
0	−2	−2	1	
0	2	12	4	III + II
1	2	4	−1	

د ضریبونو شمیرنه:

$$10a_2 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$-2a_1 - 2a_2 = 1 \Leftrightarrow -2a_1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 1 + 1 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

$$1a_0 + 2a_1 + 4a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0	−2	−2	1
	0	0	10	5

ب – د لاندې الماني پښتو: د ضريبونو شميرنه:

$$P_1\left(-2\,|\,-\frac{5}{4}\right):\quad f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(\frac{1}{2}\,|\,0\right):\quad f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}a_2+\frac{1}{2}a_1+1a_0=0$$

$$P_3\left(1\,|\,\frac{7}{4}\right):\quad f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=\frac{7}{4}$$

a_0	a_1	a_2		
1	−2	4	$-\frac{5}{4}$	$\mid\cdot 4$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0	$\mid\cdot 4$
1	1	1	$\frac{7}{4}$	$\mid\cdot 4$
4	−8	16	−5	
4	2	1	0	$\mid\mid-\mid$
4	4	4	7	$\mid\mid\mid-\mid$
4	−8	16	−5	
0	10	−15	5	$\mid:5$
0	12	−12	12	$\mid:6$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	2	−2	2	$\mid\mid\mid-\mid\mid$
4	−8	16	−5	
0	2	−3	1	
0	0	1	1	

Berechnung der Koeffizienten:

$\boxed{a_2=1}$

$2a_1-3a_2=1 \Leftrightarrow 2a_1-3=1$

$\Leftrightarrow 2a_1=1+3=4 \Leftrightarrow \boxed{a_1=2}$

$4a_0-8a_1+16a_2=-5$

$\Leftrightarrow 4a_0-16+16=-5$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0=-\frac{5}{4}}$

$$\underline{\underline{f(x)=x^2+2x-\frac{5}{4}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د محورسیومتري څخه لاس ته راځي: ککره په y محور پرته ده.
ت – د محور سره غوڅتکی = ککرئ ټکی.
د پاربول د ککرتکي بڼه (فورم): $f(x) = a_2(x+3)^2$:

$$P(-5|-7): \quad f(-5) = a_2(-5+3)^2 = 7 \Leftrightarrow a_2 = -\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}(x+3)^2$$

ټ –

$$P_{x1}(2|0); P(-1|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)(x+1)$$

$$P(1|-2): \quad f(1) = a_2(-1)(2) = -2 \Leftrightarrow a_2 = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)(x+1) = x^2 - x - 2$$

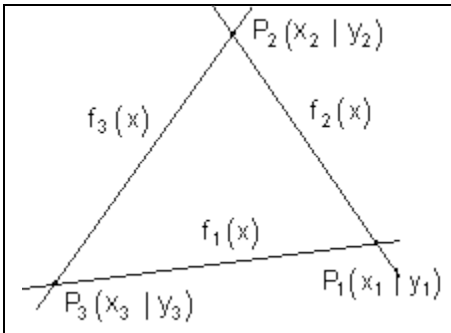
ث – لمسټکی = ککرئ ټکی

راکښل شوي نورمال بڼه: $I: \Rightarrow f(x) = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$

دویم –

الف – لاندې کرښې یو درېګودی یا مثلث جوړوي:

$$f_1(x) = -x - \frac{27}{4} \qquad f_2(x) = 3x + \frac{21}{4} \qquad f_3(x) = x + \frac{13}{4}$$

د درېګوډي د ګوډونو د شمیرنې لپاره د غوڅتکو تعریف P_1 : $f_1(x)$ غوڅشوی د $f_2(x)$ سره P_2: $f_2(x)$ غوڅشوی د $f_3(x)$ سره P_3 : $f_1(x)$ غوڅشوی د $f_3(x)$ سره	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(x_1 \mid y_1): f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = 3x + \frac{31}{4} \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow -4x - \frac{27}{4} = \frac{21}{4} \mid +\frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = \frac{48}{4} \mid :(-4)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{4} = -3 \Rightarrow x_1 = -3$$

$$y_1 = f_1(x_1) = f_1(-3) = -(-3) - \frac{27}{4} = 3 - \frac{27}{4} = \frac{12}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{15}{4} \Rightarrow P_1\left(-3 \,\middle|\, -\frac{15}{4}\right)$$

$$P_2(x_2 \mid y_2): f_2(x) = f_3(x) \Leftrightarrow 3x + \frac{21}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow 2x + \frac{21}{4} = \frac{13}{4} \mid -\frac{21}{4}$$

$$\Leftrightarrow 2x = -\frac{8}{4} \mid :2$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{4}{4} = -1 \Rightarrow x_2 = -1$$

$$y_2 = f_2(x_2) = f_2(-1) = 3\cdot(-1) + \frac{21}{4} = -3 + \frac{21}{4} = -\frac{12}{4} + \frac{21}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right)$$

$$P_3(x_3 \mid y_3): f_1(x) = f_3(x) \Leftrightarrow -x - \frac{27}{4} = x + \frac{13}{4} \mid -x$$

$$\Leftrightarrow -2x - \frac{27}{4} = \frac{13}{4} \mid +\frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow -2x = \frac{40}{4} \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{20}{4} = -5 \Rightarrow x_3 = -5$$

$$y_3 = f_1(x_3) = f_1(-5) = -(-5) - \frac{27}{4} = 5 - \frac{27}{4} = \frac{20}{4} - \frac{27}{4} = -\frac{7}{4} \Rightarrow P_3\left(-5 \,\middle|\, -\frac{7}{4}\right)$$

د پارابول د تابعمساوات شمیرنه، چې ګراف یې د درېګوډي له ګوډونو تیریږي

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایښونه: $f(x) = a_1x^2 + a_1x + a_0$

$$P_1\left(-3 \,\middle|\, -\frac{15}{4}\right) \quad \Rightarrow 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = -\frac{15}{4}$$

$$P_2\left(-1 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right) \quad \Rightarrow 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{4}$$

$$P_3\left(-5 \,\middle|\, -\frac{7}{4}\right) \quad \Rightarrow 25a_2 - 5a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{4}$$

د مساواتسیسم حل د گاوس- الگوریتم له لارې.

a_0	a_1	a_2		
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
1	−1	1	$\frac{9}{4}$	II − I
1	−5	25	$-\frac{7}{4}$	III − I
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	$\frac{24}{4}$	
0	−2	16	$\frac{8}{4}$	III + II
1	−3	9	$-\frac{15}{4}$	
0	2	−8	6	
0	0	8	8	

$$8a_2 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$

$$2a_1 - 8a_2 = 6$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 8 \cdot 1 = 6 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 14 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 7}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = -\frac{15}{4}$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot 7 + 9 \cdot 1 = -\frac{15}{4} \mid +12 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{33}{4}}$$

$$\Rightarrow f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4}$$

د دې لپاره چې پارابول رسم کړای شو، موخه ور دی چې محور غوختکي او ککرۍ ټکی وشمیرو.

د محور غوختکي شمیرنه:

$$f_4(x) = x^2 + 7x + \frac{33}{4} \Rightarrow f(0) = \frac{33}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \,\middle|\, \frac{33}{4}\right)$$

$$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + \frac{33}{4} = 0 \Rightarrow p = 7 \text{ und } q = \frac{33}{4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{4}-\frac{33}{4}=\frac{16}{4}=4\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{4}=2$$

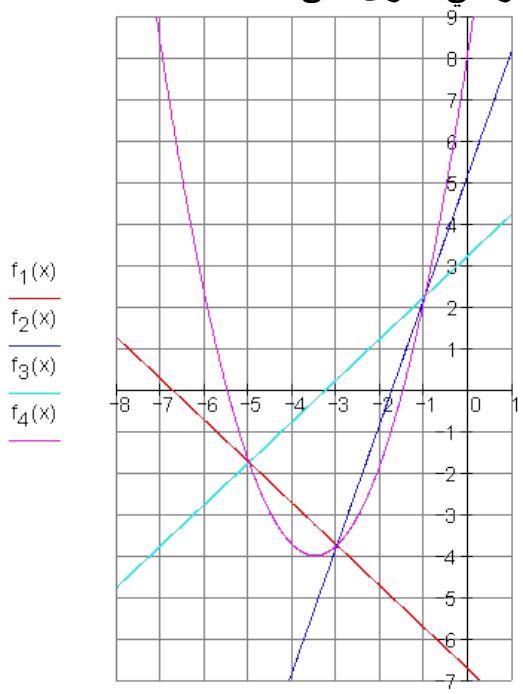
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l}x_1=-\frac{7}{2}+2=-\frac{3}{2}\\ x_2=-\frac{7}{2}-2=-\frac{11}{2}\end{array}\right.\Rightarrow P_{x1}\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,0\right)\text{ und }P_{x2}\left(-\frac{11}{2}\,\middle|\,0\right)$$

د ککرۍ ټکي شمیرنه د صفرځایونو له لارې

$$x_{Sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{3}{2}+\left(-\frac{11}{2}\right)}{2}=\frac{-\frac{3}{2}-\frac{11}{2}}{2}=\frac{-\frac{14}{2}}{2}=\frac{-7}{2}=-\frac{7}{2}$$

$$y_{Sp}=f_4\left(x_{Sp}\right)=f_4\left(-\frac{7}{2}\right)=\frac{49}{4}+7\cdot\left(-\frac{7}{2}\right)+\frac{33}{4}=\frac{49}{4}-\frac{98}{4}+\frac{33}{4}=-\frac{16}{4}=-4$$

له دې لاس ته راځي ککرۍ ټکی: $S\left(-\frac{7}{2}\,\middle|\,-4\right)$



ب – ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم – الف – د تابع مساوات شمیرنه:

$$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$
$$P_2(1\,|\,-7): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -7$$
$$P_2(3\,|\,-3): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -3$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	2
1	1	1	−7 | II − I
1	3	9	−3 | III − I
1	−2	4	2
0	3	−3	−9 | : 3
0	5	5	−5 | : (−5)
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	−1	−1	1 | III + II
1	−2	4	2
0	1	−1	−3
0	0	−2	−2

$$-2a_2 = -2\,|:(-2)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$$
$$a_1 - a_2 = -3 \Leftrightarrow a_1 - 1\cdot 1 = -3$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 1 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$$
$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot(-2) + 4\cdot 1 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 + 4 = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -6}$$
$$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x - 6}}$$
$$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = (-2)^2 - 2\cdot(-2) - 6 = 4 + 4 - 6 = 2$$
$$P_2(1\,|\,-7): f(1) = 1^2 - 2\cdot 1 - 6 = 1 - 2 - 6 = -7$$
$$P_3(3\,|\,-3): f(3) = 3^2 - 2\cdot 3 - 6 = 9 - 6 - 6 = -3$$

د محورغوځتکي شمیرنه:

$$f(x) = x^2 - 2x - 6 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-6)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 6 = 0 \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = -2;\, q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 6 = 7 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{7}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\Bigg|\; \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{7} \approx 3{,}65 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{7} \approx 3{,}65\,|\,0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{7} \approx -1{,}65 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{7} \approx -1{,}65\,|\,0\right)}} \end{array}$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم:

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

الف-

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:

$f(x) = x^2 - 2x - 6$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1+\sqrt{7}+1-\sqrt{7}}{2} = 1$

$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$

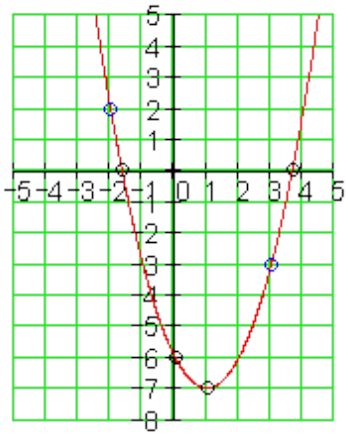
$= 1^2 - 2 \cdot 1 - 6 = -7$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}(1|-7)$

د ککرۍ ټکي بڼه:

$f(x) = (x-1)^2 - 7$

ګراف :



ب- د تابع مساوات شمېرنه:

$P_1(-1|-2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(1|0): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 0$

$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	−2
1	1	1	0 || −I
1	2	4	4 ||| −I
1	−1	1	−2
0	2	0	2
0	3	3	6

$2a_1 = 2 \,|:2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$3a_1 + 3a_2 = 6 \Leftrightarrow 3 \cdot 1 + 3a_2 = 6$

$\Leftrightarrow 3a_2 + 3 = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - a_1 + a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 1 + 1 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$f(x) = x^2 + x - 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|-2): f(-1) = (-1)^2 + 1\cdot(-1) - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$$

$$P_2(1|0): f(1) = 1^2 + 1\cdot 1 - 2 = 1 + 1 - 2 = 0$$

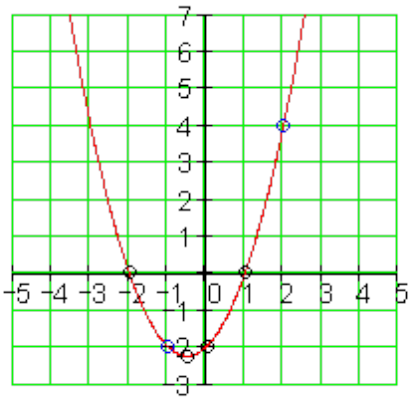
$$P_3(2|4): f(2) = 2^2 + 1\cdot 2 - 2 = 4 + 2 - 2 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه: $f(x) = x^2 + x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$ دا د مربع مساوات نورمال بڼه ده

$$p = 1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(1|0)}} \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2|0)}} \end{array} \right.$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکي بڼه:	ګراف
$f(x) = x^2 + x - 2$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$ $y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$ $= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$ ککرۍ ټکی: $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{1}{2}\middle\vert -\frac{9}{4}\right)}}$ ککرۍ ټکی بڼه : $f(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ- د تابع مساواتو شمېرنه

$P_1(-3|10): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -2$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	10
1	1	1	−2 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	10
0	4	−8	−12
0	6	0	−6

$6a_1 = -6 \,|:6$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 - 8a_2 = -12 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) - 8a_2 = -12$

$\Leftrightarrow -8a_2 - 4 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 1}$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 10 \Leftrightarrow a_0 - 3\cdot(-1) + 9\cdot 1 = 10$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 9 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$

$\underline{\underline{f(x) = x^2 - x - 2}}$

$P_1(-3|10): f(-3) = (-3)^2 - 1\cdot(-3) - 2 = 9 + 3 - 2 = 10$

$P_2(1|-2): f(1) = 1^2 - 1\cdot 1 - 2 = 1 - 1 - 2 = -2$

$P_3(3|4): f(2) = 3^2 - 1\cdot 3 - 2 = 9 - 3 - 2 = 4$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$f(x) = x^2 - x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-2)}}$

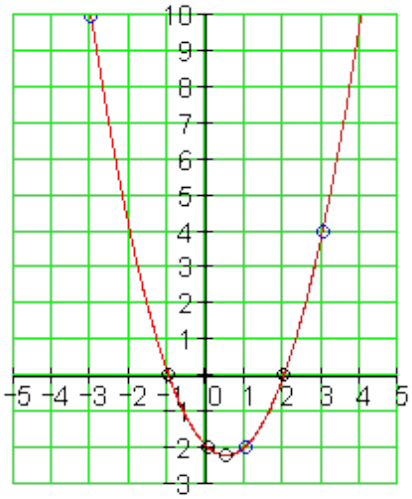
$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ Normalform der quadratischen Gleichung

$p = -1; q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}} \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-1|0)}} \end{array} \right.$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککری ټکی او د ککری ټکي بڼه:

$$f(x) = x^2 - x - 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{9}{4}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid -\frac{9}{4}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

ت- د تابع مساواتو شمیرنه:

$P_1(-2 \mid 4) : f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(1 \mid 4) : f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$

$P_2(3 \mid -6) : f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -6$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	4
1	1	1	4 | | −I
1	3	9	−6 | || −I
1	−2	4	4
0	3	−3	0 | : 3
0	5	5	−10 | : (−5)
1	−2	4	4

$-2a_2 = 2 \mid : (-2)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 - a_2 = 0 \Leftrightarrow a_1 - 1 \cdot (-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_1 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = 4 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot (-1) + 4 \cdot (-1) = 4$

$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−1	0
0	−1	−1	2III+II
1	−2	4	4
0	1	−1	0
0	0	−2	2

$$f(x) = -x^2 - x + 6$$

$$P_1(-2|4): f(-2) = -(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 6 = 4$$

$$P_2(1|4): f(1) = -1^2 - 1\cdot 1 + 6 = -1 - 1 + 6 = 4$$

$$P_3(3|-6): f(3) = -3^2 - 1\cdot 3 + 6 = -6$$

$$f(x) = -x^2 - x + 6 \qquad f(0) = 6 \Rightarrow P_y(0|6)$$

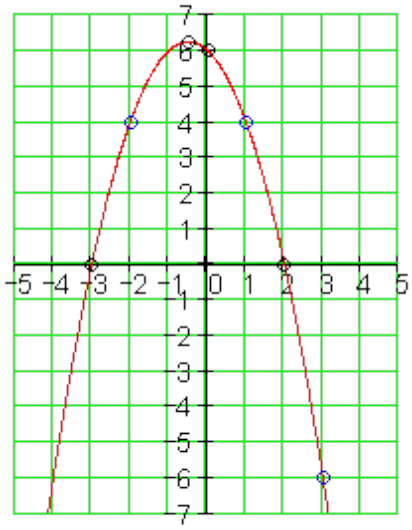
د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - x + 6 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0$$ دمربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 1; q = -6 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 6 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2 & \Rightarrow P_{x1}(2|0) \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3 & \Rightarrow P_{x2}(-3|0) \end{array} \right.$$



ککرۍ ټکی ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -x^2 - x + 6$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-3+2}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 6 = \frac{25}{4}$$

ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{1}{2}|\frac{25}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی بڼه: $f(x) = -\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$	

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|0): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 0$

$P_2(1|6): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	0
1	1	1	6 || −I
1	3	9	4 ||| −I
1	−1	1	0
0	2	0	6
0	4	8	4

$2a_1 = 6 \,|:2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$

$4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 4\cdot 3 + 8a_2 = 4$

$\Leftrightarrow 8a_2 + 12 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 0 \Leftrightarrow a_0 - 1\cdot 3 + 1\cdot(-1) = 0$

$\Leftrightarrow a_0 - 3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$

$f(x) = -x^2 + 3x + 4$

$P_1(-1|0): f(-1) = -(-1)^2 + 3\cdot(-1) + 4 = -1 - 3 + 4 = 0$

$P_2(1|6): f(1) = -1^2 + 3\cdot 1 + 4 = -1 + 3 + 4 = 6$

$P_3(3|4): f(2) = -3^2 + 3\cdot 3 + 4 = -9 + 9 + 4 = 4$

د محور غوټکو شمیرنه:

$f(x) = -x^2 + 3x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0|4)$

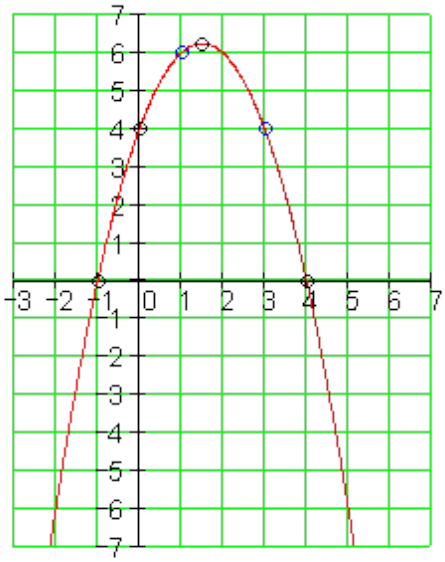
$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 3x + 4 = 0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$ د مربع مساوات نورمال بڼه

$p = -3; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{ll} x_1 = \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 4 & \Rightarrow P_{x1}(4|0) \\ x_2 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -1 & \Rightarrow P_{x2}(-1|0) \end{array} \right.$$



ککری ټکی ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} + 4 = \frac{25}{4}$$

ککری ټکی: $: P_{sp}\left(\frac{3}{2} \middle| \frac{25}{4}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4|-2): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2(-2|-4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_2(2|4): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	−2
1	−2	4	−4 II − I
1	2	4	4 III − I
1	−4	16	−2

$$-4a_2 = -2 \,|:(-4)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{2}}$$

$$a_1 - 6a_2 = -1 \Leftrightarrow a_1 - 6 \cdot \frac{1}{2} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	2	−12	−2 | : 2
0	6	−12	6 | : (−6)
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	−1	2	−1 | II + II
1	−4	16	−2
0	1	−6	−1
0	0	−4	−2

$$\Leftrightarrow a_1 - 3 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 4 \cdot 2 + 16 \cdot \frac{1}{2} = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 8 + 8 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$

$$P_1(-4 \mid -2): f(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 2 = 8 - 8 - 2 = -2$$

$$P_2(-2 \mid -4): f(-2) = \frac{1}{2} \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 2 = 2 - 4 - 2 = -4$$

$$P_3(2 \mid 4): f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 \qquad f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0 \mid -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$

$$p = 4; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2 \cdot \sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = -2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83 \\ x_2 = -2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow P_{x1}\left(-2 + 2 \cdot \sqrt{2} \approx 0{,}83 \mid 0\right) \\ \Rightarrow P_{x2}\left(-2 - 2 \cdot \sqrt{2} \approx -4{,}83 \mid 0\right) \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری تکی ککری تکی بڼه

$$f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-2$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+2\cdot\sqrt{2}-2-2\cdot\sqrt{2}}{2}=-2$$

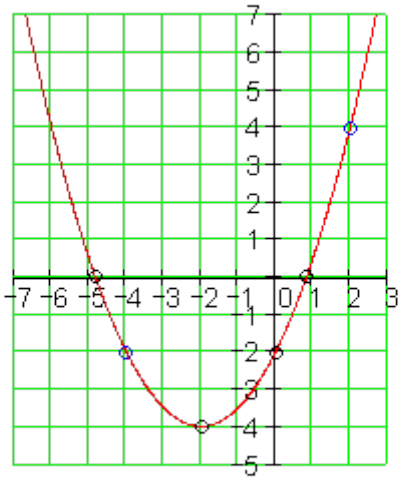
$$y_{sp}=f(x_{sp})=f(-2)$$

$$=\frac{1}{2}(-2)^2+2\cdot(-2)-2=-4$$

ککری تکی : $P_{sp}(-2|-4)$

ککری تکی بڼه:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+2)^2-4$$



څلورم:

الف- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-4|2): f(-4)=16a_2-4a_1+1a_0=2$$

$$P_2\left(1|-\frac{1}{2}\right): f(1)=1a_2+1a_1+1a_0=-\frac{1}{2}$$

$$P_2(2|-4): f(2)=4a_2+2a_1+1a_0=-4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−4	16	$2\|\cdot 2$
1	1	1	$-\frac{1}{2}\|\cdot(-2)$
1	2	4	$-4\|\cdot(-2)$
2	−8	32	4
−2	−2	−2	$1\|\|+\|$

$$-2a_2=1|:(-2)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2=-\frac{1}{2}}$$

$$2a_1-6a_2=-1\Leftrightarrow 2a_1-6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$$

$$\Leftrightarrow 2a_1+3=-1\Leftrightarrow \boxed{a_1=-2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2a_0 - 8a_1 + 32a_2 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 8\cdot(-2) + 32\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 16 - 16 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2}}$$

$$P_1(-4\,|\,2): f(-4) = -\frac{1}{2}\cdot(-4)^2 - 2\cdot(-4) + 2 = 2$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 2\cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(2\,|\,-4): f(2) = -\frac{1}{2}\cdot 2^2 - 2\cdot 2 + 2 = -4$$

−2	−4	−8	8 | III + I
12	−8	32	4
0	−10	30	5 | : (−5)
0	−12	24	12 | : 6
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	−2	4	2 | III + II
2	−8	32	4
0	2	−6	−1
0	0	−2	1

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4;\, q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 4 = 8 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{8} = 2\cdot\sqrt{2}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{ll} x_1 = -2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + 2\cdot\sqrt{2} \approx 0{,}83\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - 2\cdot\sqrt{2} \approx -4{,}83\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بڼه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او دککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-2 + 2\cdot\sqrt{2} - 2 - 2\cdot\sqrt{2}}{2} = -2$$

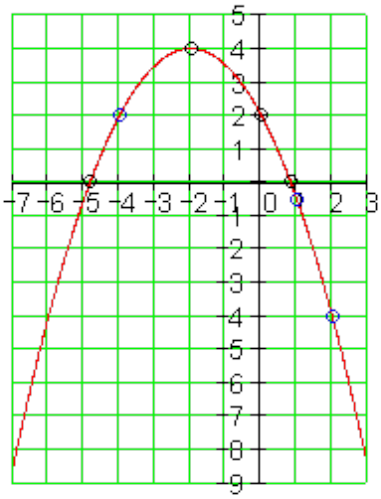
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-2)$$

$$= -\frac{1}{2}(-2)^2 - 2\cdot(-2) + 2 = 4$$

ککری ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}(-2|4)}}$

ککری ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4}}$$



ب – د تابع مساواتو شمیرنه

$$1): f(-4) = 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 = -1$$

$$4): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -4$$

$$: f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 8$$

a_2	
16	-1
4	$-4 \,\|\, \|-\|$
4	$8 \,\|\, \|\|-\|$
16	-1
-12	-3
-12	$9 \,\|\, :(-3)$
16	-1

$$-8a_2 = -6 \,|\, :(-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{4}}$$

$$2a_1 - 12a_2 = -3 \Leftrightarrow 2a_1 - 12\cdot\frac{3}{4} = -3$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 - 9 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 3}$$

$$a_0 - 4a_1 + 16a_2 = -1 \Leftrightarrow a_0 - 4\cdot 3 + 16\cdot\frac{3}{4} = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\begin{array}{c|c} -12 & -3 \\ 4 & -3\,|\,|\,|+|\,| \\ \hline 16 & -1 \\ -12 & -3 \\ -8 & -6 \end{array} \qquad \Leftrightarrow a_0 - 12 + 12 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1}}$$

$$\cdot 1): f(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 3\cdot(-4) - 1 = 12 - 12 - 1 = -1$$

$$\cdot 4): f(-2) = \frac{3}{4}\cdot(-2)^2 + 3\cdot(-2) - 1 = 3 - 6 - 1 = -4$$

$$: f(2) = \frac{3}{4}\cdot 2^2 + 3\cdot 2 - 1 = 3 + 6 - 1 = 3 + 6 - 1 = 8$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 \qquad f(0) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0\,|\,-1)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - \frac{4}{3} = 0 \quad \text{Normalform der quadratischen Gleichung}$$

$$p = 4;\ q = -\frac{4}{3} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + \frac{4}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{16}{3}} = \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left|\begin{array}{ll} x_1 = -2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-2 + \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx 0{,}31\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-2 - \frac{4}{3}\cdot\sqrt{3} \approx -4{,}31\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

(پورته الماني: د مربع مساوات نورمال بنه)

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی اوککری ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{3}{4}x^2+3x-1$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}$$

$$=\frac{-2+\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}-2-\frac{4}{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=-2$$

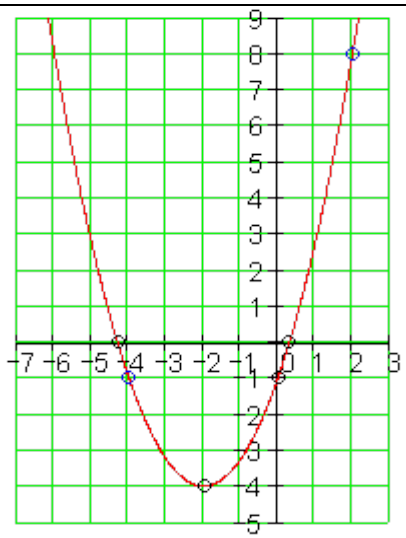
$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f(-2)$$

$$=\frac{3}{4}\cdot(-2)^2+3\cdot(-2)-1=-4$$

ککری ټکی : $\underline{\underline{:P_{sp}(-2\,|\,-4)}}$

ککری ټکی بڼه :

$$\underline{\underline{f(x)=\frac{3}{2}(x+2)^2-4}}$$



پ - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right):f(-3)=9a_2-3a_1+1a_0=\frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0\,|\,-\frac{1}{4}\right):f(0)=0a_2+0a_1+1a_0=-\frac{1}{4}\Rightarrow\boxed{a_0=-\frac{1}{4}}$$

$$P_2\left(3\,|\,\frac{41}{4}\right):f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=\frac{41}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}\,\vert\cdot 4$
1	0	0	$-\frac{1}{4}$

$$-24a_1=-36\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow\boxed{a_1=\frac{3}{2}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	$\frac{41}{4} \mid \cdot(-4)$
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
−4	−12	−36	−41 | III+II
4	−12	36	5
1	0	0	$-\frac{1}{4}$
0	−24	0	−36

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 4\cdot\left(-\frac{1}{4}\right) - 12\cdot\frac{3}{2} + 36a_2 = 5$$

$$\Leftrightarrow 36a_2 - 1 - 18 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{2}{3}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}}}$$

$$P_1\left(-3 \mid \frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3)^2 + \frac{3}{2}\cdot(-3) - \frac{1}{4} = 6 - \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} - \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right): f(0) = \frac{2}{3}\cdot 0^2 + \frac{3}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{41}{4}\right): f(3) = \frac{2}{3}\cdot 3^2 + \frac{3}{2}\cdot 3 - \frac{1}{4} = 6 + \frac{9}{2} - \frac{1}{4} = \frac{24}{4} + \frac{18}{4} - \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \qquad f(0) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -\frac{1}{4}\right)}}$$

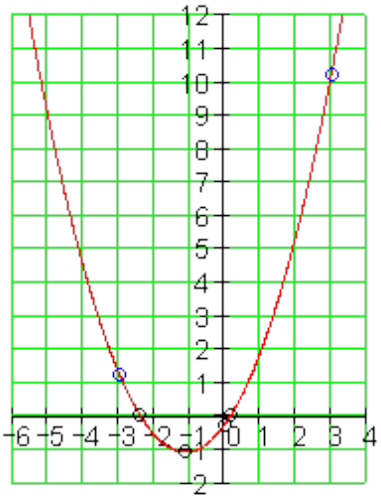
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{4}x - \frac{3}{8} = 0 \qquad f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{9}{4};\ q = -\frac{3}{8} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{64} + \frac{3}{8} = \frac{105}{64} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{105}{64}} = \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left|\begin{array}{ll} x_1 = -\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx 0{,}16 \mid 0\right)}} \\ x_2 = -\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 & \Rightarrow P_{x2}\left(-\frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} \approx -2{,}41 \mid 0\right) \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-\frac{9}{8} + \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105} - \frac{9}{8} - \frac{1}{8}\cdot\sqrt{105}}{2} = -\frac{9}{8}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{9}{8}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right)^2 + \frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{9}{8}\right) - \frac{1}{4} = -\frac{35}{32}$$

$$: P_{sp}\left(-\frac{9}{8} \mid -\frac{35}{32}\right)$$

ککری ټکی:

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{2}{3}\left(x + \frac{9}{8}\right)^2 - \frac{35}{32}$$

ت ــ د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1(-2 \mid 2): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{5}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

$$P_2\left(1 \mid \frac{1}{2}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$2 \mid \cdot 2$
1	−1	1	$\frac{5}{2} \mid \cdot(-2)$
1	1	1	$\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−4	8	4

$$-12a_2 = 6 \mid : (-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$6a_1 - 18a_2 = 3 \Leftrightarrow 6a_1 - 18\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6a_1 + 9 = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−2	2	−2	−5 II + I
−2	−2	−2	−1 III + I
2	−4	8	4
0	−2	6	−1 | · (−3)
0	−6	6	3
2	−4	8	4
0	6	−18	3
0	−6	6	3 | III + II
2	−4	8	4
0	6	−18	3
0	0	−12	6

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 4 \Leftrightarrow 2a_0 - 4\cdot(-1) + 8\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 4 - 4 = 4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$P_1(-2\,|\,2): f(-2) = -\frac{1}{2}\cdot(-2)^2 - 1\cdot(-2) + 2 = 2$$

$$P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{5}{2}\right): f(-1) = -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - 1\cdot(-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

$$P_3\left(1\,\middle|\,\frac{1}{2}\right): f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 - 1\cdot 1 + 2 = \frac{1}{2}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0\,|\,2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - x + 2 = 0$$

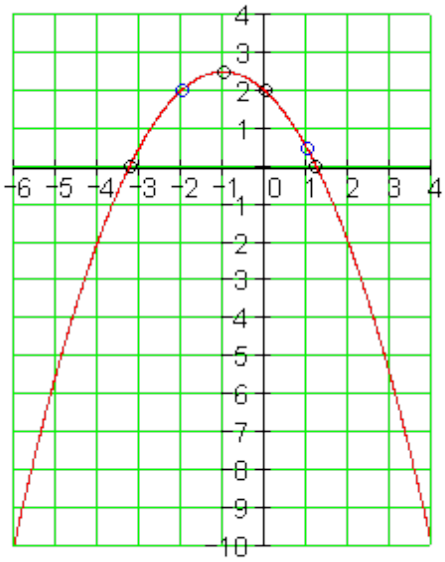
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1{,}24 \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3{,}24 \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1{,}24\,|\,0\right) \\ \Rightarrow P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3{,}24\,|\,0\right) \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



ککرۍ ټکی ا و د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-1+\sqrt{5}-1-\sqrt{5}}{2} = -1$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$$

$$= -\frac{1}{2}\cdot(-1)^2 - (-1) + 2 = \frac{5}{2}$$

ککرۍ ټکی : $P_{sp}\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{2}$$

ټ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-1 \,|\, -\frac{1}{2}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \,|\, 2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2\left(3 \,|\, -\frac{1}{2}\right): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$-\frac{1}{2} \mid \cdot 2$

$$-24a_2 = 20 \mid : (-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	2	4	$2 \mid \cdot(-2)$
1	3	9	$-\frac{1}{2} \mid \cdot(-2)$
2	−2	2	−1
−2	−4	−8	$-4 \mid \mathrm{II}+\mathrm{I}$
−2	−6	−18	$1 \mid \mathrm{III}+\mathrm{I}$
2	−2	2	1
0	−6	−6	$-5 \mid \cdot(-4)$
0	−8	−16	$0 \mid \cdot 3$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	−24	−48	$0 \mid \mathrm{III}+\mathrm{II}$
2	−2	2	−1
0	24	24	20
0	0	−24	20

$$24a_1 + 24a_2 = 20 \Leftrightarrow 24a_1 + 24\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 24a_1 - 20 = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{5}{3}}$$

$$2a_0 - 2a_1 + 2a_2 = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 2\cdot\left(\frac{5}{3}\right) + 2\cdot\left(-\frac{5}{6}\right) = -1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - \frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2}}$$

$$P_1\left(-1 \mid -\frac{1}{2}\right): f(-1) = -\frac{5}{6}\cdot(-1)^2 + \frac{5}{3}\cdot(-1) + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(2 \mid 2): f(2) = -\frac{5}{6}\cdot 2^2 + \frac{5}{3}\cdot 2 + 2 = 2$$

$$P_3\left(3 \mid \frac{1}{2}\right): f(3) = -\frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{5}{3}\cdot 3 + 2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 \qquad f(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 2)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$\Rightarrow x^2 - 2x - \frac{12}{5} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -2;\ q = -\frac{12}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + \frac{12}{5} = \frac{17}{5} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{17}{5}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{ll} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(1 + \sqrt{\frac{17}{5}} \approx 2{,}84 \mid 0\right)}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(1 - \sqrt{\frac{17}{5}} \approx -0{,}84 \mid 0\right)}} \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{\frac{17}{5}} + 1 - \sqrt{\frac{17}{5}}}{2} = 1$$

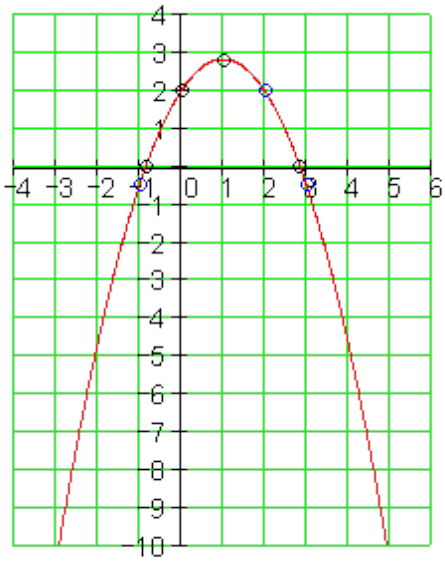
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(1)$$

$$= -\frac{5}{6} \cdot 1^2 + \frac{5}{3} \cdot 1 + 2 = \frac{17}{6}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(1 \,\middle|\, \frac{17}{6}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\frac{5}{6}(x-1)^2 + \frac{17}{6}$$



ث- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-1): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -1$$

$$P_2\left(-1 \middle| -\frac{7}{3}\right): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = -\frac{7}{3}$$

$$P_2(1|-3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$-1 \mid \cdot 3$
1	−1	1	$-\frac{7}{3} \mid \cdot (-3)$
1	1	1	$-3 \mid \cdot (-3)$
3	−6	12	−3

$$-18a_2 = -6 \mid : (-18)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{1}{3}}$$

$$9a_1 - 27a_2 = -12 \Leftrightarrow 9a_1 - 27 \cdot \frac{1}{3} = -12$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−3	3	−3	7 II + I
−3	−3	−3	9 III + I
3	−6	12	−3
0	−3	9	4 | · (−3)
0	−9	9	6
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	−9	9	6 | III + II
3	−6	12	−3
0	9	−27	−12
0	0	−18	−6

$$\Leftrightarrow 9a_1 - 9 = -12 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{3}}$$

$$3a_0 - 6a_1 + 12a_2 = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 - 6\cdot\left(-\frac{1}{3}\right) + 12\cdot\frac{1}{3} = -3$$

$$\Leftrightarrow 3a_0 + 2 + 4 = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3}}$$

$P_1(-2|-1)$:

$$f(-2) = \frac{1}{3}\cdot(-2)^2 - \frac{1}{3}(-2) - 3 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 3 = -1$$

$P_2\left(-1|-\frac{7}{3}\right)$:

$$f(-1) = \frac{1}{3}\cdot(-1)^2 - \frac{1}{3}(-1) - 3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 3 = -\frac{7}{3}$$

$P_3(1|-3)$:

$$f(1) = \frac{1}{3}\cdot 1^2 - \frac{1}{3}\cdot 1 - 3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 3 = -3$$

د محور غوټکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 \qquad f(0) = -3 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0|-3)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3 = 0$$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 9 = 0$ د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -1; q = -9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 9 = \frac{37}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{37}{4}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3{,}54 \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2{,}54 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx 3{,}54 \mid 0\right) \\ \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} \approx -2{,}54 \mid 0\right) \end{array}$$

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 3$$

$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{37}}{2} = \frac{1}{2}$$

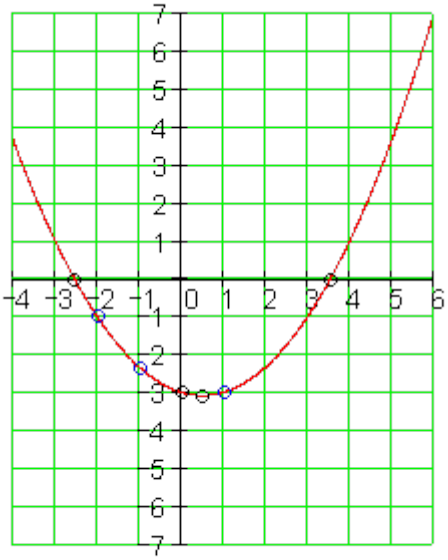
$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} - 3 = -\frac{37}{12}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, -\frac{37}{12}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{37}{12}$$



الف- د تابع مساواتو شمیرنه:

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 4$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	$\frac{1}{2} \mid \cdot 2$
1	1	1	$4 \mid \cdot (-2)$
1	2	4	$-\frac{5}{2} \mid \cdot (-2)$
2	−4	8	1
−2	−2	−2	$-8 \mid\mid +\mid$
−2	−4	−8	$5 \mid\mid\mid +\mid$
2	−4	8	1
0	−6	6	−7
0	−8	0	6

$$-8a_1 = 6 \mid : (-8)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{4}}$$

$$-6a_1 + 6a_2 = -7 \Leftrightarrow -6 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 6a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 6a_2 + \frac{9}{2} = -7 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{23}{12}}$$

$$2a_0 - 4a_1 + 8a_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 4 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) + 8 \cdot \left(-\frac{23}{12}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 + 3 - \frac{46}{3} = 1 \Leftrightarrow a_0 = \frac{20}{3}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3}}}$$

$$P_1\left(-2 \mid \frac{1}{2}\right) : f(-2) = -\frac{23}{12} \cdot (-2)^2 - \frac{3}{4} \cdot (-2) + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} + \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = \frac{1}{2}$$

$$P_2(1 \mid 4) : f(1) = -\frac{23}{12} \cdot 1^2 - \frac{3}{4} \cdot 1 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{3}{4} + \frac{20}{3} = -\frac{23}{12} - \frac{9}{12} + \frac{80}{12} = \frac{48}{12} = 4$$

$$P_3\left(2 \mid -\frac{5}{2}\right) : f(2) = -\frac{23}{12} \cdot 2^2 - \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{20}{3} = -\frac{23}{3} - \frac{3}{2} + \frac{20}{3} = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} \qquad f(0) = \frac{20}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{20}{3}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{23}{12}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{20}{3} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{9}{23}x - \frac{80}{23} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p=\frac{9}{23};\ q=-\frac{80}{23}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{81}{2116}+\frac{80}{23}=\frac{7441}{2116}$$

$$\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{7441}{2116}}=\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\begin{array}{l} x_1=-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68 \\ x_2=-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx 1{,}68\,|\,0\right)}}$$

$$\underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}\approx -2{,}07\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{23}{12}x^2-\frac{3}{4}x+\frac{20}{3}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{9}{46}+\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}-\frac{9}{46}-\frac{1}{46}\cdot\sqrt{7441}}{2}=-\frac{9}{46}$$

$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(-\frac{9}{46}\right)=-\frac{23}{12}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)^2-\frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{9}{46}\right)+\frac{20}{3}=\frac{7441}{1104}$$

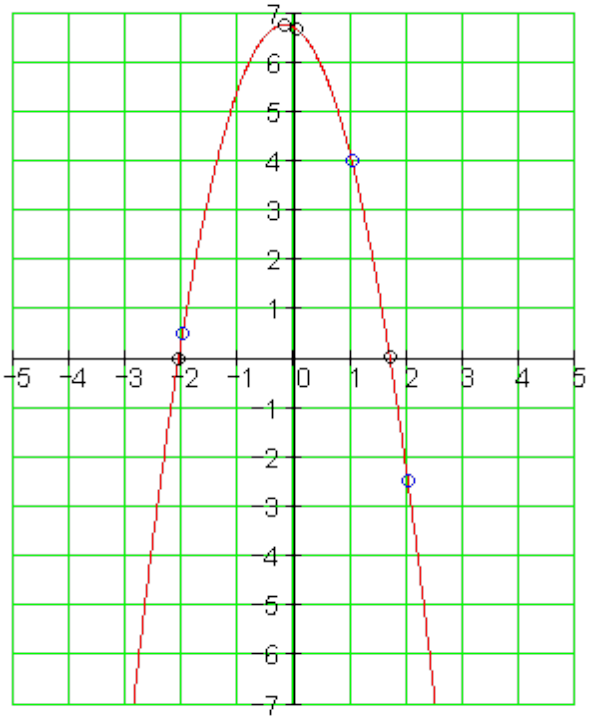
ککرۍ ټکی : $\underline{\underline{P_{sp}\left(-\frac{9}{46}\ \middle|\ \frac{7441}{1104}\right)}}$

ککرۍ ټکی بڼه:

$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{23}{12}\left(x+\frac{9}{46}\right)^2+\frac{7441}{1104}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

گراف:



ب- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,\frac{19}{4}\right): f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{19}{4}$$

$$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{5}{4}$$

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{19}{4} \mid \cdot 4$
1	1	1	$1 \mid \cdot(-4)$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{5}{4} \mid \cdot(-4)$

$$-12a_1 = 24 \mid : (-12)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -2}$$

$$-10a_1 + 5a_2 = 15 \Leftrightarrow -10\cdot(-2) + 5a_2 = 15$$

$$\Leftrightarrow 5a_2 + 20 = 15 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−6	9	19
−4	−4	−4	−4 II + I
−4	−6	−9	5 III + I
4	−6	9	19
0	−10	5	15
0	−12	0	24

$$4a_0 - 6a_1 + 9a_2 = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 - 6\cdot(-2) + 9\cdot(-1) = 19$$
$$\Leftrightarrow 4a_0 + 12 - 9 = 19 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -x^2 - 2x + 4}}$$

$$P_1\left(-\frac{3}{2} \mid \frac{19}{4}\right): f(-2) = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{2} - 4 = -\frac{9}{4} + \frac{12}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$$
$$P_2(1 \mid 1): f(1) = -1^2 - 2\cdot 1 + 4 = -1 - 2 + 4 = 1$$
$$P_3\left(\frac{3}{2} \mid -\frac{5}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} - 3 + 4 = -\frac{9}{4} + 1 = -\frac{9}{4} + \frac{4}{4} = -\frac{5}{4}$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 - 2x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid 4)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = 2; q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 4 = 5 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left| \begin{array}{l} x_1 = -1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \end{array} \right. \begin{array}{l} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-1 + \sqrt{5} \approx 1,24 \mid 0\right)}} \\ \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-1 - \sqrt{5} \approx -3,24 \mid 0\right)}} \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$f(x) = -x^2 - 2x + 4$

$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

$= \frac{-1+\sqrt{5}-1+\sqrt{5}}{2} = -1$

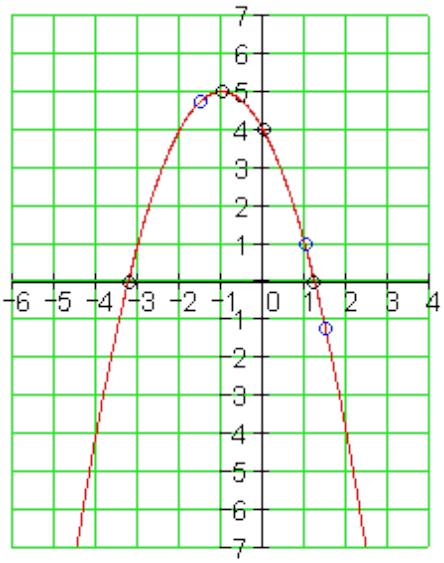
$y_{sp} = f(x_{sp}) = f(-1)$

$= -(-1)^2 - 2\cdot(-1) + 4 = 5$

ککری ټکی : $\underline{\underline{::P_{sp}(-1|5)}}$

ککری ټکی بڼه:

$\underline{\underline{f(x) = -(x+1)^2 + 5}}$



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|2): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 2$

$P_2\left(\frac{3}{2}|\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}a_2 + \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{13}{4}$

$P_2(2|2): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 2$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	$2\,\vert\cdot 4$
1	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{13}{4}\,\vert\cdot(-4)$
1	2	4	$2\,\vert\cdot(-4)$
4	−4	4	8
−4	−6	−9	$-13\,\vert\vert+\vert$
−4	−8	−16	$-8\,\vert\vert\vert+\vert$

$-a_2 = 1\,|:(-1)$

$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$2a_1 + a_2 = 1 \Leftrightarrow 2a_1 + (-1) = 1$

$\Leftrightarrow 2a_1 - 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 1}$

$4a_0 - 4a_1 + 4a_2 = 8 \Leftrightarrow 4a_0 - 4\cdot 1 + 4\cdot(-1) = 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

4	−4	4	8
0	−10	−5	−5 | : (−5)
0	−12	−12	0 | : 6
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	−2	−2	0 | III + II
4	−4	4	8
0	2	1	1
0	0	−1	1

$$\Leftrightarrow 4a_0 - 4 - 4 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$f(x) = -x^2 + x + 4$$

$$P_1(-1|\,2): f(-1) = -(-1)^2 + (-1) + 4 = -1 - 1 + 4 = 2$$

$$P_2\left(\frac{3}{2}\middle|\,\frac{13}{4}\right): f\left(\frac{3}{2}\right) = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 4$$

$$= -\frac{9}{4} + \frac{3}{2} + 4 = -\frac{9}{4} + \frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{13}{4}$$

$$P_3(2|\,2): f(2) = -2^2 + 2 + 4 = -4 + 2 + 4 = 2$$

د محور غوټکو شمیرنه:

$$f(x) = -x^2 + x + 4 \qquad f(0) = 4 \Rightarrow P_y(0|\,4)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + x + 4 = 0$$

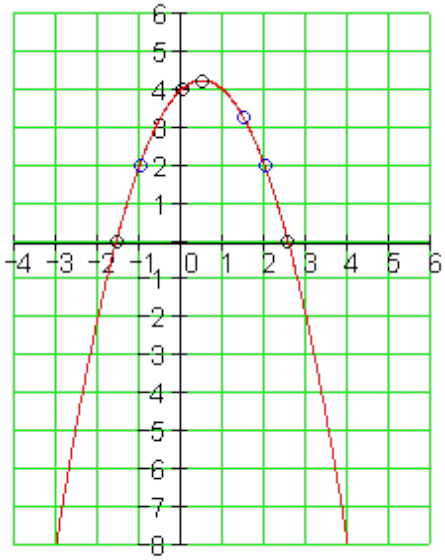
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$ د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = -1;\ q = -4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{17}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56 \qquad \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx 2{,}56\,|\,0\right) \\ x_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56 \qquad \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17} \approx -1{,}56\,|\,0\right) \end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او دککرۍ ټکی بڼه $f(x) = -x^2 + x + 4$ $x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2}$	

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{17}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = \frac{17}{4}$$

ککری ټکی: $: P_{sp}\left(\frac{1}{2} \mid \frac{17}{4}\right)$

ککری ټکی بڼه:

$$f(x) = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{17}{4}$$

ت - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-3 \mid 2): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = 2$$

$$P_2(1 \mid -3): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -3$$

$$P_2(3 \mid 4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$$

$$6a_1 = 2 \mid : 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{1}{3}}$$

$$4a_1 - 8a_2 = -5 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{3} - 8a_2 = -5$$

$$\Leftrightarrow -8a_2 + \frac{4}{3} = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{24}}$$

$$a_0 - 3a_1 + 9a_2 = 2 \Leftrightarrow a_0 - 3 \cdot \frac{1}{3} + 9 \cdot \frac{19}{24} = 2$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	2
1	1	1	−3 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−3	9	2
0	4	−8	−5
0	6	0	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{57}{8} = 2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{33}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8}}}$$

$$P_1(-3\,|\,2): f(-3) = \frac{19}{24}\cdot(-3)^2 + \frac{1}{3}\cdot(-3) - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} - 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$P_2(1\,|\,-3): f(1) = \frac{19}{24}\cdot 1^2 + \frac{1}{3}\cdot 1 - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{1}{3} - \frac{33}{8} = \frac{19}{24} + \frac{8}{24} - \frac{99}{24} = -\frac{72}{24} = -3$$

$$P_3(3\,|\,4): f(3) = \frac{19}{24}\cdot 3^2 + \frac{1}{3}\cdot 3 - \frac{33}{8} = \frac{57}{8} + 1 - \frac{33}{8} = \frac{24}{8} + 1 = 3 + 1 = 4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = \frac{19}{24}x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{33}{8} \qquad f(0) = -\frac{33}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{33}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{24}x^2 + \frac{8}{19}x - \frac{99}{19} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{8}{19};\ q = -\frac{99}{19} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{16}{361} + \frac{99}{19} = \frac{1897}{361} \Rightarrow \sqrt{D} = \frac{1}{19}\cdot\sqrt{1897}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_1 = -\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08 \\ x_2 = -\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5 \end{array}\right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{4}{19} + \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx 2{,}08\,|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{4}{19} - \frac{1}{19}\sqrt{1897} \approx -2{,}5\,|\,0\right)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی او د ککری ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}x^2+\frac{1}{3}x-\frac{33}{8}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}-\frac{4}{19}+\frac{1}{19}\sqrt{1897}}{2}=-\frac{4}{19}$$

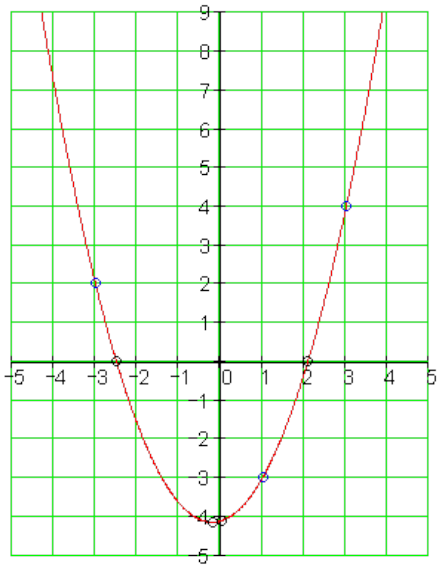
$$y_{sp}=f\left(x_{sp}\right)=f\left(-\frac{4}{19}\right)=\frac{19}{24}\left(-\frac{4}{19}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\left(-\frac{4}{19}\right)-\frac{33}{8}=-\frac{1897}{456}$$

ککری ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{24}\left(x+\frac{4}{19}\right)^2-\frac{1897}{456}$$

ککری ټکی

$$P_{sp}\left(-\frac{4}{19}\,|\,-\frac{1897}{456}\right)$$



ګراف :

ټ ـ د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2\,|\,-2):\ f(-2)=4a_2-2a_1+1a_0=-2$$

$$P_2(-1\,|\,2):\ f(-1)=1a_2-1a_1+1a_0=2$$

$$P_2(3\,|\,1):\ f(3)=9a_2+3a_1+1a_0=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−2
1	−1	1	2 II − I
1	3	9	1 III − I
1	−2	4	−2
0	1	−3	4 | · 5
0	5	5	3
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	5	5	3 III − II
1	−2	4	−2
0	5	−15	20
0	0	20	−17

$$20a_2 = -17 \mid : 20$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{17}{20}}$$

$$5a_1 - 15a_2 = 20 \Leftrightarrow 5a_1 - 15 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = 20$$

$$\Leftrightarrow 5a_1 + \frac{51}{4} = 20 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{29}{20}}$$

$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{29}{20} + 4 \cdot \left(-\frac{17}{20}\right) = -2$$

$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{29}{10} - \frac{34}{10} = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{43}{10}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10}}}$$

$P_1(-2 \mid -2)$:

$$f(-2) = -\frac{17}{20} \cdot (-2)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-2) + \frac{43}{10} = -\frac{34}{10} - \frac{29}{10} + \frac{43}{10} = -\frac{20}{10} = -2$$

$P_2(-1 \mid 2)$:

$$f(-1) = -\frac{17}{20} \cdot (-1)^2 + \frac{29}{20} \cdot (-1) + \frac{43}{10} = -\frac{17}{20} - \frac{29}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{46}{20} + \frac{86}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

$P_3(3 \mid 1)$:

$$f(3) = -\frac{17}{20} \cdot 3^2 + \frac{29}{20} \cdot 3 + \frac{43}{10} = -\frac{153}{20} + \frac{87}{20} + \frac{43}{10} = -\frac{66}{20} + \frac{86}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x) = -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} \qquad f(0) = \frac{43}{10} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{43}{10}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{17}{20}x^2 + \frac{29}{20}x + \frac{43}{10} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{29}{17}x-\frac{86}{17}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{29}{17};\ q=-\frac{86}{17} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{841}{1156}+\frac{86}{17}=\frac{6689}{1156} \Rightarrow \sqrt{D}=\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1=\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26 \\ x_2=\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55 \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx 3,26\,|\,0\right)}};\ \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{29}{34}-\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}\approx -1,55\,|\,0\right)}}$$

ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=-\frac{17}{20}x^2+\frac{29}{20}x+\frac{43}{10}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}+\frac{29}{34}+\frac{1}{34}\cdot\sqrt{6689}}{2}=\frac{29}{34}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{29}{34}\right)=-\frac{17}{20}\cdot\left(\frac{29}{34}\right)^2+\frac{29}{20}\cdot\frac{29}{34}+\frac{43}{10}=\frac{6689}{1360}$$

ککرۍ ټکی بڼه

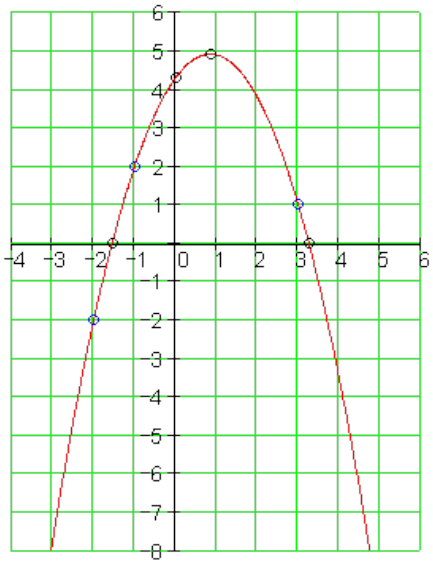
$$\underline{\underline{f(x)=-\frac{17}{20}\left(x-\frac{29}{34}\right)^2+\frac{6689}{1360}}}$$

ککرۍ ټکی

$$\underline{\underline{P_{sp}\left(\frac{29}{34}\,|\,\frac{6689}{1360}\right)}}$$

ګراف

(c) ketabton.com: The Digital Library



ث - د تابع مساواتو شمیرنه

$P_1(-1|3): f(-1) = 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = 3$

$P_2(1|1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 1$

$P_2(3|4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 4$

a_0	a_1	a_2	
1	−1	1	3
1	1	1	1 II − I
1	3	9	4 III − I
1	−1	1	3
0	2	0	−2
0	4	8	1

$2a_1 = -2 \,|:2$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -1}$

$4a_1 + 8a_2 = 1 \Leftrightarrow 4\cdot(-1) + 8a_2 = 1$

$\Leftrightarrow 8a_2 - 4 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{8}}$

$a_0 - a_1 + a_2 = 3 \Leftrightarrow a_0 - (-1) + \frac{5}{8} = 3$

$\Leftrightarrow a_0 + 1 + \frac{5}{8} = 3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = \frac{11}{8}}$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{8}x^2 - x + \frac{11}{8}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(-1|3): f(-1)=\frac{5}{8}\cdot(-1)^2-(-1)+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}+1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}+1=2+1=3$$

$$P_2(1|1): f(1)=\frac{5}{8}\cdot 1^2-1+\frac{11}{8}=\frac{5}{8}-1+\frac{11}{8}=\frac{16}{8}-1=2-1=1$$

$$P_3(3|4): f(2)=\frac{5}{8}\cdot 3^2-3+\frac{11}{8}=\frac{45}{8}-3+\frac{11}{8}=\frac{56}{8}-3=7-3=4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه:

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8} \qquad f(0)=\frac{11}{8}\Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0|\frac{11}{8}\right)}}$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow \frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}=0$$

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{8}{5};q=\frac{11}{5}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-\frac{11}{5}<0$$

f(x) صفرځای نه لري

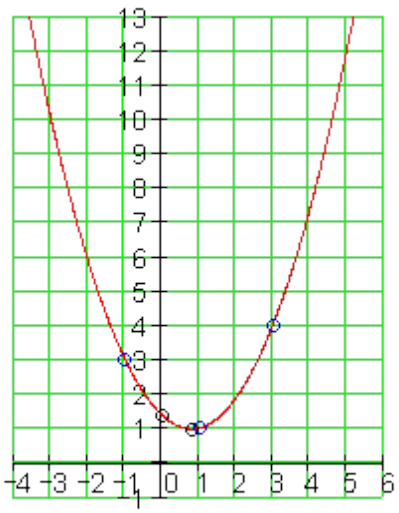
ککرۍ ټکی او د ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{5}{8}x^2-x+\frac{11}{8}$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left(x^2-\frac{8}{5}x+\frac{11}{5}+\left(\frac{4}{5}\right)^2-\left(\frac{4}{5}\right)^2\right)$$

$$=\frac{5}{8}\left[\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{25}\right]$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

$= \frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی بڼه: $f(x)=\frac{5}{8}\left(x-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{39}{40}$ ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{4}{5}\mid\frac{39}{40}\right)$	

پوښتنې

پارابول چې له درې ټکو تېرېږي II

لومړی-

یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرئ، د محور غوڅتکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړئ.

الف- $P_1(-2\mid-3);\ P_2(1\mid-1);\ P_3(3\mid-4)$

ب - $P_1\left(-\frac{1}{2}\ \middle|\ -2\right);\ P_2\left(2\ \middle|\ -\frac{1}{2}\right);\ P_3(3\mid 2)$

پ - $P_1\left(-3\ \middle|\ \frac{5}{4}\right);\ P_2\left(1\ \middle|\ -\frac{1}{4}\right);\ P_3(3\mid 9)$

ت _ $P_1(-3\mid-4);\ P_2(2\mid-4);\ P_3(3\mid-10)$

ټ - $P_1\left(2\ \middle|\ 3\frac{1}{4}\right);\ P_2\left(1\ \middle|\ 1\frac{1}{4}\right);\ P_3\left(0\ \middle|\ 1\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ $P_1(1|0); P_2(-1|0); P_3(2|-3)$

دویم –

یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅیږي، چې د یوه درېګوډي یا مثلث ګوډونه (کونجونه) جوړوي.

$$f_1(x) = x + \frac{7}{2}; f_2(x) = 4x + 5; f_3(x) = -x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېریږي.

پ – د پارابول مساواتو د ککرئ ټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرئ ټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوڅټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

دریم – یو پارابل له درې کرښو $f_1(x), f_2(x)$ او $f_3(x)$ په درې ټکو P_1, P_2 او P_3 کې غوڅیږي، چې د یوه درېګوډي ګوډونه جوړوي.

$$f_1(x) = -x + \frac{7}{2}; f_2(x) = -4x - 5; f_3(x) = x - \frac{15}{2}$$

وشمېرئ:

الف - ټکي P_1, P_2 او P_3.

ب – د پارابول تابع $f_4(x)$ ، چې له دې درې ټکو تېریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – د پارابول مساواتو د ککرۍټکي بڼه .

ت - د پارابول مساوات د ککرۍټکي مساوات .

ټ – ټول محور غوڅټکي.

ث – ټول ګرافونه په یوه مناسب پروت ولاړ سیستم کې وکاږئ.

څلورم – یوه فزیکي تجربه لاندې کچ ارزونې ښايي:

اړین وخت په ثانی S وهل شوې لار په cm	2 | 4 | 6 4 | 5 | 8

الف - د تابع مساوت وشمېرئ.
ب – وهل شوې لار د 3 ;0 او 5 ثنیو ترمنځ وشمیرئ
پ – د کوم وخت وروسته وهل شوې لار 10 cm ده؟
پنځم –
یو پارابول له درې ټکو تېرېږي. د تابع مساوات وشمیرئ، د محور غوڅټکي، ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکي بڼه هم. په یوه مناسب پروتولاړ سیستم کې ګراف رسم کړئ.

b) $P_1\left(1\middle|3\frac{1}{4}\right); P_2\left(-3\middle|-2\frac{3}{4}\right); P_3\left(-5\middle|-\frac{3}{4}\right)$; $P_1\left(3\middle|-1\frac{3}{4}\right); P_2\left(3\middle|-3\frac{3}{4}\right); P_3\left(1\middle|2\frac{1}{4}\right)$

$P_1(-2|-5); P_2(-5|-2); P_3(0|-17)$

حلونه
پارابول له درې ټکو **II**

(c) ketabton.com: The Digital Library

نتیجي او ځني برخي مفصل حلونه الف - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1(-2|-3): f(-2) = 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = -3$$
$$P_2(1|-1): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -1$$
$$P_2(3|-4): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

a_0	a_1	a_2	
1	−2	4	−3
1	1	1	−1 II − I
1	3	9	−4 III − I
1	−2	4	−3
0	3	−3	2 | · 5
0	5	5	−1 | · (−3)
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	−15	−15	3 III + II
1	−2	4	−3
0	15	−15	10
0	0	−30	13

$$-30a_2 = 13 \,|:(-13)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{13}{30}}$$
$$15a_1 - 15a_2 = 10 \Leftrightarrow 15a_1 - 15\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = 10$$
$$\Leftrightarrow 15a_1 + \frac{13}{2} = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{7}{30}}$$
$$a_0 - 2a_1 + 4a_2 = -3 \Leftrightarrow a_0 - 2\cdot\frac{7}{30} + 4\cdot\left(-\frac{13}{30}\right) = -3$$
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{7}{15} - \frac{26}{15} = -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{4}{5}}$$
$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5}}}$$

$$P_1(-2|-3): f(-2) = -\frac{13}{30}\cdot(-2)^2 + \frac{7}{30}\cdot(-2) - \frac{4}{5} = -\frac{26}{15} - \frac{7}{15} - \frac{4}{5} = -\frac{33}{15} - \frac{12}{15} = -\frac{45}{15} = -3$$
$$P_2(1|-1): f(-1) = -\frac{13}{30}\cdot 1^2 + \frac{7}{30}\cdot 1 - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30} + \frac{7}{30} - \frac{4}{5} = -\frac{6}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{30}{30} = -1$$
$$P_3(3|-4): f(3) = -\frac{13}{30}\cdot 3^2 + \frac{7}{30}\cdot 3 - \frac{4}{5} = -\frac{39}{10} + \frac{7}{10} - \frac{4}{5} = -\frac{32}{10} - \frac{8}{10} = -\frac{40}{10} = -4$$

د محور غوڅتکو شمیرنه

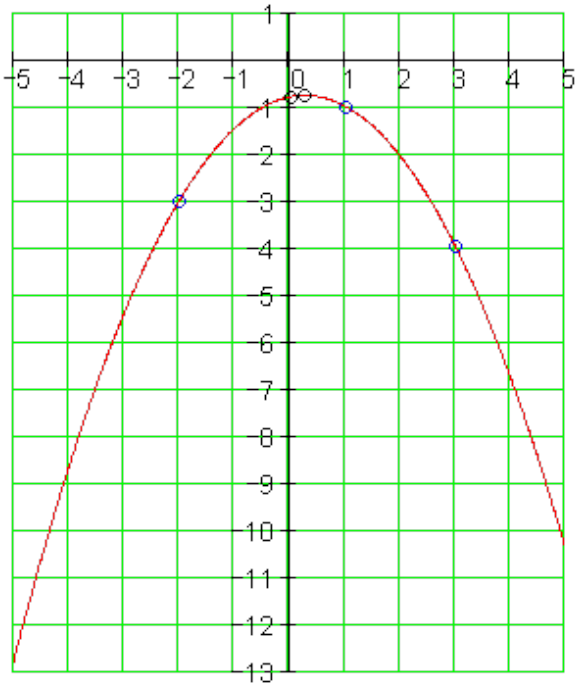
ککری ټکی او ککری ټکی بڼه

$$f(x) = -\frac{13}{30}x^2 + \frac{7}{30}x - \frac{4}{5} = -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \frac{24}{13}\right)$$
$$= -\frac{13}{30}\left(x^2 - \frac{7}{13}x + \left(\frac{7}{26}\right)^2 - \left(\frac{7}{26}\right)^2 + \frac{24}{13}\right) = -\frac{13}{30}\left[\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 + \frac{1199}{676}\right]$$
$$= -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ککری ټکی بڼه: $f(x) = -\frac{13}{30}\left(x - \frac{7}{26}\right)^2 - \frac{1199}{1560}$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(\frac{7}{26} \mid -\frac{1199}{1560}\right)$



گراف-

ب - د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right): f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right): f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{2}$$

$$P_2(3 \mid 2): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-2 \mid \cdot 4$
1	2	4	$-\frac{1}{2} \mid \cdot (-4)$
1	3	9	$2 \mid \cdot (-4)$
4	-2	1	-8
-4	-8	-16	$2 \mid \mid +\mid$
-4	-12	-36	$-8 \mid \mid \mid +\mid$
4	-2	1	-8
0	-10	-15	$-6 \mid \cdot (-14)$
0	-14	-35	$-16 \mid \cdot 10$
4	-2	1	-8
0	140	210	84
0	-140	-350	$-160 \mid \mid \mid +\mid \mid$
4	-2	1	-8
0	140	210	84
0	0	-140	-76

$$-140a_2 = -76 \mid : (-140)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{19}{35}}$$

$$-10a_1 - 15a_2 = -6 \Leftrightarrow -10a_1 - 15 \cdot \frac{19}{35} = -6$$

$$\Leftrightarrow -10a_1 - \frac{57}{7} = -6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{3}{14}}$$

$$4a_0 - 2a_1 + a_2 = -8 \Leftrightarrow 4a_0 - 2 \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 + \frac{3}{7} + \frac{19}{35} = -8 \Leftrightarrow 4a_0 + \frac{15}{35} + \frac{19}{35} = -8$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{157}{70}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70}}}$$

$$P_1\left(-\frac{1}{2} \mid -2\right) : f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{19}{35} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{14} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{157}{70}$$

$$= \frac{19}{140} + \frac{3}{28} - \frac{157}{70} = \frac{19}{140} + \frac{15}{140} - \frac{314}{140} = -\frac{280}{140} = -2$$

$$P_2\left(2 \mid -\frac{1}{2}\right) : f(2) = \frac{19}{35} \cdot 2^2 - \frac{3}{14} \cdot 2 - \frac{157}{70} = \frac{76}{35} - \frac{3}{7} - \frac{157}{70} = \frac{152}{70} - \frac{30}{70} - \frac{157}{70} = -\frac{35}{70} = -\frac{1}{2}$$

$$P_3(3 \mid 2) : f(3) = \frac{19}{35} \cdot 3^2 - \frac{3}{14} \cdot 3 - \frac{157}{70} = \frac{171}{35} - \frac{9}{14} - \frac{157}{70} = \frac{342}{70} - \frac{45}{70} - \frac{157}{70} = \frac{140}{70} = 2$$

د محورغوڅتکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} \qquad f(0) = -\frac{157}{70} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid -\frac{157}{70}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{19}{35}x^2 - \frac{3}{14}x - \frac{157}{70} = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^2-\frac{15}{38}x-\frac{157}{38}=0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p=-\frac{15}{38};\ q=-\frac{157}{38} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{225}{5776}+\frac{157}{38}=\frac{24089}{5776} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{24089}{5776}}=\frac{1}{76}\cdot\sqrt{}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\begin{array}{ll} x_1=\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2{,}24 & \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx 2{,}24\,|\,0\right. \\ x_2=\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1{,}84 & \Rightarrow P_{x2}\left(\frac{15}{76}-\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}\approx -1{,}84\,|\right. \end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه

$$f(x)=\frac{19}{35}x^2-\frac{3}{14}x-\frac{157}{70}$$

$$x_{sp}=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}+\frac{15}{76}+\frac{1}{76}\cdot\sqrt{24089}}{2}=\frac{15}{76}$$

$$y_{sp}=f(x_{sp})=f\left(\frac{15}{76}\right)=\frac{19}{35}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)^2-\frac{3}{14}\cdot\left(\frac{15}{76}\right)-\frac{157}{70}=-\frac{24089}{10640}$$

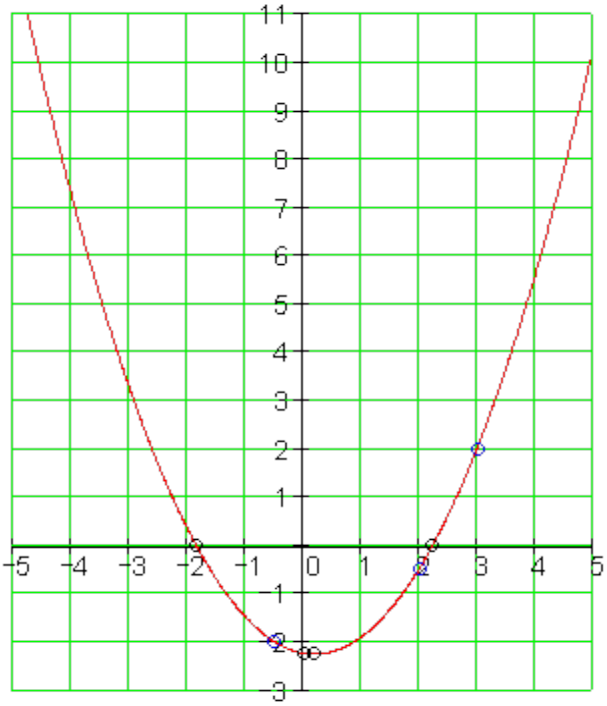
ککرۍ ټکی: $P_{sp}\left(\frac{15}{76}\,|\,-\frac{24089}{10640}\right)$

ککرۍ ټکي بڼه:

$$f(x)=\frac{19}{35}\left(x-\frac{15}{76}\right)^2-\frac{24089}{10640}$$

ګراف :

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ- د تابع مساواتو شمیرنه

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3) = 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(1) = 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{1}{4}$$

$$P_2(3\,|\,9): f(3) = 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = 9$$

a_0	a_1	a_2	
1	−3	9	$\frac{5}{4}\,\vert\cdot 4$
1	1	1	$-\frac{1}{4}\,\vert\cdot(-4)$
1	3	9	$9\,\vert\cdot(-4)$
4	−12	36	5

$$-24a_1 = -31\,|:(-24)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = \frac{31}{24}}$$

$$-16a_1 + 32a_2 = 6 \Leftrightarrow -16\cdot\frac{31}{24} + 32a_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 32a_2 - \frac{62}{3} = 6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{5}{6}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

−4	−4	−4	1II+I
−4	−12	−36	−36III+I
4	−12	36	5
0	−16	32	6
0	−24	0	−31

$$4a_0 - 12a_1 + 36a_2 = 5 \Leftrightarrow 4a_0 - 12\cdot\frac{31}{24} + 36\cdot\frac{5}{6} = 5$$

$$\Leftrightarrow 4a_0 - \frac{31}{2} + 30 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -\frac{19}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}}}$$

$$P_1\left(-3\,|\,\frac{5}{4}\right): f(-3) = \frac{5}{6}\cdot(-3)^2 + \frac{31}{24}\cdot(-3) - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} - \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} - \frac{50}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$P_2\left(1\,|\,-\frac{1}{4}\right): f(1) = \frac{5}{6}\cdot 1^2 + \frac{31}{24}\cdot 1 - \frac{19}{8} = \frac{5}{6} + \frac{31}{24} - \frac{19}{8} = \frac{20}{24} + \frac{31}{24} - \frac{57}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}$$

$$P_3(3\,|\,9): f(3) = \frac{5}{6}\cdot 3^2 + \frac{31}{24}\cdot 3 - \frac{19}{8} = \frac{15}{2} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{60}{8} + \frac{31}{8} - \frac{19}{8} = \frac{72}{8} = 9$$

د محورغوټکو شمیرنه :

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} \qquad f(0) = -\frac{19}{8} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,-\frac{19}{8}\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8} = 0$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{31}{20}x - \frac{57}{20} = 0$$

د مربع مساوات نورمال بڼه

$$p = \frac{31}{20}; q = -\frac{57}{20} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{961}{1600} + \frac{57}{20} = \frac{5521}{1600} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{5521}{1600}} = \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left|\begin{array}{ll} x_1 = -\frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx 1{,}08 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx 1{,}08\,|\,0\right)}} \\ x_2 = -\frac{31}{40} - \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx -2{,}63 & \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{31}{40} - \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} \approx -2{,}63\,|\,0\right)}} \end{array}\right.$$

ککرۍ ټکی او ککرۍ ټکی بڼه:

$$f(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{31}{24}x - \frac{19}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

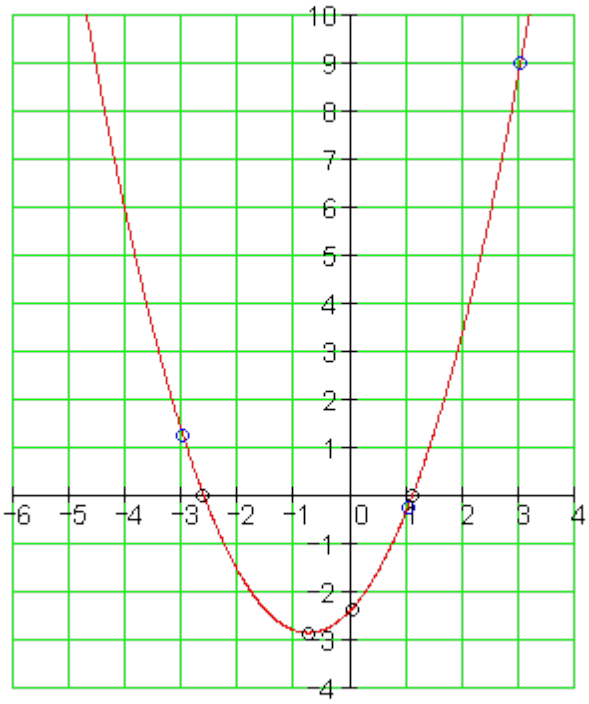
$$x_{sp} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-\frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521} - \frac{31}{40} + \frac{1}{40}\cdot\sqrt{5521}}{2} = -\frac{31}{40}$$

$$y_{sp} = f(x_{sp}) = f\left(-\frac{31}{40}\right) = \frac{5}{6}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right)^2 + \frac{31}{24}\cdot\left(-\frac{31}{40}\right) - \frac{19}{8} = -\frac{5521}{1920}$$

ککری ټکی: $P_{sp}\left(-\frac{31}{40} \mid -\frac{5521}{1920}\right)$

ککری ټکی بڼه: $f(x) = \frac{19}{35}\left(x + \frac{31}{40}\right)^2 - \frac{5521}{1920}$

ګراف :



(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –

تابع:

$y = f(x) = -x^2 - x + 2$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

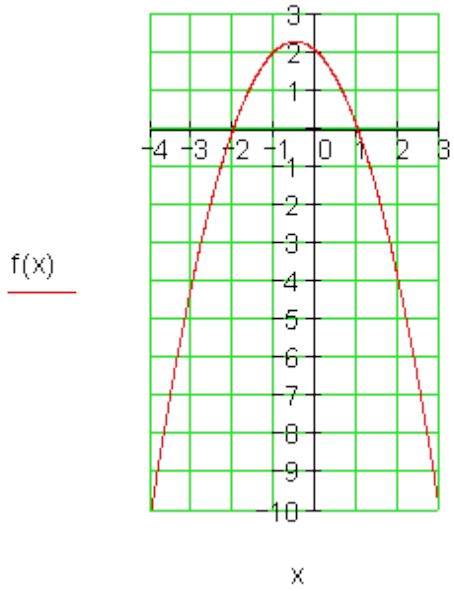
$y = f(x) = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

ککرۍ: $S\left(-\frac{1}{2} \middle| 2\frac{1}{4}\right)$

صفرځایونه:

$P_{x_1}(1|0); P_{x_2}(-2|0)$

د y برخه: $P_y(0|2)$



تابع:

$y = f(x) = x^2 - x + 1\frac{1}{4}$

ککرۍ بڼه یا د رأس بڼه:

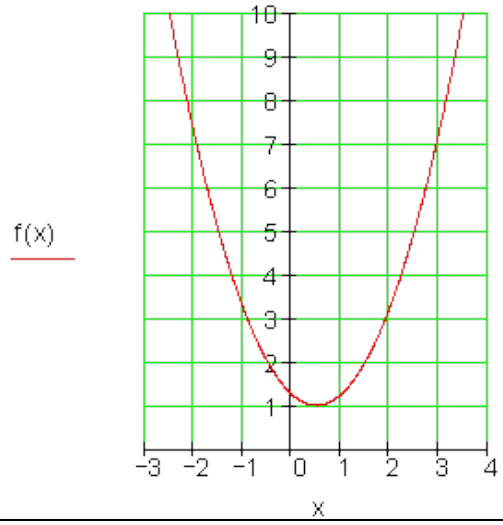
$y = f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 1$

ککرۍ $S\left(\frac{1}{2} \middle| 1\right)$

صفرځایونه: شتون نه لري

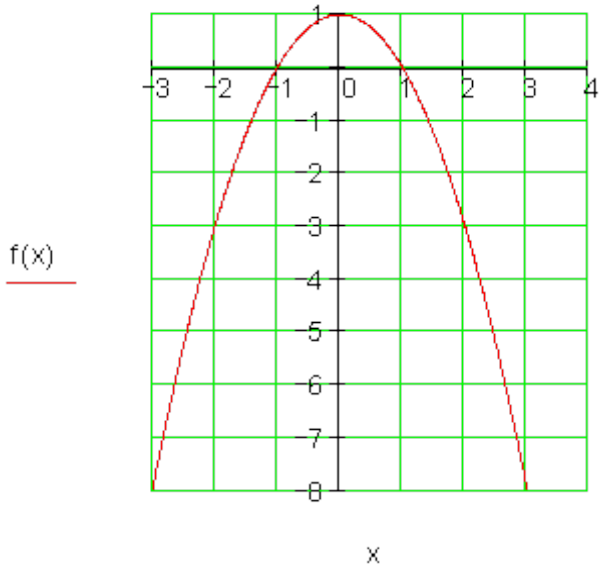
د y برخه: $P_y\left(0 | 1\frac{1}{4}\right)$

ت –



(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ

تابع: $y = f(x) = -x^2 + 1$ ککربنه یا د رأس بنه: $y = f(x) = -(x+0)^2 + 1$ ککری: $S(0 \mid 1)$ صفرځایونه: $P_{x1}(1 \mid 0); P_{x2}(-1 \mid 0)$ د برخه: $P_y(0 \mid 1) = S$	

دویم:

الف ـ $P_1\left(-\frac{1}{2} \mid 3\right); P_2\left(-5\frac{1}{2} \mid -2\right); P_3\left(-2\frac{1}{2} \mid -5\right)$

ب ـ $f_4(x) = x^2 + 7x + 6\frac{1}{4}$ پ ـ $f_4(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 6$ ت ـ $S\left(-\frac{7}{2} \mid -6\right)$

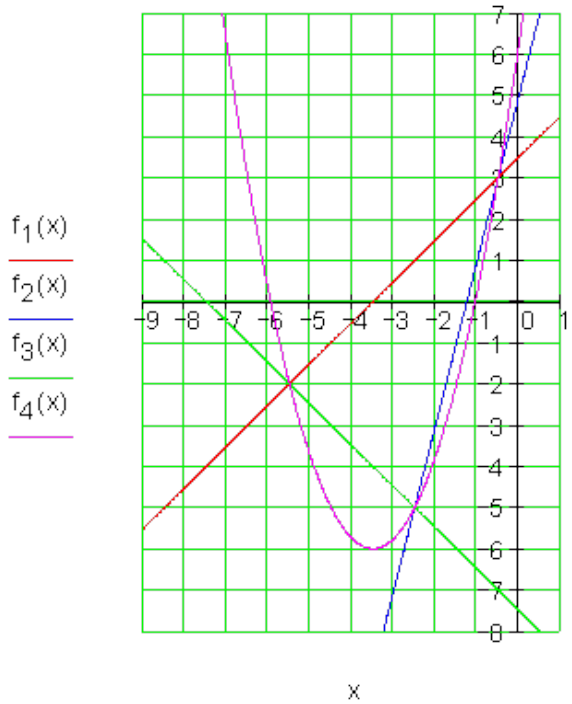
ټ ـ

$$P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x2}\left(-\frac{5}{4} \mid 0\right); P_{x3}\left(-7\frac{1}{2} \mid 0\right); P_{x4}\left(-3,5-\sqrt{6} \mid 0\right); P_{x5}\left(-3,5+\sqrt{6} \mid 0\right)$$

$$P_{y1}\left(0 \mid 3\frac{1}{2}\right); P_{y2}(0 \mid 5); P_{y3}\left(0 \mid -7\frac{1}{2}\right); P_{y4}\left(0 \mid 6\frac{1}{4}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث -



دریم:

الف- $P_1\left(\frac{1}{3}\,|\,3\right);\ P_2\left(5\frac{1}{2}\,|\,-2\right);\ P_3\left(2\frac{1}{2}\,|\,-5\right)$

ب - $f_4(x) = x^2 - 7x + 6\frac{1}{4}$

پ - $f_4(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 6$

ت - $S\left(\frac{7}{2}\,|\,-6\right)$

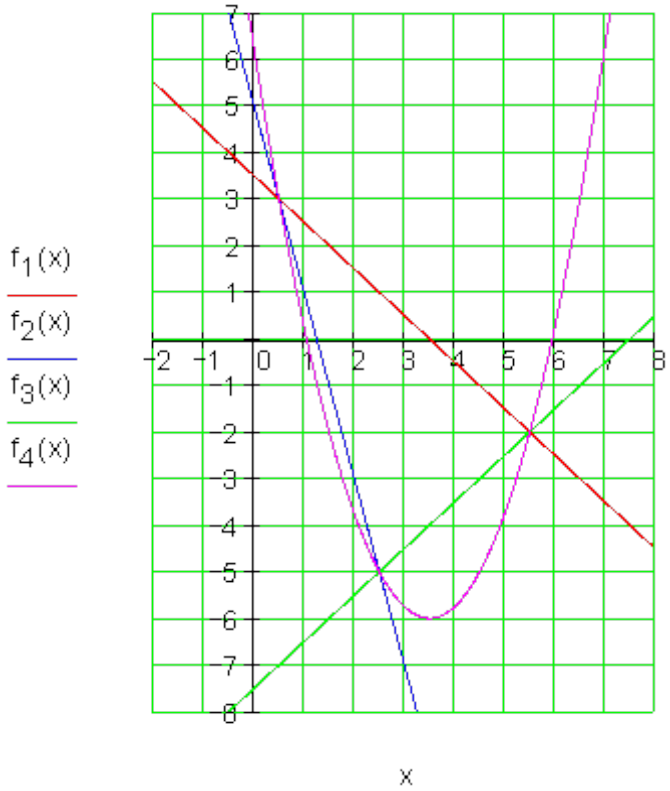
ټ –

$P_{x_1}\left(3\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{5}{4}\,|\,0\right);\ P_{x_3}\left(7\frac{1}{2}\,|\,0\right);\ P_{x_4}\left(3{,}5-\sqrt{6}\,|\,0\right);\ P_{x_5}\left(3{,}5+\sqrt{6}\,|\,0\right)$

$P_{y_1}\left(0\,|\,3\frac{1}{2}\right);\ P_{y_2}\left(0\,|\,5\right);\ P_{y_3}\left(0\,|\,-7\frac{1}{2}\right);\ P_{y_4}\left(0\,|\,6\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ



ثلورم:تابعمساوات: $s(t) = a_2t^2 + a_1t + a_0$

د کچوني ټکی: $P_1(2|4); P_2(4|5); P_3(6|8)$

الف- مساواتسیستم ولیکی:

$$P_1(2|4): 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 = 4$$
$$P_2(4|5): 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 = 5$$
$$P_3(6|8): 36a_2 + 6a_1 + 1a_0 = 8$$

د گاوس-الگوریتم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	
1	2	4	4
1	4	16	5
1	6	36	8

$a_2 = \frac{1}{4}$ $a_1 = -1$ $a_0 = 5$

$s(t) = \frac{1}{4}t^2 - t + 5$

ب-

$s(0) = 5$ $s(3) = \frac{17}{4} = 4,25$ $s(5) = \frac{25}{4} = 6,25$

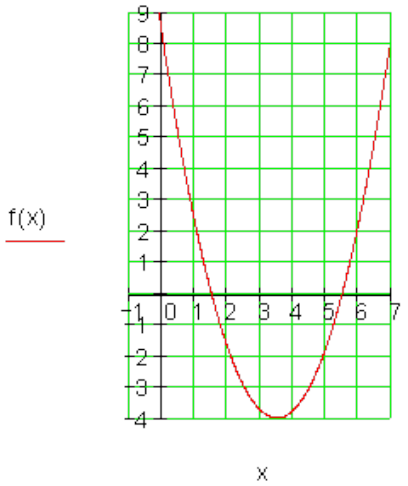
وخت t = 0 کې پیل لار یا s = 5 cm ده.

د t وروسته وهل شوي لار 3= s دی s = 4,25cm
وهل شوي لار وروسته له t = 5 s دی s = 6,25cm

پ- ایښونه: $s(t) = 10 \Leftrightarrow \frac{1}{4}t^2 - t + 5 = 10$

د مربع مساوات حل : $t_1 = 2 + 2 \cdot \sqrt{6} \approx 6,899$
$t_2 = 2 - 2 \cdot \sqrt{6} \approx -2,899$ د حل په حیث یې نه لرو
د t = 6,899 وروسته s وهل شوي لار 10 cm ده.

پنځم: الف-



تابع : $y = f(x) = x^2 - 7x + 8\frac{1}{4}$

ککری بڼه $y = f(x) = \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - 4$

ککری $S\left(3\frac{1}{2} \middle| -4\right)$

صفرځایونه: $P_{x1}\left(1\frac{1}{2} \middle| 0\right); P_{x2}\left(5\frac{1}{2} \middle| 0\right)$

د y غوڅی. $P_y\left(0 \middle| 8\frac{1}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

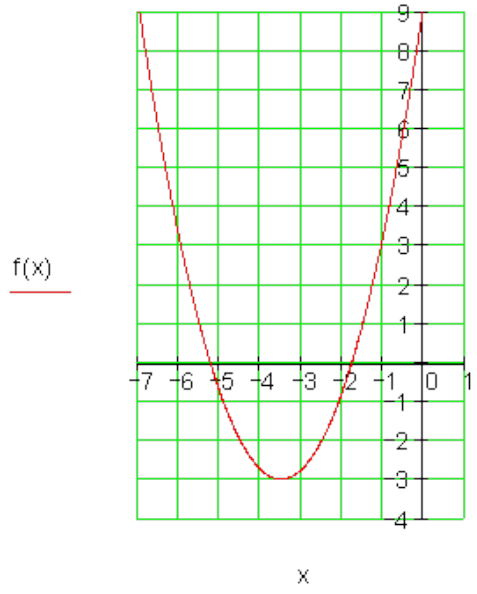
تابع : $y = f(x) = x^2 + 7x + 9\frac{1}{4}$

ککری بڼه $y = f(x) = \left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - 3$

ککری $S\left(-3\frac{1}{2} \middle| -3\right)$

صفرځایونه: $P_{x1}\left(-3\frac{1}{2} - \sqrt{3} \middle| 0\right)$ $P_{x2}\left(-3\frac{1}{2} + \sqrt{3} \middle| 0\right)$

د y غوڅی. $P_y\left(0 \middle| 9\frac{1}{4}\right)$



تابع : $y = f(x) = -x^2 - 8x - 17$

ککری بڼه :

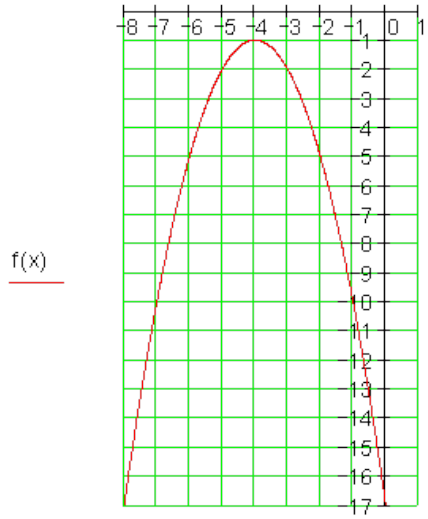
$y = f(x) = -(x+4)^2 - 1$

ککری: $S(-4 | -1)$

صفرځایونه: نه شته

د y غوڅی.

$P_y(0 | -17)$



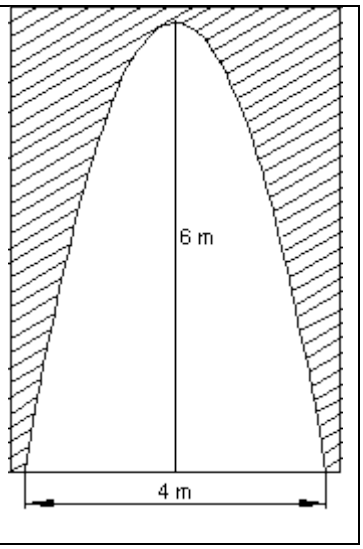
پ –

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه۱

لومړی –



یوه د ننوتلو دروازه د پارابول بڼه لري

هغه 6 m جګه او 4 m سروره ده

یو موټر 3 m سرور دی او 2,20 m جګ

کېدی شي دا موټر په دروازه ننوځي؟

پام اړونه: لومړی د پارابول د لیندې فرمول وشمېړی.

دویم –

یو غشیویشتونکی غشی نیغولاړ پورته لور ته ولي. د غشي جګوالی h د وخت t په واکوالي کې داسې لیکل کیږي:

$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2$$

h په متر او t په ثانیو

الف – مساوات $h(t) = 0$ حل کړی او د حل معنا روښانه کړی.

ب- د $h(t)$ ګراف وکاږی.

پ- غشی له کوم وخت وروسته بیرته وېشتلجګوالي (h = 0) ته رسیږي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –خورا لوی جګوال پیدا کړی، چې غشی ورته سیږي.

دریم – یو د تابع مساوات $f(x)=0,1.x^2$ سره پارابول جوړیږي.

له دې سره یو نوی پارابول منځ ته راځي.

اړونده تابعترم ورکړی، که دا دا لاندې څیرونه یا تابع (ژباړونکی:په متن Abbildung د mapping په معنا دی، نو له دې امله زه ورته څیرونه لیکم) وي:

الف – د x محور باندې هندارونه.

ب- د y محور باندې هندارونه.

پ – د مثبتx محور په لور په 3 واحده راکښنه.

ت – د کمیز یا منفي y محور په لور په 2 واحده راکښنه.

ټ – د4 ضریب سره د y په لور غزونه.

څلورم – د یوه فابریکوال ګټه د منځ ته راوړې ډېرې یا ستې په واک کې یو 2.درجه ټول راشنل یا هوښیار تابع دی.

په 50 ME (ډېرې یوون یا ستواحد) تولید سره ګټه صفر دی، د 150 ME لپاره ګټه ماکسیمال ده.

دا 60000 € ده.

د ګټه ترم د ګټې تابع وټاکی.

پنځم – یوه پارابول ډوله کوږ(منحني ډوله) پول یوه د غزیدا اوږدوالی 223 متره لري. یو ګرځنده غواړي د پول جګوال پیداکړي. دی د 1,2 متره واټن د پله تر پښه ټکي یا پیلټکي(د پښو پلونو(قدمونو) باندې کچ شوی) د پول کږه یا منحني2,0 متره جګ دی(د بدن د لویوالي کچې سره پرتله شوی).

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف – د پول کږه څومره خورالوی جګوالی لري؟

ب ـ دا پیدا شوی جګوالی په څو په سلو کې تغیر خوري، که ګرځنده د پښوپل اندازه کونې سره10 سانتي متره کم یا لږ اندازه کړی وي؟

ځوابونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه۱

نتیجې او ځنې مفصل ځوابونه.

مفصل ځوابونه:

لومړی-د کواوردینات سرچینه یا پیل د پولکږې یا منحني په کښته کیڼ ګوډ ایښول کیږي.

$$S(2\,|\,6) \Rightarrow f(x) = a_2\,(x-2)^2 + 6$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$$

$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$$

دا موټر 3 m سور ري. دا د پول د لاندې په منځ کې تیریږي، نو دا واټن د کیڼ لاندې ګوډ سره تر اوسه0,5 m دی. د پول د کږې یا منحني جګوال په دې ورشو کې پروت دی.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$$

موټر مګر فقط 2,2 m جګ دی. دا د پله لاندې ځاییږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم - مفصل ځوابونه

الف -

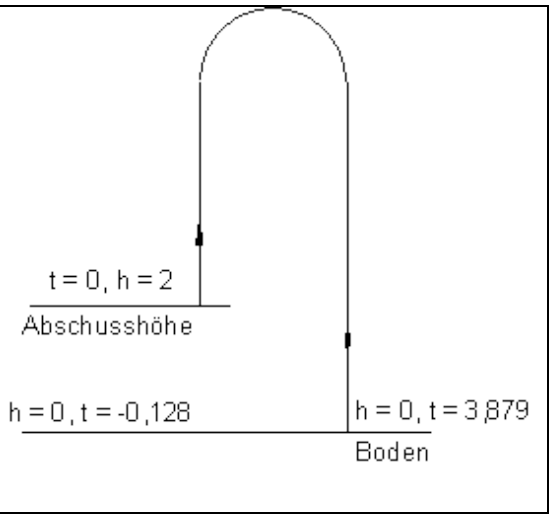
$$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{15}{4};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$$

$$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3{,}879$$

$$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0{,}129$$

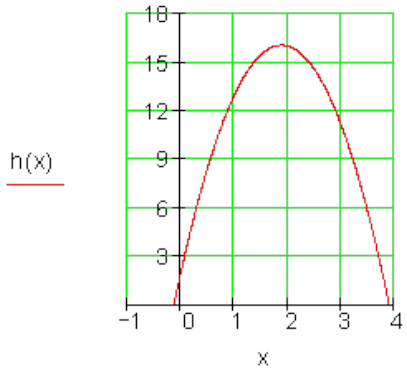


د دواړو ځوابونو غوره والی:

په t = 0 وخت کې غشی له یوه h = 2 m جګوالي څخه ویشتل کیږي.

له t = 3,879 s وخت وروسته غشی په ځمکه لویږي h = 0 .
که سړي دا غشی له خمکې له سر h = 0 څخه ویشتلی وی، نو ده به د لومړي 2 m لپاره 0,128 s وخت اړتیا لرلی.

ب –



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –

ایښوونه: $h(t)= 2$

$$\Leftrightarrow -4t^2+15t+2=2$$
$$\Leftrightarrow -4t^2+15t=0$$
$$\Leftrightarrow t(-4t+15)=0$$
$$\Rightarrow t_1=0\,;\,t_2=\frac{15}{4}=\underline{\underline{3,75}}$$

له $t = 3,75$ s وخت وروسته غشی د 2 m متره وېشتلجګوالي څخه بیرته په ځمکه پروت دی

خورا لویجګوالی په ککرۍ ټکي یا رأس کي.

ت - $h(t_s)=h\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{257}{16}\approx 16,063$ $\qquad t_s=\frac{t_1+t_2}{2}=\frac{15}{8}=1,875$

له 1,875 s څخه وروسته خورا لوی جګوالي16,063 m ته رسیږي.

دریم - نتیجي

الف – $f(x)=0,1.x^2$ د x په محور هندارونه یا انعکاس. له د لاس ته راځي

$g(x)=-0,1.x^2$

ب –$f(x)=o,1.x^2$ د y په محور هندارونه یا انعکاس له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x)=0,1\cdot x^2$$

له دې امله چې محور سیومتریک دی.

پ - $(x)=o,1.x^2$ په 3Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په مثبت x راکښنه .له دې لاس ته راځي: $\Rightarrow \underline{\underline{g(x)=-0,1\cdot(x-3)^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $(x)=o,1.x^2$ په 2Eh د اوږدوالي یونونو یا واحدونو په کمیز یا منفي y . له دې لاس ته راځي:

$$\Rightarrow g(x) = -0,1 \cdot x^2 - 2$$

ټ – $(x)=o,1.x^2$ په y په 4 ضریب غزونه. له دې لاس ته راځي

$$\Rightarrow g(x) = 4 \cdot f(x) = 0,4 \cdot x^2$$

څلورم - (لاندې الماني:)

ماکسیموم د(S(150|60000 سره په ککرۍ ټکي پروت دی

(ککرۍ ټکیبنه) $\Rightarrow G(x) = a_2 (x-150)^2 + 60000$

$$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2 (-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$$

$$G(x) = -6(x-150)^2 + 60000 = -6x^2 + 1800x - 75000$$

پنځم –

الف - د پله د کږې یا منحني ټول اوږدوالی s = 223 m دی.

د y محور پول په دوه برابرو نیمو وېشي، داسې چې ښی پښه ټکی یا د ځمکې د سر ټکی په

v = 111, 5 m پروت دی.

په لومړي حالت کې د پښه – یا ځمکې ټکي څخه واټن 1,2 m دی، دا نو په

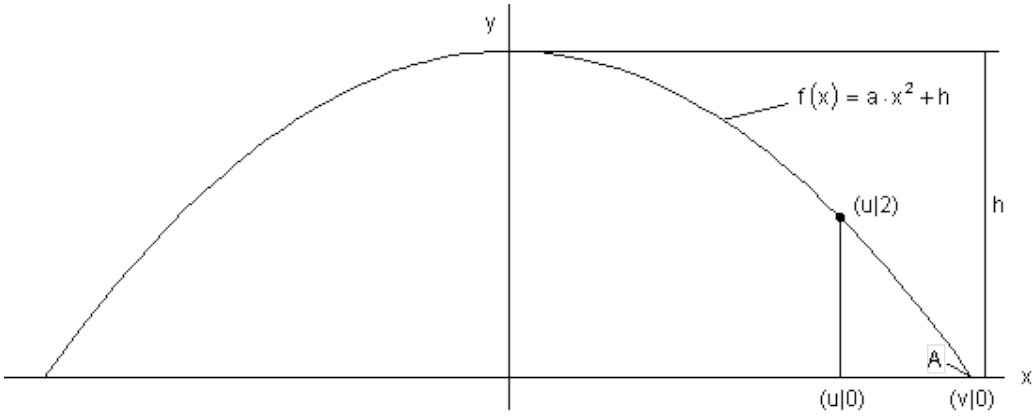
u = 111,5 m - 1,2 m = 110,3 m

کې پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

هلته د پول کږه 2 m جګوالی لري.

داچې د ځمکې سر ټکي په دويم حالت کې لويدنه فقط 1,1 m بايد وي، نو موخه ور دی، چې شميرنه د متحولې يا اووښتونې u او v سره په ټوليزه توګه مخ ته بوځو. دا ټيک يا روښانه ارزښت وروسته کيښوول کيږي.



د پارابول تابعمساوات

$$f(x) = a \cdot x^2 + h$$

$$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$$

$$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$$

له (1) لاس ته راځي: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

ارزښت په(2) کې ځای په ځای کړی

$$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$$

د a پسې حل کړی

$$a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$$

ضريب a له نوکانو وباسی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a\cdot\left(u^2-v^2\right)=2\Leftrightarrow a=\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}$$

په (3) کې کیږدی

$$h=2-\frac{2}{\left(u^2-v^2\right)}\cdot u^2=\underline{\underline{\frac{2v^2}{v^2-u^2}}}$$

Fall=حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}3 \quad v=111{,}5$$

$$h_I=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}3^2\right)}\approx\underline{\underline{93{,}419}}$$

ب –

Fall= حالت:

$$\text{Fall}: u=110{,}4 \quad v=111{,}5$$

$$h_{II}=\frac{2\cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2-110{,}4^2\right)}\approx\underline{\underline{101{,}886}}$$

کم زیاتیدنه په% نسبت و hi ته

$$h_{II}-h_I=101{,}886-93{,}419=8{,}467\Rightarrow p=\frac{8{,}467}{93{,}419}\cdot 100\approx\underline{\underline{9{,}06\%}}$$

د پله کږه یا منحني په لومړي حالت کې څه ناڅه h_I = 93,419 m جګوالی لري

په دویم حالت کې جګوالی څه نا څه h_{II} = 101,886 m دی.

د په سلو کې توپیر نسبت و h_I ته څه ناڅه 9,06% دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د مربع مساوات متني یا تکست او د استعمال بېلګې

برخه**II**

لومړی: د یوه پارامتر تابعمساوات داسي ورکړل شوي دي: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

الف- د ککرۍ ټکي بڼه وشمیرئ.

ب- د محورغوڅتکي وشمیرئ.

پ پارابول دې داسې راکښل شي، چې هغه ټکی چې دy محور باندې د پارابول پروت ټکی له ټکي (1- | 3-) Pتیر شي.

د راکښل شوې پارابل تابعمساوات g(x) څنګه دی؟

ت- دواړه پارابولونه چیرته غوڅوي؟

ټ-دواړه پارابولونه په یوه مناسب کواوردیناتسیتم کې وکاږئ.

دویم: د یوې حجرې(کوټه ګۍ) کلتور په یوه بیالوژیکي معاینه کونه یا کتنه لاندې کچ ارزښتونه لاس ته راځي:

اړین وخت په ---------- د حجرې تجزیې تعداد	0	2	4	6	8
	0	2	8	18	32

الف- تابعمساوات وشمیرئ

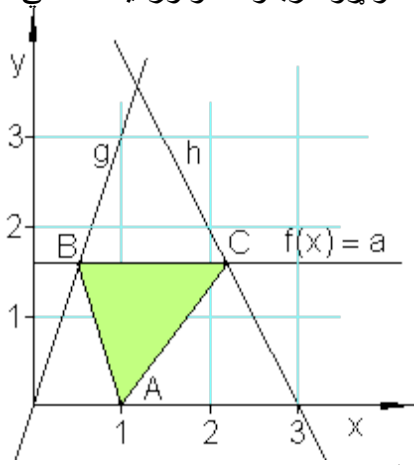
ب-ګراف یې په وه متاسب پروتولاړسیستم کې وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-له کو وخت وروسته 200 حجري وېشني صورت میندلی؟

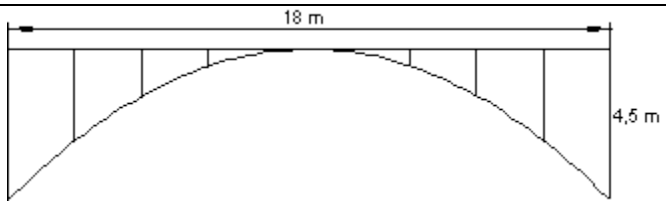
ت- څومره وخت پهېر کي نیسي، تر هغي چي1800 وېشنو صورت نیولی وي؟

وx محور ته غبرګه کرښه د $0 < a < 3$ لپاره د تابع مساوواتa $f(x) = a$ سره کرښه g په ټکي B او کرښه h په ټکي C کي غوڅوي.
دA کواوردیناتونه $A(1 \mid 0)$ دي.
ټکی A, B اوC د یوه درېګوډي یا مثلث د ګوډونو (زاویو یا کونجونو) ټکي دي.
a څنګه وټاکل شي، چي د مثلث سطحه خورا لوی ارزښت ولري؟
د دواړو کرښو د کواوردینات ټکي کیدی شي ولوستل شي.



څلورم: په څرګنده توګه د یوه ګړندي موټر د تیلو لګښت د موټر د چټکتیا یا سرعت په واک کي دی. د کچرني له لاري تابعییزي - یا فنکشنالي اړیکي پیداکیږي.
باور لري: $K(v) = 0{,}002\, v^2 - 0{,}18\, v + 8{,}55$ د$v > 40$ لپاره.
دلته په دي معنا دي: $K(v)$ د تیلو لګښت په Liter/100 km اوv چټکتیا په km/h .
الف- په کومه چټکتیا سره په سل کیلو متره ټیک اوه لیتره تیل لګیږي یا مصرفیږي.
ب- په کومه چټیا د تیلو لګښت خورا لږ دی؟

پنځم:

د یوه 18 m اوږده پول لپاره په 2 m واټن تکیه متي یا- پښي په کار دي. د ټولو متو یا پښو اوږدوالی وشمیرئ.	

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه II

مفصل حلونه

لومړی:

الف-

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 - 4x - 2\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 - 2\right) \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x-2)^2 - 4 - 2\right]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}\left[(x-2)^2 - 6\right] \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3 \Rightarrow S(2\,|\,3)$$

ب-

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow P_y(0\,|\,1)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = 0 \,|\cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow p = -4;\ q = -2$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Big|\quad x_1 = 2 + \sqrt{6},\quad x_2 = 2 - \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow P_{x_1}\left(2 + \sqrt{6} \approx 4{,}45\,|\,0\right)$$

$$P_{x_2}\left(2 - \sqrt{6} \approx -0{,}45\,|\,0\right)$$

پ-د پارابول ټکی، چې د محور باندې پروت دی، (1 | 0)Pyدی. دا دې ټکي - | 3-) P (1 ته راکښل شي.

$$P_y(0\,|\,1) \underset{\text{Verschiebung}}{\Rightarrow} P(-3\,|\,-1)$$

3-<-0 په درې یونه یا واحده کین لور ته راکښل شوی

(c) ketabton.com: The Digital Library

1->1 په دوه واحده کښته لور ته راکښل شوی.
که د پارابول یو ټکی دا رکښنه ولري، نو بیا د پارابول هر ټکی دا راکښنه لري، هم ککرۍ ټکی. د پارابول ککرۍ ټکی د تابع مساوات f(x) سره په درې واحده کیڼ لور ته او په دوه واحده کښته لور ته راکښل کیږي، داسې چې له دې دراکښل شوي پارابول ککرۍ ټکی کیږي.
د پارابول ټکی، چې د y محور باندې پروت دی، Py(0 | 1) دی.
دا دې ټکي P (-3 | -1) ته راکښل شي.

$$S(2|3) \underset{\text{3 EH nach links und 2 EH nach unten}}{\Rightarrow} S(-1|1)$$

د پورته الماني پښتو: په درې واحده کیڼ او په دوه واحده لاندې لور ته.

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow g(x) = -\frac{1}{2}\left(x^2 + 2x + 1\right) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

ت-

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \,|\, + \frac{1}{2}x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x + 1 = -x + \frac{1}{2} \,|\, +x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 1 = \frac{1}{2} \,|\, -1$$

$$\Leftrightarrow 3x = -\frac{1}{2} \,|\, :3$$

$$\Leftrightarrow x = x_s = -\frac{1}{6}$$

$$y_s = f(x_s) = f\left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{1}{6}\right)^2 + 2\cdot\left(-\frac{1}{6}\right) + 1$$

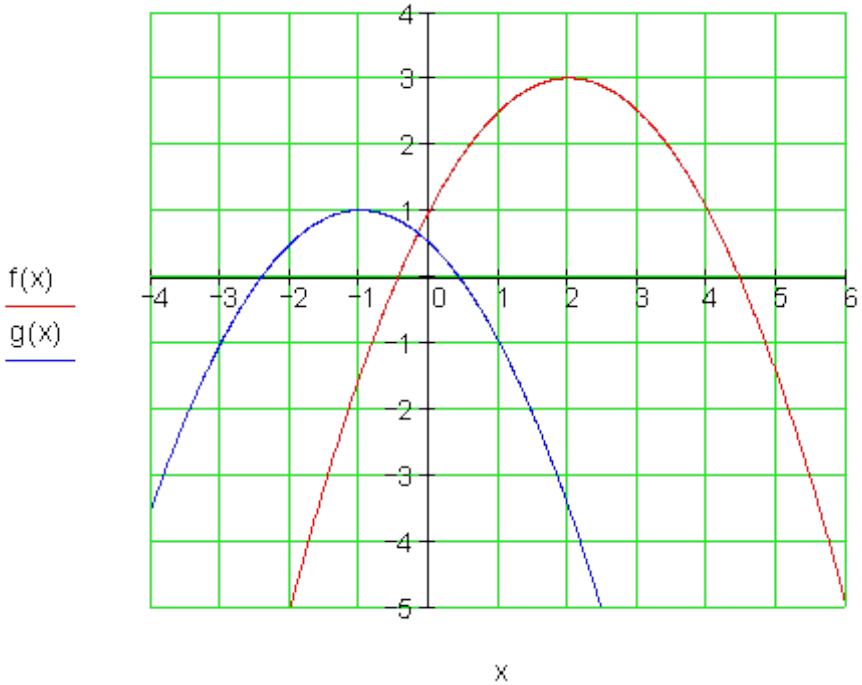
$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{36} - \frac{2}{6} + 1$$

$$\Leftrightarrow y_s = -\frac{1}{72} - \frac{24}{72} + \frac{72}{72} = \frac{47}{72}$$

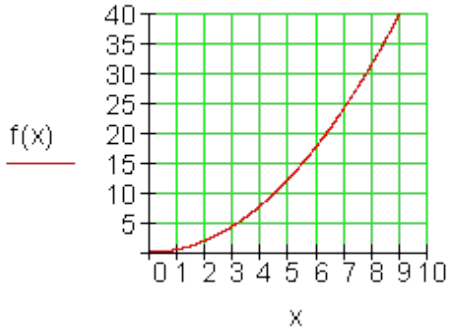
دپارابول غوڅتکی: $S\left(-\frac{1}{6} \approx -0{,}17 \,\middle|\, \frac{47}{72} \approx 0{,}65\right)$

ث-

(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم:



وخت په د حجري وېشنه	0	2	4	6	8
	0	2	8	18	32

د تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

د تابع مساوات د ازمايښت له لاري پداکيدی شي.

$f(x) = 1800 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 1800 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 3600$

$\Leftrightarrow x = 60$

$\Rightarrow$ 1800 Teilungen nach 60 h

$f(x) = 200 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 200 \mid \cdot 2$

$\Leftrightarrow x^2 = 400$

$\Leftrightarrow x = 20$

$\Rightarrow$ 200 Teilungen nach 20 h

د الماني پښتو: د پسې وېشنه. مخامخ هم

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

$$g(x) = 3x\,;\ h(x) = -2x + a_0$$

$$P(3\,|\,0):\ h(3) = -2\cdot 3 + a_0 = 0 \Leftrightarrow a_0 = 6 \Rightarrow h(x) = -2x + 6$$

د مثلث یا درېګوډي سطحه: $A = \frac{g\cdot h}{2} = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2}$

د ټکو B او C د x کواوردیناتو ټکي ټاکل کیږي.

B : د g(x) غوڅی د f(x) سره: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow 3x = a \Leftrightarrow x = \frac{a}{3} \Rightarrow B\left(\frac{a}{3}\,\middle|\,a\right)$

C : د h(x) غوڅی د f(x) سره :

$$:\ h(x) = f(x) \Leftrightarrow -2x + 6 = a \Leftrightarrow x = 3 - \frac{5a}{6} \Rightarrow C\left(3 - \frac{a}{2}\,\middle|\,a\right)$$

واټن BC: $:\ 3 - \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 3 - \frac{5a}{6}$

سطحه: $A = \frac{\overline{BC}\cdot a}{2} = \frac{\left(3 - \frac{5a}{6}\right)\cdot a}{2} = -\frac{5}{12}a^2 + \frac{3}{2}a = A(a)$

پارابول کښته لور ته واز دی.

صفرځایونه: $:\ a\left(-\frac{5}{12}a + \frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow a_1 = 0\,;\ a_2 = \frac{18}{5}$

لومړی: ککرۍ ټکي کواوردینات $:\ \frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{0 + \frac{18}{5}}{2} = \frac{9}{5} = \underline{\underline{1{,}8}}$

دویمه د ککرۍ ټکي کواوردینات: $A\left(\frac{9}{5}\right) = \frac{27}{20} = \underline{\underline{1{,}35}}$

د a=18 لپاره د درېګوډي یامثلث سطحه خورالویه (maxiaml) او په رښتیا 1,35FE د سطحې یونونه یا واحدونه ده.

څلورم:

الف- د المانیپښتو: ،، د ... لپاره،،

$$K(v) = 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 \text{ für } v > 40$$

$$K(v) = 7 \Leftrightarrow 0{,}002v^2 - 0{,}18v + 8{,}55 = 7 \Leftrightarrow v^2 - 90v + 775 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$p = -90\,;\ q = 775 \Rightarrow D = 1250$$
$$v_1 = 45 + \sqrt{1250} \approx 80,36$$
$$v_2 = 45 - \sqrt{1250} \approx 9,6$$ د v>40 له امله په پوښتنه کې نه راځي .

د یوې چټکتیا 80,36 km/hi سره د لګښت .7 Liter/100 km دی.

ب –

ککرۍ ټکی خورا لوی یا ماکسیمال دی.

$$v_s = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{45 + \sqrt{1250} + 45 - \sqrt{1250}}{2} = \underline{\underline{45}}$$
$$K(45) = 0,02 \cdot 45^2 - 0,18 \cdot 45 + 8,55 = \underline{\underline{4,5}}$$

د یوې چټکتیا 45 km/h سره دا لګښت خورا لږ او 4,5 Liter/ 100 km دی.د کواوردینات سرچینه د پول کږې یا منحني په ککره کې پرته ده.

$f(x) = a_2x^2$ د P(9|-4,5) سره لاس ته راځي:

$$f(9) = 81a_2 = -4,5 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{18}$$ او $$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{18}x^2}}$$

د متو یا ستنو واټن له ککرۍ ټکي دي: $\pm 1\,;\ \pm 3\,;\ \pm 5\,;\ \pm 7\,;\ \pm 9$

$$f(1) = f(-1) = -0,056\,;\ f(3) = f(-3) = -0,5\,;\ f(5) = f(-5) = -1,389$$
$$f(7) = f(-7) = -2,722\,;\ f(9) = f(-9) = -4,5$$

د متو اوږدوالی د هر ۲ متو لپاره:

0,056m; 0,5 m ; 1,389m ; 2,722m ; 4,5m

پوښتنې

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بیلګې برخهIII

لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترڅنګ جدول ته داتا:

پارابول: $f(x)= -x^2 + 4$

y محور ته غبرګ:

x=u د $(-1 \leq u \leq 2)$ سره

کرښه g له:

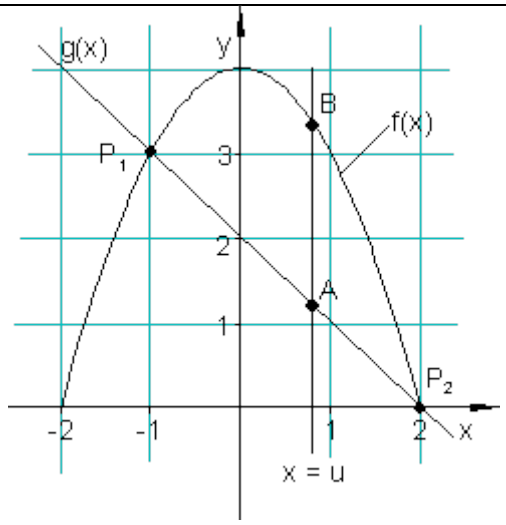
$P_1(-1|3); P_2(2|0)$

د u = 1 لپاره د A او B واټن

وشمیرئ

u څنګه وټاکو، چې د A او B

ترمنځ واټن خورا لوی شي؟



دویم: د یوه مال د تولید سره د ورځې ټول ارزښتونه د تولید شوې ډېرئ x په واکوالي یا تابعیت کې په لاندې ډول کره شوي:

$$K(x) = 0{,}125x^2 + 1{,}5x + 200\,;\ 0 \leq x \leq 90$$

فابریکه په هره دانه د خرڅلاو یو ثابت قیمت د 14 € پلان کړی.

الف- د ټول لګښت کړه ږکاږئ او د خرڅلاو کرښه. $E(x) = 14x$

ب-شمیرنیز او ګرافیکي وټاکی، چې د کوم نرخ لپاره د تولید او خرڅلاو لګښت مساوي دی.

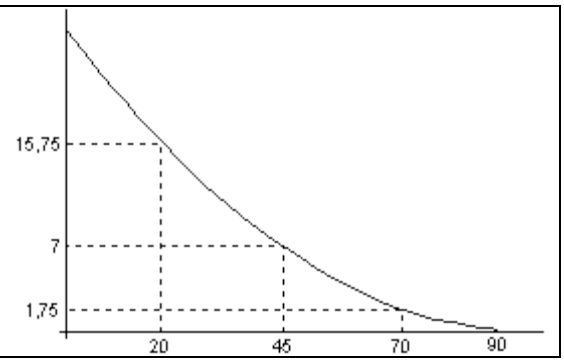
(د ګټې ځای په ځایوالی او د ګټې پوښ).$G(x) = E(x)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ-د کوم تولید دانو تعداد لپاره ګټه خورا لویه ده؟ $G(x) = E(x) - K(x)$

په پورته کې: ګټه $G(x)$ ، خرڅلاو $E(x)$ ، ټول لګښت $K(x)$

دریم: څېره د ټوپ مایله(د واورو د ټوپ لپاره، چې مایله جوړیږي Sprungschanze) ښايي. کچاندازه په m له څیرې راونیسی

الف- د منډې نخښې(کږې) تابع مساوات پیدا کړی ب- د منډېځای د خورا ټیټ او خورا جګ ټکي کمښت یا فرق وټاکی.	

څلورم:

V چټکتیا او په V چټکتیا د تیلو لګښتB	v 30 40 80 BV 6,25 6,2 7,0
په یوه ازمایښت کرښه(سرک یا لار) کچیږي، چې یوه لارې په برابره پاتې چټکتیا لږوي یا مصرفوي. د تیلو لګښت BV (بنزین لګښت Benzinverbrauch BV) (په Liter / 100 km) په واک کې یا تابع دی.	

الف- د بنزین لګښت$BV(v)$ (دا په دې معنا، چې د بنزین لګښت د چټکتیا یا سرعت په واک کې یا تابع دی) لپاره تابع ترم وټاکی.
ب- که منځنی چټکتیا 120 km / h وي، نو څومره تیل به ولږیږي؟
پ- په کومه چټکتیا لګښت ټیک 8 Liter / 100 km دی.
ت- په کومه چټکتیا لګښت خورا لږ دی؟

حلونه

د مربع مساوات تکست او د اسمعمال بېلګې برخه **III**

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل حلونه

لومړی:

$f(x)=-x^2+4;g(x)=-x+2$

د ټکو A او B کواوردیناتونه: $A(u|g(u);B(u|f(u))$

د ټکوA او B ترمنځ واټن:

$A(u)=f(u)-g(u)=-u^2+4-(-u+2)=-u^2+u+2$

د$u=1$ لپاره باور لري:$A(1)=-1^2+1+2=2$

خورا لوی واټن د $A(u)$ د ککرۍ ټکي له لارې ټاکل کیږي

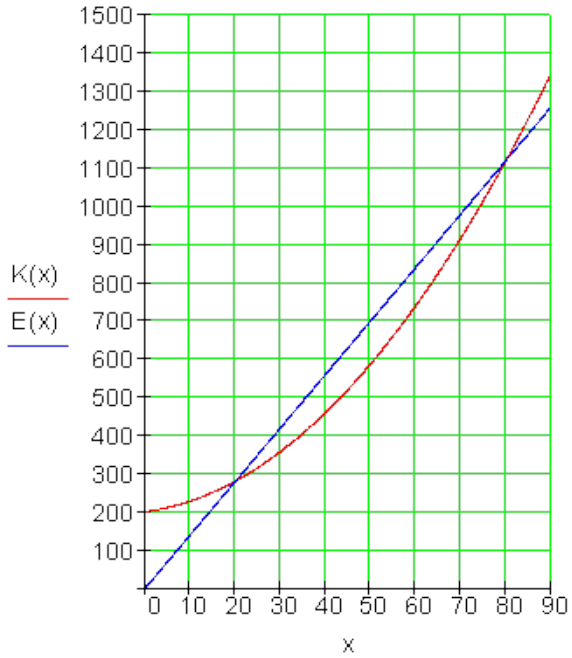
$$A(u)=-u^2+u+2=-\left[u^2-u-2\right]=-\left[u^2-u+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\right]$$

$$=-\left[\left(u-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right]=-\left(u-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}\Rightarrow S\left(\frac{1}{2}=0,5\ \middle|\ \frac{9}{4}=2,25\right)$$

د $u=0$ لپاره خورا لوی واټن 2,25LE (د اوږدوالي یوونونه یا واحد..) دی.

دویم:

الف- $K(x)=0,125x^2+1,5x+200;\ 0\le x\le 90;\ E(x)=14x$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

د ګټې ځای په ځایوالیNS له ګراف څخه ولولی:NS(20|280)

د ګټې پوله له ګرافیک څخه ولولی:NS(80|1120)

شمیرنیز ځواب:

$$K(x) = E(x) \Leftrightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 80\,;\, E(80) = 1120 \Rightarrow NG(80\,|\,1120)$$

$$x_2 = 20\,;\, E(20) = 1120 \Rightarrow NS(20\,|\,280)$$

پ – ګټه: $G(x) = E(x) - K(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200$

G(x) یو کښته لور ته واز پارابول دی.

$$G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 = -\frac{1}{8}\left[x^2 - 100x + 1600\right] = -0{,}125(x-50)^2 + 112{,}5$$

د یوه x=50 دانوتعداد لپاره ګټه خورا لویه یا ماکسیمال(112,50€) ده.

دریم: الف –

$$P_1(20\,|\,15{,}75): \quad f(20) = 400a_2 + 20a_1 + 1a_0 = 15{,}75$$

$$P_2(45\,|\,7): \quad f(45) = 2025a_2 + 45a_1 + 1a_0 = 7$$

$$P_3(70\,|\,1{,}75): \quad f(70) = 4900a_2 + 70a_1 + 1a_0 = 1{,}75$$

a_0	a_1	a_2	
1	20	400	15,75
1	45	2025	7 II – I
1	70	4900	1,75 III – I
1	20	400	15,75
0	25	1625	–8,75
0	50	4500	–14 III – 2·I
1	20	400	15,75
0	25	1625	–8,75
0	0	1250	3,5

$$1250a_2 = 3{,}5 \Rightarrow a_2 = \underline{0{,}0028}$$

$$25a_1 + 1625 \cdot 0{,}0028 = -8{,}75$$

$$\Rightarrow a_1 = \underline{-0{,}532}$$

$$a_0 + 20 \cdot (-0{,}532) + 400 \cdot 0{,}0028 = 15{,}75$$

$$\Rightarrow a_0 = \underline{25{,}27}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 0{,}0028x^2 - 0{,}532x + 25{,}27}}$$

ب – د جګوالي توپیر: $f(0) - f(90) = 25{,}27 - 0{,}07 = \underline{\underline{25{,}2}}$

د منډې ځای د خوراجګ او خورا ټیټ ټکي کښت یا فرق 25,2 m دی.

څلورم: الف-

(c) ketabton.com: The Digital Library

$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30|6,25); P_2(40|6,2); P_3(80|7)$

$BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$

$BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$

$BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$

a_0	a_1	a_2	
1	30	900	6,25
1	40	1600	6,2 II − I
1	80	6400	7 III − I
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	50	5500	0,75 III − 5 · II
1	30	900	6,25
0	10	700	−0,05
0	0	2000	1

$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 0,0005}$

$10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$

$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -0,04}$

$a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$

$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 7}$

$$\underline{\underline{BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7}}$$

ب-

$v = 120: \Rightarrow BV(120) = 0,005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$

د 120 km/h چټکتیا سره لګښت 9,4 Liter/100 دی.

پ-

اینبوونه: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$

$\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$

$\Rightarrow v_1 = 100; v_2 = -20$

د v = 100 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 8 Liter/100 km دی.

ت-خورا لږ لګښت په غوڅتکي کي دی.

د ککرۍ x کواوردینات: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$

$BV(40) = 6,2$

د 40 km/h چټکتیا سره د تیلو لګښت 6,2 Liter/100 km دی. دا هغه خورا لږ لګښت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.11-اقتصادي توابع یا بلواک (لګښتشمیرنه)

اقتصادي توابع

د یوه تیوپیکي یا نمونه ییزې بیلګې په مرسته به اقتصادي ستونځې د کرښیزو او مربعیزو یا څلورې یزو توابعو سره حل شي.

لګښتتابع: $K(x)=0,2x+1,6$ کرښه.

خرڅلاوتابع: $E(x)=-0,2x^2+2x$ پارابول، پورته لور ته واز.

ګټه تابع دی: $G(x) = E(x) – K(x)$ خرڅلاو تابع – لګښتتابع

ګټه تابع: $G(x)= -0,2x^2+1,8x-1,6$

ماکسیما یا خورا زیات خرڅلاو:

$E(x) = -0,2x^2 + 2x$ $= -0,2\left[x^2 + 10x\right]$ $= -0,2\left[\left(x^2 - 10x + 25\right) - 25\right]$ $= -0,2\left[(x-5)^2 - 25\right]$ $= -0,2(x-5)^2 + 5$ (Scheitelpunktform) ککرې ټکي بڼه	د خورا جګ خرڅلاو ډېرې یا سټ او دا ماکسیمال خرڅلاو لاس ته راوړل کیږي، که خرڅلاو تابع**E(x)** ترم ککرې ټکي بڼې ته لاړ شي چې له هغې ککرې ټکی لوستل کیږي.

د تولید-یامنځته راوړني ډېرې5 ME (د ډېرې یوون یا واحد) سره د 5 GE(ګټه تابع) سره خرڅلاو ماکسیمال دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتې کیدنه او د خرڅلاو پوله:

د یوې فابریکې د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځایپاتې کیدنه او د خرڅلاو پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې خرڅلاو صفر وي. یعنې مساوات $E(x) = 0$ حل کیږي.	$E(x) = 0$ $\Leftrightarrow -0,2(x-5)^2 + 5 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 - 25 = 0$ $\Leftrightarrow (x-5)^2 = 25$ $\Leftrightarrow \lvert x-5 \rvert = 5$ $\Leftrightarrow x = 0$ یا $x = 10$

د خرڅلاو درېدنه یا ځای په ځای پاتې کیدنه په 0 ME (ډېرې واحد) کې ده او او د خرڅلاو پوله په 10 ME (ډېرې واحد) کې ده.

د ګټې درېدنه او د ګټې پوله:

د یوې فابریکې د ګټې درېدنه او د ګټې پوله هغه ځایونه دي، چې په هغو کې ګټه صفر دی. نو مساوات $G(x) = 0$ حل کیږي.	$G(x) = 0 \Leftrightarrow -0,2x^2 + 1,8x - 1,6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9x + 8 = 0$ $p = -9\,;\, q = 8 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{81}{4} - \frac{32}{4} = \frac{49}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $\Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_1 = \frac{9}{2} + \frac{7}{2} = 8$; $x_1 = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = 1$

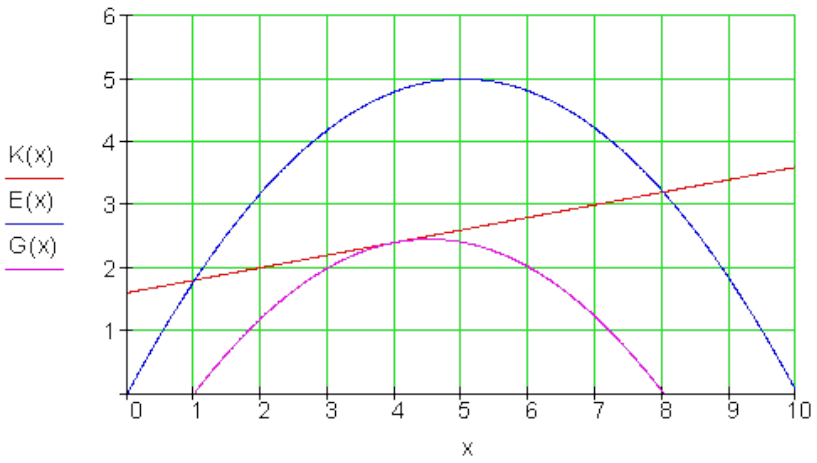
(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګټې درېدنه په 1 ME (ډېرې یوون) کې او د ګټې پوله په 8 ME کې.

$G(x) = -0,2x^2 + 1,8x - 1,6$ $= -\frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{8}{5}$ $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{8+1}{2} = \frac{9}{2}$ $y_s = G(x_s) = G\left(\frac{9}{2}\right)$ $= -\frac{1}{5}\left(\frac{9}{2}\right)^2 + \frac{9}{5}\cdot\frac{9}{2} - \frac{8}{5} = \frac{49}{20}$ $= -\frac{1}{5}\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{49}{20}$ (Scheitelpunktform) ککرۍ ټکي بڼه	دګټې ماکسیموم: د منځ ته راوړې ډېرې خورا لویه ګټه لاس ته راړل کیږي، چې د ګټې تابع ترم په ککرۍ ټکي بڼې ته یووړل شي چې له هغې ککرۍ ټکی لوستل کیږي.

د 4,5 ME (ډېرې واحد) ډېرې تولید سره ګټه د 2,45 GE (د ګټط یوونو یا واحد)سره خورا لویه یاماکسیما ده.

ګراف:



(c) ketabton.com: The Digital Library

د نتیجو ټولګه:

د5 ME (ډېرې واحد) لرلو ډېرې سره د 5 GE سره خرڅلاو خورا لوی دی.

د خرڅلاو درېدنه په 1 ME کې پرته ده او خرڅلاو په 10 ME کې.

د ګټې درېدنه په 1 ME کې پرته ده او د ګټې پوله په 8 ME کې.

د 4,5 ME ډېرې لرلو سره ګټه د 2,45 GE سره خورالویه ده.

ټولګه:

تابعمساوات

د تابع مساوات دا بڼه لري: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

داسې تابع مربع تابع یا څلورې بلواک بلل کیږي او یا هم د دویمې درجې ټول هوښیار تابع. ګرافونه یې پارابولونه بلل کیږي.

ککرې ټکي ککرې ټکي بڼه

په ټولیزه توګه باور لري:

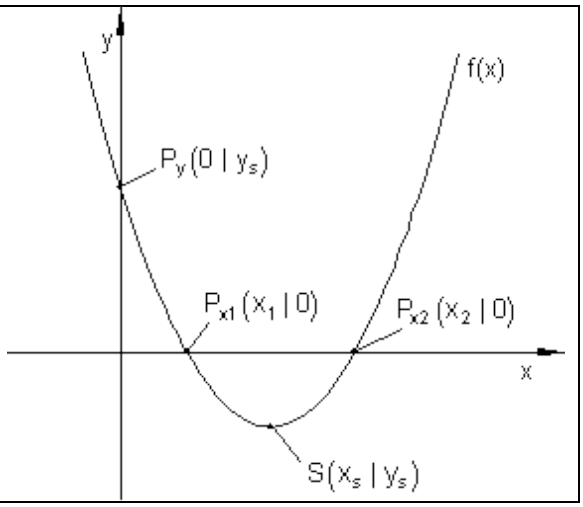
$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ د یوه پارابول تابعمساوات یا برابرون دی، چې ککرې ټکی $S(x_s | y_s)$ لري،داسې چې $f(x) = a_2(x - x_s)^2 + y_s$ د تابعمساوات ککرې ټکی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

محور غوڅتکي:

$P_y(0 \mid y_s) \Rightarrow y_s = f(0)$

$P_{x_i}(x_i \mid 0) \Rightarrow f(x_i) = 0$



د سیومتري څیړنه په څیره شوي پارابول کي جي د محورونو سیومتریک دي ، د y

په څیره شوي پارابول کي جي د محورونو سیومتریک دي ، د y

محور سره غبرګ

د ککرۍ ټکي له لاري تیریږي.

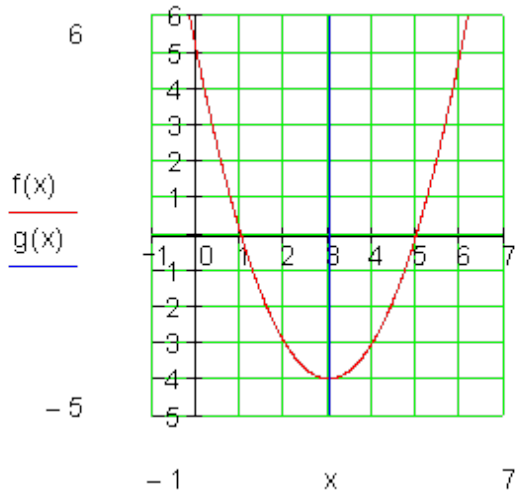
دا د ټول غبرګو لپاره باور لري.

د سیمتری محور مساوات چي د ککرۍ ټکي څخه تیریږي $S(x_s \mid y_s)$ دي

$x = x_s$ دلته $x = 3$.

صفرځایونه هم سیمتري محور ته سیمتریک دي.

دا په دي معنا چي د څرګند صرځایونو څخه د x ارزښتونه شمیرل کیدی شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

له صفر ځایو څخه د ککرۍ ټکي شمیرنه

صفرځایونه $x_1; x_2$ څرګند دي: له دط لاس ته راځي

$$\Rightarrow x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow S(x_s \mid f(x_s))$$

د **p-q** - فرمول، دیسکریمینانتونه او د حلونو ډېرۍ یا ست

د مربع مساوات نورمال بڼه: $f(x) = x^2+px+q$

فرمول: p-q- $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ دیسکریمینانت: $D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$

د D دیسکریمینانته د مربع مساوات د حلونو تعداد په ګوته کوي.

$$x_1 = -\left(\frac{p}{2}\right) + \sqrt{D} \quad \vee \quad x_2 = -\left(\frac{p}{2}\right) - \sqrt{D}$$

دوه د حلونو توکي یو د حل توکی(ډبل حل) کوم حل توکی نه شته	$D > 0 \Rightarrow L = \{x_1 ; x_2\}$ $D = 0 \Rightarrow L = \{x\}$ $D < 0 \Rightarrow L = \{\ \}$

د ویتا جمله**Der Satz von Vieta**

که x1 اوx2 د مربع مساوات x^2+px+q حلونه وي، نو ویتا د ریښي جمله باور لري:
x1+x2=-p او x1.x2=q

صفرځایونه او کرښیز ضریبونه

x1 اوx2 د مربع تابع صفرځایونه د لاندې تابع مساوات سره:

$$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$$

نو کیدی شي چې سړی د تابع مساوات د کرښیزو صریبونو په ډول ولیکي:

$$f(x) = a_2 \underbrace{(x - x_1)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(x - x_2)}_{\text{Linearfaktor}}$$

کرښیز ضریب

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرضرب جمله
ضرب ټیک هلته صفر دی، که د صریبونو څخه یو یې صفر وي.

$(x+a)(x+b)=0 \Leftrightarrow x_1=-a$ او $x_2=-b$

بیلګه:

(x-2)(x+1)=0<=> x1=0; له دې لاس ته راځي او پهڅت یا برعکس x1=2 او x2=-1

x(x+3)=0 له دې لاس ته راځي او په څت x1=0 او x2=-3

د کربنې او پارابول غوڅتکی

ایښوونه: د تابع مساواتو برابرایښوونه (x)=g(x) له دې لاس ته مربع مساوات راځي که:

پارابول او کربنهپه دوه ټکو کې سره غوځوي	$D>0: \Rightarrow$
پارابول او کربنهسره په یوه ټکي کې لمسوي.	$D=0: \Rightarrow$
پارابول او کربنه سره ګډ ټکي نه لري.	$D<0: \Rightarrow$

$f(x)-g(x) \Rightarrow$

له دې لاسته راځي کربنیز مساوات له دې لاس ته راځي پارابولونه یو غوڅتکی لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.12-توان- یا پوتنځ توابع

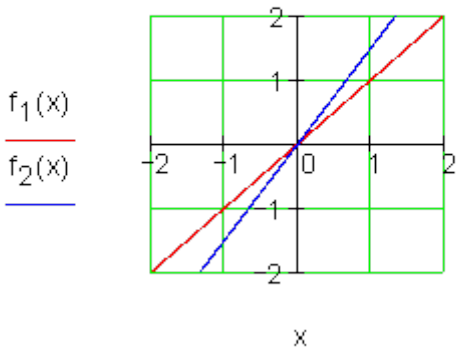
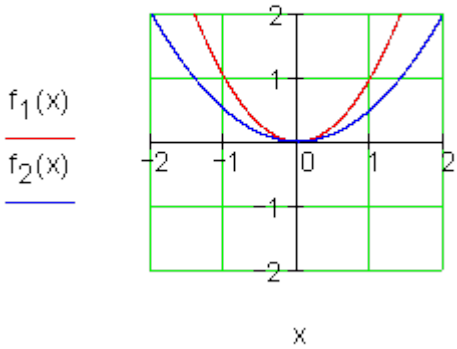
توان توابع

تعریف:

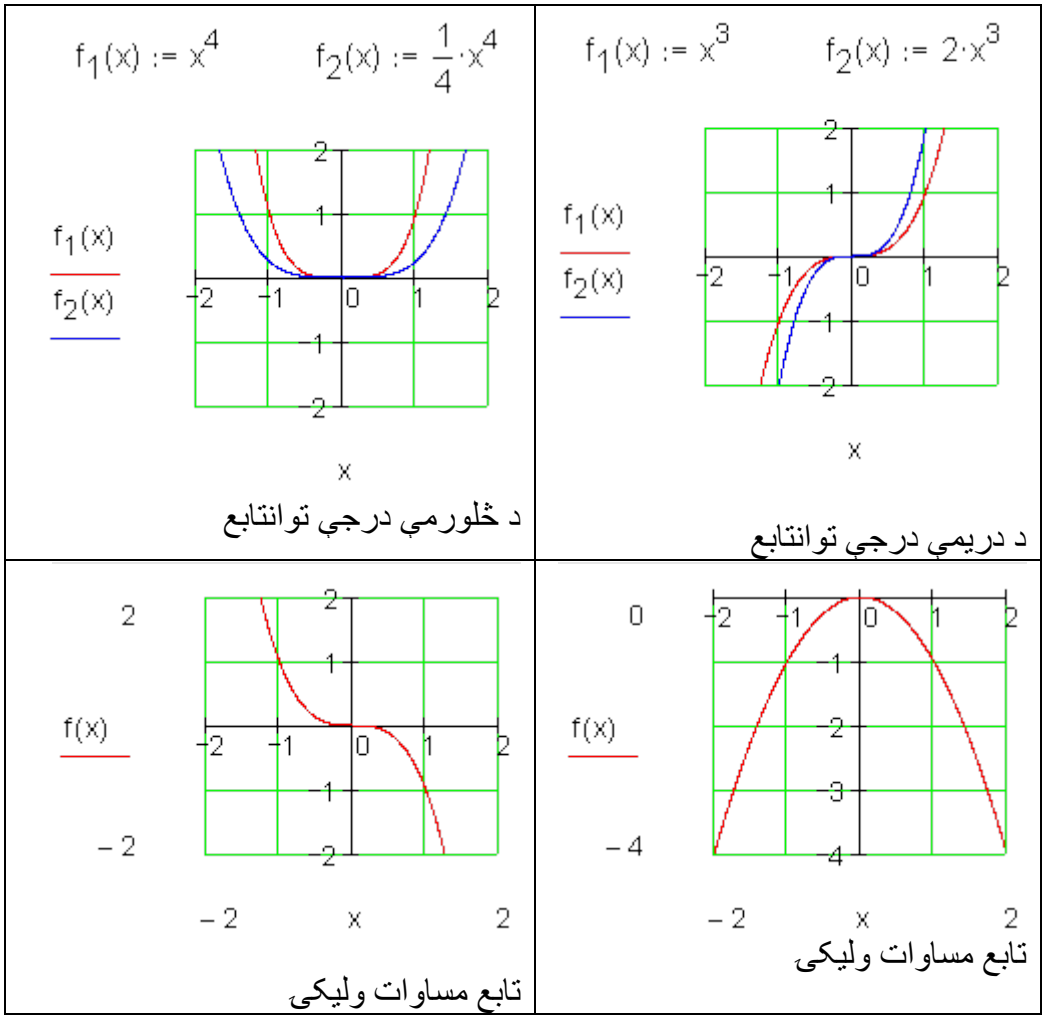
یوه تابع د تابع مساوات $f(x) = a_n x^n \quad ; n \in \mathbb{N} \quad ; a_n \in \mathbb{R}$ سره پوتنځ تابع بلل کیږي.

د n اکپوننت یا جګعدد د پوتنځ تابع درجه ټاکي او ضریب an د ګراف بڼه یا فورم او هغه د بڼي ضریب بلل کیږي.

بیلګې:

$f_1(x) := x \qquad f_2(x) := \frac{3}{2}\cdot x$  د لومړی دزجي توان تابع(کرښه)	$f_1(x) := x^2 \qquad f_2(x) := \frac{1}{2}\cdot x^2$  د دویمي درجي توان تابع (پارابول)

(c) ketabton.com: The Digital Library



لاندې پوښتنې ځواب کړی:

ب – د n درجه او د a_n مخنخښه د ګراف په تلنه کومه اغیزه لري؟

پ – د پوتنځ تابع n درجه د ګراف په سیومتري کومه اغیزه لري؟

ت – د پوتنځ تابع د n په واکولي او د a_n مخنخښې له امله کوم ارزښتست(ارزښتدپړی) لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - د a_n مطلق ارزښت د ګراف په تلنه کوم اِیز لري؟

ځوابونه لږ وروسته راځي.

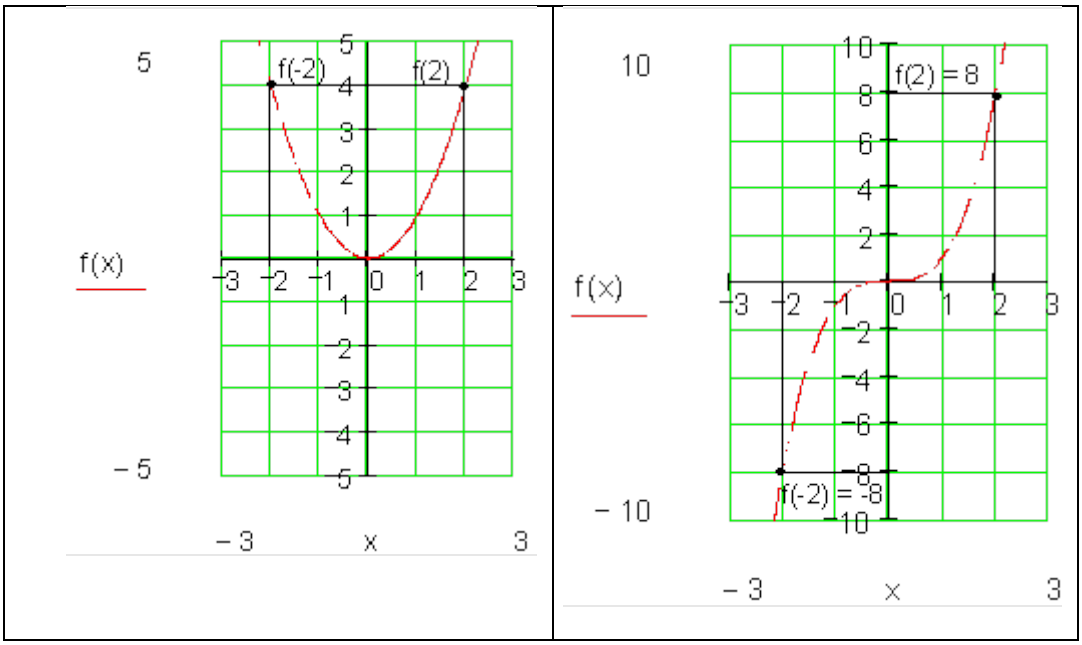
سیومتري

په سیومتري څنګه قضاوت کیدی شي، که څوک فقط د یوه توان(پوتنخ) تابع تابع مساوات پیژني؟

د دې لپاره د لاندې توابعو ګرافونه کاږو:

$f(x)=x^2$ او $f(x) = x^3$

او تابع د $x=-2$ او $x=2$ په ځایونو کې تر څیړنې لاندې نیسو.



(c) ketabton.com: The Digital Library

ګومان مو نږدې دی چې لاندې باور لري:

دx د جوړه جګعدد سره د تابع ارزښتونه برابر دي. دا په دې معنا چې :

محورسیمتریک، نو $f(-x) = f(x)$

د x ناجوړه(طاقو) جګعددونو لپاره د تابع ارزښت برابر مطلق قیمت لري، مګر متضادې مخنخښې لري.

دا په دې معنا چې:

ټکی سیومتریک، نو $f(-x) = -f(x)$

دا اړیکې د ټولو تانتوابعو لپاره باور لري (بې له ښوونې).

د یوه توان - یا طاقت تابع محورسیومتریک دی، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ولري: f(-x)=f(x)

د یوه توانتابع ګراف ټکی سیمتریک دی،که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ولري =f(-x) - f(x)

ټولګه:

د $a_n > 0$ لپاره باور لري:

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له II د .I څلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له .III او .I څلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

د ټولو $0 >$ لپاره باور لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټول تواان توابع د جوړه جګعدد سره محور سیومتریک دي. دا له III د IV. څلورمې ته ځغلي(خوزي).

ټول توانتوابع د ناجوړه(طاق) جګعدد سره ټکیسیومتریک دي. دوی له II. او IV. څلورمې(ربع) ته ځغلي(خوزي).

پوښتو ته ځوابونه:

و الف ته : ټول ګرافونه له ټکي (0 | 0) تیرېږي.

و ب ته : n جوړه او $an > 0$: ګراف له II و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له III و IV ته ځغلي.

n جوړه او $an > 0$: ګراف له III و I ته ځغلي.

: n نا جوړه او $an < 0$: ګراف له II و IV ته ځغلي.

و پ ته - n جوړه: ګراف محور ته سیمتریک دی.

n ناجوړه: ګراف د کواوردینات بیل یاسچېنې ته سیومتریک دی(ټکی سیمتریک).

و ت ته: n جوړه او $a_n > 0$: $f(x) \geq 0$ فقط مثبت تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

n جوړه او $a_n < 0$: $f(x) \leq 0$ فقط منفي تابع ارزښتونه شتون لري د صفر سره.

د n ناجوړه او $a_n > 0$: ارزښتپېرۍ $W = IR$

n ناجوړه او $a_n < 0$: ارزښت ډېرۍ $W = IR$.

و ټ ته : ضریب an د همغه د ګراف بڼه ټاکي(غزېدلی یا کیکاګل شوی)له دې امله دا د بڼې صریب هم بلل کیږي. د مخنځښې تغیر د x محور باندې د هندارونې یا منعکسونې اغیزه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه:

د توان تابع خویونه.

د لاندې توانتوابعو درجه وټاکی، په سیمتریکي حالت، د ګراف په تلنه او او ارزښت دېرې یې یوه وینا وکړی د د هر ګراف یې په پروت ولاړسیستم (کواوردینات سیستم) کې رسم کړی.

لومړی - $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ دویم - $f(x) = \frac{1}{4}x$

دریم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^4$ څلورم - $f(x) = \frac{1}{5}x^3$

پنځم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^5$ شپږم - $f(x) = -\frac{1}{2}x$

اوم - $f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ اتم - $f(x) = 2x^2$

نهم - $f(x) = \frac{1}{5}x^4$ لسم - $f(x) = -\frac{2}{5}x^4$

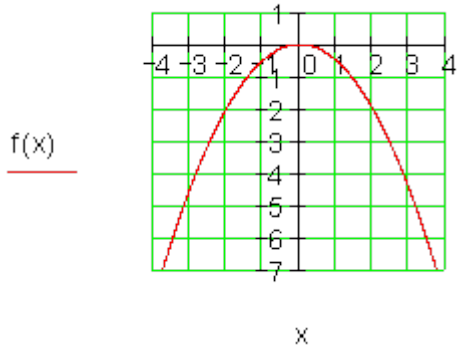
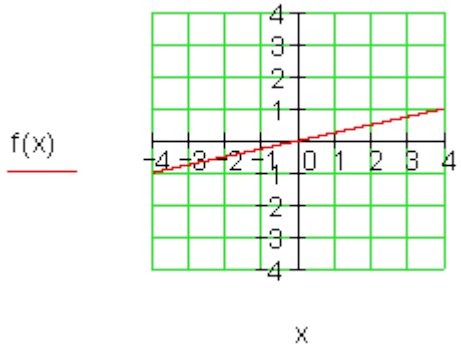
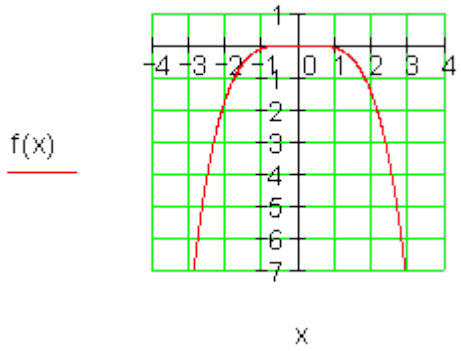
ځوابونه :

د ټول هوښیار یا راشنل اعدادو توابع **I (د توان توابع)**

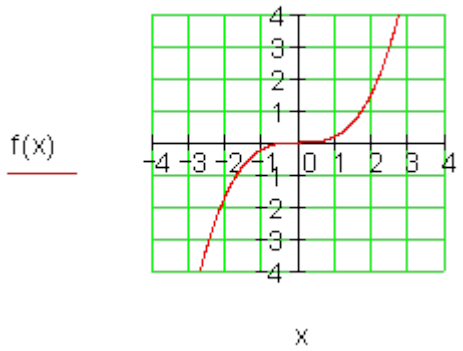
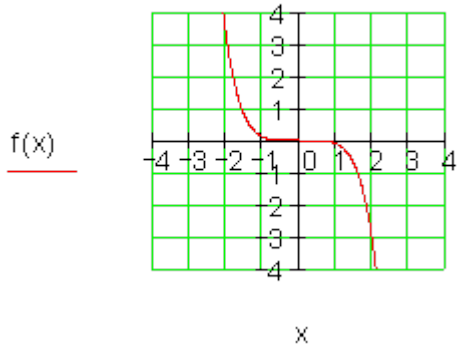
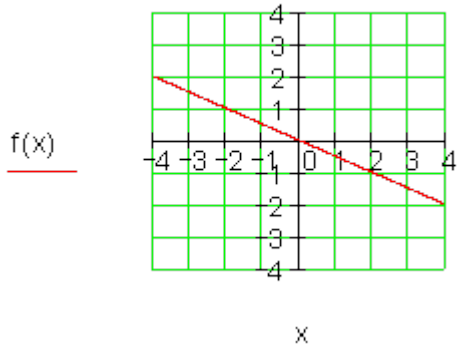
نتیجې:

لومړی:

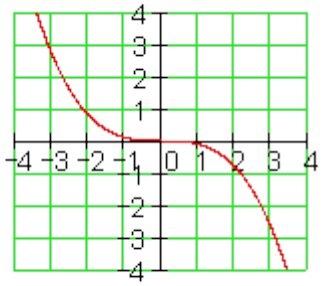
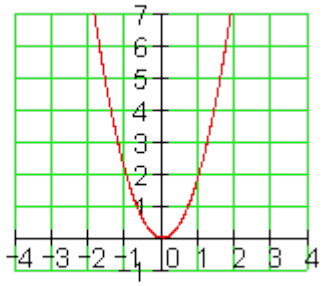
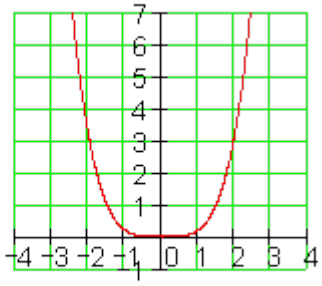
(c) ketabton.com: The Digital Library

	$f(x)=-\frac{1}{2}x^2$ درجه=۲ ټکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتډېرس(ست): $\mathbb{R}^-$
دویم: 	$f(x)=\frac{1}{4}x$ درجه=1 ټکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتډېرس(ست):R
دریم: 	$f(x)=-\frac{1}{10}x^4$ درجه=۴ ټکی سیمتریک تلنه له III و IV ته ارزښتډېرس(ست): $\mathbb{R}^-$

(c) ketabton.com: The Digital Library

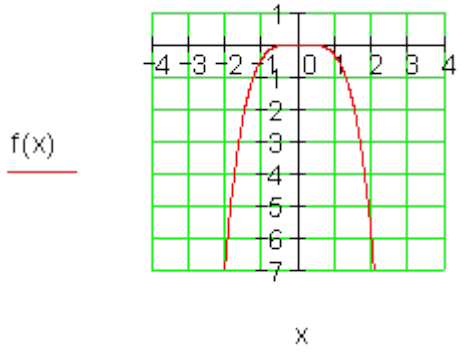
خلورم: 	$f(x)=\frac{1}{5}x^3$ درجه=۳ تکی سیمتریک تلنه له III و I ته ارزښتپرس(ست):R
پنځم: 	$f(x)=-\frac{1}{10}x^5$ درجه=۵ تکی سیومتریک تلنه له II وIV ته ارزښتپیئس(ست):R
شپږم: 	$f(x)=-\frac{1}{2}x$ درجه= ۱ تکی سیومتریک تلنه له II و IV ته ارزښتپیرئ(ست):R

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: 	$f(x) = -\frac{1}{10}x^3$ درجه= ۳ ټکی سیمتریک تلنه له II و IV ته ارزښتډېرس(سټ):R
اتم: 	$f(x) = 2x^2$ درجه=۲ ټکی سیمتریک تلنه له II و I ته ارزښتډېرس(سټ): $\mathbb{R}^+$
نهم: 	$f(x) = \frac{1}{5}x^4$ درجه=۴ ټکی سیومتریک تلنه له II و I ته ارزښتډېرس(سټ): $\mathbb{R}^+$

لسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -\frac{2}{5}x^4$ درجه=۴ ټکی سیومتریک تلنه له III و IV ته ارزښتدپرس(ست): $\mathbb{R}^-$	

n -مه درجه ټولنسبتي یا راشنل اعداد

یو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

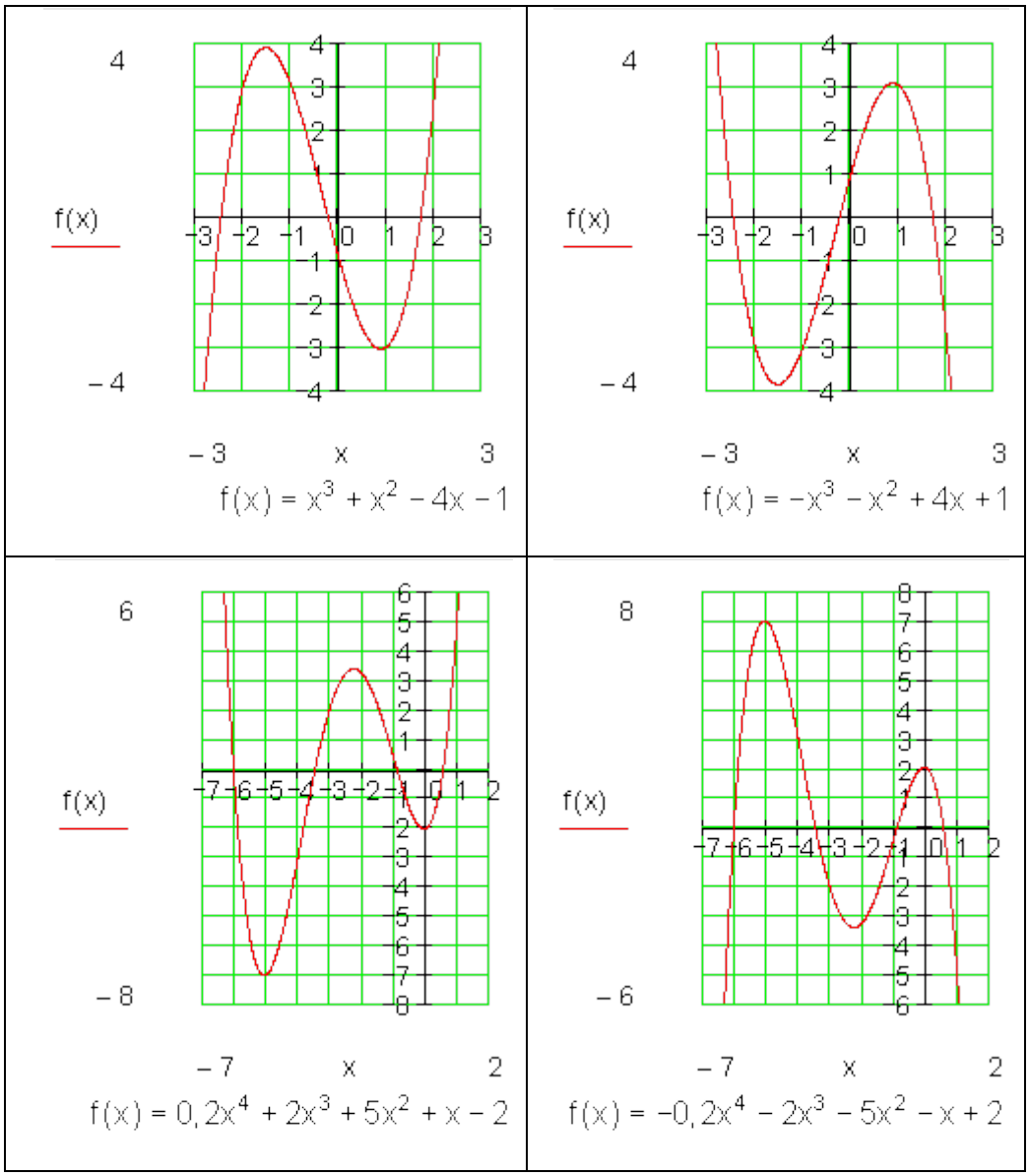
سره n -مه درجه ټول راشنل تابع بلل کیږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

ټول راشنل یا هوښیار توابع د توان توابعو یوځای ایښوولو له لارې لاس ته راځي.

بیلګې:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ګراف تلنه

جمله:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټول راشنل تابع ګراف تلنه د خورا جګ توان زیاته ووني (د جمعي غړي) سره ټاکل کیږي.

	n جوړه	n ناجوړه(طاق)
$a_n>0$	تلنه له II و I ته.	تلنه له III و I ته.
$a_n<0$	تلنه له III و IV ته.	تلنه له II و IV ته.

بیلګه: د الماي پښتو: ناجوړه(طاق) جوړه (جفت) ناجوړه

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7 \qquad n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III} - \text{I}}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7 \qquad n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III} - \text{IV}}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9 \qquad n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{II} - \text{IV}}}$

سیومتري

ګومان مو نږدې دی، هغه توابع، چې فقط د جوړه جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، محور سیومتریک دي او توابع چې فقط د ناجوړه(طاقو) جګعددونو توانونو څخه یوځای شوي وي، ټکی سیومتریک دي.

جمله

د یوه ټولراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط جوړه جګعددونه ولري.

د یوه ټولراشنل تابع ګراف ټیک هلته ټکیسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط ناجوړه (طاق) جګعددونه ولري.

بیلګه:

$$f(x) = 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$f(-x) = 2(-x)^4 + 3(-x)^2 + 1 = 2x^4 + 3x^2 + 1 = f(x) \Rightarrow$$

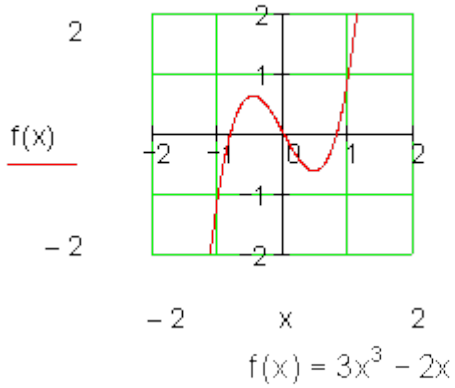
(c) ketabton.com: The Digital Library

محورسیومتریک

$$f(x) = 3x^3 - 2x$$

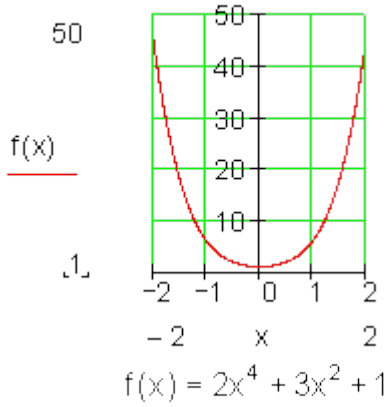
$$f(-x) = 3(-x)^3 - 2(-x) = -3x^3 + 2x = -(3x^3 - 2x) = -f(x) \Rightarrow$$

ټکی سیومتریک



سرچینې ته سیومتریک دی

(ټکی سیومتري)



yمحور ته سیومتریک دی

(محورسیومتریک)

تمرینونه:

د ټول هوښیارو توابعو خویونه.

د لاندې تاوبعو په سیمتری، تلنه او د صفرځایونو تعداد یا ګڼون باندې ویناوې وکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی - $f(x)=2x^2-1$ دویم - $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$

ریم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^4+2x^2+2$ څلورم - $f(x)=-x^5-x^3+x$

پنځم - $f(x)=x^6-x^4+1$ شپږم - $f(x)=-\frac{1}{2}x^5+x^2-2x$

اوم - $f(x)=\frac{1}{10}x^7+\frac{1}{8}x^5-\frac{1}{6}x^3+x$ اتم - $f(x)=\frac{1}{100}x^{10}-\frac{1}{50}x^6+\frac{1}{10}x^2$

نهم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{2}{5}x-1$ لسم - $f(x)=\frac{3}{4}x^5-\frac{1}{2}x$ په یوه خوښه ټکي ته سیومتریک

که د یوه ټکي سیومستري تابع ګراف په خوښه راکښل شي، نو سیومتري سرچینې ته ځي، چې موږ یې ټکی سیومتري بولو له منځه ځي. نسبت و موخېټکی ته دا ساتلې پاتې کیږي.

بیلګه:

د $f(x)=0,5x^3-1,5x$ تابع ګراف ټکی سیومتریک دی، یعنې سرچینې ته سیومتریک.

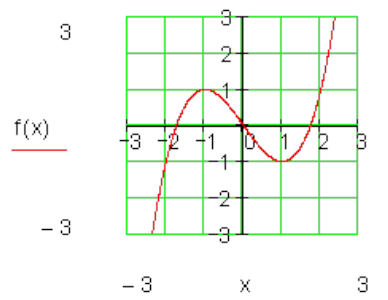
دا ګراف دې په ۲ واحدونو یا یوونونو کیڼ لور ته او په ۳ یوونونو یا واحدونو کښته لور ته راکښل شي.

د راکښلشوي ګراف تابع مسساوات دي:

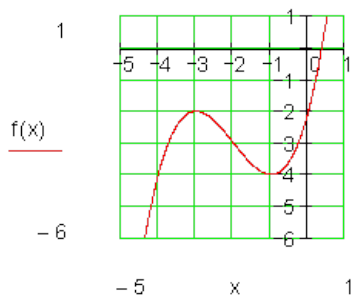
$$g(x)=0,5(x+2)^3-1,5(x+2)-3=0,5x^3+3x^2+4,5x-2$$

$g(x)$ و ټکی $P_0(-2|-3)$ ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library



$f(x) = 0,5x^3 - 1,5x$



$f(x) = 0,5x^3 + 3x^2 + 4,5x - 2$

کواوردیناتسیستم د ګراف په بڼه کوم رول نه لوبوي. تنها تابع مساواتوتغیر خوړلی.

د حالت بیلګه: باید وازمایل شي، چې ایا د دریمې درجې د یوه ټول هوښیار تابع ګراف یوه ټاکلې ټکی ته ټکی سیومتریک دی.

ترمخ راوړنه.

چمتووالی:

د ټکو کواوردینات لپاره باور لري:

$x_1 = x_0 + \Delta x$

$y_1 = y_0 + \Delta y$

$x_1' = x_0' - \Delta x$

$y_1' = y_0' - \Delta y$

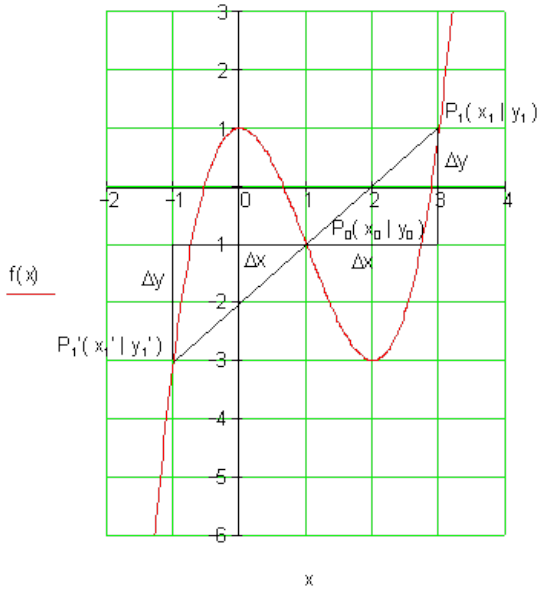
$\Delta x = x_1 - x_0$

$\Delta y = y_1 - y_0$

د هنداره-یا منعکس شوي ټکو کواوردیناتونه:

$x_1' = x_0 - (x_1 - x_0) = \underline{\underline{2x_0 - x_1}}$

$y_1' = y_0 - (y_1 - y_0) = \underline{\underline{2y_0 - y_1}}$



(c) ketabton.com: The Digital Library

	د دې قاعدې یا لار سره تل کېدی شي په P_0 و P_1 ته یوه هندارونه یا انعکاسونه کې اړونده هندارونه P_1' وټاکل شي.

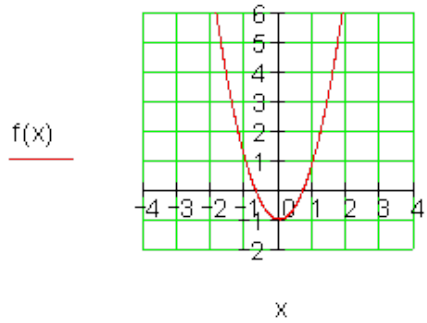
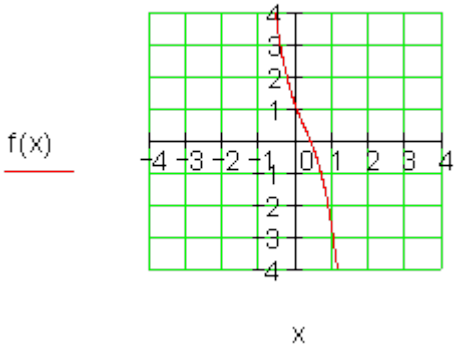
بیلګه:

که هنداورنه په ګراف نه وي پرته ، نو ګراف و P_0 ته ټکی سیومتریک نه دی.

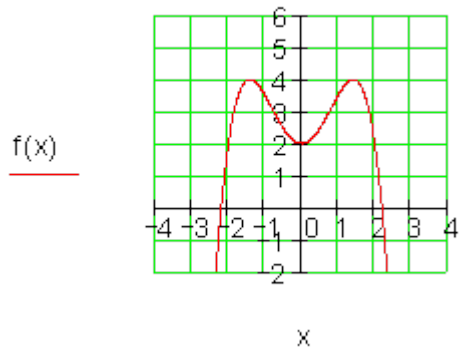
ځوابونه:

د ټولراسلتوابعو II (سیمتري، تلنه)

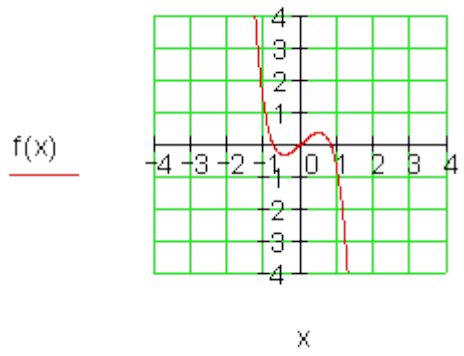
نتیجې:

لومړی: $f(x)=2x^2-1$ محورسیومتریک تلنه: له او II ته دوه صفرځایونه	
دویم: $f(x)=-3x^3+2x^2-3x+1$ نا سیومتریک تلنه له II و IV ته لږ ترلږه یو صفرځای.	

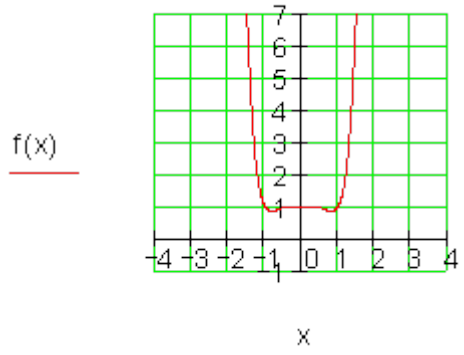
(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 + 2$ محور سیمتري تلنه له III و IV ته زیات له زیاته څلور صفرځایونه	

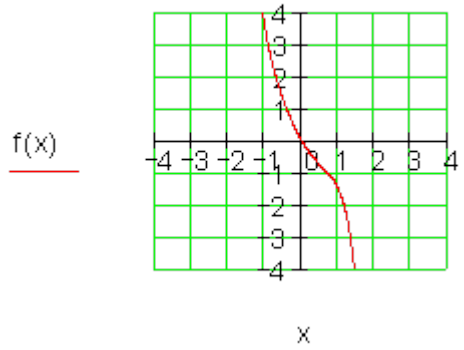
څلورم:

$f(x) = -x^5 - x^3 + x$ تکی سیومتري تلنه له II و IV ته لږترلږه یو صفرځای	

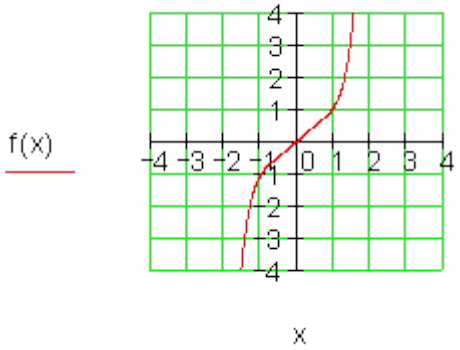
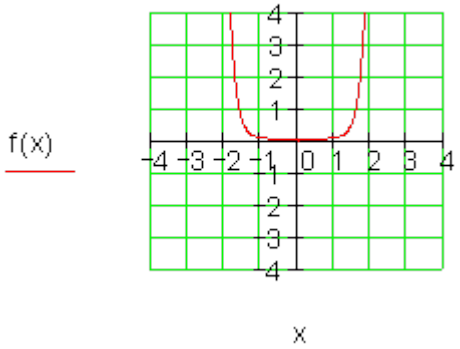
پنځم:

$f(x) = x^6 - x^4 + 1$ محور سیمتري تلنه له II و I ته زیات له زیاته شپږ صفرځایونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

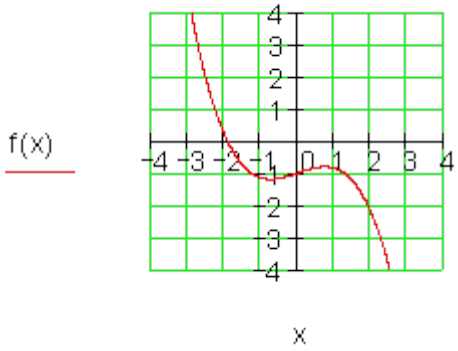
$f(x) = -\frac{1}{2}x^5 + x^2 - 2x$ شیږم: سیمتري نه شته تلنه له II و IV ته لږترلږه یو صفرځای	

اووم:

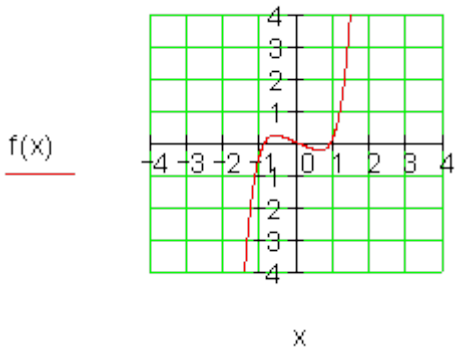
$f(x) = \frac{1}{10}x^7 + \frac{1}{8}x^5 - \frac{1}{6}x^3 + x$ تکی سیومتري تلنه له III و I ته لږترلږهیو صفرځای	
اتم: $f(x) = \frac{1}{100}x^{10} - \frac{1}{50}x^6 + \frac{1}{10}x^2$ محوسیمتري تلنه له II و I ته زیات له زیاته لس صفرځایونه	

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{2}{5}x - 1$ سیمتري نه شته تلنه له II و IVاته لږترلږه یو صفرځای	

لسم:

$f(x) = \frac{3}{4}x^5 - \frac{1}{2}x$ ټکی سیمتري تلنه له III و I ته لږترلږه یو صفرځای	

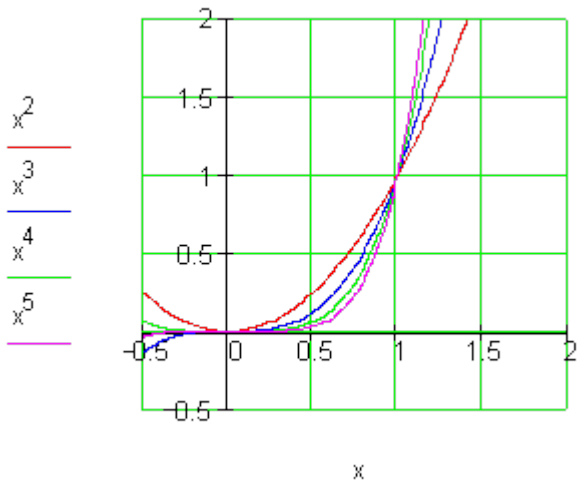
پوښتنې

ټول نسبتي- یا راشنل توابعI

د توانتوابعو خویونه

لومړی –

(c) ketabton.com: The Digital Library

دا ترڅنګ په 1 . څلورمه کې ګراف تر څېړنې لاندې ونیسی د x ارزښتونو لپاره د 0 او 1 ترمنځ دجګو درجو یو د توان تابع ګراف پروت دی د یوه توان تابع د ګراف لاندې یا کښته د ټیټې درجې. د1 < x لپاره دا ټیک په څټ – یا برعکس کېدونکي دي. د دې حالت لپاره لایل راوړی.	

دویم – د دریمې درجې توان تابع کراف دې په دوه واحده کینې لور ته او ټرلی په درې واحده پورته لور ته و کښل شي.

د دې راکښل شوې تابع مساوات لپاره دې د تابع مساوات ورکړ شي.

دریم –

د څلورمې درجې توان تابع ګراف دې په درې واحده ښی لور ته او پسې ټرلی دې په دوه ضریبه وغزول شي.

الف – د راکشل شوي ګراف لپاره تابع مساوات ورکړی

ب – وښایی، چې ګراف نه محور – او نه ټکی سیومتریک دی.

څلورم – په کوم توان تابع $f(x) = x^n$ کې ټکی په ګراف اړه لري؟

د دې توان توابعو مساوات ورکړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - $P(-3\mid -27)$ ب - $P(-2\mid 16)$ پ - $P(0,5\mid 0,25)$ ت - $P\left(\frac{1}{3}\mid \frac{1}{27}\right)$

ټ - $P(0,1\mid 0,0001)$ ث - $P(-1\mid 1)$ ج - $P(-2\mid 8)$ چ - $P\left(\frac{3}{4}\mid \frac{81}{256}\right)$

پنځم –

د لاندې توان توابعو سیومتري او د ګراف تلنه وټاکئ او د هر یوه ارزښتپېرئ(ارزشتست) او درجه ورکړې.

الف - $f(x)=4x^3$ ب - $f(x)=-160x^2$ پ - $f(x)=-1500x$

ت - $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ ټ- $f(x)=5$ ث - $f(x)=-25x^5$

شپږم –

لاندې تابع مساوات د پولینوم په بڼه انځور کړئ.

هر ځل یې درجه ورکړئ.

الف - $f(x)=(x-2)^2-4x^3$ ب- $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)$

پ- $f(x)=2x^3-(x-1)^2$ ت - $f(x)=(x-4)(x+1)^2$

ټ - $f(x)=(x^2-4)(x^3-x^2+4)$ ث - $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2$

اوم -

دلیل راړئ:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د یوه ناجوړه(طاق) درجي ټولراشنل تابع ګراف دx محور لږ ترلږه په یوه ځل غوڅوي.

دا هلته هم باور لري که درجه حوړه یا جفتوي؟

ځوابونه:

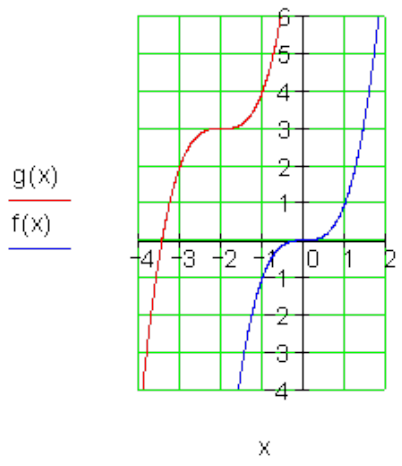
د توان تابع خویونه

نتیجې او ځنې مفصل حلونه:

لومړی نتیجه :

که یو عدد چې له ۱ کوچنی وي له خپل ځان سره ضرب شي، نو نتیجه یې تل کوچنی کیږي.

که یو عدد د یوه عدد سره چې له ۱ لوی وي ضرب شي، نو نتیجه یې تل لوییږي

دویم: 	وتون تابع: $f(x)=x^3$ $f_1(x)=(x+2)^3$ په ددري واحده پورته لورته راکښنه. $g(x)=(x+2)^3+3$ نوی تابع مساوات: $g(x)=x^3+6x^2+12x+11$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

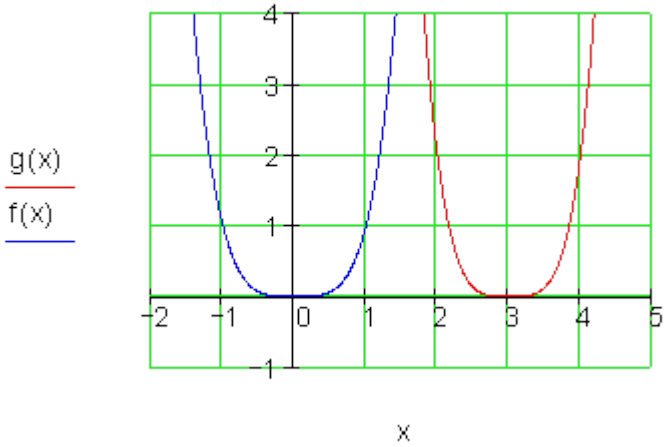
الف - وتونتابع: $f(x) = x^4$

په دري واحده ښي لورته راکښنه: $f_1(x) = (x-3)^4$

په ۲ ضریب غزونه: $g(x) = 2(x-3)^4$

نوی تابع مساوات:

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$



ب – محورسیومتریک:g(-x)=g(x)

$$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$$

$$g(-x) = 2(-x)^4 - 24(-x)^3 + 108(-x)^2 - 216(-x) + 162$$

$$= 2x^4 + 24x^3 + 108x^2 + 216x + 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq g(x)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاس ته راوړنه: ګراف محور سیومتریک نه دی.

ټکی سیومتریک: g(-x)=-g(x) (g(-x) پورته دې وکتل شي).

$$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$$

$$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x)$$

لاس ته راوړنه: ګراف ټکی سیومتریک نه دی.څلورم:

الف - P(-3|-27) د $f(x)=x^3$ په ګراف پروت دی.، ځکه چې $f(-3)=(-3)^3=-27$

ب – P(-2|16) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(-2) = (-2)^4 = 16$

پ – P(0,5|0,25) د $fx)=x^2$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,5)=0,25$

ت – $P\left(\frac{1}{3} \middle| \frac{1}{27}\right)$ د $f(x) = x^3$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

ټ – P(0,1|0,0001) د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f(0,1)=0,0001$

ث – P(-1|1) د $f(x) = x^n$ په ګراف پروت دی، د جوړه n سره

ج – P(-2|8) توان تابع نه شته، چې ګراف یې په دې ټکي کې وځغلي، ځکه چې $(-2)^3 = -8$

چ – $P\left(\frac{3}{4} \middle| \frac{81}{256}\right)$ د $f(x) = x^4$ په ګراف پروت دی،ځکه چې $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

پنځم - نتیجه:

د الماني پښتو: ټکی سیومتریک، محور سیومتریک

الف - $f(x) = 4x^3$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 3$ $III \to I$

ب - $f(x) = -160x^2$ محور سیومتریک $W = \mathbb{R}_-\,;\, n = 2$ $II \to IV$

پ - $f(x) = -1500x$ ټکی سیومتریک $W = \mathbb{R}\,;\, n = 1$ $II \to I$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=\sqrt{2}\cdot x^6$ محور سیومتریک $W=\mathbb{R}^+ ; n=6$ $II\to I$

ټ ـ $f(x)=5$ محور سیومتریک $W=\{5\} ; n=0$ $II\to I$

ث ـ $f(x)=-25x^5$ ټکی سیومتریک $W=\mathbb{R} ; n=5$ $II\to IV$

شپږم ـ نتیجې:د الماني پښتو: درجه

الف ـ $f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$

دریمه درجه n=3

ب ـ $f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$

دریمه درجه n=3

پ ـ $f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ دریمه درجه n=3

ت ـ $f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ دریمه درجه n=3

ټ ـ $f(x)=(x^2-4)(x^3-x^2+4)=x^5-x^4-4x^3+16$ پنځمه درجه n=5

ث ـ $f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ دویمه درجه n=2

اوم – مفصل ځواب:

د یو ناجوړه درجې ټولراشنل تابع ګراف له III و I ته یا له II و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په هرحالت د x محور لږ ترلږه یو ځل غوڅیږي(لږ ترلږه یو صفرځای)

د یوه جوړه درجې ټولراسنل تابع د ګراف تلنه له II وI ته یا له III و IV ته ځغلی(ځي). له دې سره په اړیینه توګه د x محور نه غوڅیږي (صفرځای نه شته)

پوښتنې

ټول راشنل توابع II

(c) ketabton.com: The Digital Library

سیومتری او تلنه

لومړی – و څېړئ، چې ایا f(x) یو ټولراشنل تابع دی. په ورکړشوي حالت کې د تابع ګراف، درجه او د ضریبونو $a_0; a_1; a_2; \ldots an$ ارزښتونه ورکړئ.

الف ـ $f(x)=2$ ب ـ $f(x)=4x$ پ ـ $f(x)=2^x$ ت ـ $f(x)=\frac{x^3-4x}{8}$

ټ ـ $f(x)=\sqrt{3}x^4$ ث ـ $f(x)=\frac{1}{x}$ ج ـ $f(x)=\sqrt{x}$ چ ـ $f(x)=\left(x-\sqrt{3}\right)^2$

ح ـ $f(x)=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$ خ ـ $f(x)=16x^3-2x^2+5x^2-4$

دویم – د لاندې ټولراشنل توابعو څخه کوم یې محور سیومتریک او کوم یې ټکی سیومتریک دي؟

الف ـ $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب ـ $f(x)=x^3+3x+1$ پ ـ $f(x)=(x-2)(x+2)$

ت ـ $f(x)=x^6-6x^2+\sqrt{3}$ ټ ـ $f(x)=(x-2)^3(x-1)$ ث ـ $f(x)=x^4-\sqrt{5}x^2$

ج ـ $f(x)=\left(2x^4+2x^2+5\right)x$ چ ـ $f(x)=\left(x^2-2x+3\right)(x+1)(x-1)$

ح ـ $f(x)=1-3x^2+x^6$

دریم – د c متحوله داسې وټاکئ، چې د تابع ګراف ټکی سیومتریک او همداسې محورسیومتریک شي.

الف ـ $f(x)=x^3+4x+c$ ب ـ $f(x)=(x-c)(x+4)$ پ ـ $f(x)=x^5+x^c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $f(x)=x^3\left(x^2-cx\right)$ ټ ـ $f(x)=c+x^3$ ث ـ $f(x)=4x^3+x^2+cx^2+5x$

څلورم : د لاندې توابعو د ګراف تلنه معلومه کړی.

الف ـ $f(x)=2x^5-6x^3$ ب ـ $f(x)=-4x^4+3$ پ ـ $f(x)=2x-5$

ت ـ $f(x)=-2x^2$ ټ ـ $f(x)=4x^4-3x^2+4x-5$ ث ـ $f(x)=-6x+3$

ج ـ $f(x)=4x^4+3x^3-6x^5$ چ ـ $f(x)=-2x^5+6x^3$

پنځم ـ د لاندې توابعو د ګراف تلنه او سیومتري ورکړی.

الف ـ $f(x)=\sqrt{3}x^2-\sqrt{5}x^4-2$ ب ـ $f(x)=x\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(8-\frac{1}{2}x\right)$

پ ـ $f(x)=5x^6-4x^4+5$ ت ـ $f(x)=x^5+x^3-2x$

ټ ـ $f(x)=5$ ث ـ $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(x^2+6x+9\right)$

ج ـ $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ چ ـ $f(x)=\left(4x^2-4\right)\left(x^3+8x^2+16x\right)\left(x^3+27\right)$

ح ـ $f(x)=-3$ خ ـ $f(x)=-x^5+x^3-2$

شپږم : د لاندې تابعو صفرځیونه وشمېرئ:

الف ـ $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$ ب ـ $f(x)=(x-4)(-x+2)$

پ ـ $f(x)=x(x+5)^2$ ت ـ $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

ټ ـ $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$ ث ـ $f(x)=x^3-2x^2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

د ټولراشنل توابعوو سیومتري او تلنه

نتیجې

لومړی –

الف ـ $a_0 = 2 \quad n = 0 \quad f(x) = 2$ ب ـ $a_1 = 4 \quad n = 1 \quad f(x) = 4x$

پ ـ $f(x) = 2^x$ ټول راشنل تابع نه دی (اکسپوننسل تابع)

ت ـ $a_1 = \frac{1}{2} \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad n = 3 \quad f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8} = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x$

ټ ـ $a_4 = \sqrt{3} \quad n = 4 \quad f(x) = \sqrt{3}x^4$

ث – $f(x) = \frac{1}{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (مات یا کسري راشنلتابع)

ج – $f(x) = \sqrt{x}$ ټول راشنل تابع نه دی (ریښه تابع)

چ -

$$a_0 = 3 \quad a_1 = -2 \cdot \sqrt{3} \quad a_2 = 1 \quad n = 2 \quad f(x) = \left(x - \sqrt{3}\right)^2 = x^2 - 2 \cdot \sqrt{3}x + 3$$

ح -

$$a_0 = -2 \quad a_2 = 1 \quad n = 2 \quad f(x) = \left(x + \sqrt{2}\right)\left(x - \sqrt{2}\right) = x^2 - 2$$

خ -

$$a_0 = -4 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 16 \quad n = 3 \quad f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4 = 16x^3 + 3x^2 - 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم : نتیجي:

الف ــ $f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ محور سیومتریک، n جوړه.

ب ــ $f(x) = x^3 + 3x + 1$ سیومتري نه شته

پ ــ $f(x) = (x-2)(x+2) = x^2 - 4$ محور سیموتریک n جوړه.

ت ـ $f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$ محورسیومتیک n جوړه

ټ ـ $f(x) = (x-2)^3(x-1) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$ سیومتري نه شته

ث ـ $f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$ مورسیومتری n جوړه

ج ـ $f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x = 2x^5 + 2x^3 + 5x$ ټکی سیومتری n ناجوړه یا طاق.

چ ـ $f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x+1)(x-1) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$ سیومتري نه شته

ح ـ $f(x) = 1 - 3x^2 + x^6 = x^6 - 3x^2 + 1$ محورسیومتریک nجوړه.

دریم : نتیجي : الف ـ $f(x) = x^3 + 4x + c$

$f(x) = x^3 + 4x + c \quad c = 0$ د ټکي سیومتري لپاره c=0 . ب ـ $f(x) = (x-c)(x+4)$

$f(x) = (x-c)(x+4) = x^2 + 4x - cx + 4c$ د محور سیومتری لپاره c=4

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = x^5 + x^c$

$f(x) = x^5 + x^c$ c ناجوړه یا طاق د ټکي سیومتري لپاره.

ت - $f(x) = x^3\left(x^2 - cx\right)$

$f(x) = x^3\left(x^2 - cx\right) = x^5 - cx^4$ د ټکي سیومتری پاره c=0 .

ټ – $f(x) = c + x^3$

$f(x) = c + x^3$ د ټکي سیومتری لپاره c= 0

ث - $f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$

$f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$ د ټکي سی,متري لپاره c=-1.

څلورم – ښوونه:

الف - $f(x) = 2x^5 - 6x^3$

$f(x) = 2x^5 - 6x^3$ له III و I ته

ب - $f(x) = -4x^4 + 3$

$f(x) = -4x^4 + 3$ له III و IV ته

پ - $f(x) = 2x - 5$

$f(x) = 2x - 5$ له III وI ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $f(x) = -2x^2$

$f(x) = -2x^2$ له III و IV ته

ټ - $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ث - $f(x) = -6x + 3$

$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ له II و I ته

ج - $f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$

$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3$ له II و IV ته

چ - $f(x) = -2x^5 + 6x^3$

$f(x) = -2x^5 + 6x^3$ له II و IV ته

پنځم - نتيجي: الف - $f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$

$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2$ محور سيومتري له III و IV ته

ب - $f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right)$

$f(x) = x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(8 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$ سيومتري نه شته له II و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x)=5x^6-4x^4+5$

$f(x)=5x^6-4x^4+5$ محور سیومتري له II و I ته

ت - $f(x)=x^5+x^3-2x$

$f(x)=x^5+x^3-2x$ ټکی سیومتریم له III و I ته

ټ - $f(x)=5$

$f(x)=5$ محور سیومتري له II و I ته

ث - $f(x)=(x^2-25)(x^2+6x+9)$

$f(x)=(x^2-25)(x^2+6x+9)=x^4+6x^3-16x^2-150x-225$ سیومتري نه شته له II و I ته

ج - $f(x)=x^5+4x^4+4x^3$

$f(x)=x^5+4x^4+4x^3$ سیومتري نه شته له III و I ته

چ - $f(x)=(4x^2-4)(x^3+8x^2+16x)(x^3+27)$

$$f(x)=(4x^2-4)(x^3+8x^2+16x)(x^3+27)$$

$=4x^8+32x^7+60x^6+76x^5+800x^4+1620x^3-864x^2-1728x$ سیومتري نه شته له II و I ته

ح - $f(x)=-3$ ، $f(x)=-3$ محور سیومتري له III و IV ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

خ - $f(x)=-x^5+x^3-2$ ، $f(x)=-x^5+x^3-2$ سیومتري نه شته له II و IV ته

شپږم : نتیجې:

الف - $f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)$

$$f(x)=(x-4)(x-2)(x+1)\Rightarrow P_{x_1}(4|0);P_{x_2}(2|0);P_{x_3}(-1|0)$$

ب - $f(x)=(x-4)(-x+2)\Rightarrow P_{x_1}(4|0);P_{x_2}(2|0)$

پ - $f(x)=x(x+5)^2=x(x+5)(x+5)\Rightarrow P_{x_1}(0|0);P_{x_{2/3}}(-5|0)$

ت - $f(x)=3(x-4)^3(x+2)$

$$f(x)=3(x-4)^3(x+2)=(x-4)(x-4)(x-4)(x+2)$$

$$\Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4|0);P_{x_4}(-2|0)$$

ټ - $f(x)=(2x-4)(x+3)x^3$

$$f(x)=(2x-4)(x+3)x^3\Rightarrow P_{x_1}(2|0);P_{x_2}(-3|0);P_{x_{3/4/5}}(0|0)$$

ث - $f(x)=x^3-2x^2$

$$f(x)=x^3-2x^2=x^2(x-2)\Rightarrow P_{x_{1/2}}(0|0);P_{x_3}(2|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15-د ټولراشنل توابعو محور غوڅټکي (د محور د تقاطع نقطی)

د ټولراسنل توابعو محور غوڅټکي (د محور د تقاطع نقطی)

د y محور سره غوڅټکی $P_y(0|y_s)$: $P_y(0|y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بیلګه : د یا په معنا

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0|-3) \text{ oder } P_y(0|f(0))$$

د P_y د y کواوردینات تل د ضریبونو a_0 سره کټمټ ده.

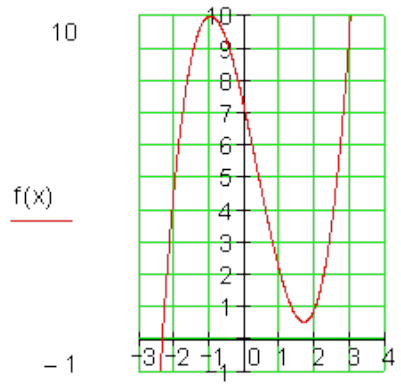
دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کېدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅتکی $P_y(x_s|0)$ صفرځای : شرط: $f(x) = 0$

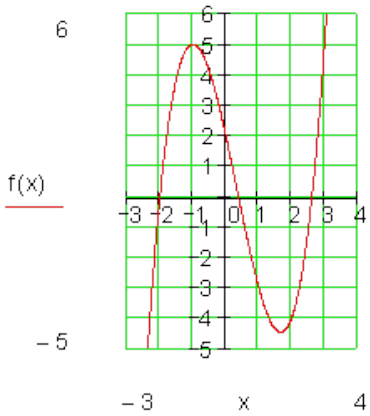
د مربع تابع (د دویمي درجي ټولراشنلتابع) خخه بوهیږو، چي دا دوه ، یو ، یا هیڅ صفرځایونه لرودی شي. دا د جگ درجو ټول راشنلتابع سره څنگه دی؟

بیلگه:



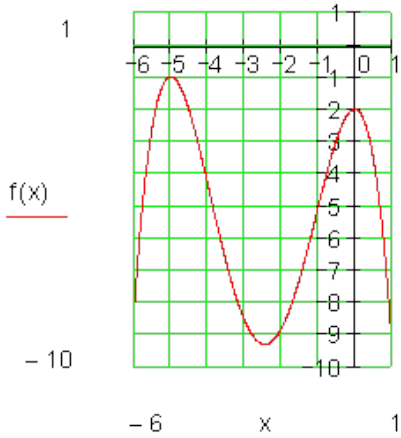
$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7$

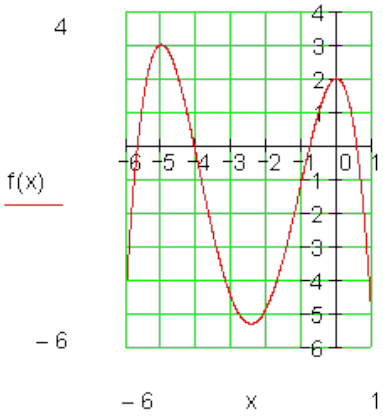
صفرځای نه لري



$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2$

دري صفرځایونه لري





(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x - 2$	$f(x) = -0,2x^4 - 2x^3 - 5x^2 - 0,2x + 2$
د صفرځای نه شتون	څلور صفرځایونه لري.

جمله:

یو د n -مي درجي ټولراشنل تابع زیات له زیاته n صفرځایونه لري.

که n جوړه وي، نو دا لږترلږه یو صفرځای لري.

د صفرځایونو شمیرني لار(تګلار)

د فکتوري کونو یا صریبونو تګلار: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x = 0$

فاکتور x له نوکانو راوتلی شي.

$$\Leftrightarrow x\left(2x^2 - 2x - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

او په نوکانو کي افاده یا ویینه صفر دی.

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

مربع مساوات دی.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0 \,|:2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{4}{2} = 2 \\ x_3 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{2}{2} = -1 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه :

$$x_1 = 0\,;\, x_2 = 2\,;\, x_3 = -1$$

د x محور سره غوڅتکی

$$P_{x1}(0|0)\,;\, P_{x2}(2|0)\,;\, P_{x3}(-1|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{2x(x+1)(x-2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

(پورته) د کرښیز ضریبونو ضرب

د بدلون قانون:

یادونه: په دې معنا چې د یوې اووښتونې یا متحولې لپاره بله متحوله ځا په ځای کوو.

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ بې مربعیز(بې ځلوریز) مساوات

بدلون: $x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad p = -13 \quad q = 36$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 36 = \frac{169}{4} - \frac{144}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} z_1 = \frac{13}{2} + \frac{5}{2} = 9 \\ z_2 = \frac{13}{2} - \frac{5}{2} = 4 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بدلون په څټ- یا بیرته ګرځوو:

$$x^2 = z_1 = 9 \mid \sqrt{\ } \qquad x^2 = z_2 = 4 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Rightarrow \ |x| = \sqrt{9} \qquad |x| = \sqrt{4}$$
$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \qquad x_3 = 2 \quad x_4 = -2$$

د x محور سره غوڅتکی

$$P_{x1}(3|0); P_{x2}(-3|0); P_{x3}(2|0); P_{x4}(-2|0)$$

د تابع مساوات:

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د کرښیز ضریبونو ضرب

پولینوم وېش:

که د یوه پولینوم صفرځای معلوم وي، نو کړی شو د پولینوم وېش له لارې د پولینوم درجه یه یوه کمه کړو. که دا مو مربع مساوات ته لارښود کړي یا بوځیو نو ساده دی، چې نور صفرځایونه بیدا کړو. لاندې بېلګې دې د پولینوم وېش روښانه کړي.

د بیلګې په توګه د دریمې درجې ټولراشنل تابع صفرځایونه معلوم دي، نو کیدی شي چې د تابع مساوات د کرښیزو صریبونوپه څېر ولیکلی شو:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

چیرته چې $x_1 ; x_2 ; x_3$ صفرځایونه دي.

موږ اوس په څرګنده توکه تابع تر څیړنې لاندې نیسو

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

چیرته چې $x1=2$ یو صفرځای دی، ځکه چې

$$f(2) = 2^3 - 2^2 - 5\cdot 2 + 6 = 8 - 4 - 10 + 6 = 0$$

له دې سره له دې سره کېدی شي د تابع مساوات د $x1=2$ صفرځآی لاندې (له امله) په پام کې ونیسو او لکه چې لاس ته راځي و لیکو

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6 = (\ldots\ldots\ldots)(x-2)$$

د صفرځای ټاکلو لپاره ایښوونه : $f(x)= 0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$

دا افاده $x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=0$ څېړو

د نوکانو افادې یا ویینې $(\ldots)$ټاکو

دواړه لورې په $(x-2)$وېشو

$$(x^3-x^2-5x+6) :(x-2)=(\ldots)$$

په دې توګه د نوکانو افاده $(\ldots)$لاس ته راځي.

وېش د لیکنیز وېش قانون سره سم مخ ته بیایو

$$(x^3 - x^2 - 5x + 6) : (x-2) = x^2 + x - 3$$

$$\begin{array}{l}
\underline{-(x^3 - 2x^2)} \\
\quad x^2 - 5x \\
\quad \underline{-(x^2 - 2x)} \\
\qquad -3x + 6 \\
\qquad \underline{-(-3x + 6)}
\end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د نوکانو افاده (...) اوس x^2+x-3 بڼه لري

له دې لاس ته راځي د صفرځای ټاکنو لپاره ایښوونه:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=(\ldots)(x-2)=(x^2+x-3)(x-2)=0$$

نو دا مربع مساوات x^2+x-3 اوس حل کوو.

دا د p-q- فرمول سره ځوابوو:

$$p=1;\ q=-3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+3=\frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}} \\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}} \end{array} \right.$$

صفرځایونه:

$$x_1=2;\ x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}};\ x_3=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}$$

د x محور سره غوټتکي:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

تابع مساوات:

$$f(x)=(x-2)\left(x+\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\right)\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\right) \Leftrightarrow f(x)=x^3-x^2-5x+6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما Horner- Schema

د پولینوم وېشني پر ځای کیدی شي د ټولراشنل تابع درجه د هورنر شیما له لارې هم کمه شي.
موږ د هورنر شیما څیړو:

موږ بیرته تابع ترڅیړنې لاندې نیسو

$f(x)=x^3-x^2-5x+6$

چیرته چې $x1=2$ یو صفرځای دی.

د $f(x)=x^3-x^2-5x+6$ لپاره د هورن شیما د $x1=2$ سره

په دریمه لیکه کې درې عددونه د وېش نتیجو لپاره هم د پاتې پولینوم ضریبونه بللکیږي. $f(x) = \underbrace{(x-2)}_{\text{Linearfaktor}} \underbrace{(1\cdot x^2 + 1\cdot x - 3)}_{\text{Restpolynom}}$ پاتې پولینوم کرښیز ضریب	موخه د ضریب (x-2) له نوکانو وتنه ده. $\begin{array}{lcccc} & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x=2 & \downarrow & 2 & 2 & -6 \\ & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$

د $f(x)$ د نورو صفرځایونو لپاره د پاتې یا باقي پولینوم صفرځایونه شمیرو. دا د اړونده مربع مساوات د حل له لارې کیږي.

نتیجه یې د لاندې پولینوم وېش بیلګې سره وګورئ.

بیلګه:

$f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - x - 4$ چیرته چې $x_1 = -2$ یو صفرځای دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

باقي یا پاتې پولینوم: $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$ $f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2\right)$ د مربع مساوت حل $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0$ له دې لاس ته راځي او معکوس: x2=2 او x3=-4	$\begin{array}{cccc} & \frac{1}{4} & 1 & -1 & -4 \\ x=-2 & \downarrow & -\frac{1}{2} & -1 & 4 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -2 & 0 \end{array}$

بیلګه:

$f(x)=-x^3+7x-6=-x^3+0\cdot x^2+7x-6$ چیرته چې $x_1=1$ یو صفرځای دی

باقي پولینوم:-1.x-1.x+6 f(x)=(x-1)(.x²-x+6) د مربعیز مساوات حل: x²-x+6.له دې لاس تره اوپه څټ یا برعکس x2=2 او x3=-3	$\begin{array}{cccc} & -1 & 0 & 7 & -6 \\ x=1 & \downarrow & -1 & -1 & 6 \\ \hline & -1 & -1 & 6 & 0 \end{array}$

لکه بیلګه چې ښایي، د هورن شیما سره د پاتې پولینوم تاکنه ساده ده نسبت د پولینوم وېش ته.

دا ټولې پورته تلنلارې مو د مربع مساوات حل ته لارښودوي. که دا ونه توانیږو، نو د نومریکي تلنلارو څخه کار اخستل کیږي، چې دا دلته نه څېړل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

تمرینونه: د پولینوم وېش...

د لندې ترمونو لپاره د پولینوم وېش وکاروی:

لومړی - $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)$ دیم - $\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)$

دریم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)$ څلورم - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)$

پنځم - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)$ شپږم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)$

اوم - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)$ اتم - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x+3)$

نهم - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)$ لسم - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)$

ځوابونه

ټولراشنل تابع **III** (پولینوموېش)

نتیجې او مفصل ځوابونه

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\left(2x^3-14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)=3x^2+6x-9$$
$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$
$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$
$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$
$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$
$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$

مفصل ځوابونه:

لومړی:

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$
$$x^2-5x$$
$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$
$$-6x-6$$
$$\underline{-(-6x-6)}$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(2x^3 \qquad -14x-12\right):(x-3)=2x^2+6x+4$$
$$\underline{-\left(2x^3-6x^2\right)}$$
$$6x^2-14x$$
$$\underline{-\left(6x^2-18x\right)}$$
$$4x-12$$
$$\underline{-(4x-12)}$$

دریم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-7)=3x^2+6x-9$$
$$\underline{-\left(3x^3-21x^2\right)}$$
$$6x^2-51x$$
$$\underline{-\left(6x^2-42x\right)}$$
$$-9x+63$$
$$\underline{-(-9x+63)}$$

$$\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x+2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+3$$
$$\underline{-\left(\frac{1}{2}x^3+x^2\right)}$$
$$-\frac{5}{2}x^2-2x$$
$$\underline{-\left(-\frac{5}{2}x^2-5x\right)}$$
$$3x+6$$
$$\underline{-(3x+6)}$$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+2)=x^2+\frac{7}{2}x-2$$

$$\underline{-\left(x^3+2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2+5x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2+7x\right)}$$

$$-2x-4$$

$$\underline{-(-2x-4)}$$

شپږم:

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-\frac{14}{2}x\right)}$$

$$\frac{3}{2}x-3$$

$$\underline{-\left(\frac{3}{2}x-3\right)}$$

اوم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x-3)=x^2+\frac{7}{4}x-\frac{1}{2}$$

$$\underline{-\left(x^3-3x^2\right)}$$

$$\frac{7}{4}x^2-\frac{23}{4}x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{4}x^2-\frac{21}{4}x\right)}$$

$$-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$\underline{-\left(-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\right)}$$

اتم:

$$\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x+-5\right):(x+3)=x^2-\frac{14}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{14}{3}x^2-\frac{47}{3}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{14}{3}x^2-\frac{42}{3}x\right)}$$

$$-\frac{5}{3}x-5$$

$$\underline{-\left(-\frac{5}{3}x-5\right)}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):(x+3)=x^2-\frac{3}{2}x-1$$

$$\underline{-\left(x^3+3x^2\right)}$$

$$-\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x$$

$$\underline{-\left(-\frac{3}{2}x^2-\frac{9}{2}x\right)}$$

$$-x-3$$

$$\underline{-(-x-3)}$$

لسم:

$$\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x-1)=3x^2-12x-63$$

$$\underline{-\left(3x^3-3x^2\right)}$$

$$-12x^2-51x$$

$$\underline{-\left(-12x^2+12x\right)}$$

$$-63x+63$$

$$\underline{-(-63x+63)}$$

تمرینونه: د ټول راشنل توابعو صفرځایونه.

تمرین ټولراشنل تابع **IV**

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

د یوه تاسو ته مناسب قانو له مخې د ټولراشنل توابعو صفرځایونه وټاکی. د x محور سره د ګراف غوڅټکي و ټاکي او د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونو د ضرب په څیر انځور کړی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اول - $f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18$ دویم - $f(x)=x^3-4x^2+x+6$

دریم - $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1$ څلورم - $f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216$

پنځم - $f(x)=-\frac{1}{4}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{4}x+3$ شپږم - $f(x)=-\frac{3}{4}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{4}x$

اوم - $f(x)=3x^4-3$ اتم - $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x-2$

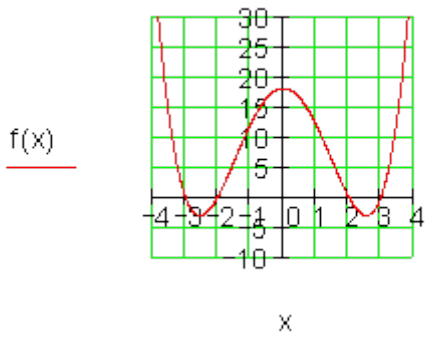
نهم - $f(x)=2x^3-4x^2-16x$ لسم - $f(x)=2x^3+4x^2-26x+20$

نتیجې:

د ټولراشنل توابعو تمریت **IV** ته.

د صفرځایونو ټاکنه له مختلفو لارو څخه.

لومړی:

$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4-\frac{13}{2}x^2+18=0 \quad x^2=z$ $\frac{1}{2}z^2-\frac{13}{2}x+18=0 \Leftrightarrow z^2-13z+36=0$ $z_1=9\,;\,z_2=4 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm 3\,;\,x_{3/4}=\pm 2$ $P_{x1}(3\mid 0);\,P_{x2}(-3\mid 0)$ $P_{x3}(2\mid 0);\,P_{x4}(-2\mid 0)$ $f(x)=\frac{1}{2}(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+x+6=0$

د اټکل له مخې د صفرځای ټاکنه x1=2

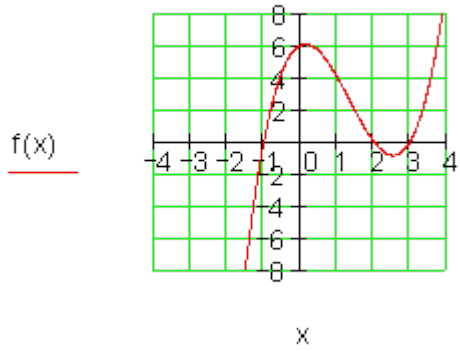
$(x^3-4x^2+x+6):(x-2)=x^2-2x-3$

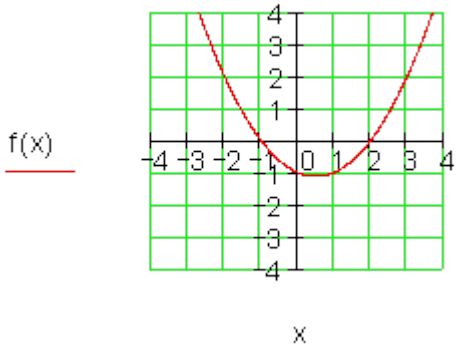
$p=-2;\ q=-3 \Rightarrow D=4$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ | $x_2=1+2=3$, $x_3=1-2=-1$

$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}(3|0);\ P_{x3}(-1|0)$

$f(x)=(x-2)(x-3)(x+1)$





$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-1=0$

$x^2-x-2=0$

$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\frac{9}{4}$

$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ | $x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$, $x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$

$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}(-1|0)$

$f(x)=\frac{1}{2}(x-2)(x+1)$

$f(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{3}{2}x^4+\frac{75}{2}x^2-216=0$

$x^2=z \Rightarrow -\frac{3}{2}z^2+\frac{75}{2}z-216=0$

$\Leftrightarrow z^2-25z+144=0$

$z_1=16;\ z_2=9 \Leftrightarrow x_{1/2}=\pm4;\ x_{3/4}=\pm3$

$P_{x1}(4|0);\ P_{x2}(-4|0)$

$P_{x3}(3|0);\ P_{x4}(-3|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

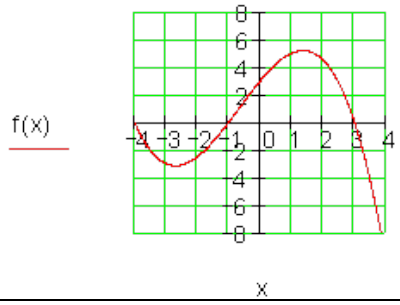
$$f(x) = -\frac{3}{2}(x-4)(x+4)(x-3)(x+3)$$

بنوونه د هورنر- شیما سره

	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	
$x=3$	$\downarrow$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{15}{4}$	-3	
	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{4}$	-1	0	$=f(3)$

$$-\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1 = 0$$

پاتې - یا باقي پولینوم



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3 = 0$$

صفرځای توکلي نیسو x1=3

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{11}{4}x + 3\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - 1$$

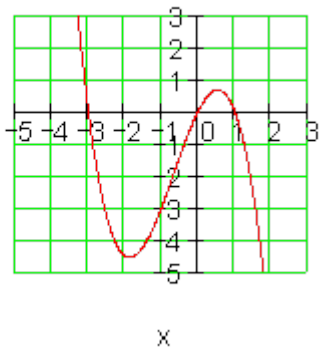
$$x^2 + 5x + 4 = 0$$

$$p = 5;\ q = 4 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{3}{2} = -1 \\ x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2} = -4 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(3|0);\ P_{x2}(-1|0);\ P_{x3}(-4|0)$$

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x-3)(x+1)(x+4)$$



$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x = 0$$

x له نوکانو وباسو

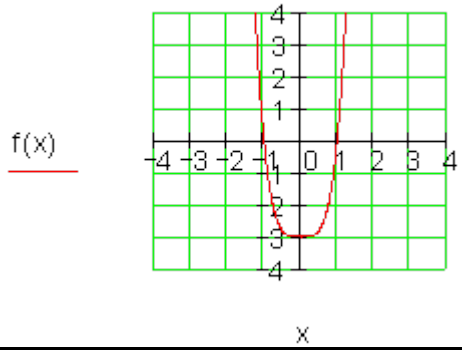
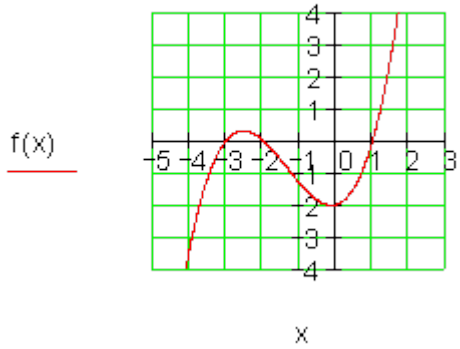
$$x\left(-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$p = 2;\ q = -3 \Rightarrow D = 4$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + 2 = 1 \\ x_3 = -1 - 2 = -3 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_{x1}(0\|0);\ P_{x2}(1\|0);\ P_{x3}(-3\|0)$ $f(x) = -\frac{3}{4}x(x-1)(x+3)$	
$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^4 - 3 = 0$ $x^2 = z$ $3z^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 1 = 0$ $z_1 = 1;\ z_2 = -1 \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 1$ $P_{x1}(1\|0);\ P_{x2}(-1\|0)$	
$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2 = 0$ د صفرځای اټکلونه x1=1 $\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x - 2\right) : (x-1)$ $= \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2$ $x^2 + 5x + 6 = 0$ $p = 5;\ q = 6 \Rightarrow D = \frac{1}{4}$ $x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_2 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$; $x_3 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2} = -3$ $P_{x1}(1\|0);\ P_{x2}(-2\|0);\ P_{x3}(-3\|0)$ $f(x) = \frac{1}{3}(x-1)(x+2)(x+3)$	ښوونه د هورنر- شیما سره $\begin{array}{lcccc} & \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & \frac{1}{3} & -2 \\ x=1 & \downarrow & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 \\ & \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & 2 & 0 = f(1) \end{array}$ $\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x + 2 = 0$ پاتې پولینوم 

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-4x^2-16x=0$$

x له نوکانو وباسو

$$x\left(2x^2-4x-16\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

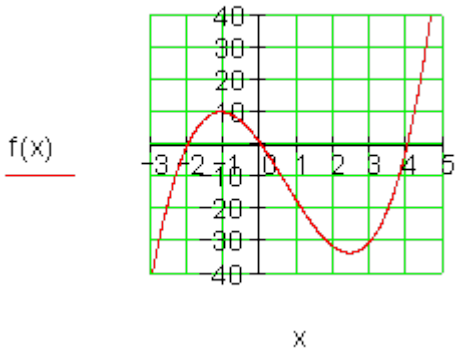
$$2x^2-4x-16=0 \Leftrightarrow x^2-2x-8=0$$

$$p=-2;\ q=-8 \Rightarrow D=9$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=1+3=4 \\ x_3=1-3=-2 \end{array} \right.$$

$$P_{x1}(0|0);\ P_{x2}(4|0);\ P_{x3}(-2|0)$$

$$f(x)=2x(x-4)(x+2)$$



لسم:

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3+4x^2-26x+20=0$$

صفرځای د اټکل له مخي x1=1

$$\left(2x^3+4x^2-26x+20\right):(x-1)$$

$$=2x^2+6x-20$$

$$x^2+3x-10=0$$

$$p=3;\ q=-10 \Rightarrow D=\frac{49}{4}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}=2 \\ x_3=-\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=-5 \end{array} \right.$$

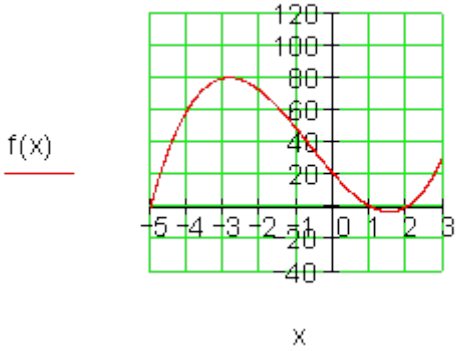
$$P_{x1}(1|0);\ P_{x2}(2|0);\ P_{x3}(-5|0)$$

$$f(x)=2(x-1)(x-2)(x+5)$$

ښوونه د هورنر- شیما سره

	2	4	−26	20	
x = 1	↓	2	6	−20	
	2	6	−20	0	= f(1)

$2x^2+6x-20$ پاتي پولینوم



(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

د ټول هوښيار يا راشنل توابعو محورغوڅټکي ګرافونه

صفرځايونه وشميرئ او ګرافونه وکاږئ

لومړی: د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x)=x^4+2x^3+x^2$ ب - $f(x)=x^2-6x+9$

پ - $f(x)=\left(x^2-25\right)\left(\frac{1}{2}x+4\right)$ ت - $f(x)=x^6-x^4$

ټ - $f(x)=3x\left(\frac{2}{3}x-2\right)(-2x+3)$ ث - $f(x)=3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$

دويم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x)=x^4-6x^2+5$ ب - $f(x)=4x^4+6x^2-\frac{7}{4}$ پ - $f(x)=x^6-8x^4+20x^2$

دريم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځايونه وشميرئ

الف- $f(x)=2x^3+4x^2-2x-4$ ب - $f(x)=x^3-12x+16$

پ - $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$ ت - $f(x)=2x^3-10x^2-4x+20$

ټ - $f(x)=x^4-\frac{11}{4}x^2-\frac{9}{4}x-\frac{1}{2}$ ث - $f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3$

ج - $f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5$ چ - $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6$

(c) ketabton.com: The Digital Library

څلورم: لومړی: د د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ

الف- $f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12$ ب - $f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2$

پ - $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24$ ت - $f(x) = (x^2 - 6x + 9)(x - 4)$

ټ - $f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2$ ث - $f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36$

پنځم: د لاندې ټولراشنل توبعو ګرافونه په یوه مناسب پروتولاړ یا کواودینات سیتم کې وکاږئ. د دې لپاره یو ارزښت جدول واچوئ او محور غوځټکي وټاکئ

الف- $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,5 \le x \le 4,5\}_{\mathbb{R}}$

ب - $f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 \quad D_f = \{x \mid -3,5 \le x \le 2,5\}_{\mathbb{R}}$

پ - $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2 \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

ت - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad D_f = \{x \mid -3 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ټ - $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \le x \le 3,5\}_{\mathbb{R}}$

ث - ج - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x \quad D_f = \{x \mid -0,2 \le x \le 8\}_{\mathbb{R}}$

شپږم: د لاندې توابعو صفرځایونه وټاکئ او ګراف یې تر شونې پولې پورې ښه وکاږئ. ارزښتجدول کیږدئ او ځنې ارزښتونه د جبشمیري سره وشمیرئ. ځنې صفرځایونه اټکل کړئ او که شونې وي، صفرځایونه وشمیرئ.

الف- $f(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{10}{3}x - 1$ ب - $f(x) = 0,01(x^3 - x^2 - x + 1)$

پ - $f(x) = 0,1x^3 - 0,3x^2 - 9x - 10$ ت - $f(x) = (x - 1,7)(x^2 - 3)$

ځوابونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ټولراشنل توابعو صفرځایونو شمیرنه او د ګراف کښنه

نتیجې او مفصل څوابونه

نتیجې:

لومړی:

الف-

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2\left(x^2 + 2x + 1\right) = x^2(x+1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2}(0|0); P_{x3/4}(-1|0)$$

ب –

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 = (x-3)(x-3) \Rightarrow P_{x1/2}(3|0)$$

پ –

$$f(x) = \left(x^2 - 25\right)\left(\frac{1}{2}x + 4\right) = (x-5)(x+5)\left(\frac{1}{2}x + 4\right)$$
$$\Rightarrow P_{x_1}(5|0); P_{x_2}(-5|0); P_{x_3}(-8|0)$$

ت –

$$f(x) = x^6 - x^4 = x^4\left(x^2 - 1\right) = x^4(x-1)(x+1)$$
$$\Rightarrow P_{x1/2/3/4}(0|0); P_{x_5}(1|0); P_{x_6}(-1|0)$$

ټ

$$f(x) = 3x\left(\frac{2}{3}x - 2\right)(-2x+3) \Rightarrow P_{x_1}(0|0); P_{x_2}(3|0); P_{x_3}\left(\frac{3}{2}|0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث – د الماني پښتو:

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

$$x^2+4=0 \Leftrightarrow x^2=-4 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$x^2-4x+10=0 \Rightarrow p=-4\,;\, q=10$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=(-2)^2-10=4-10<0 \Rightarrow$$

حل نه شته

$$f(x) = 3\left(x^2+4\right)\left(x^2-4x+10\right)$$

صفرځایونه نه لري

دویم: مصفل حلونه:

الف-

$$f(x)=x^4-6x^2+5 \text{ Substitution } x^2=z \Rightarrow f(z)=z^2-6z+5$$
$$p=-6\,;\, q=5 \Rightarrow D=(-3)^2-5=9-5=4$$
$$z_{1/2}=3\pm 2 \Rightarrow z_1=5 \text{ und } z_2=1$$
$$z_1=5=x^2 \Rightarrow |x|=5 \Rightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{5} \quad z_2=1=x^2 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x_{3/4}=\pm 1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}\left(\sqrt{5}\,|\,0\right);\, P_{x_2}\left(-\sqrt{5}\,|\,0\right);\, P_{x_3}\left(-1|\,0\right);\, P_{x_4}\left(1|\,0\right)}}$$
$$f(x)=\left(x-\sqrt{5}\right)\left(x+\sqrt{5}\right)(x+1)(x-1)$$

ب – Keine Lösung حل نه شته

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = 4x^4 + 6x^2 - \frac{7}{4} \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow f(z) = 4z^2 + 6z - \frac{7}{4}$$

$$4z^2 + 6z - \frac{7}{4} = 0 \Leftrightarrow z^2 + \frac{3}{2}z - \frac{7}{16} = 0 \Rightarrow p = \frac{3}{2};\ q = -\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{9}{16} + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1 \Rightarrow z_{1/2} = -\frac{3}{4} \pm 1$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{1}{4};\ z_2 = -\frac{7}{4}$$

$$z_1 = \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \Rightarrow x_{1/2} = \pm\frac{1}{2}$$

$$z_2 = -\frac{7}{4} = x^2 \Rightarrow$$ حل نه لري

$$\underline{\underline{P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}\middle|0\right);\ P_{x_2}\left(\frac{1}{2}\middle|0\right)}}$$

پ –

دریم:

الف- په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو: د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه، پولینوم وېش. او

$$f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 \Rightarrow 2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$$

raten der 1. Nullstelle: $x_1 = 1$: $1^3 + 2 \cdot 1^2 - 1 - 2 = 1 + 2 - 1 - 2 = 0$

Polynomdivision: $\left(x^3 + 2x^2 - x - 2\right) : (x - 1) = x^2 + 3x + 2$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Rightarrow p = 3;\ q = 2 \Rightarrow D = 1{,}5^2 - 2 = 0{,}25$$

$$x_{2/3} = -1{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -1{,}5 \pm 0{,}5 \Rightarrow x_2 = -1 \text{ und } x_3 = -2$$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب ـ $f(x)=x^3-12x+16 \Rightarrow x^3-12x+16$

د لومړي صفرځای له گومانه ټاکنه $x_1=2$ ، ځکه چې $2^3-12\cdot 2+16=0$

پولینوم وېش: $\left(x^3-12x+16\right):(x-2)=x^2+2x-8$

$x^2+2x-8=0 \Rightarrow p=2;\ q=-8 \Rightarrow D=1^2+8=9$

، $x_{2/3}=-1\pm 3 \Rightarrow x_2=2$ او $x_3=-4$

$P_{x_1}(2|0);P_{x_2}(2|0);P_{x_3}(-4|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0);P_{x_3}(-4|0)$

پ ـ $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4 \Rightarrow x^4-2x^3-3x^2+4x+4=0$

د لومړي صفرځای له گومانه ټاکنه،

$x_1=2:\ 2^4-2\cdot 2^3-3\cdot 2^2+4\cdot 2+4=16-16-12+8+4=0$

پولینوم وېش. $\left(x^4-2x^3-3x^2+4x+4\right):(x-2)=x^3-3x-2$

$x^3-3x-2=0$

د دویم صفرځای له گومانه ټاکنه $x_2=-1:\ (-1)^3-3\cdot(-1)-2=-1+3-2=0$

، پولینوم وېش $\left(x^3-3x-2\right):(x+1)=x^2-x-2$

$x^2-x-2=0 \Rightarrow p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2=\frac{9}{4}$

$x_{3/4}=\frac{1}{2}\pm\frac{3}{2} \Rightarrow x_3=2$ او $x_4=-1$.

، $P_{x_1}(2|0);P_{x_2}(-1|0);P_{x_3}(2|0);P_{x_4}(-1|0)$ یا $P_{x_{1/2}}(2|0);P_{x_{3/4}}(-1|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ

$$f(x) = 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 \Rightarrow 2x^3 - 10x^2 - 4x + 20 = 0 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 5x^2 - 2x + 10 = 0$$

د لومړي صفرځای له گومانه ټاکنه: $x_1 = 5 \quad 5^3 - 5 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 10 = 0$

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - 5x^2 - 2x + 10\right) : (x - 5) = x^2 - 2$

$$\Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt{2}\,;\, x_3 = -\sqrt{2}$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(5 \mid 0)\,;\, P_{x_2}\left(-\sqrt{2} \mid 0\right);\, P_{x_3}\left(\sqrt{2} \mid 0\right)}}$$

ت ـ $f(x) = x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2} = 0$

د لومړي صفرځای له گومانه ټاکنه:

$$x_1 = 2 \quad 2^4 - \frac{11}{4} \cdot 2^2 - \frac{9}{4} \cdot 2 - \frac{1}{2} = 16 - 11 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^4 - \frac{11}{4}x^2 - \frac{9}{4}x - \frac{1}{2}\right) : (x - 2) = x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4} = 0$$

د دویم صفرځای له گومانه ټاکنه:

$$x_2 = -1 \quad (-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + \frac{5}{4} \cdot (-1) + \frac{1}{4} = -1 + 2 - \frac{5}{4} + \frac{1}{4} = 0$$

پولینوم وېش.: $\left(x^3 + 2x^2 + \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}\right) : (x + 1) = x^2 + x + \frac{1}{4}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\Rightarrow x^2+x+\frac{1}{4}=0 \quad p=1;\, q=\frac{1}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow x_{3/4}=-\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x_1}(2|0);\, P_{x_2}(-1|0);\, P_{x_{3/4}}\left(-\frac{1}{2}|0\right)}}$$

ث –

$$f(x)=-3x^3+3x^2-3x+3 \Rightarrow -3x^3+3x^2-3x+3=0\,|:(-3)$$

$$\Leftrightarrow x^3-x^2+x-1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه: $x_1=1 \quad 1^3-1^2+1-1=0$

، پولینوم وېش: $(x^3-x^2+x-1):(x-1)=x^2+1$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2=-1 \Rightarrow$

$$\underline{\underline{P_{x_1}(1|0)}}$$

ج –

$$f(x)=-5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5 \Rightarrow -5x^3-10x^2-\frac{5}{2}x-5=0\,|:(-5)$$

$$\Leftrightarrow x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1=0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$x_1=-2 \quad (-2)^3+2\cdot(-2)^2+\frac{1}{2}\cdot(-2)+1=-8+8-1+1=0$$

، پولینوم وېش: $\left(x^3+2x^2+\frac{1}{2}x+1\right):(x+2)=x^2+\frac{1}{2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

حل نه شته $\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-2|0)}}$

چ – $f(x)=x^4+3x^3+5x^2+9x+6 \Rightarrow x^4+3x^3+5x^2+9x+6=0$

د لومړي صفرځآی له ګومانه ټاکنه:

$x_1=-1 \quad (-1)^4+3\cdot(-1)^3+5\cdot(-1)^2+9\cdot(-1)+6=0$

، پولینوم وېش: $\left(x^4+3x^3+5x^2+9x+6\right):(x+1)=x^3+2x^2+3x+6$

$\Rightarrow x^3+2x^2+3x+6=0$

د دویم صفرځآی له ګومانهټاکنه،:

$x_1=-2 \quad (-2)^4+3\cdot(-2)^3+5\cdot(-2)^2+9\cdot(-2)+6=0$

پولینوم وېش: $\left(x^3+2x^2+3x+6\right):(x+2)=x^2+3$

حل نه شته $\Rightarrow x^2+3=0 \Leftrightarrow x^2=-3 \Rightarrow$

$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0);P_{x_2}(-2|0)}}$

څلورم:

الف- د الماني: بدلون، او

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -3x^4 + 15x^2 - 12 \Rightarrow -3x^4 + 15x^2 - 12 = 0 \,;\, |\,(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0$$
$$\Rightarrow p = -5\,;\, q = 4 \Rightarrow D = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - \frac{16}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow z_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2} \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = 1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_1 = 2\,;\, x_2 = -2$$
$$z_2 = 1 = x^2 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x_3 = 1\,;\, x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(2\,|\,0)\,;\, P_{x_2}(-2\,|\,0)\,;\, P_{x_3}(1\,|\,0)\,;\, P_{x_4}(-1\,|\,0)}}$$

ب – او=und

$$f(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 \Rightarrow x^4 - x^3 - 2x^2 = 0$$
$$\Rightarrow x^2\left(x^2 - x - 2\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0 \quad p = -1\,;\, q = -2 \Rightarrow D = (-0{,}5)^2 + 2 = 2{,}25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2{,}25} = 1{,}5$$
$$\Rightarrow x_{3/4} = 0{,}5 \pm 1{,}5 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -1$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0\,|\,0)\,;\, P_{x_3}(2\,|\,0)\,;\, P_{x_4}(-1\,|\,0)}}$$

پ –

$$f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0 \,|\, :(-2)$$
$$\Rightarrow x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$$

د لومړي صفرځای له ګومانه ټاکنه:

$$(-24 \Rightarrow -2x^3 + 2x^2 + 16x - 24 = 0 \,|\, :(-2)$$
$$)$$
$$x_1 = 2 \quad 2^3 - 2^2 - 8 \cdot 2 + 12 = 8 - 4 - 16 + 12 = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

، پولینوم وېش: $\left(x^3 - x^2 - 8x + 12\right) : (x - 2) = x^2 + x - 6$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \quad p = 1;\ q = -6 \Rightarrow D = 0,5^2 + 6 = 6,25 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$x_{2/3} = -0,5 \pm 2,5 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ und } x_3 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(2|0);\ P_{x_3}(-3|0)}}$$

ت –

$$f(x) = \left(x^2 - 6x + 9\right)(x - 4) \Rightarrow \left(x^2 - 6x + 9\right)(x - 4) = 0$$
$$\Rightarrow (x - 4) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 4$$
$$x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = (-3)^2 - 9 = 0$$
$$\Rightarrow x_{2/3} = 3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(4|0);\ P_{x_{2/3}}(3|0)}}$$

ټ – په لاندې فرمول کې د الماني متن پښتو:: بدلون، حل نه شته

$$f(x) = x^6 - 3x^4 - 4x^2 \Rightarrow x^6 - 3x^4 - 4x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2\left(x^4 - 3x^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$
$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \text{ Substitution: } x^2 = z$$
$$\Rightarrow z^2 - 3z - 4 = 0 \quad p = -3;\ q = -4 \Rightarrow D = (-1,5)^2 + 4 = 6,25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{6,25} = 2,5$$
$$z_{1/2} = 1,5 \pm 2,5 \Rightarrow z_1 = 4 \text{ und } z_2 = -1$$
$$z_1 = 4 = x^2 \Rightarrow |x| = 2 \Rightarrow x_3 = 2 \text{ und } x_4 = -2$$
$$z_2 = -1 = x^2 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$
$$\underline{\underline{P_{x_{1/2}}(0|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P_{x_4}(-2|0)}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث ـ

$$f(x) = x^4 - 25x^2 - 60x - 36 \Rightarrow x^4 - 25x^2 - 60x - 36 = 0$$

د لومړي صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_1 = -1 \quad (-1)^4 - 25 \cdot (-1)^2 - 60 \cdot (-1) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$\left(x^4 - 25x^2 - 60x - 36\right) : (x+1) = x^3 - x^2 - 24x - 36$$

د دویم صفرځای په ګومان پیداکونه:

$$x_2 = -2 \quad (-2)^3 - (-2)^2 - 24 \cdot (-2) - 36 = 0$$

پولینوموېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 24x - 36\right) : (x+2) = x^2 - 3x - 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0 \quad p = -3\,;\, q = -18 \Rightarrow D = (-1{,}5)^2 + 18 = 20{,}25$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$$
$$x_{3/4} = 1{,}5 \pm 4{,}5 \Rightarrow x_3 = 6 \text{ und } x_4 = -3$$
$$\underline{\underline{P_{x_1}(-1|0)\,;\, P_{x_1}(-2|0)\,;\, P_{x_3}(6|0)\,;\, P_{x_4}(-3|0)}}$$

پنځم:
پام: په لاندې پوښتنو کې د الماني پښتو: ارزښتجدول، محور غوڅټکي.
الف ـ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

ارزښتجدول

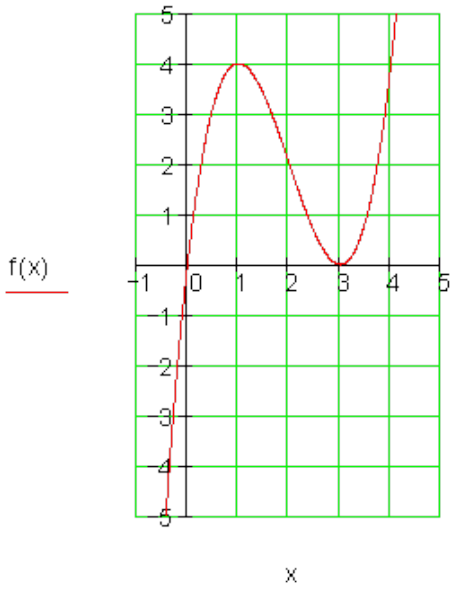
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,63	0
x	3,5	4	4,5	
f(x)	0,88	4	10,13	

محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|0)$

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3}(3|0)$



ب –

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

ارزښتجدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2	
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	
x	−1,5	−1	−0,5	0	
f(x)	7	4,5	1,25	−2	
x	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

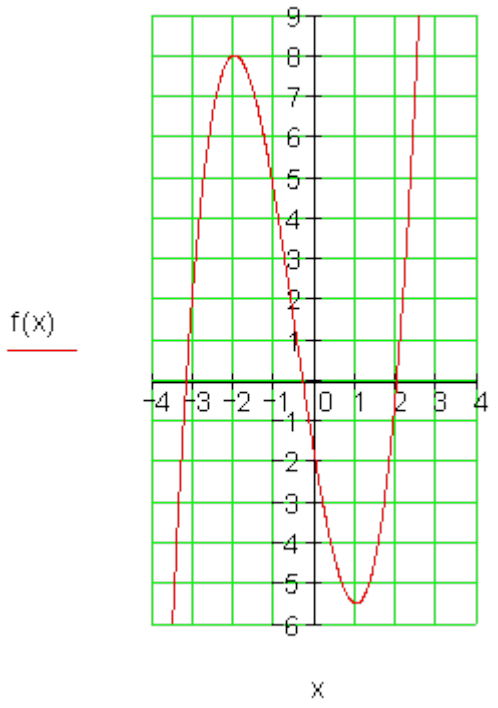
محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

$P_y(0|-2)$

$P_{x1}(2|0)$

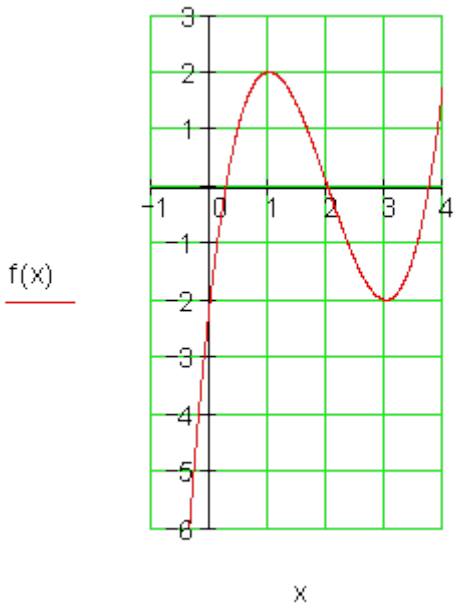
$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -0,31|0\right)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx -3,19|0\right)$



(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$$

ارزښتجدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−8,13	−2	1,13	2
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	1,38	0	−1,38	−2
x	3,5	4		−0,2
f(x)	−1,13	2		−4,05

محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

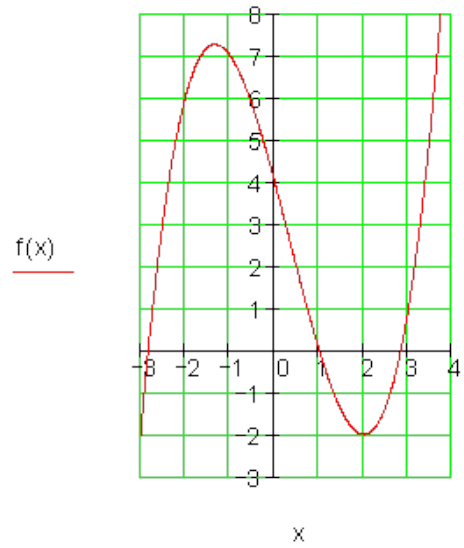
$P_y(0 \mid -2)$

$P_{x1}(2 \mid 0)$

$P_{x2}\left(2+\sqrt{3} \approx 3,73 \mid 0\right)$

$P_{x2}\left(2-\sqrt{3} \approx 0,27 \mid 0\right)$

ت –



$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

ارزښتجدول

x	−3	−2,5	−2	−1,5
f(x)	−2	3,06	6	7,19
x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	7	5,81	4	1,94
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	0	−1,44	−2	−1,31

محورغوڅتکي يا نقاط تقاطع محور

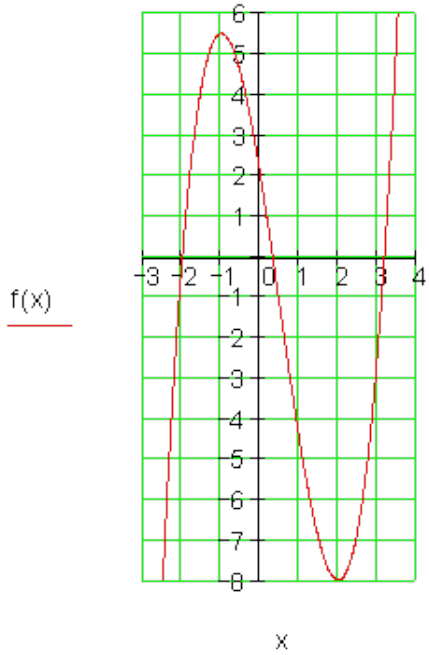
$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

$P_{x2/3}\left(\pm 2 \cdot \sqrt{2} \approx \pm 2,83 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –



$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

ارزښتجدول

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−8
x	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	2	−1,25	−4,5	−7	−8
x	2,5	3	3,5		
f(x)	−6,75	−2,5	5,5		

محورغوڅتکي یا نقاط تقاطع محور

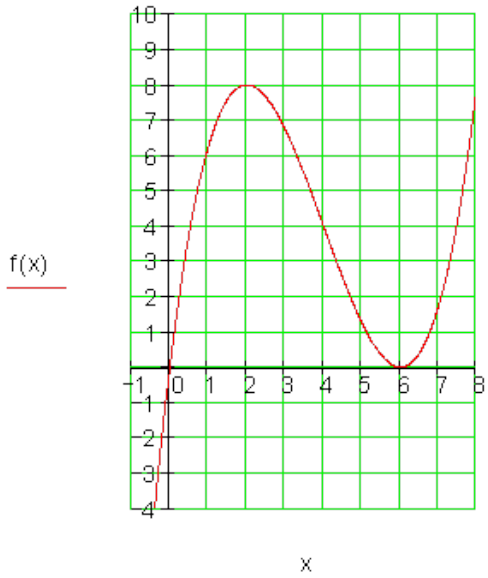
$P_y(0|2)$

$P_{x1}(-2|0)$

$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 3,19|0\right)$

$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{4}\sqrt{33} \approx 0,31|0\right)$

ث –



$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$$

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−5,28	0	3,78	0,25
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	7,59	8	7,66	6,75
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	5,47	4	2,53	1,25
x	5,5	6	6,5	7
f(x)	0,34	0	0,41	1,75

محورغوڅتکی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(6\|0)$	

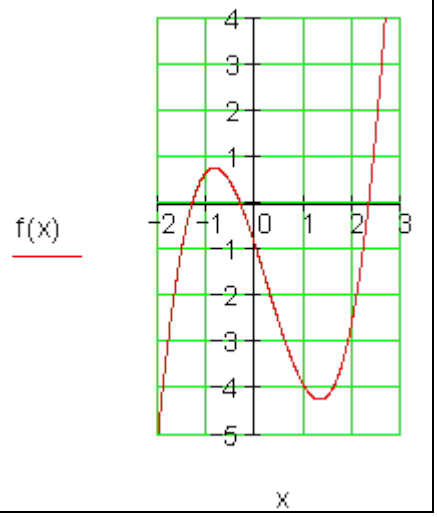
شپږم:

الف-

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−24	−5	$\frac{2}{3}$	−1	−4	$-2\frac{1}{3}$	10

لومړی صفرځای	$-2 < x_1 < -1$
دویم صفرځای	$-1 < x_2 < 0$
دریم صفرځای	$2 < x_3 < 3$

انتروالونه چې د هغو په دننه کې صفرځایونه شتون لري، د توابعو د مخنځښو له لارې میندل کیږي.



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−0,32	−0,09	0	0,01	0	0,03	0,16

ب ـ 1. Nullstelle: $P_{x1}(-1|0)$ 2. Nullstelle: $P_{x2}(1|0)$

په پورته کې المانیـ صفرځای.

گومان نږدې دی، چې گراف د x محور د P_{x2} په ټکي کې لمسوي.

دا گومان ازمایښتوړ دی.

نیونه یا فرضیه:

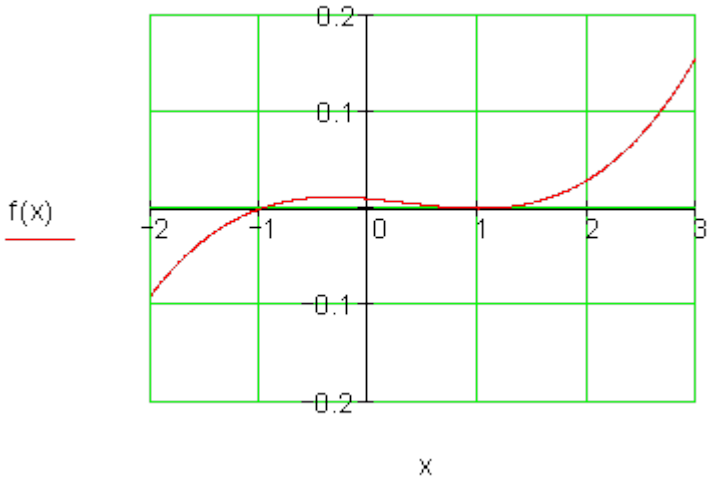
$$f(x) = 0{,}01\underbrace{(x-1)(x-1)}_{\text{doppelte Nullstelle}}(x+1)$$

ډبل صفرځایونه

$$= 0{,}01(x-1)^2(x+1) = 0{,}01\left(x^3 - x^2 - x + 1\right) \Rightarrow P_{x2/3}(1|0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نیونه یا فرضیه تیک وه.

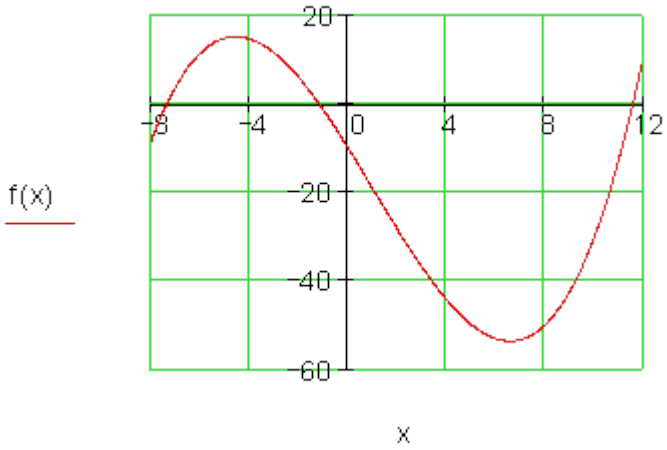


پ –

x	−8	−4	0	4	8	12
f(x)	−8,4	14,8	−10	−44,4	−50	11,6

لومړی صفرځای:	$-8 < x_1 < -4$
دویم صفرځای:	$-4 < x_2 < 0$
دریم صفرځای:	$8 < x_3 < 12$

د دې پوښتنې د ځواب لپاره باید ګرافیکي وړ جبشمیرونی وکارول شي.



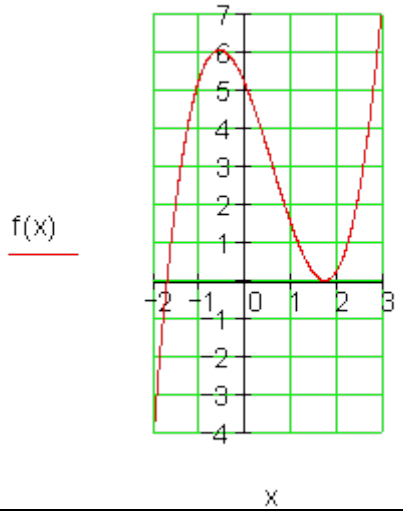
(c) ketabton.com: The Digital Library

ت -

$$f(x) = (x - 1,7)(x^2 - 3)$$
$$f(x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x - 1,7 = 0 \Rightarrow x_1 = 1,7$$
$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x_2 = \sqrt{3}\ ;\ x_3 = -\sqrt{3}$$
$$\Rightarrow P_{x1}\left(-\sqrt{3}\,|\,0\right);\ P_{x2}(1,7\,|\,0);\ P_{x1}\left(\sqrt{3}\,|\,0\right)$$

x	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	−3,7	5,4	5,1	1,4	0,3	7,8

له ګرافه نه پېژندل کېږي، چې په انتروال (1 ; 2) کې دوه صفرځایونه شتون لري. دا ټیکه شمیرنه ښايي.



محور غوڅتکي او د ټولراشنل یا نسبتي توابعو ګرافونه II

لومړی: د درېمي درجې یو ټولهوښیار یا –راشنل تابع سرچینې سره سیومتریک ده، که
الف- له ټکو $P_1(1|2)$ او $P_2(3|-2)$ څخه تیره شي.
ب- که کرښه g د $g(x)=3x$ سره پارابول په $P(0|0)$ کې لمس کړي.
دویم: تابع $f(x)$ د پېژندورشو یا تعریف ساحې $D = IR$ سره ورکړ شوې ده. تابع $f(x)$ په سیومتري وڅېړی، صفرځایونه وشمیری او ګراف وکاږی.

الف – $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2$ ب – $f(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{1}{3}x$

پ - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 5$ ت - $f(x) = \frac{1}{48}x^3 - x$

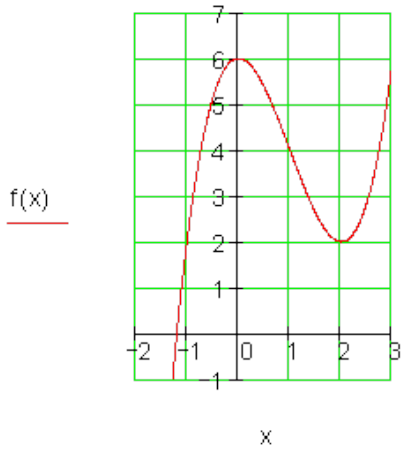
ټ - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$ ث - $f(x) = \frac{1}{5}x(3 - x)(x + 1)$

ج - $f(x) = \frac{1}{2}x\left(\frac{1}{4}x - 1\right)^2$ چ = $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$

دریم: تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6\ ;\ D = \mathbb{R}$ ورکړشوې ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف - وښايئ: د f(x) صفرځای د (1- ; 2-) ترمنځ پروت دی. مدلل کړئ، چې f(x) ټیک یو صفرځای لري، دا گراف باید څنگه راکښل شي، چې له هغې سره دا ټیک دوه صفرځایونه ولري؟
ب- کرښه x = u د f(x) گراف په ټکي Q او د x محور په P کې غوڅوي.
د لاندې درېگوډي یا مثلث 0PQ سطحه د u = 2 لپاره وښایئ.
د مثلث د (خوندي) سطحې ترم د u په واکوالي کې د u > 0 لپاره ورکړئ.
g(x) څومره صفرځایونه د g(x)=3.f(x) سره لري؟ دلایل یې راوړئ.



څلورم: تابع $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ ورکړ شوې ده. وښای: x=0,4 یو صفرځای دی. پسې نور صفرځایونه وشمیرئ.

$f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4 ; D = \mathbb{R}$

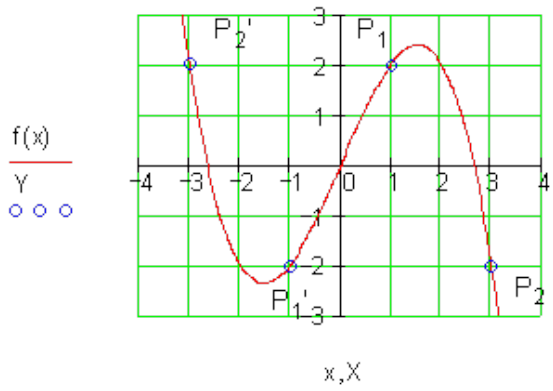
پنځم: د اووښتونې یا متحولې c په واکوالي کې د صفرځایونو تعداد وټاکئ.

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx ; D = \mathbb{R}$

ځوابونه

د صفرځایونو شمیرنه او ټولهوښیارو توابعو گرافونو کښل.

مفصل حلونه: لومړی: الف-



سرچینې ته سیومتري په دې معنا ده چې ټکي سیومتري دی.

$f(-x) = -f(x)$

$P_1(1|2): f(-1) = -f(1) = -2$

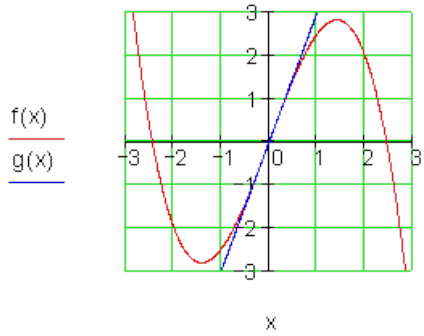
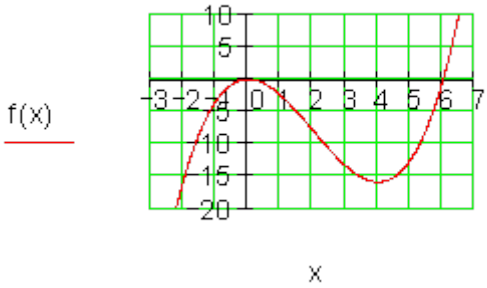
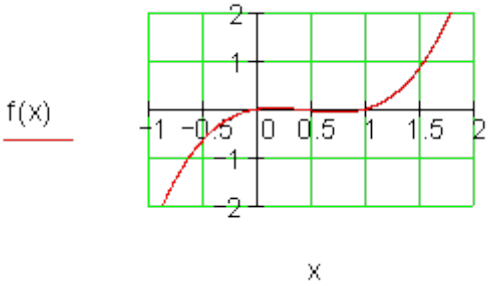
$\Rightarrow P_1'(-1|-2)$

$P_2(3|-2): f(-3) = -f(3) = 2$

$\Rightarrow P_2'(-3|2)$

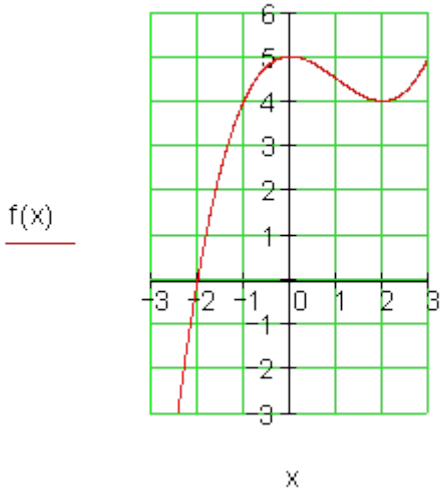
د دې څلور ټکو سره گراف کښل کیدی شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –  	ګراف ټکی سیمتریک دی. په صفر ټکي کي جګوالي د کرښي g(x) = 3x جګوالي سره برابر دی ګراف څلورمي(ربعي) په ترتیب داسي ده: ځغاسته له کیڼ و ښي لورته: II - III - I - IV
دویم: لف-  	$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2 \Rightarrow$ لاس ته راځي،چي سیومتی نه شته $f(x)=0 \Leftrightarrow x^2\left(\frac{1}{2}x-3\right)=0$ $\Rightarrow x_{1/2}=0;\ x_3=6$ لمسټکی: $P_{x1/2}(0\|0)$ ، $P_{x3}(6\|0)$ ځغاسته له کیڼ ښي لورته: I - IV - III
ب –  	$f(x)=x^3-\frac{4}{3}x^2+\frac{1}{3}x$ له دي لاس ته راځي، چي سیومتری نه شته، $f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$ $\Rightarrow x_1=0;\ x_2=\frac{1}{3};\ x_3=1$ $P_x(0\|0);\ P_{x2}\left(\frac{1}{3}\|0\right);\ P_{x3}(1\|0)$ ځغاسته له کیڼ ښي لورته: I - IV - I - III

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ –



ځغاسته له کيڼ و ښي لورته: I - II - III

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5$$

لاس ته راځي، چې سيومترى نه شته،

لومړى صفرځاى و ازمايى:

$$f(-2)=-\frac{8}{4}-\frac{12}{4}+5=0$$
$$\Rightarrow x_1=-2$$

پولينوموېش

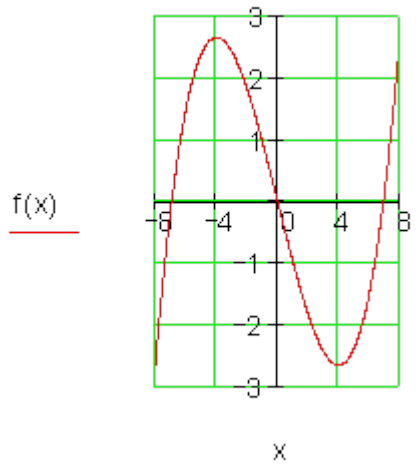
$$\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+5\right):(x+1)$$
$$=\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}$$
$$\Rightarrow f(x)=(x+2)\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{10}{4}\right)$$
$$=\frac{1}{4}(x+2)\left(x^2-5x+10\right)$$
$$x^2-5x+10=0$$
$$\Rightarrow p=-5;\ q=10$$
$$\Rightarrow D=6,25-10<0$$

لاس ته راځي: حل نه شته

لاس ته راځي: نور صفرځايونه هم نه شته.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت –



$$f(x)=\frac{1}{48}x^3-x \Rightarrow$$

ټکی سیومتریک

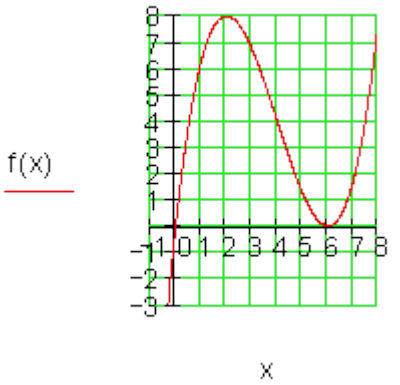
$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{48}x^2-1\right)=0$$

$$\Rightarrow x_1=0\,;\,x_2=\sqrt{48}\,;\,x_3=-\sqrt{48}$$

$$P_x(0\,|\,0)\,;\,P_{x2}\left(\sqrt{48}\,|\,0\right);\,P_{x3}\left(-\sqrt{48}\,|\,0\right)$$

ځغاسته له کین ښي لورته: I - IV - II - III

ټ –



$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x \Rightarrow$$

سیمتري نه شته، لمسټکی

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x\left(\frac{1}{4}x^2-3x+9\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$

$$\frac{1}{4}x^2-3x+9=0 \Leftrightarrow x^2-12x+36=0$$

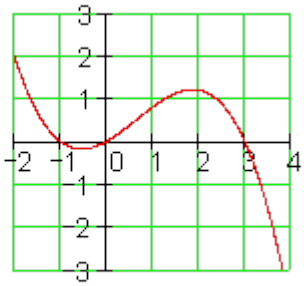
$$\Rightarrow p=-12\,;\,q=36 \Rightarrow D=0 \Rightarrow x_{2/3}=6$$

لمسکی: $P_{x1}(0\,|\,0)\,;\,P_{x2/3}(6\,|\,0)$!

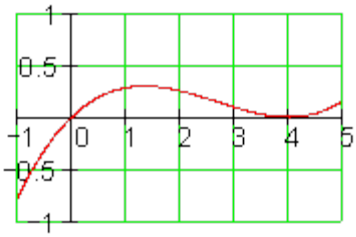
ځغاسته له کین وښی لور ته: I - III

ث –

(c) ketabton.com: The Digital Library

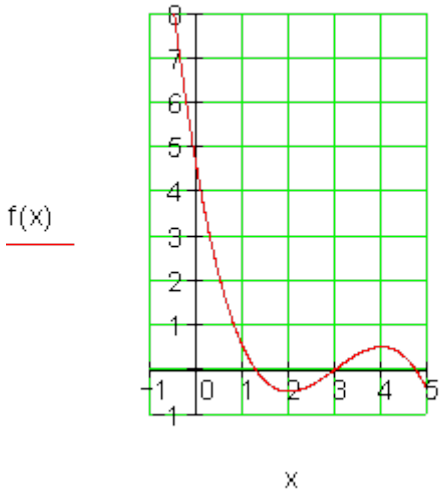
$f(x)=\frac{1}{5}x(3-x)(x+1)$ $=-\frac{1}{5}x^3+\frac{2}{5}x^2+\frac{3}{5}x$ لاس ته راځي،چې سیومتري نه شته $x_1=-1;\ x_2=0;\ x_3=3$ $P_{x1}(-1\|0);\ P_{x2}(0\|0);\ P_{x3}(3\|0)$ ځغاستـه لـه کیڼ ښي لورته: IV - I - III - II	f(x)  x

ج –

$f(x)=\frac{1}{5}x\left(\frac{1}{4}x-1\right)^2$ $=-\frac{1}{32}x^3-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x$ لاس ته راځي،چې سیومتري نه شته، $x_1=0;\ x_{2/3}=4$ $P_{x1}(0\|0)$ لمسټکی $P_{x2/3}(4\|0)$ ځغاستـه لـه کیڼ وښی لور ته:I - III	f(x)  x

چ

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

لاس ته را ځي،چې سیومتري نه شته

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

$$f(3) = -\frac{27}{4} + \frac{81}{4} - 18 + \frac{9}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

پولینوموېش

$$\left(-\frac{1}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 6x + \frac{9}{2}\right) : (x-3)$$

$$= -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-3)\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{4}(x-3)\left(x^2 - 6x + 6\right)$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow p = -6\,;\ q = 6 \Rightarrow D = 3$$

$$\Rightarrow x_2 = 3 + \sqrt{3}\ ;\ x_3 = 3 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow P_{x1}(3 \mid 0)$$

$$P_{x2}\left(3 + \sqrt{3} \mid 0\right); P_{x3}\left(3 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

ځغاسته له کیڼ وښی لور ته:

II - I - IV - I - IV

(c) ketabton.com: The Digital Library

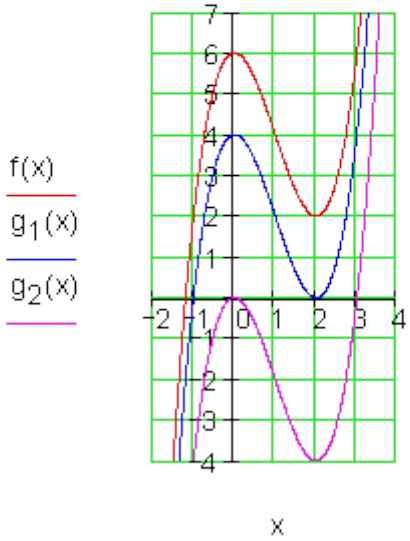
دریم:

لف-

$$f(x) := x^3 - 3x^2 + 6$$

$$g_1(x) := x^3 - 3x^2 + 4$$

$$g_2(x) := x^3 - 3x^2$$



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$$

$$f(-2) = -8 - 12 + 6 = -14$$

$$f(-1) = -1 - 3 + 6 = 2$$

د تابع ارزښتونو کي د مخنخښي بدلون په دې معنا دی، چې په انتروال (1- ; 2-)کي باید یو صفرځای وي. د دریمي درجي ټولهوښیار- یا راشنل تابع لږ تر لږه یو صفرځای لري. دا چې د f(x) د ګراف ټیټ ځای دx محور پورته لور ته پروت دی، کیدی شي دا فقط یو صفرځای ولري. که ګراف g(x) ټیک دوه صفرځایونه ولري، نو دا باید نو باید د f(x) ګراف په 2 LE د اوږدوالي یونونو یا واحدونو یا په 6 LE د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښل شي. نو دوه امکانات شتون لري:

1. $g_1(x) = f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 4$

2. $g_2(x) = f(x) - 6 = x^3 - 3x^2$

ب – د درېګوډي یا مثلث سطحه:

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

د u په واکولي کي د g=u او h=f(u)

$$A(u) = \frac{u \cdot f(u)}{2}$$

سره باور لري:

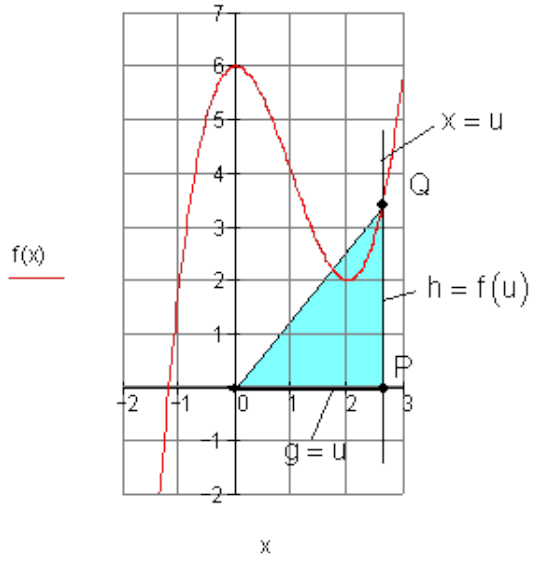
د u=2 لپاره f(u)=f(2)=2 دی

$$\Rightarrow A = \frac{2 \cdot 2}{2} = \underline{\underline{2\,FE}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ټولیزه توګه د u>0 لپاره باور لري:

$$A(u) = \frac{1}{2}u \cdot f(u)$$
$$= \frac{1}{2}u\left(u^3 - 3u^2 + 6\right)$$
$$= \frac{1}{2}u^4 - \frac{3}{2}u^3 + 3u$$



پ – تابع g(x) = 3f(x) همغه یا برابر صفرځایونه لري لکه f(x) . دلیل راوړنه:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{3 \cdot f(x)}_{g(x)} = 0 \Rightarrow g(x) = 0$$

څلورم: $f(x) = 5x^3 - 10,8x + 4$ غوښتنه(ثبوت):x=0,4 یو صفرځای ورکوي، نو f(0,4)=0

ښوونه: $f(0,4) = 5 \cdot 0,4^3 - 10,8 \cdot 0,4 + 4 = 0,32 - 4,32 + 4 = 0$

پولینوموېش: $\left(5x^3 - 10,8x + 4\right) : (x - 0,4) = 5x^2 + 2x - 10$

$$-\left(5x^3 - 2x^2\right)$$
$$2x^2 - 10,8x$$
$$-\left(2x^2 - 0,8x\right)$$
$$-10x + 4$$
$$-(-10x + 4)$$

$$\Rightarrow 5x^2 + 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 0,4x - 2 = 0$$
$$p = 0,4;\ q = -2 \Rightarrow D = 2,04$$
$$\Rightarrow x_2 = -0,2 + \sqrt{2,04} \approx 1,23$$
$$\Rightarrow x_3 = -0,2 - \sqrt{2,04} \approx -1,63$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2cx = x\left(x^2 + 2x + 2c\right)$$

کیدی شي زیات له زیات دري صفرځایونه منځ ته راشي.
$P(0 \mid 0)$ له c خپلواک (تابع نه) تل یو صفرځای دی. د نوکانو دننه افاده د څیړني ده.(
د الماني für د لپاره)

$$x^2 + 2x + 2c = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = 2c \Rightarrow D = 1 - 2c$$
$$\text{für } D > 0 \Rightarrow 1 - 2c > 0 \Leftrightarrow c < 0{,}5$$
$$\text{für } D = 0 \Rightarrow 1 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 0{,}5 \Rightarrow x_{2/3} = -1$$
$$\text{für } D < 0 \Rightarrow 1 - 2c < 0 \Leftrightarrow c > 0{,}5$$
$$\text{für } c = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x_2 = 0;\ x_3 = -2$$

اړیکي:
د $c > 0{,}5$ لپاره $f(x)$ ټیک یو صفرځای لري:$P_x(0 \mid 0)$
د $c = 0{,}5$ یا د $c = 0$ لپاره$f(x)$ ټیک دوه صفرځایونه لري.
د$c < 0{,}5$ او c د صفر سره نامساوي لپاره $f(x)$ ټیک دري صفرځایونه لري.

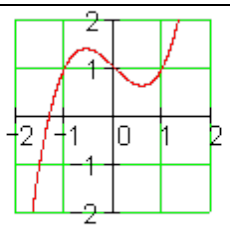
پوښتنې

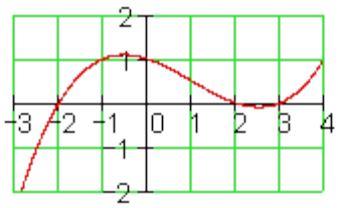
د ټول راشنل توابعو محور غوڅټکي او ګرافونهIII

تابع په یوه ګراف تنظیمیږي.

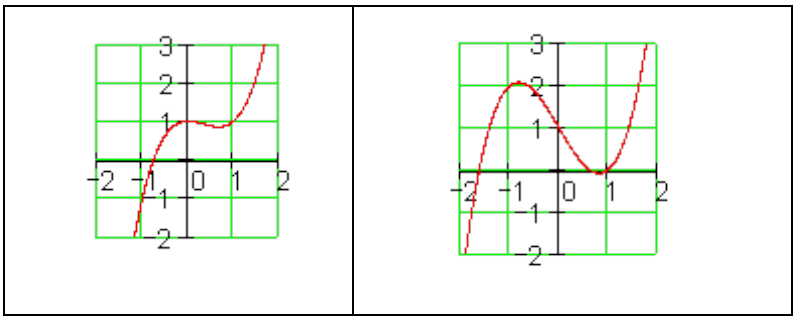
لومړی: هر د یوه تابع ترم سره تنظیم کړی او خپله پرېکړه په دلیل کلکه کړی.

$$f_1(x) = x^3 - x + 1;\ f_2(x) = x^3 - 2x + 1;\ f_3(x) = x^3 - x^2 + 1;\ f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$$





(c) ketabton.com: The Digital Library



دویم: هر هغه څوک چې د لایسنس اخستلو لپاره ځان چمتو کوي، باید وپوهیږي، چې د یوه بریک وهونکي موټر تمکیدني واټن په یوه وچ پاخه سرک)چې طبعاً باید هوار وي) د عکسالعمل لار او د بریک لار څخه یوځای جوړه ده. د لاندې د موټي قانون یا لار(د دري ګوتو) څخه کیدی شي د چټکتیا v پهkm/h د عکسالعمل لارr او د بریک لار b په متر وشمیرل شي.

د بریک لار: $b = \left(\frac{v}{10}\right)^2$ همداسي $b = \frac{\left(\frac{v}{10}\right)^2}{2}$ ، د عکس العمل لار: $r = \frac{v}{10} \cdot 3$

د المان د3.3.04 راین اخبار د اول له جولای1. Juli 2004 په وچ سره د تمځای لار په بل بریکلار شمیرل کیږي.(په افغانستن کې به داخنګه وي ؟نه پوهیږم)

الف- تابع مساوات s = f(v) وټاکی، د کوم سره چې د هرې تلنې د چټکتیا یا سرعت تملار شمیرل کیدی شي.

ب – د لاندې تلل شوی چټکتیاv = 0, 10, 20, 30, ... 50 km/h لپاره په یوه ارزښت جدول کې د هغه هر یوه تمځای s سره یوځای کړی

پ – له دې سره د (60 ... 100 km/h) لپاره دs یو څونور ارزښتونه وشمیرئ او د دې تابع ګراف وکاږئ.

ت – د نوي بریک نیولو قانون(المانی) سره دا تراوسه شمیرل شوي ارزښتونه وشمیرئ او دا په همغه کواودینات سیستم کې وکاږئ او ټوله نتیجه په شننه یا کومنتار سره روښانه کړئ.

دریم: داتابعورکړ شوي: $f(x) = x^3 - 0,5x^2 - 3x + 1,5 ; D = \mathbb{R}$

الف- وښایئ: $f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3)$

ب –ګراف د شوونتیا تر پولې ټیک وکاږئ.

پ – د x د کوم ارزښتونو لپاره f(x)>0 باور لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

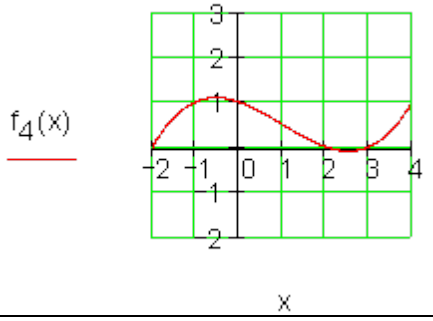
حلونه

د صفرځایونو شمیرنه او د ټول هوښیار تابع ګراف رسمونه.

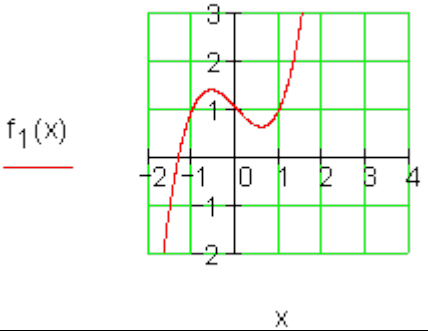
مفصل ځوابونه:

لومړی:

الف-

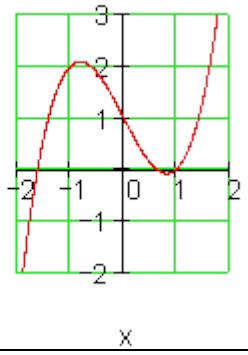
د تابعمساوات څخه لوستل کیږي، چې و ټکي P(0 | 1) ته مو سیومتر مخ ته پرته ده. $f_4(x)$ صفرځایونه لري P_{x1}(-2 | 0) ; او P_{x2}(2 | 0) P_{x3}(3 | 0)	$f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ 

ب –

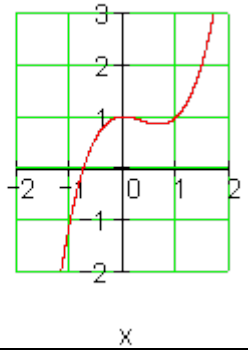
حل ته د سیومتري څیرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي P(0 | 1) ته سیومتریک دی او له ټکي Q(1 | 0) څخه تیریږي. په یوه اوږدوالی واحد باندې راکښنې سره به دا ګراف حتی ټکی سیومتریک وی.	$f_1(x) = x^3 - x + 1$ 

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ -

حل ته د سیومتري څیرني څخه راځو. $f_1(x)$ و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته سیومتریک دی او له ټکي $Q(1 \mid 1)$ څخه تیریږي. په یوه اوږدوالی واحد باندې کښته لورته راکښنې سره به دا ګراف حتی ټکی سیومتریک وی.	$f_2(x) = x^3 - 2x + 1$ 

ت-

د تابع مساوات څخه لوستل کیږي، چې و ټکي $P(0 \mid 1)$ ته مو سیومتي مخ ته ده پرته. $f_3(x)$ د ټکو $Q(1 \mid 1)$ او $R(-1 \mid -1)$ له لارې تیریږي.	$f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$ 

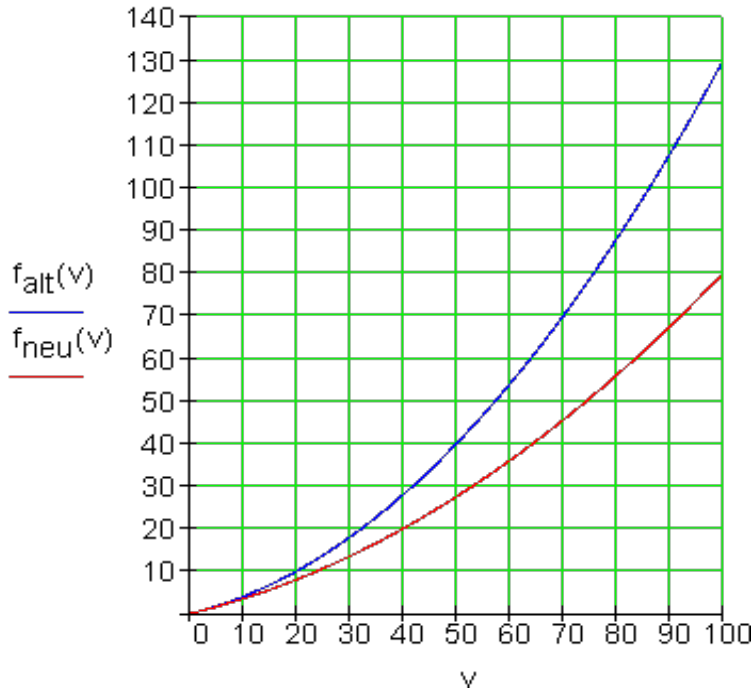
دویم:

الف-

زوړ قانون: نوی قانون:	$f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$ $f_{neu}(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

ب –

(c) ketabton.com: The Digital Library



پ – د نوي نظم وروسته د چټکتیا زیاتیدو سره توپیر تل لوییږي.

د 50 km/h سره تملار(د درېدو واټن) 27,5 m دی، دا د زاړه 40 m نږدې 69% دی. د 100 km/h سره نوي تملار فقط نوره 80 m ده، دا د 130 m زړي لارې نږدې 61% ده.

د بریکلار کمښت د ښه بریک (ABS)له امله موخه وره ده.

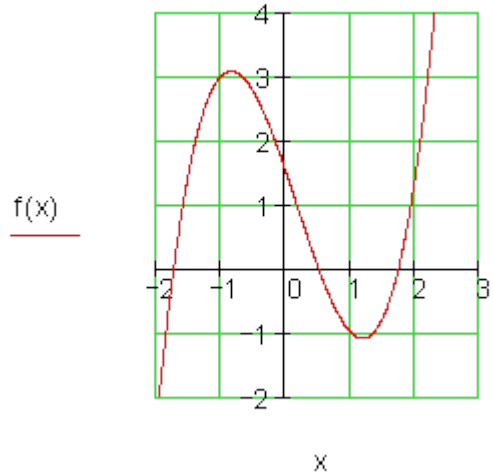
دریم:

الف-

$$f(x) = 0,5(2x-1)(x^2-3) = 0,5\left[(2x-1)(x^2-3)\right]$$
$$= 0,5\left[2x^3-6x-x^2+3\right] = x^3-0,5x^2-3x+1,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب –

د لاندې صفرځایونه $f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3)$: $2x-1=0$ $\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} \middle\vert 0\right)$ $x^2-3=0$ $\Leftrightarrow x_2 = \sqrt{3}\,;\, x_3 = -\sqrt{3}$ $\Rightarrow P_{x2}\left(\sqrt{3} \mid 0\right); P_{x3}\left(-\sqrt{3} \mid 0\right)$	

پ –

د ګراف ځغاستې څخه ساده لوستل کیږي: $f(x) > 0$

د $I_1 = \left\{x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$ او $I_2 = \left\{x \mid \sqrt{3} < x < \infty\right\}_{\mathbb{R}}$ لپاره.

پوښتنې

پولینوم وېش ته I

لومړی: لاندې پولینوموېش سرته ورسوی.

بیلګه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+1)=x^2+x-6$$
$$\underline{-\left(x^3+x^2\right)}$$
$$x^2-5x$$
$$\underline{-\left(x^2+x\right)}$$
$$-6x-6$$
$$\underline{-(-6x-6)}$$

Prob e: $(x+1)\left(x^2+x-6\right)=x^3+x^2-6x+x^2+x-6=\underline{\underline{x^3+2x^2-5x-6}}$

الف- $\left(x^3+2x^2-5x-6\right):(x+3)$ ب - $\left(2x^3-14x-12\right):(x+2)$

پ - $\left(3x^3-15x^2-51x+63\right):(x+3)$ ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)$ ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)$ چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)$ خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)$ ځ – $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)$

د = $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):(x-1)$ ډ - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)$

دویم: لاندې پولینوموېش سرته ورسوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):\left(x+1\right)$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):\left(2x-1\right)$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)$

دریم: لاندې پولینوموېش سرته ورسوی.

الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)$

ټ - $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):\left(a-b\right)$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)$

څلورم: لاندې پولینوموېش سرته ورسوی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\dfrac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}$

ب - $\dfrac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}$

پ - $\dfrac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}$

ت - $\dfrac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}$

ځوابونه

پولینوموېش نتیجې

لومړی: الف- $(x^3+2x^2-5x-6):(x+3)=x^2-x-2$

ب - $(2x^3-14x-12):(x+2)=2x^2-4x-6$

پ - $(3x^3-15x^2-51x+63):(x+3)=3x^2-24x+21$

ت - $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-2)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

ټ - $\left(x^3+\frac{11}{2}x^2+5x-4\right):(x+4)=x^2+\frac{3}{2}x-1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ث - $\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+x-6$

ج - $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-x-6$

چ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):\left(x+\frac{1}{3}\right)=x^2-2x-15$

خ - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x-\frac{1}{2}\right)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

ح - $\left(x^3-\frac{7}{4}x+\frac{3}{4}\right):\left(x+\frac{3}{2}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

خ- $\left(x^3-\frac{5}{4}x^2-\frac{23}{4}x+\frac{3}{2}\right):(x+2)=x^2-\frac{13}{4}x+\frac{3}{4}$

څ - $\left(x^3-\frac{5}{3}x^2-\frac{47}{3}x-5\right):(x-5)=x^2+\frac{10}{3}x+1$

ځ – د- $\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2-2x+6\right):(x-3)=\frac{1}{2}x^2-2$

دویم: الف- $\left(x^3-3x^2-6x+8\right):(x+1)=x^2-4x-2+\frac{10}{x+1}$

ب - $\left(2x^3-x^2-8x+4\right):\left(x^2-4\right)=2x-1$

پ - $\left(2x^3-3x+1\right):(2x-1)=x^2+\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}-\frac{1}{4(2x-1)}$

ت - $\left(x^3-tx^2-2x+2t\right):\left(x^2-2\right)=x-t$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف- $\left(8x^5-6x^7+2x\right):2x^2=4x^3-3x^5+\frac{1}{x}$

ب - $\left(9a^5b^3-12a^3b^5\right):3a^3b^3=3a^2-4b^2$

پ - $\left(6a^6+a^4b+25b^3\right):\left(3a^2+5b\right)=2a^4-3a^2b+5b^2$

ت - $\left(15a^9-8a^6b+8b^3\right):\left(3a^3+2b\right)=5a^6-6a^3b+4b^2$

ټ - $\left(14a^4-a^3+5a^2-3a+1\right):\left(7a^2-4a+1\right)=2a^2+a+1$

ث - $\left(a^5+a^4-8a^3+26a^2-29a+21\right):\left(a^2-2a+3\right)=a^3+3a^2-5a+7$

ج - $\left(a^3-2a^2b+2ab^2-b^3\right):\left(a-b\right)=a^2-ab+b^2$

چ - $\left(a^3+2a^2b+2ab^2+b^3\right):\left(a+b\right)=a^2+ab+b^2$

څلورم: الف- $\frac{3x^5y^{n+2}+3x^2y^{3n+2}-2x^{m+3}y^{n+3}-2x^my^{3n+3}}{x^3+y^{2n}}=3x^2y^{n+2}-2x^my^{n+3}$

ب - $\frac{48a^{n+x}+56a^xb^x-72a^nb^c-84b^{x+c}}{12a^n+14b^x}=4a^x-6b^c$

پ - $\frac{8a^{2n+1}-10a^{2n}b+15a^{3n-2}b-12a^{3n-1}}{2a^{2n}-3a^{3n-2}}=4a-5b$

ت - $\frac{2a^5b^{x+2}-2a^3b^{x+5}+3a^4b^{2x-1}-3a^2b^{2x+2}}{a^2-b^3}=2a^3b^{x+2}+3a^2b^{2x-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.14 د ټول راشنل(نسبتي) توابعو ګراف

د ګراف رسمول

د دې لپاره چې د یوه ټولراشنل تابع ګراف رسم کړای شو، نو یوه ارزښت جدول او محورغوڅټکو ته اړتیا لرو.

ارزښت جدول.

یو امکان چې ارزښت جدول رسم کړای شي په دې کې پروت دی، چې ټول د اړتیا وړ تابع ارزښتونه د جب شمیري سره وشمیرو.

یو بل امکان ، زیات وخت ساده لاریې د **هورنر -شیما** راته راکوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د تابع د تابع ارزښت د ټاکلو لپاره

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$

د

$D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

لپاره.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

د y محور سره غوڅتتکی:

f(0)=3

د تابع تلنه له II وI ته

له شیما څخه پیژنو:

د x=-3;f(-3)=0 سره صفرځایونه.

د [-2;-1] ترمنځ جګټکی

د [0;1] ترمنځ صفرتلنه

د [2;3] ترمنځ ټیټکی

د[3;4] ترمنځ صفرتلنه

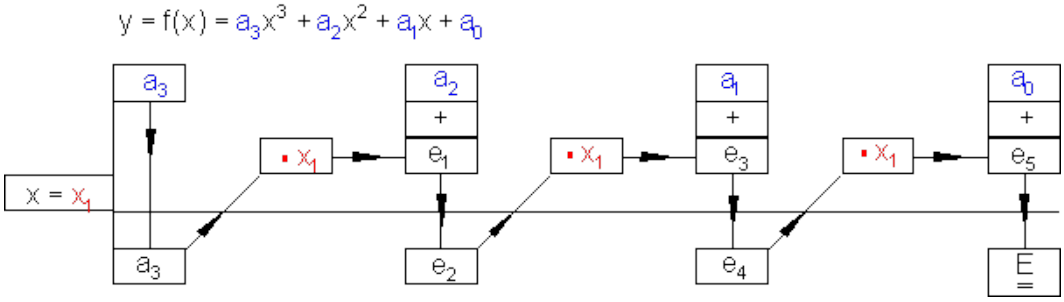
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

پورته په ترتیب د الماني پښتو:صفرځای،جګټکی، له صفر تیریدنه،ټیټ ټکی، له صفر تیریدنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

په لاندې کې د هورن-شیما ګرافیکی انځور شوې ده:



د صفرځای شمیرنه

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د x1=-3 سره معلوم صفرځای په څېر

له دې لاس ته راځي : د پولینوم وېش:

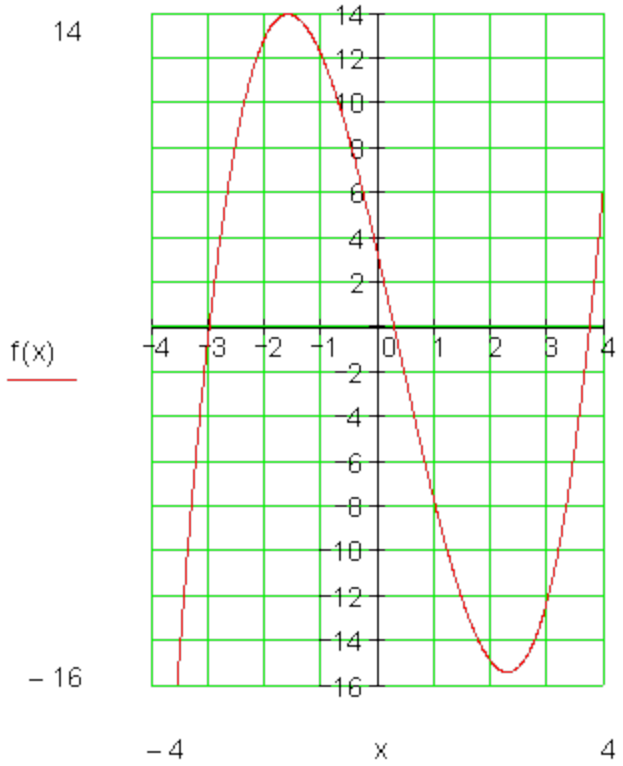
$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$-\left(x^3 + 3x\right)$$
$$-4x^2 - 11x$$
$$-\left(-4x^2 - 12x\right)$$
$$x + 3$$
$$-(x + 3)$$
$$0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$D = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3{,}73$$
$$x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0{,}27$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(-3 \mid 0) ; P_{x_2}\left(2 + \sqrt{3} \mid 0\right) ; P_{x_3}\left(2 - \sqrt{3} \mid 0\right)$$

اوس د ټولو معلومو داتایو سره کیدی شي د تابع ګراف و ګښل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



هغه څه چې تر اوسه يې ټيک نه شو پيژندلای، د ګراف جګټکي او ټيټکي دي. د دې لپاره مشتقشميرنې ته اړتيا ده، چې په وروسته برخو کې به راشي.

په يوه د جګو درجو راشنل توابع کې پرابلم چې چې يوه يا زيات صفرځايونه پيدا کړو کيدی شي يوموخې ته هڅونکي ګومان يا په توکل raten له لارې هم حل کړو. د دې لپاره کيدی شي a_0 ضريب پوره مرستندوي وي. دa_0 پر وېشونې(مقسوم عليه) کيدی شي پسې مرسته وکړي.

بيلګه:

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8 \qquad a_0 = 8 \Rightarrow T_8 = \{1; 2; 4; 8\}$ (د ۸ برخه ډ پرئ)

ازمايښت له x=1 سره: f(1)=1-5+2+8=6

(c) ketabton.com: The Digital Library

ازمایښت له $x=2$ سره:$f(2)=8-20+4+8=0$ له دې لاس ته راځي $x1=2$ صفرځای دی.

پولینوموېش: $(x^3-5x+2x+8)(x-2)=x^2-3x-4$

د $x^2-3x-4=0$ حل څخه لرو: $x2=4;x3=-1$

$$\Rightarrow P_{x1}(2|0);P_{x2}(4|0);P_{x3}(-1|0)$$

تمرین **I :**

د هورنر-شیما، محورغوڅتکي، ارزښت جدول، ګرافونه

د تابع په سویمتری حالت وینا وکړی. د هورنر-شیما سره په ورکړ شوي انتروال کې تابع ارزښت وشمیری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅتکي پیدا کړی یو ارزښت جدول وکاږی اوګراف په یوه پروتولاړسیستم (کواوردینات سیستم کې رسم کړی(کچونی یا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

لومړی - $f(x)=x^3-3x^2-x+3 \quad [-1,5;3,5]$

دویم - $f(x)=x^3-x^2-5x+2 \quad [-2,5;3]$

دریم - $f(x)=2x^3+6x^2-4 \quad [-3;1]$

څلورم - $f(x)=x^3-3x^2 \quad [-1;3,5]$

پنځم - $f(x)=x^3-3x^2+4 \quad [-1,5;3]$

شپږم - $f(x)=x^3-6x^2+9x \quad [-0,5;4]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5 ; 4,5]$

اتم - $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3 ; 3,5]$

نهم - $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \quad [-3 ; 3,5]$

لسم - $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \quad [-0,5 ; 8]$

تمرینونه II : محورغوڅتکي، ارزښتجدول، ګرافونه

د تابع په سیومتری حالت وینا وکړی. په ورکړ شوي انتروال کي تابع ارزښت وشمیری. (د پل سور 0,5) د محورغوڅتکي پیدا کړی یو ارزښت جدول وکاږی اوګراف په یوه پروتولاړسیستم (کواوردینات سیستم کي رسم کړی(کچونی یا اندازه کوونی : ۱ واحد په سانتي متر 1 EH/cm)

اول - $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 \quad [-3,5 ; 3,5]$

دویم - $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x \quad [-0,5 ; 5,5]$

دریم - $f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} \quad [-4 ; 4]$

څلورم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 \quad [-1 ; 5]$

پنځم - $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2x^3 - x^2 + 6x + \frac{9}{2} \quad [-1,5 ; 3,5]$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 \quad [-1,5\,;\,4,5]$$

شپږم -

اوم - $$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x \quad [-0,5\,;\,5,5]$$

اتم - $$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} \quad [-1,5\,;\,4,5]$$

نهم - $$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} \quad [-4\,;\,4]$$

لسم - $$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + 8x^2 - \frac{64}{5}x + \frac{3}{2} \quad [-0,5\,;\,8,5]$$

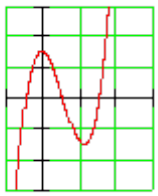
ځوابونه:

ټولراشنل یا - هوښیار توابع **V** (د هورنر-شیما)

نتیجې او مفصل ځوابونه

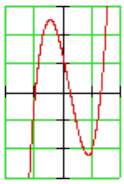
لومړی – نتیجه

سیومتري شتون نه لري

محور غوڅتکي $P_y(0\,|\,3)$ $P_{x1}(-1\,|\,0)\,;\,P_{x2}(1\,|\,0)\,;\,P_{x3}(3\,|\,0)$	

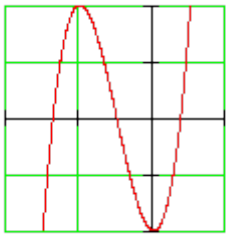
دویم - نتیجه

سیومتري نه شته

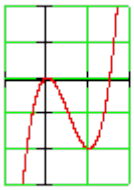
محور غوڅتکي $P_y(0\,|\,3)\;\; P_{x1}(-2\,|\,0)$ $P_{x2}\left(1,5+\sqrt{1,25} \approx 2,62\,|\,0\right)$ $P_{x3}\left(1,5-\sqrt{1,25} \approx 0,38\,|\,0\right)$	

(c) ketabton.com: The Digital Library

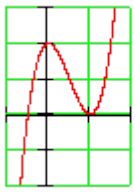
دريم – نتيجه

	سيومتري : نهشته محورغوڅټکي: $P_y(0\mid -4)\,;\,P_{x1}(-1\mid 0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\approx 0{,}73\mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\approx -2{,}73\mid 0\right)$

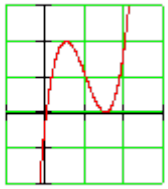
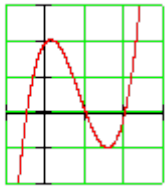
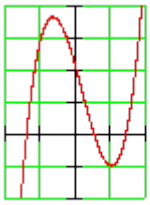
څلورم – نتيجه

	سيومتري نه شته محور غوڅټکي: $P_y(0\mid 0)\,;\,P_{x1/2}(0\mid 0)\,;\,P_{x3}(3\mid 0)$

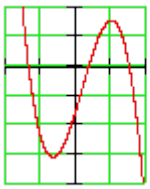
پنځم – نتيجه :

سيومتري : نه شته	
محورغوڅټکي: $P_y(0\mid 4)\,;\,P_{x1}(-1\mid 0)$ $P_{x2/3}(2\mid 0)$ دبل صفرځای	

(c) ketabton.com: The Digital Library

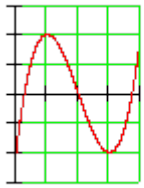
شپږم – نتيجه 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکی $P_y(0\|0)$; $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3}(3\|0)$ ډبل صفرځای
اوم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|4)$ $P_{x1}(-1\|0)$; $P_{x2}(2\|0)$; $P_{x3}(4\|0)$
اتم: 	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|4)$; $P_{x1}(1\|0)$ $P_{x2}\left(\sqrt{8} \approx 2{,}83 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-\sqrt{8} \approx -2{,}83 \mid 0\right)$

نهم:

	سيومتري : نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|-3)$; $P_{x1}(3\|0)$ $P_{x2}\left(-1+\sqrt{3} \approx 0{,}73 \mid 0\right)$ $P_{x3}\left(-1-\sqrt{3} \approx -2{,}73 \mid 0\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لسم:



سيومتري : نه شته

محورغوڅتکي:

$P_y(0|-4)\,;\,P_{x1}(4|0)$

$P_{x2}\left(4+\sqrt{12}\approx 7,46\,|\,0\right)$

$P_{x3}\left(4-\sqrt{12}\approx 0,54\,|\,0\right)$

مفصل ځوابونه:

لومړي

	1	−3	−1	3
x = 1	↓	1	−2	−3
	1	−2	−3	0
	1	−3	−1	3
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−4,875
	1	−1,5	−3,25	−1,875
	1	−3	−1	3
x = 2	↓	2	−2	−6
	1	−1	−3	−3
	1	−3	−1	3
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−5,625
	1	−0,5	−2,25	−2,625
	1	−3	−1	3
x = 3	↓	3	0	−3
	1	0	−1	0
	1	−3	−1	3
x = 3,5	↓	3,5	1,75	2,625
	1	0,5	0,75	5,625

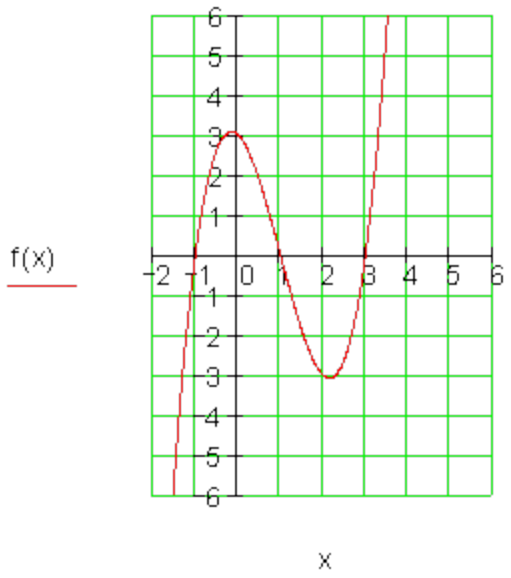
$f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3 \quad [-1,5\,;\,3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	−1	3
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−8,625
	1	−4,5	5,75	−5,625
	1	−3	−1	3
x = −1	↓	−1	4	−3
	1	−4	3	0
	1	−3	−1	3
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,375
	1	−3,5	0,75	2,625
	1	−3	−1	3
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	−1	3
	1	−3	−1	3
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−1,125
	1	−2,5	−2,25	1,875

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 - x + 3$



محورغوڅتکي د

هورنر شيما څخه لوستلوړ دي:

$P_y(0|3)$
$P_{x1}(-1|0)$
$P_{x2}(1|0)$
$P_{x3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−8,63	0	2,63	3
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,88	0	−1,88	−3
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−2,63	0	5,63	

دويم:

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad [-2,5\,;\,3]$

سيومتري نه شته

	1	−1	−5	2
x = 0,5	↓	0,5	−0,25	−2,625
	1	−0,5	−5,25	−0,625
	1	−1	−5	2
x = 1	↓	1	0	−5
	1	0	−5	−3
	1	−1	−5	2

	1	−1	−5	2
x = −2,5	↓	−2,5	8,75	−9,375
	1	−3,5	3,75	−7,375
	1	−1	−5	2
x = −2	↓	−2	6	−2
	1	−3	1	0
	1	−1	−5	2

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x = 1{,}5$	↓	$1{,}5$	$0{,}75$	$-6{,}375$
	1	$0{,}5$	$-4{,}25$	$-4{,}375$
	1	-1	-5	2
$x = 2$	↓	2	2	-6
	1	1	-3	-4
	1	-1	-5	2
$x = 2{,}5$	↓	$2{,}5$	$3{,}75$	-3.125
	1	$1{,}5$	$-1{,}25$	$-1{,}125$
	1	-1	-5	2
$x = 3$	↓	3	6	3
	1	2	1	5

$x = -1{,}5$	↓	$-1{,}5$	$3{,}75$	$1{,}875$
	1	$-2{,}5$	$-1{,}25$	$3{,}875$
	1	-1	-5	2
$x = -1$	↓	-1	2	3
	1	-2	-3	5
	1	-1	-5	2
$x = -0{,}5$	↓	$-0{,}5$	$0{,}75$	$2{,}125$
	1	$-1{,}5$	$-4{,}25$	$4{,}125$
	1	-1	-5	2
$x = 0$	↓	0	0	0
	1	-1	-5	2

مربع(څلوري) مساوات:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$p = -3\,;\ q = 1$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} - \frac{4}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \qquad \left| \begin{array}{l} x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2{,}618 \\ x_2 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0{,}382 \end{array} \right.$$

څرګند صفرځایونه: $x_1 = -2$ پولینوموپش:

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 2\right) : (x + 2) = x^2 - 3x + 1$$

$$\begin{array}{l} -\left(x^3 + 2x^2\right) \\ \hline \quad -3x^2 - 5x \\ \quad -\left(-3x^2 - 6x\right) \\ \hline \qquad x + 2 \\ \qquad -(x + 2) \\ \hline \end{array}$$

$$f(x) := x^3 - x^2 - 5x + 2$$

محورغوڅتکي

$$P_y(0 \mid 3)\,;\ P_{x1}(-2 \mid 0)$$

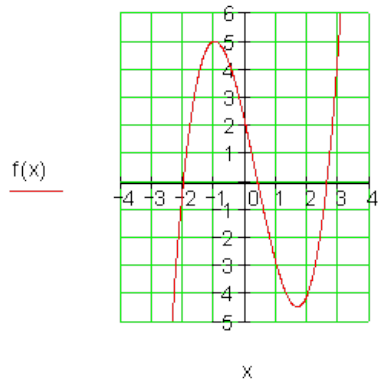
$$P_{x2}\left(1{,}5 + \sqrt{1{,}25} \mid 0\right) \approx (2{,}62 \mid 0)$$

$$P_{x3}\left(1{,}5 - \sqrt{1{,}25} \mid 0\right) \approx (0{,}38 \mid 0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لرزښتجدول:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5
f(x)	−7,38	0	3,88	5	4,13
x	0	0,38	0,5	1	1,5
f(x)	2	0	−0,63	−3	−4,38
x	2	2,5	2,62	3	
f(x)	−4	−1,13	0	5	



$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4 \quad [-3; 1]$

Symmetrie: keine

	2	6	0	−4
x = −3	↓	−6	0	0
	1	0	0	−4
	2	6	0	−4
x = −2,5	↓	−5	−2,5	6,25
	2	1	−2,5	2,25
	2	6	0	−4
x = −2	↓	−4	−4	8
	2	2	−4	4
	2	6	0	−4
x = −1,5	↓	−3	−4,5	6,75
	2	3	−4,5	2,75
	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0
	2	6	0	−4

دريم: څرګند صفرځايونه x1=-1

د ګراد کمه ونه

د هورنر شيما سره

	2	6	0	−4
x = −1	↓	−2	−4	4
	2	4	−4	0

مربع مساوات

$$2x^2 + 4x - 4 = 0 \mid : 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$p = 2;\ q = -2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array} \right.$$

محور غوڅتکي:

$$P_y(0 \mid -4)$$

$$P_{x1}(-1 \mid 0)$$

$$P_{x2}\left(-1 + \sqrt{3} \mid 0\right) \approx (0{,}73 \mid 0)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

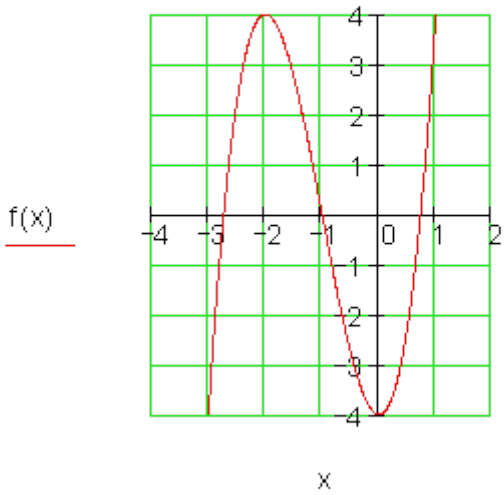
$x = -0,5$	↓	-1	$-2,5$	$1,25$
	2	5	$-2,5$	$-2,75$
	2	6	0	-4
$x = 0$	↓	0	0	0
	2	6	0	-4
	2	6	0	-4
$x = 0,5$	↓	1	$3,5$	$1,75$
	2	7	$3,5$	$-2,25$
	2	6	0	-4
$x = 1$	↓	2	8	8
	2	8	8	4

$$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3} \mid 0\right) \approx (-2,73 \mid 0)$$

رزښت جدول

x	-3	$-2,73$	$-2,5$	-2
f (x)	-4	0	$2,25$	4
x	$-1,5$	-1	$-0,5$	0
f (x)	$2,75$	0	$-2,75$	-4
x	$0,5$	$0,73$	1	
f (x)	$-2,25$	0	4	

$$f(x) := 2x^3 + 6x^2 - 4$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

د ضريبوني له لاري د صفرځايونوټاکل:

$$x^3 - 3x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x-3) = 0$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = 0 \text{ doppelte Nullstelle}$$
$$x - 3 = 0 \Rightarrow x_3 = 3$$

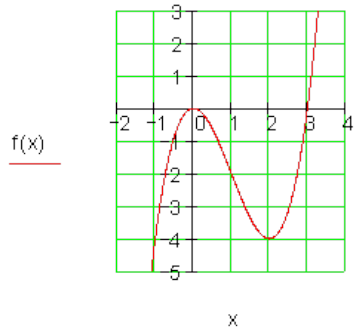
محورغوڅتکي:

$$P_y(0|0);\ P_{x1/2}(0|0);\ P_{x3}(3|0)$$

ارزښتجدول:

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	−2	−3,38	−4	−3,13
x	3	3,5		
f(x)	0	6,13		

$(x) := x^3 - 3x^2$



$f(x) = x^3 - 3x^2 \quad [-1; 3,5]$

سيومتري نه شته

	1	−3	0	0
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	−4
	1	−3	0	0
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	−0,875
	1	−3	0	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	0
	1	−3	0	0
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−6,25
	1	−2,5	−1,25	−6,25
	1	−3	0	0
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	−2
	1	−3	0	0
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	−3,375
	1	−3	0	0
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	−4
	1	−3	0	0
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	−3,125
	1	−3	0	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: څرګندد صفرځایونه:

$x_1 = -1;\ x_2 = 2$

پولینوموېش:

$$\left(x^3 - 3x^2 + 4\right) : (x+1)(x-2)$$

$$(x+1)(x-2) = x^2 - 2x + x - 2$$

$$\left(x^3 - 3x^2 + 4\right) : \left(x^2 - 2x + x - 2\right) = x - 2$$

$$-\left(x^3 - x^2 - 2x\right)$$

$$-2x^2 + 2x + 4$$

$$-\left(-2x^2 + 2x + 4\right)$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x_3 = 2$$

محور غوڅتکي: $P_y(0|4);\ P_{x1}(-1|0)$

$P_{x2/3}(2|0)$ ډبل صفرځای

ارزښت جدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	3,375	2	0,63	0
x	2,5	3		
f(x)	0,875	4		

څیره لاندې مخ کې:

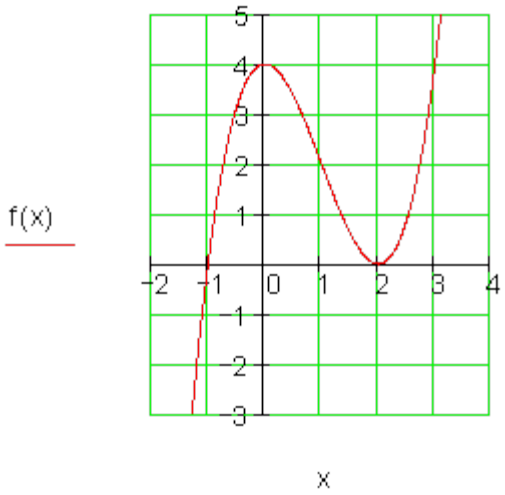
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \quad [-1{,}5;\ 3]$

Symmetrie: keine

	1	−3	0	4
x = −1,5	↓	−1,5	6,75	−10,125
	1	−4,5	6,75	−6,125
	1	−3	0	4
x = −1	↓	−1	4	−4
	1	−4	4	0
	1	−3	0	4
x = −0,5	↓	−0,5	1,75	−0,875
	1	−3,5	1,75	3,125
	1	−3	0	4
x = 0	↓	0	0	0
	1	−3	0	4
	1	−3	0	4
x = 0,5	↓	0,5	−1,25	−0,625
	1	−2,5	−1,25	3,375
	1	−3	0	4
x = 1	↓	1	−2	−2
	1	−2	−2	2
	1	−3	0	4
x = 1,5	↓	1,5	−2,25	−3,375
	1	−1,5	−2,25	0,625
	1	−3	0	4
x = 2	↓	2	−2	−4
	1	−1	−2	0
	1	−3	0	4
x = 2,5	↓	2,5	−1,25	−3,125
	1	−0,5	−1,25	0,875
	1	−3	0	4
x = 3	↓	3	0	0
	1	0	0	4

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := x^3 - 3\cdot x^2 + 4$$



شپږم:

د ضریبونې له لارې د صفرځایونو ټاکنه:

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$
$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0$$
$$\Rightarrow x_1 = 0$$

مربع مساوات

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6;\ q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad [-0,5;4]$

Symmetrie: keine

	1	−6	9	0
x = −0,5	↓	−0,5	3,25	−6,125
	1	−6,5	12,25	−6,125
	1	−6	9	0
x = 0	↓	0	0	0
	1	−6	9	0
	1	−6	9	0
x = 0,5	↓	0,5	−2,75	3,125
	1	−5,5	6,25	3,125
	1	−6	9	0
x = 1	↓	1	−5	4
	1	−5	4	4
	1	−6	9	0

1.14د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

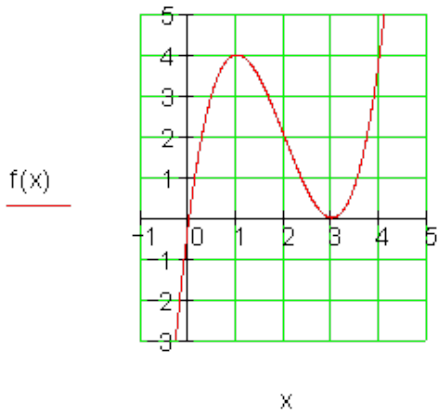
محور غوڅتکي $P_y(0|0)$; $P_{x1}(0|0)$

ډبل غوڅتکی $P_{x2/3}(3|0)$

ارزښت جدول:

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	−6,13	0	3,13	4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	3,38	2	0,625	0
x	3,5	4		
f(x)	0,875	4		

$f(x) := x^3 - 6x^2 + 9x$



x = 1,5	↓	1,5	−6,75	3,375
	1	−4,5	2,25	3,375
	1	−6	9	0
x = 2	↓	2	−8	2
	1	−4	1	2
	1	−6	9	0
x = 2,5	↓	2,5	−8,75	0,625
	1	−3,5	0,25	0,625
	1	−6	9	0
x = 3	↓	3	−9	0
	1	−3	0	0
	1	−6	9	0
x = 3,5	↓	3,5	−8,75	0,875
	1	−2,5	0,25	0,875
	1	−6	9	0
x = 4	↓	4	−8	4
	1	−2	1	4

اوو

	0,5	−2,5	1	4
x = 1,5	↓	0,75	−2,625	−2,4375
	0,5	−1,75	−1,625	1,5625
	0,5	−2,5	1	4
x = 2	↓	1	−3	−4
	0,5	−1,5	−2	0

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + x + 4 \quad [-1,5; 4,5]$

سیومتري: نه شته

	0,5	−2,5	1	4
x = −1,5	↓	−0,75	4,875	−8,8125
	0,5	−3,25	5,875	−4,8125

(c) ketabton.com: The Digital Library

	0,5	−2,5	1	4
x = −1	↓	−0,5	3	−4
	0,5	−3	4	0
	0,5	−2,5	1	4
x = −0,5	↓	−0,25	1,375	−1,1875
	0,5	−2,75	2,375	2,8125
	0,5	−2,5	1	4
x = 0	↓	0	0	0
	0,5	−2,5	1	4
	0,5	−2,5	1	4
x = 0,5	↓	0,25	−1,125	−0,0625
	0,5	−1,5	−4,25	3,9375
	0,5	−2,5	1	4
x = 1	↓	0,5	−2	−1
	0,5	−2	−1	3

	0,5	−2,5	1	4
x = 2,5	↓	1,25	−3,125	−5,3125
	0,5	−1,25	−2,125	−1,3125
	0,5	−2,5	1	4
x = 3	↓	1,5	−3	−6
	0,5	−1	−2	−2
	0,5	−2,5	1	4
x = 3,5	↓	1,75	−2,625	−5,6875
	0,5	−0,75	−1,625	−1,6875
	0,5	−2,5	1	4
x = 4	↓	2	−2	−4
	0,5	−0,5	−1	0
	0,5	−2,5	1	4
x = 4,5	↓	2,25	−1,125	−0,5625
	0,5	−0,25	−0,125	3,4375

محور غوڅتکي

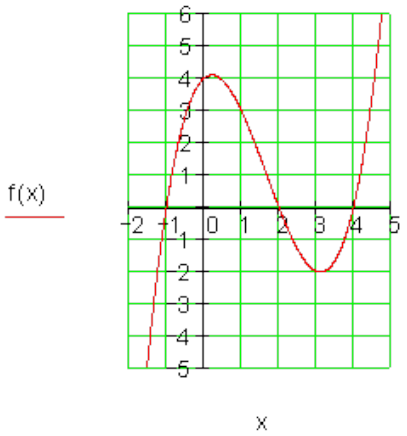
$P_y(0|4)$

$P_{x1}(-1|0)$; $P_{x2}(2|0)$; $P_{x3}(4|0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	−4,81	0	2,81	4	3,94
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	3	1,56	0	−1,31	−2
x	3,5	4	4,5		
f(x)	−1,69	0	3,44		

$f(x) := 0.5x^3 - 2.5x^2 + x + 4$



(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم:

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4 \quad [-3\,;\,3{,}5]$

Symmetrie: keine

	1/2	−1/2	−4	4
x = −3	↓	−3/2	6	−6
	1/2	−2	2	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = −5/2	↓	−5/4	35/8	−15/16
	1/2	−7/4	3/8	49/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −2	↓	−1	3	2
	1/2	−3/2	−1	6
	1/2	−1/2	−4	4
x = −3/2	↓	−3/4	15/8	51/16
	1/2	−5/4	−17/8	115/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1	↓	−1/2	1	3
	1/2	−1	−3	7
	1/2	−1/2	−4	4
x = −1/2	↓	−1/4	3/8	29/16
	1/2	−3/4	−29/8	93/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 0	↓	0	0	0
	1/2	−1/2	−4	4
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1/2	↓	1/4	−1/8	−33/16
	1/2	−1/4	−33/8	31/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3/2	↓	3/4	3/8	−87/16
	1/2	1/4	−29/8	−23/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 2	↓	1	1	−6
	1/2	1/2	−3	−2
	1/2	−1/2	−4	4
x = 5/2	↓	5/4	15/8	−85/16
	1/2	3/4	−17/8	−21/16
	1/2	−1/2	−4	4
x = 3	↓	3/2	3	−3
	1/2	1	−1	1
	1/2	−1/2	−4	4
x = 7/2	↓	7/4	35/8	21/16
	1/2	5/4	3/8	85/16

مربع مساوات

څرګند صفرځایونه x1=1

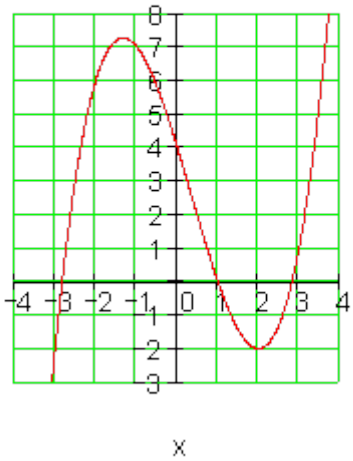
د درجې کمونه د هورنر شیما سره

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{2}x^2 - 4 = 0 \mid \cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 8 = 0 \mid +8$$
$$\Leftrightarrow x^2 = 8 \mid \sqrt{\ }$$
$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{8}$$
$$\Leftrightarrow x_{2/3} = \pm\sqrt{8}$$

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

$$f(x) := \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$



محور غوڅتکي:

$P_y(0 \mid 4)$

$P_{x1}(1 \mid 0)$

$P_{x2}(\sqrt{8} \mid 0) \approx (2{,}83 \mid 0)$

$P_{x3}(-\sqrt{8} \mid 0) \approx (-2{,}83 \mid 0)$

ارزښت جدول:

x	−3	−2,83	−2,5	−2
f(x)	−2	0	3,06	6
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	7,19	7	5,81	4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	1,94	0	−1,44	−2
x	2,5	2,83	3	3,5
f(x)	−1,31	0	1	5,31

نهم:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x - 3 \qquad [-3;3{,}5]$$

	−1/2	1/2	4	−3
x = 1/2	↓	−1/4	1/8	33/16
	−1/2	1/4	33/8	−15/16
	−1/2	1/2	4	−3

سیومتري نه شه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x=1$	$\downarrow$	$-1/2$	0	4
	$-1/2$	0	4	1
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3/2$	$\downarrow$	$-3/4$	$-3/8$	$87/16$
	$-1/2$	$-1/4$	$29/8$	$39/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=2$	$\downarrow$	-1	-1	6
	$-1/2$	$-1/2$	3	3
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=5/2$	$\downarrow$	$-5/4$	$-15/8$	$85/16$
	$-1/2$	$-3/4$	$17/8$	$37/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3$	$\downarrow$	$-3/2$	-3	3
	$-1/2$	-1	1	0
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=7/2$	$\downarrow$	$-7/4$	$-35/8$	$-21/16$
	$-1/2$	$-5/4$	$-3/8$	$-69/16$

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-3$	$\downarrow$	$3/2$	-6	6
	$-1/2$	2	-2	3
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-5/2$	$\downarrow$	$5/4$	$-35/8$	$15/16$
	$-1/2$	$7/4$	$-3/8$	$-33/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-2$	$\downarrow$	1	-3	-2
	$-1/2$	$3/2$	1	-5
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-3/2$	$\downarrow$	$3/4$	$-15/8$	$-51/16$
	$-1/2$	$5/4$	$17/8$	$-99/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=-1$	$\downarrow$	$1/2$	-1	-3
	$-1/2$	1	3	-6
	$-1/2$	$1/2$	-4	-3
$x=-1/2$	$\downarrow$	$1/4$	$-3/8$	$-29/16$
	$-1/2$	$3/4$	$29/8$	$-77/16$
	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=0$	$\downarrow$	0	0	0
	$-1/2$	$1/2$	4	-3

مربع مساوات

$$-\frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0 \mid \cdot(-2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow p = 2;\ q = -2$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 2 = 3 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{3}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -1 + \sqrt{3} \approx 0{,}732 \\ x_3 = -1 - \sqrt{3} \approx -2{,}732 \end{array} \right.$$

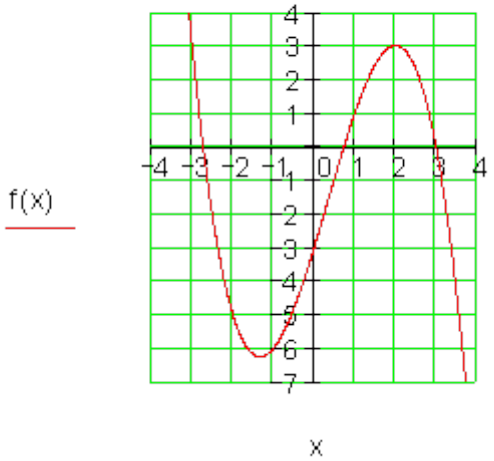
څرګند صفرځایونه x1=3

د درجې کمونه د هورنر شیما سره

	$-1/2$	$1/2$	4	-3
$x=3$	$\downarrow$	$-3/2$	-3	3
	$-1/2$	-1	1	0

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{2}\cdot x^3 + \frac{1}{2}\cdot x^2 + 4\cdot x - 3$$



محور غوڅتکی

$P_y(0\,|\,-3)$

$P_{x1}(3\,|\,0)$

$P_{x2}\left(-1+\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (0{,}73\,|\,0)$

$P_{x3}\left(-1-\sqrt{3}\,|\,0\right) \approx (-2{,}73\,|\,0)$

ارزښت جدول

x	−3	−2,73	−2,5	−2
f(x)	3	0	−2,06	−5
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−6,19	−6	−4,81	−3
x	0,5	0,73	1	1,5
f(x)	−0,94	0	1	2,44
x	2	2,5	3	3,5
f(x)	3	2,31	0	−4,31

لسم:

ځرګند یا معلوم صفرځایونه x1=4

د درجې کمونه د هورنر شیماپه مرسته

	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0

مربع مساوات:

$$\frac{1}{4}x^2 - 2x + 1 = 0 \,|\cdot 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 4 \qquad [-0{,}5\,;\,8]$$

سومتري: نه شته

	1/4	−3	9	−4
x = −1	↓	−1/4	13/4	−49/4
	1/4	−13/4	49/4	−65/4
	1/4	−3	9	−4
x = 0	↓	0	0	0
	1/4	−3	9	−4
	1/4	−3	9	−4

(c) ketabton.com: The Digital Library

x = 1	↓	1/4	−11/4	25/4
	1/4	−11/4	25/4	9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 2	↓	1/2	−5	8
	1/4	−5/2	4	4
	1/4	−3	9	−4
x = 3	↓	3/4	27/4	27/4
	1/4	9/4	9/4	11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 4	↓	1	−8	4
	1/4	−2	1	0
	1/4	−3	9	−4
x = 5	↓	5/4	−35/4	5/4
	1/4	−7/4	1/4	−11/4
	1/4	−3	9	−4
x = 6	↓	3/2	−9	0
	1/4	−3/2	0	−4
	1/4	−3	9	−4
x = 7	↓	7/4	−35/4	7/4
	1/4	−5/4	1/4	−9/4
	1/4	−3	9	−4
x = 8	↓	2	−8	8
	1/4	−1	1	4

$$p = -8\,;\ q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 4 = 12$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = 4 + \sqrt{12} \approx 7{,}46 \\ x_3 = 4 - \sqrt{12} \approx 0{,}54 \end{array} \right.$$

محور غوڅتکي

$$P_y(0 \mid -4)$$

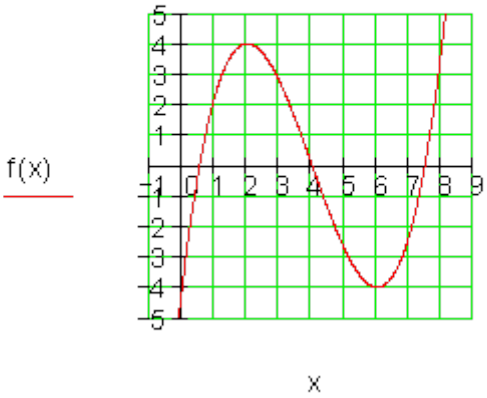
$$P_{x1}(4 \mid 0)$$

$$P_{x2}\left(4 + \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (7{,}46 \mid 0)$$

$$P_{x3}\left(4 - \sqrt{12} \mid 0\right) \approx (0{,}54 \mid 0)$$

گراف:

$$x) := \frac{1}{4} \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x - 4$$



ارزښتجدول:

x	−1	0	0,54	1
f(x)	−16,25	−4	0	2,25
x	2	3	4	5
f(x)	4	2,75	0	−2,75
x	6	7	7,46	8
f(x)	−4	−2,25	0	4

1.14د ټول هوښيار يا راشنل توبعو رسمونه ۶۷۲

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه:

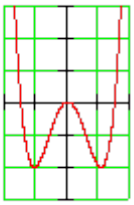
ټولراشنل یا نسبتي توابع VI (محورغوڅتکي، ارزښتجدول او ګراف)

نتیجې او مفصل حلونه:((پوښتنې چیرته دي؟)

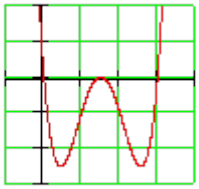
نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې:

لومړی:

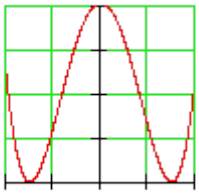
سیومتري: محورسیومتریک محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2}(0\|0); P_{x3}(3\|0); P_{x4}(-3\|0)$	

دویم

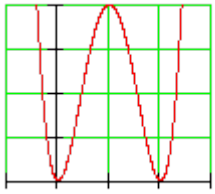
سیومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0); P_{x2}(3\|0); P_{x3}(6\|0); P_{x4}(3\|0)$	

دریم:

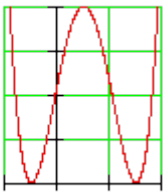
(c) ketabton.com: The Digital Library

	سيومتري: محورسيومتريک محورغوڅتکي: $P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-3 \mid 0)$

څلورم:

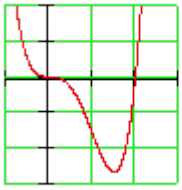
	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y(0 \mid 0)$ $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3/4}(4 \mid 0)$

پنځم:

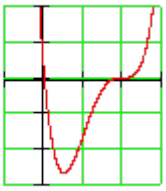
	سيومتري: نه شته محورغوڅتکي: $P_y\left(0 \mid \frac{9}{2}\right)$ $P_{x1/3}(3 \mid 0); P_{x2/4}(-1 \mid 0)$

شپږم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي، پوړئ ټکی $P_y(0\|0)$ $P_{x1/2/3}(0\|0)$ Terrassenpunkt $P_{x4}(4\|0)$

اوم:

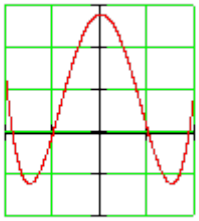
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y(0\|0)$ $P_{x1}(0\|0)$ $P_{x2/3/4}(4\|0)$ زینه ټکی

اتم:

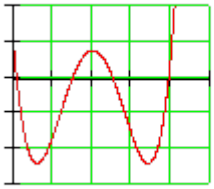
	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0 \middle\| -\frac{27}{5}\right)$ $P_{x1/2/3}(3\|0)$ دپورته پښتو:زینه ټکی $P_{x4}(-1\|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم:

	سیومتري: محورسیومتریک محورغوڅتکي $P_y\left(0 \mid \frac{28}{5}\right)$ $P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14} \approx \pm 3,74 \mid 0\right)$ $P_{x3/4}\left(\pm 2 \mid 0\right)$

لسم:

	سیومتري: نه شته محورغوڅتکي $P_y\left(0 \mid \frac{3}{2}\right); P_{x1}(3 \mid 0); P_{x2}(5 \mid 0)$ $P_{x3}\left(4+\sqrt{15} \approx 7,87 \mid 0\right); P_{x4}\left(4-\sqrt{15} \approx 0,13 \mid 0\right)$

مفصل ځوابونه:

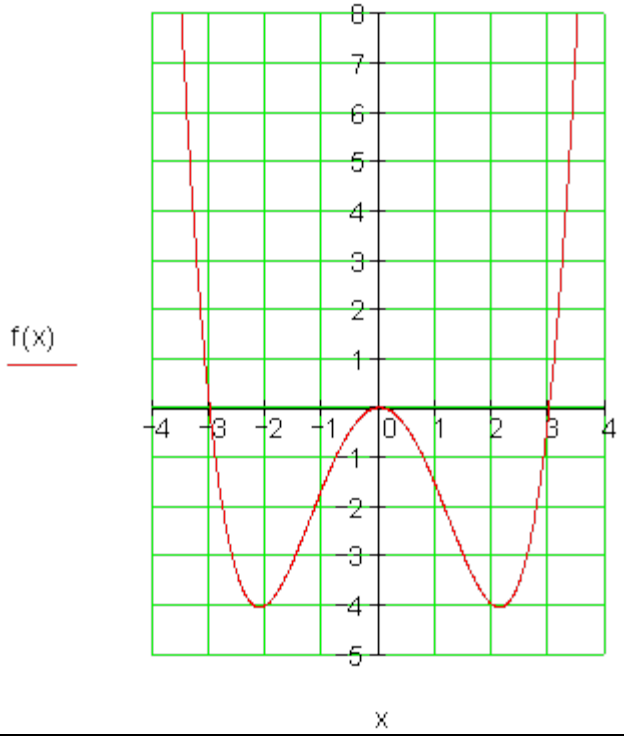
لومړی: د y محور سره غوڅتکی: $f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0 \mid 0)$

د xمحور سره غوڅتکی: $P_{x1/2}(0 \mid 0); P_{x3}(3 \mid 0); P_{x4}(-3 \mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت جدول

x	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	7,96	0	−3,44	−4
x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	−3,04	−1,6	−0,44	0
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−0,44	−1,6	−3,04	−4
x	2,5	3	3,5	
f(x)	−3,44	0	7,96	



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2$$

سیومتري:

محورسیومتریک f(-x)=f(x)

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{9}{5}x^2 = 0$$

ضریبونه یا ضریب ډوله لیکنه

$$x^2\left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$\frac{1}{5}x^2 - \frac{9}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \mid +9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9 \mid \sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x| = 3 \Rightarrow x_3 = 3\,;\, x_4 = -3$$

دویم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y محور سره غوڅتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

د x محور سره غوڅتکی

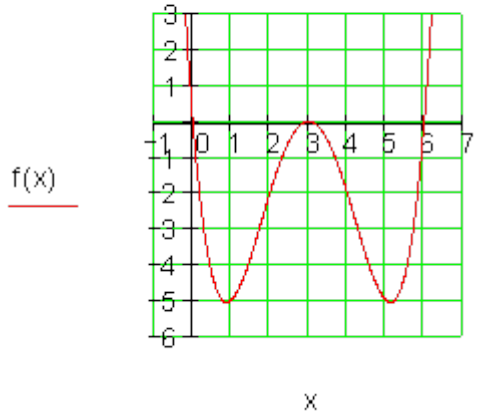
$(0|0)\,;\ P_{x2}(3|0)\,;\ P_{x3}(6|0)\,;\ P_{x4}(3|0)$

$P(3|0)$ ډبل صفرځای دی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,95	0	−4,3	−5
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,8	−2	−0,55	0
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,55	−2	−3,8	−5
x	5,5			
f(x)	−4,3			

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 - 3\cdot x^3 + \frac{45}{4}\cdot x^2 - \frac{27}{2}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x$$

سیومتري: نه شته

صفرځایونه:

$$x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^4 - 3x^3 + \frac{45}{4}x^2 - \frac{27}{2}x = 0$$

د ضریبونه

$$\frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2}\Big) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^3 - 3x^2 + \frac{45}{4}x - \frac{27}{2} = 0$$

د صفرځایونو پلټنه د هورنر شیما په مرسته

	1/4	−3	45/4	−27/2
= 1	↓	1/4	−11/4	17/2
	1/4	−11/4	17/2	−5
	1/4	−3	45/4	−27/2
= 2	↓	2/4	−20/4	25/2
	1/4	−10/4	25/4	−1
	1/4	−3	45/4	−27/2
= 3	↓	3/4	−27/4	27/2
	1/4	−9/4	9/2	0

$x_2 = 3$

$$x^2 - \frac{9}{4}x + \frac{9}{2} = 0 \,|\cdot 4$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$x_3 = 6\,;\ x_4 = 3$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$$

Symmetrie:

achsensymmetrisch $f(-x) = f(x)$

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10} = 0$$

Substitution: $z = x^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{10}z^2 - \frac{9}{5}z + \frac{81}{10} = 0 \mid \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow z^2 - 18z + 81 = 0$$

$$p = -18;\ q = 81$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 81 = 0$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} = 9$$

$$z_1 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 3$$

$$z_2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x_{3/4} = \pm 3$$

$x_1 = x_3 = 3$ doppelte Nullstelle

$x_2 = x_4 = -3$ doppelte Nullstelle

دریم: د y محور سره غوڅټکی

$$f(0) = \frac{81}{10} \Rightarrow P_y\left(0 \mid \frac{81}{10}\right)$$

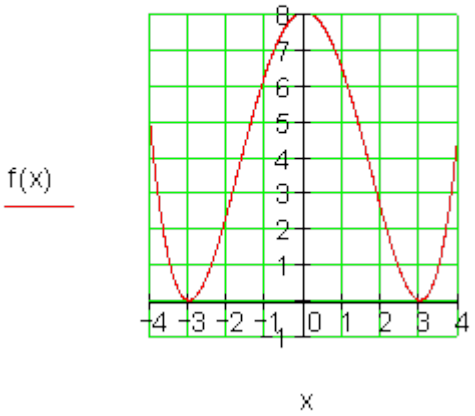
د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1/3}(3 \mid 0);\ P_{x2/4}(-3 \mid 0)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,5	−3	−2,5	−2
f(x)	4,9	1,06	0	0,76	2,5
x	−1,5	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	4,56	6,4	7,66	8,1	7,66
x	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	6,4	4,56	2,5	0,76	0
x	3,5	4			
f(x)	1,06	4,9			

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{9}{5}\cdot x^2 + \frac{81}{10}$$



ځلورم:

1.14د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2$$

Symmetrie: keine

Nullstellen:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 4x^3 + 8x^2 = 0$$

faktorisieren:

$$x^2\left(\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 \mid \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8;\ q = 16$$

$$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} = 4$$

د y محور سره غوڅټکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

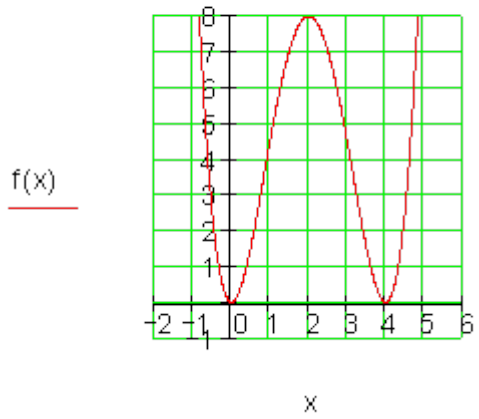
د x محور سره غوڅټکی

$$P_{x1/2}(0|0);\ P_{x3/4}(4|0)$$

ارزښت جدول

x	−1	−0,5	0	0,5
f(x)	12,5	2,53	0	1,53
x	1	1,5	2	2,5
f(x)	4,5	7,03	8	7,03
x	3	3,5	4	4,5
f(x)	4,5	1,53	0	2,53
x	5			
f(x)	12,5			

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^4 - 4\cdot x^3 + 8\cdot x^2$$



1.16د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم: د y محور سره غوڅېکی

$$f(0)=\frac{9}{2}\Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{9}{2}\right)$$

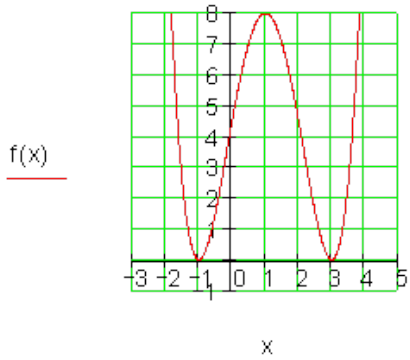
د x محور سره غوڅېکی

$$P_{x1/3}(3\,|\,0);\ P_{x2/4}(-1\,|\,0)$$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	2,53	0	1,53	4,5
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	7,03	8	7,03	4,5
x	2,5	3	3,5	
f(x)	1,53	0	2,53	

$$f(x):=\frac{1}{2}\cdot x^4-2\cdot x^3-x^2+6\cdot x+\frac{9}{2}$$



$$f(x)=\frac{1}{2}x^4-2x^3-x^2+6x+\frac{9}{2}$$

سیومتري: نه شته

د صفرځایونو پیدا کونه د هورنر له مخي

	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 1	↓	1/2	−3/2	−5/2	7/2
	1/2	−3/2	−5/2	7/2	8
	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 2	↓	1	−2	−6	0
	1/2	−1	−3	0	9/2
	1/2	−2	−1	6	9/2
x = 3	↓	3/2	−3/2	−15/2	−9/2
	1/2	−1/2	−5/2	−3/2	0

$\Rightarrow x_1=3$

	1/2	−1/2	−5/2	−3/2
x = −1	↓	−1/2	1	3/2
	1/2	−1	−3/2	0

$\Rightarrow x_2=-1$

$$\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}=0\,|\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow p=-2;\ q=-3$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4\Rightarrow\sqrt{D}=2$$

$$x_{3/4}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l}x_3=1+2=3\\ x_4=1-2=-1\end{array}\right.$$

$$x_1=x_3=3;\ x_2=x_4=-1$$

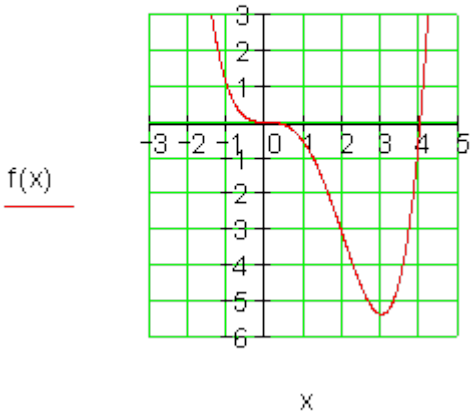
(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

ارزښتجدول:

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	3,71	1	0,11	0
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−0,09	−0,6	−1,69	−3,2
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−4,69	−5,4	−4,29	0
x	4,5			
f(x)	9,11			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{4}{5}\cdot x^3$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$$

سیومتري: نه شته

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3 = 0$$

ضریبونه:

$$x^3\left(\frac{1}{5}x - \frac{4}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2/3} = 0$$

$$\frac{1}{5}x - \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow x_4 = 4$$

د y-محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

د x-محور سره غوڅتکی

$P_{x1/2/3}(0|0)$

$P_{x4}(4|0)$ زینه تابع

اوم:

۶۸۲ 1.16د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y محور سره غوڅېکی:

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

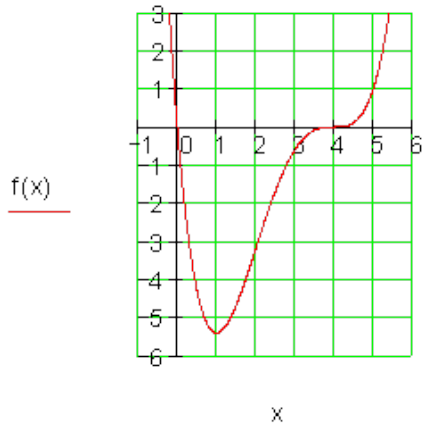
د x محور سره غوڅېکی: $P_{x1}(0|0)$

$P_{x2/3/4}(4|0)$ د زینې ټکی

ارزښت جدول

x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	3,5	4	4,5	5
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	5,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{12}{5}\cdot x^3 + \frac{48}{5}\cdot x^2 - \frac{64}{5}\cdot x$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x$$

سیومتري: نه شته

صفرځای:

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{12}{5}x^3 + \frac{48}{5}x^2 - \frac{64}{5}x = 0$$

ضریبونه یا په ضریبي ډول یکنه

$$\frac{1}{5}x\left(x^3 - 12x^2 + 48x - 64\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0$$

د ازماېښت له لارې ځواب

$$\Rightarrow x_2 = 4$$

	1	−12	48	−64
x = 4	↓	4	−32	64
	1	−8	16	0

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$p = -8;\ q = 16$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 16 = 0$$

$$\Rightarrow x_{3/4} - \frac{p}{2} = 4$$

2.16د ټول هوښیار یا راشنل توبعو رسمونه

(c) ketabton.com: The Digital Library

اتم: د y محور سره غوڅېکی:

$$f(0) = -\frac{27}{5} \Rightarrow P_y\left(0 \mid -\frac{27}{5}\right)$$

د x محور سره غوڅېکی

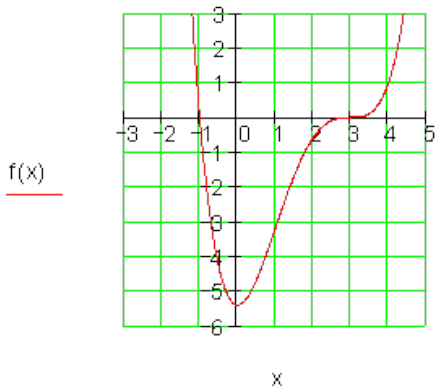
$P_{x1/2/3}(3 \mid 0)$ د زيني ټکی

$P_{x4}(-1 \mid 0)$

ارزښت جدول

x	−1,5	−1	−0,5	0
f(x)	9,11	0	−4,29	−5,4
x	0,5	1	1,5	2
f(x)	−4,69	−3,2	−1,69	−0,6
x	2,5	3	3,5	4
f(x)	−0,09	0	0,11	1
x	4,5			
f(x)	3,71			

$$f(x) := \frac{1}{5}\cdot x^4 - \frac{8}{5}\cdot x^3 + \frac{18}{5}\cdot x^2 - \frac{27}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5}$$

سيومتري: نه شته صفرځای

$$f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{18}{5}x^2 - \frac{27}{5} = 0 \mid \cdot 5$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 8x^3 + 18x^2 - 27 = 0$$

د ازمايښت له لاري ځواب: x=3

$$\begin{array}{lrrrrr} & 1 & -8 & 18 & 0 & -27 \\ x = 3 & \downarrow & 3 & -15 & 9 & 27 \\ & 1 & -5 & 3 & 9 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x_1 = 3$$

له 3 سره ازمايښت:

$$\begin{array}{lrrrr} & 1 & -5 & 3 & 9 \\ x = 3 & \downarrow & 3 & -6 & -9 \\ & 1 & -2 & -3 & 9 \end{array}$$

$$\Rightarrow x_2 = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$p = -2;\ q = -3$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4} = 2$$

$$x_{3/4} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \Big| \quad \begin{array}{l} x_3 = 1 + 2 = 3 \\ x_4 = 1 - 2 = -1 \end{array}$$

نهم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د xمحور سره غوڅتکی:

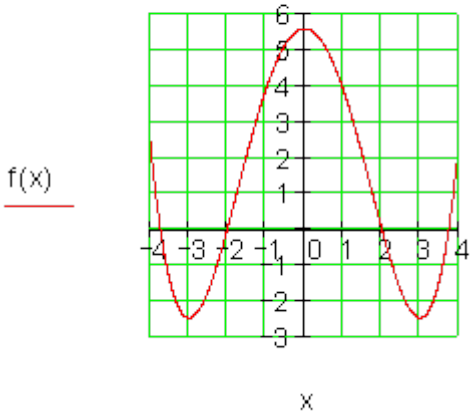
$$P_{x1/2}\left(\pm\sqrt{14}\,|\,0\right)$$

$$P_{x3/4}\left(\pm 2\,|\,0\right)$$

ارزښت جدول

x	−4	−3,74	−3,5	−3
f(x)	2,4	0	−1,44	−2,5
x	−2,5	−2	−1,5	−1
f(x)	−1,74	0	2,06	3,9
x	−0,5	0	0,5	1
f(x)	5,16	5,6	5,16	3,9
x	1,5	2	2,5	3
f(x)	2,06	0	−1,74	−2,5
x	3,5	3,74	4	
f(x)	−1,44	0	2,4	

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{9}{5}\cdot x^2 + \frac{28}{5}$$



$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5}$$

سیومتري:

محورسیومتریک f(-x)=f(x)

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{28}{5} = 0 \,|\cdot 10$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 18x^2 + 56 = 0$$

بدلون: $z=x^2$

$$\Rightarrow z^2 - 18z + 56 = 0$$

$$p = -18\,;\; q = 56$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 81 - 56 = 25$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{25} = 5$$

$$z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} z_1 = 9 + 5 = 14 \\ z_2 = 9 - 5 = 4 \end{array}\right.$$

$$z_1 = x^2 = 14 \Rightarrow x_{1/2} = \pm\sqrt{14}$$

$$z_2 = x^2 = 4 \Rightarrow x_{2/3} = \pm 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0) = \frac{28}{5} \Rightarrow P_y\left(0\,|\,\frac{28}{5}\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.15د ورکړشوو شرایطو له مخې د تابع مساواتو لیکل

دتابع مساواتو لیکل:

موږ په یاد راوړو، چې د یوه پارابول د تابعمساوو ټاکلو لپاره د کواوردینات درې ټکي اړین وو، چې ضریبونه a_2 , a_1 او a_0 وټاکو.

(د درې ټکو له لارې د پارابول ټاکل)
د دریمې درجې د ټول راشنل مساوات په لاندې ډولدي:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

د څلورو متحولو a_3 ، a_2 ، a_1 ، a_0 لپاره سړی څلورو شرایطو ته اړ دی او له دې سره څلور ټاکنمساوات.

په ټولیزه توګه کره کیدی شي، چې د n –مې درجې ټول راشنل تابع لپاره n + 1 شرایطو ته اړتیا شتون لري او له دې سره n + 1 ټاکنمساوات اړین دي.

دریمه درجه ټول راشنل- یا هوښیار تابع د څلور ټکو له لارې:

د څلورو ټکو کواوردیناتونه، چې د تابعو ګراف باندې باید پراته وي، لکه چې ترې لاس ته راځي له وړاندې ورکړ شوي دي:

$P_1(-1 \mid 2)$; $P_2(2 \mid -1)$; $P_3(-3 \mid 44)$ او $P_4(1 \mid 0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساوات لیکل کیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$
\begin{array}{l|lcrrrrcr}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_2(2|-1): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = & 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0
\end{array}
$$

د شا- یا په څټ ځاي په ځای کوني څخه د ضریبونو ټاکل:

$$-a_3 = 1 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$$

$$a_2 - 2a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_2 - 2(-1) = a_2 + 2 = 4 \Rightarrow \boxed{a_2 = 2}$$

$$a_1 + a_2 + 3a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 + 2 + 3\cdot(-1) = a_1 + 2 - 3$$
$$= a_1 - 1 = -1 \Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 0 + 2 - (-1) = a_0 + 2 + 1$$
$$= a_0 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_0 = -1}$$

تابع مساوات: $f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ ازمایښت:

$$P_1(-1|2): f(-1) = -(-1)^3 + 2\cdot(-1)^2 - 1 = 2$$
$$P_2(2|-1): f(2) = -2^3 + 2\cdot 2^2 - 1 = -1$$

د مساوات سیستم حل

د ګاوس-الګوریتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I
1	−1	1	−1	2	
0	3	3	9	−3	| : 3
0	−2	8	−26	42	| : 2
0	2	0	2	−2	| : 2
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	−1	4	−13	21	III + II
0	1	0	1	−1	IV + III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	5	−10	20	| : 5
0	0	4	−12	20	| : 4
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	0	1	−3	5	IV − III
1	−1	1	−1	2	
0	1	1	3	−1	
0	0	1	−2	4	
0	0	0	−1	1	

$P_3(-3|44): f(-3) = -(-3)^3 + 2\cdot(-3)^2 - 1 = 44$

$P_2(1|0): f(1) = -1^3 + 2\cdot 1^2 - 1 = 0$

تمرینونه: د ټول هوښیار اعدادو توابعVII

ټول هوښیار توابع د څلورو ټکو له لارې(تابعمساوات ولیکئ)

1. $P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20)$
2. $P_1\left(1\left|-\frac{11}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{9}{2}\right.\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3\left|\frac{5}{2}\right.\right)$
3. $P_1(-1|-16); P_2(2|11); P_3(4|-11); P_4(6|-9)$
4. $P_1(-1|7); P_2(-2|6); P_3(3|1); P_4(-3|-2)$
5. $P_1(2|22); P_2(4|44); P_3(-4|4); P_4(8|40)$
6. $P_1(1|0); P_2(-1|-2); P_3(2|16); P_4(-3|-4)$
7. $P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
8. $P_1(1|6); P_2(3|-4); P_3\left(-\frac{1}{2}\left|\frac{45}{8}\right.\right); P_4\left(-\frac{3}{2}\left|-\frac{77}{8}\right.\right)$
9. $P_1\left(1\left|-\frac{9}{2}\right.\right); P_2\left(-1\left|\frac{11}{2}\right.\right); P_3\left(3\left|-\frac{5}{2}\right.\right); P_4\left(-\frac{5}{2}\left|-8\right.\right)$
10. $P_1(1|25); P_2(-1|-49); P_3(3|27); P_4(5|5)$

د دریمې درجې ټول هوښیار یا راشنل تابع چې له څلور ټکو تیریږي.

د څلورمې درجې ټول هوښیار توابع چې له پنځه ټکو څخه تیریږي.
د پنځه ټکو کواوردیناتونه، چې د توابع ګراف باندې باید پراته وي، په لاندې توګه د مخه ورکړ شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-2 \mid 2)$; $P_2(-1 \mid 0)$; $P_3(1 \mid 0)$; $P_4(2 \mid 2)$ und $P_5(3 \mid 3)$.

لومړی مساواتسیستم د ورکړ شوو ټکو لپاره لیکل کیږي.

$$
\begin{array}{l|lcllllll}
P_1(-2\mid 2): & f(-2) & = & 16a_4 & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_2(-1\mid 0): & f(-1) & = & 1a_4 & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_3(1\mid 0): & f(1) & = & 1a_4 & +1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = 0 \\
P_4(2\mid 2): & f(2) & = & 16a_4 & +8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = 2 \\
P_5(3\mid 3): & f(3) & = & 81a_4 & +37a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = 3
\end{array}
$$

د ګاوس –الګوریتم له لارې څځواب:

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	
1	2	4	−8	16	2
1	−1	1	−1	1	0 II − I
1	1	1	1	1	0 III − I
1	2	4	8	16	2 IV − I
1	3	9	27	81	3 V − I
1	3	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	−1	−3	9	−15	−2 | · (−3)
0	0	0	16	0	0 | : 16
0	1	5	35	65	1 | · 3
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	3	9	−27	45	6 III + II
0	0	0	1	0	0
0	3	15	105	195	3 V + II
1	2	4	−8	16	2
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	6	−20	30	5
0	0	0	1	0	0
0	0	12	112	180	1 V − 2 · III
1	2	4	−8	16	2

$$\boxed{a_3 = 0}$$

$$120a_4 = -7 \Rightarrow a_4 = \boxed{-\frac{7}{120}}$$

$$6a_2 + 30a_4 = 4 \Leftrightarrow 6a_2 + 30 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 4$$

$$\Rightarrow \boxed{a_2 = \frac{23}{24}}$$

$$-3a_1 - 3a_2 - 15a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow -3a_1 - 3 \cdot \frac{23}{24} - 15 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = -2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_1 = 0}$$

$$a_0 + 4a_2 + 16a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow a_0 + 4 \cdot \frac{23}{24} + 16 \cdot \left(-\frac{7}{120}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a_0 = -\frac{9}{10}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

کېږ: تابعمساوات:

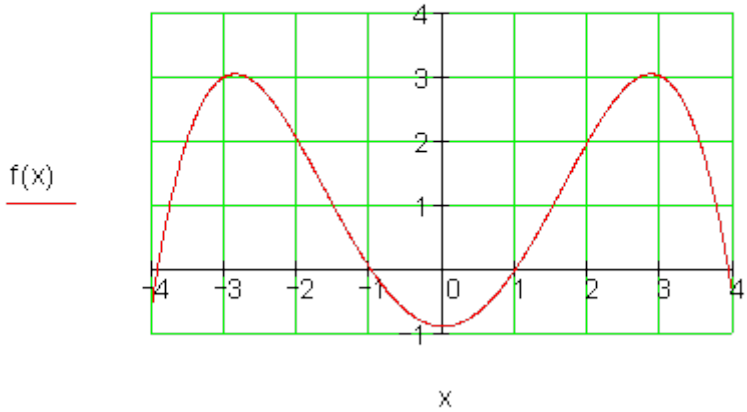
0	−3	−3	7	−15	−2
0	0	8	−20	30	4
0	0	0	1	0	0
0	0	0	152	120	−7

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{7}{120}x^4 + \frac{23}{24}x^2 - \frac{9}{10}$$

تابع ګراف کیدی شي په یوه جدول ارزښت پیدا شي او لاندې تلنلار لري:

$$f(x) := \frac{-7}{120}\cdot x^4 + \frac{23}{24}\cdot x^2 - \frac{9}{10}$$



که د تابع ګراف نور خویونه څرګند وي، نو کیدی شي د ټاکنمساواتو تعدا یا ګڼون راکم شي.

د دریمې درجې ټول هوښیار توابع ، چې له دوه ټکو تیریږي

د دریمې درجې ټول راشنل – یا هوښیار توابع ټکی سیومتریک دی او د لاندې ټکو څخه تیریږي: $P_1(1|2)$ او $P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2})$

د ټکي سیومتري له امله تابع مساوات فقط د ناجوړه یا طاق جګګې یا جګعدد(اکسپوننت) څخه د زیاتیدونو یا د جمعې اعضاو څخه جوړ دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لاندې الماني پښتو:ایښوونه ، تابع مساوات.

Ansatz: $f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(1|2)$: $f(1) = 1a_3 + 1a_1 = 2$

$P_2(\sqrt{2}|\sqrt{2})$: $f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}a_3 + \sqrt{2}a_1 = \sqrt{2}$

a_3	a_1	
1	1	2
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2} \mid : \sqrt{2}$
1	1	2
2	1	$1 \mid\mid -2 \cdot \mid$
1	1	2
0	−1	−3

$\boxed{a_1 = 3}$

$a_3 + a_1 = 2$

$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2 \Rightarrow \boxed{a_3 = -1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = -x^3 + 3x$

څلورمه درجه ټول هوښیار تابع چې له **(0 | 0)**_ او څلور ټکو تیریږي.

د څلور ټکو کواوردینات ورکړ شوی دی. پنځم ټکی پیلټکی دی. د دې لارې یا له دې سره څلور ټاکنمساوات منځ ته راځي.

د الماني پښتو په ترتیب: د ټکو له مخه ورکړه، ټولیز تابع مساوات، ایښوونه، تابع مساوات

Punktvorgabe: $P_1(-1|2)$; $P_2(1|-2)$; $P_3(2|-4)$; $P_4(3|18)$

Allgemeine Funktionsgleichung: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

$P(0|0)$: $f(0) = a_0 = 0 \Rightarrow \boxed{a_0 = 0} \Rightarrow$ Ansatz: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(-1|2)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 2$

$P_2(1|-2)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = -2$

$P_3(2|-4)$: $f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = -4$

$P_3(3|18)$: $f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 18$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	−1	1	−1	2
1	1	1	1	$-2\,\mathrm{II}-\mathrm{I}$
16	8	4	2	$-4\,\mathrm{III}-16\cdot\mathrm{I}$
81	27	9	3	$18\,\mathrm{IV}-81\cdot\mathrm{I}$
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	24	−12	18	$-36\,\mathrm{III}-12\cdot\mathrm{II}$
0	108	−72	84	$-144\,\mathrm{IV}-4{,}5\cdot\mathrm{III}$
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	−18	3	$18\,\mathrm{IV}-1{,}5\cdot\mathrm{III}$
1	−1	1	−1	2
0	2	0	2	−4
0	0	−12	−6	12
0	0	0	12	0

$\boxed{a_1 = 0}$

$2a_3 = -4 \Rightarrow \boxed{a_3 = -2}$

$-12a_2 = 12 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_4 - a_3 + a_2 = 2$

$\Leftrightarrow a_4 + 2 - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{a_4 = 1}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = x^4 - 2x^3 - x$

د څلورمې درجې ټول هوښیار اعداد د درې ټکوله لارې محور سیومتریک دي.

د څلورمې درجې ټول هوښیار تابع محور سیمتریک دی او د لاندې ټکو د یوه څخه تیریږي:

$P_1(0|4)$ $P_2\left(1|\frac{25}{8}\right)$ او $P_3(2|2)$

ایښوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$ د محور سیومتریک له امله فقط جوړه اکسپوننت(جګعدد)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P_1(0|4): \quad f(0) = a_0 = 4 \Rightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

$$P_2\left(1|\frac{25}{8}\right): \quad f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 4 = \frac{25}{8} \Leftrightarrow 1a_4 + 1a_2 = -\frac{7}{8}$$

$$P_3(2|2): \quad f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 4 = 2 \Leftrightarrow 16a_4 + 4a_2 = -2$$

a_4	a_2	
1	1	$-\frac{7}{8} \mid \cdot 8$
16	4	$-2 \mid : 2$
8	8	-7
8	2	$-1 \mid\mid -1$
1	1	-7
0	-6	6

$$-6a_2 = -6 \Rightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$8a_4 + 8a_2 = -7$$

$$\Leftrightarrow 8a_4 - 8 = -7 \Rightarrow \boxed{a_4 = \frac{1}{8}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{8}x^4 - x^2 + 4}}$$

د ټولو صفرځایونو او یوه ټکي له مخه ورکړه

د دریمي درجې ټول هوښیار اعداد

$$P_{x1}(-3|0); P_{x2}(-1|0); P_{x3}(1|0); P(0|-2)$$

په کرښیز ضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a(x+3)(x+1)(x-1)$$

$$P(0|-2): \quad f(0) = a \cdot 3 \cdot 1 \cdot (-1) = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f(x) = \frac{2}{3}(x+3)(x+1)(x-1) = \underline{\underline{\frac{2}{3}x^3 + 2x^2 - \frac{2}{3}x - 2}}$$

څلورمه درجه ټول هوښیار توابع

$$P_{x1}(-2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-2|0); P_4(3|0); P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ایښوونه په کرښیزو ضریبونو:

$$f(x) = a(x+2)^3(x-3)$$

$$P(0|1{,}5):\quad f(0) = a\cdot 8\cdot(-3) = 1{,}5 \Leftrightarrow -24a = 1{,}5 \Rightarrow a = -\frac{3}{48} = -\frac{1}{16}$$

$$f(x) = -\frac{1}{16}(x+2)^3(x-3) = \underline{\underline{-\frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}}}$$

تمرینونه: VIII

ټول هوښیار توابع له ورکړ شوو دلایلو له مخې

د تابع مساوات پیدا کړئ او ګراف یې وکاږئ

لومړی: دریمه درجه ټکی سیومتریک $P_1(2|3)\ P_2(-3|-2)$

دویم:دریمه درجه، صفرځایونه $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ P(-2|2)$

دریم:دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;\ P(1|5)$

څلورم: دریمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1;\ P(2|4)$

پنځم: دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3;\ P(-1|8)$

شپږم:څلورمه درجه، محورسیمتریک $P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$

اوم:څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2/3} = -2;\ x_4 = 2;\ P(1|3)$

اتم:څلورمه درجه، له سرچینې $P_1(1|1);\ P_2(-1|-3);\ P_3(3|-1);\ P_4(-3|-1)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

نهم: څلورمه درجه، $P_1(1|1); P_2(-1|-3); P_3(3|-1); P_4(-3|-1)$ صفرځایونه
$x_1 = -3; x_2 = -1; x_3 = 2; x_4 = 5; \ P(1|2)$

لسم: څلورمه درجه صفرځایونه $x_{1/2} = -3; x_{3/4} = 2; \ P(1|4)$

نتیجې

د ټول هوښیار اعدادو توابعو ته تمرینونوVII

له څلور ټکو څخه ټول هوښیار توابع(تابع مساوات ولیکی)

نتیجې او مفصل ځوابونه

نتیجې

لومړی :

$$P_1(1|4); P_2(2|2); P_3(4|4); P_4(5|20) \Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

$P_y(0|0); P_{x1}(0|0); P_{x2/3}(3|0)$ doppelte Nullstelle

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

دویم:

$$P_1\left(1 \middle| -\frac{11}{2}\right); P_2\left(-1 \middle| \frac{9}{2}\right); P_3(-2|8); P_4\left(-3 \middle| \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	1,5	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−5,5	2,5	6,75	8	3,37	7	4,5	1,25	−2	−4,5	−5,5	−4,25	0	8

$$P_y(0|0); P_{x1}(2|0); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0,31 \middle| 0\right); P_{x2}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3,186 \middle| 0\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم :

$$P_1(-1\mid-16);P_2(2\mid11);P_3(4\mid-11);P_4(6\mid-9)\Rightarrow f(x)=x^3-9x^2+15x+9$$

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

$$P_y(0\mid9);P_{x1}(3\mid0);P_{x2}\left(3+\sqrt{12}\approx6,46\mid0\right);P_{x3}\left(3-\sqrt{12}\approx-0,46\mid0\right)$$

څلورم:

$$P_1(-1\mid7);P_2(-2\mid6);P_3(3\mid1);P_4(-3\mid-2)\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

$$P_y(0\mid4);P_{x1}(1\mid0);P_{x2}\left(\sqrt{8}\approx2,83\mid0\right);P_{x2}\left(-\sqrt{8}\approx-2,83\mid0\right)$$

پنځم:

$$P_1(2\mid22);P_2(4\mid44);P_3(-4\mid4);P_4(8\mid40)\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{4}x^3+\frac{3}{2}x^2+9x$$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

$$P_y(0\mid0);P_{x1}(0\mid0);P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\approx9,71\mid0\right);P_{x2}\left(3-\sqrt{45}\approx-3,71\mid0\right)$$

شپږم:

$$P_1(1\mid0);P_2(-1\mid-2);P_3(2\mid16);P_4(-3\mid-4)\Rightarrow f(x)=x^3+3x^2-4$$

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
f(x)	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

$P_y(0\mid-4);P_{x1}(1\mid0);P_{x2/3}(-2\mid0)$ doppelte Nullstelle

(c) ketabton.com: The Digital Library

دپورته پښتو: ډبل صفرځایونه

اوم:

$$P_1(1\mid 1);\ P_2(2\mid 0);\ P_3(-2\mid 4);\ P_4(3\mid 9) \Rightarrow f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
f(x)	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

$$P_y(0\mid 6);\ P_{x1}(2\mid 0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \,\middle|\, 0\right)$$

اتم:

$$P_1(1\mid 6);\ P_2(3\mid -4);\ P_3\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{45}{8}\right);\ P_4\left(-\frac{3}{2}\,\middle|\,-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

$$P_y(0\mid 8);\ P_{x1}(-1\mid 0);\ P_{x2}(2\mid 0);\ P_{x3}(4\mid 0)$$

نهم:

$$P_1\left(1\,\middle|\,-\frac{9}{2}\right);\ P_2\left(-1\,\middle|\,\frac{11}{2}\right);\ P_3\left(3\,\middle|\,-\frac{5}{2}\right);\ P_4\left(-\frac{5}{2}\,\middle|\,-8\right) \Rightarrow f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−8	0	4,25	5,5	−1,25	2	−1,25	−4,5	−7	−8	−6,75	−2,5	5,5

$$P_y(0\mid 2);\ P_{x1}(-2\mid 0);\ P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}} \approx 3{,}19 \,\middle|\, 0\right);\ P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}} \approx 0{,}31 \,\middle|\, 0\right)$$

لسم:د لاندې پښتو: ډبل صفرځایونه

$$P_1(1\mid 25);\ P_2(-1\mid 49);\ P_3(3\mid 27);\ P_4(5\mid 5) \Rightarrow f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

$P_y(0\mid 0);\ P_{x1/2}(6\mid 0)$ doppelte Nullstelle; $P_{x2}(0\mid 0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل څوابونه:

لومړی:

د مساوات سیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(1|4) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 4 \\
P_2(2|2) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 2 \\
P_3(4|4) \Rightarrow & f(4) & = & 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 & = 4 \\
P_4(5|20) \Rightarrow & f(5) & = & 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 & = 20
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	4
1	2	4	8	2
1	4	16	64	4
1	5	25	125	20

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -6$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

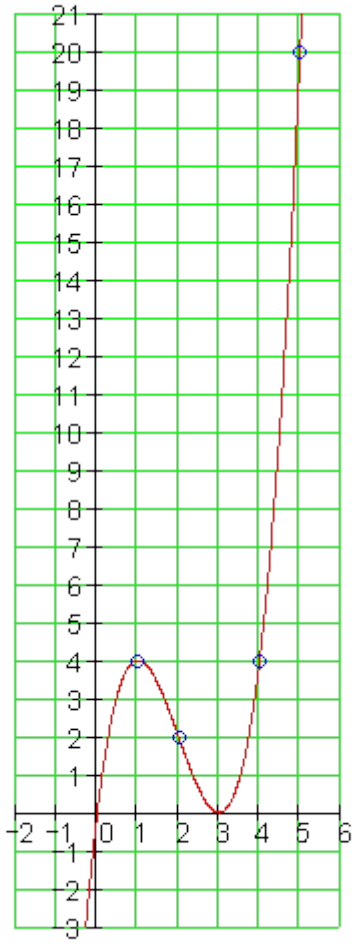
x	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
f(x)	−6,12	0	3,13	4	3,37	2	0,62	0	0,87	4	10,12	20

پورته الماني کیڼ لور: د ګاوس –الګوریتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل ځواب



محورغوڅتکي:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$$

ضریب ډول لیکنه:

$$x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$p = -6\,;\; q = 9 \Rightarrow D = 0$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$$

$$P_{x1}(0|0)$$

$$P_{x2/3}(3|0) \text{ doppelte Nullstelle}$$

پورته الماني: ډبل صفرځایونه

دویم:

د مساواتسیستم لیکنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1\left(1 \mid -\frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = -\frac{11}{2}$$

$$P_2\left(-1 \mid \frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 = \frac{9}{2}$$

$$P_3(-2 \mid 8) \Rightarrow \quad f(-2) = -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 = 8$$

$$P_4\left(-3 \mid \frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 = \frac{5}{2}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	$-11/2$
1	-1	1	-1	$9/2$
1	-2	4	-8	8
1	-3	9	-27	$5/2$

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = -2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

رزښت جدول.

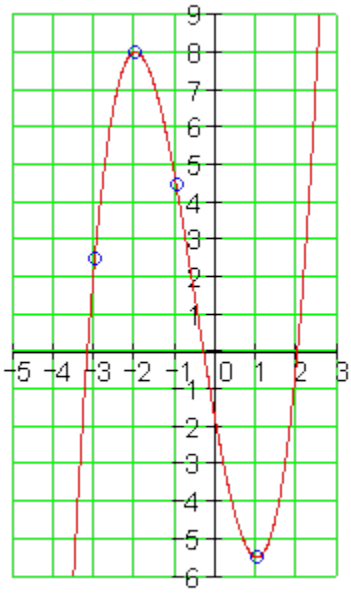
x	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$1,5$	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$
$f(x)$	$-5,5$	$2,5$	$6,75$	8	$3,37$	7	$4,5$	$1,25$	-2	$-4,5$	$-5,5$	$-4,25$	0	8

بيرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل.د ګاوس- الګوریتم

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$



د x-محور سره غوڅتکی

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \,|\, 0\right) \approx (-0{,}31|0)$

$P_{x3}\left(-\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \,|\, 0\right) \approx (-3{,}186|0)$

محور غوڅتکي

$$f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2$$

د y- محور سره غوڅتکی

$$f(0) = -2 \Rightarrow P_y(0|-2)$$

صفرځایونه

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2 = 0$$

له ارزښتجدول څخه:x1=2

$$\begin{array}{lcccc} & 1 & 3/2 & -6 & -2 \\ x = 2 & \downarrow & \underline{2} & \underline{7} & \underline{2} \\ & 1 & 7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{7}{2}x + 1 = 0$$

$$p = \frac{7}{2};\ q = 1 \Rightarrow D = \frac{33}{16}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -0{,}314 \\ x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{33}{16}} \approx -3{,}168 \end{array} \right.$$

دریم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساوات لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(-1|-16) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -16 \\
P_2(2|11) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 11 \\
P_3(4|-11) \Rightarrow & f(4) & = & 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 & = -11 \\
P_4(6|-9) \Rightarrow & f(6) & = & 216a_3 + 36a_2 + 5a_1 + 1a_0 & = -9
\end{array}$$

د گاوس الگوریتم

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	−16
1	2	4	8	11
1	4	16	64	−11
1	6	36	216	−9

$\Rightarrow$

.....

.....

لاس ته راوړنه:

$a_3 = 1$

$a_2 = -9$

$a_1 = 15$

$a_0 = 9$

تابعمساوات:

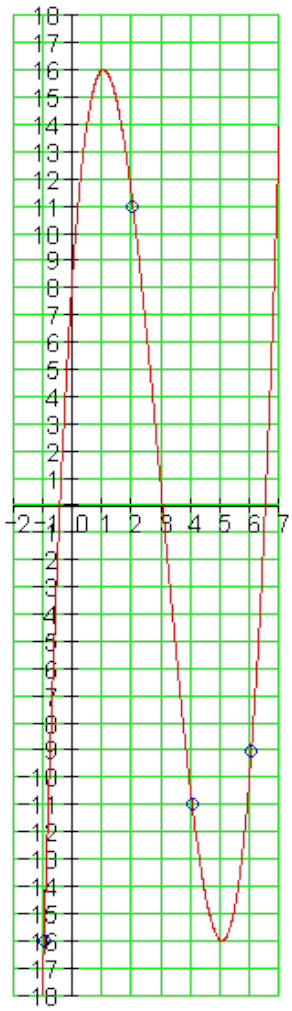
$$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$$

ارزښت جدولي

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	−65	−16	9	16	11	0	−11	−16	−9	16

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$



$f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$

د y– محور سره غوڅټکی:

$f(0) = 9 \Rightarrow P_y(0|9)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 9x^2 + 15x + 9 = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=3

$$\begin{array}{lcccc} & 1 & -9 & 15 & 9 \\ x = 3 & \downarrow & \underline{3} & \underline{-18} & \underline{-9} \\ & 1 & -6 & -3 & 0 \end{array}$$

$\Rightarrow x^2 - 6x - 3 = 0$

$p = -6;\ q = -3 \Rightarrow D = 12$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_2 = 3 + \sqrt{12} \approx 6,46$; $x_3 = 3 - \sqrt{12} \approx -0,46$

دx – محور سره غوڅټکي

$P_{x1}(3|0)$

$P_{x2}(3 + \sqrt{12}|0) \approx (6,46|0)$

$P_{x3}(3 - \sqrt{12}|0) \approx (-0,46|0)$

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(-1|7) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = 7 \\
P_2(-2|6) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = 6 \\
P_3(3|1) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 1 \\
P_4(-3|-2) \Rightarrow & f(-3) & = & -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 & = -2
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−1	1	−1	7
1	−2	4	−8	6
1	3	9	27	1
1	−3	9	−27	−2

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = \frac{1}{2}$

$a_2 = -\frac{1}{2}$

$a_1 = -4$

$a_0 = 4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

پورته الماني کېږ لور: د ګاوس –الګوریتم، ښي لور: نتیجه، تابعمساوات

ارزښت جدول.

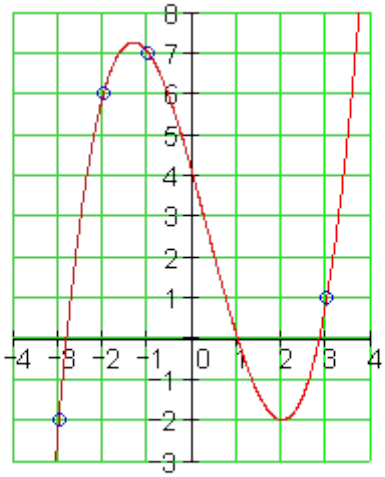
x	−3,5	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
f(x)	−9,56	−2	3,06	6	7,19	7	5,81	4	1,94	0	−1,44	−2	−1,31	1	5,31

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$



د x- محور سره غوڅتکي

$$P_{x1}(1|0)$$

$$P_{x2}(\sqrt{8}|0)\approx(2{,}83|0)$$

$$P_{x3}(-\sqrt{8}|0)\approx(-2{,}83|0)$$

محورغوڅتکي :

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0)=4\Rightarrow P_y(0|4)$$

صفرځایونه:

$$f(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+4=0$$

د ارزښت جدول څخه:x1=1

	1/2	−1/2	−4	4
x = 1	↓	1/2	0	−4
	1/2	0	−4	0

$$\Rightarrow\frac{1}{2}x^2-4=0\,|+4$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=4\,|\cdot 2\Leftrightarrow x^2=8$$

$$\Rightarrow x_{2/3}=\pm\sqrt{8}\approx\pm 2{,}83$$

پنځم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(2\,|\,22) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 22 \\
P_2(4\,|\,44) \Rightarrow & f(4) & = & 64a_3 + 16a_2 + 4a_1 + 1a_0 & = 44 \\
P_3(-4\,|\,4) \Rightarrow & f(-4) & = & -64a_3 + 16a_2 - 4a_1 + 1a_0 & = 4 \\
P_4(8\,|\,40) \Rightarrow & f(8) & = & 512a_3 + 64a_2 + 8a_1 + 1a_0 & = 40
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	2	4	8	22
1	4	16	64	44
1	−4	16	−64	4
1	8	64	512	40

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = -\frac{1}{4}$

$a_2 = \frac{3}{2}$

$a_1 = 9$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

Wertetabelle:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
f(x)	4	−6,75	−10	−7,25	0	10,25	22	33,75

x	4	5	6	7	8	9	10	11
f(x)	44	51,25	54	50,75	40	20,25	−10	−52,25

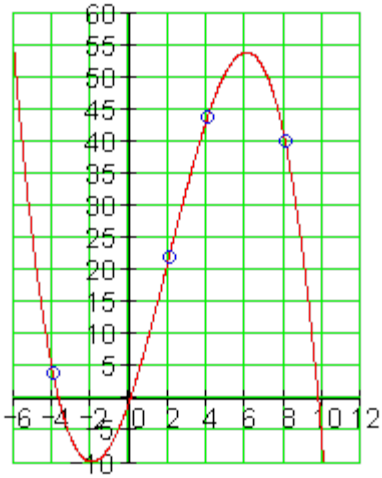
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتني ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$



د x- محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(0|0)$

$P_{x2}\left(3+\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (9{,}71|\,0)$

$P_{x3}\left(3-\sqrt{45}\,|\,0\right) \approx (-3{,}71|\,0)$

محورغوڅتکي :

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|\,0)$$

صفرځایونه:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x = 0$$

ضریبونې ډوله لیکنه

$$x\left(-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$$-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9 = 0 \,|\cdot(-4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x - 36 = 0$$

$$p = -6\,;\; q = -36 \Rightarrow D = 45$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2 = 3+\sqrt{45} \approx 9{,}71 \\ x_3 = 3-\sqrt{45} \approx -3{,}71 \end{array}\right.$$

شپږم:

د مساواتسیستم لیکنه:

د مساواتسیستم لیکنه.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(1|0) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 0 \\
P_2(-1|-2) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -2 \\
P_3(2|16) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 16 \\
P_4(-3|-4) \Rightarrow & f(-3) & = & -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + 1a_0 & = -4
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	0
1	−1	1	−1	−2
1	2	4	8	16
1	−3	9	−27	−4

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = 3$

$a_1 = 0$

$a_0 = -4$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$$

Wertetabelle:

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$	−4	−0,88	0	−0,63	−2	−3,38	−4	−3,13	0	6,13	16	30,38

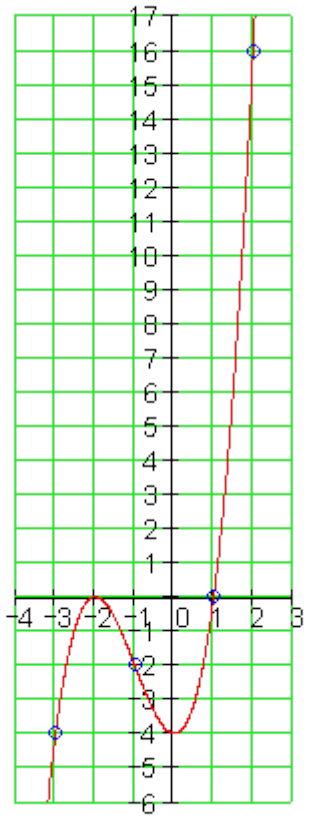
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$	محورغوڅتکي : $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د y– محور سره غوڅتکی

$f(0) = -4 \Rightarrow P_y(0|-4)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=1

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & 3 & 0 & -4 \\ x=1 & \downarrow & 1 & 4 & 4 \\ & 1 & 4 & 4 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$p = 4;\ q = 4 \Rightarrow D = 0$

$x_{2/3} = -2$

د x– محور سره غوڅتکي

$P_{x1}(1|0)$

$P_{x2/3}(-2|0)$ دبل صفرځایونه

اوم:

د مساواتسیستم لیکنه:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llllll} P_1(1|1) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = & 1 \\ P_2(2|0) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = & 0 \\ P_3(-2|4) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = & 4 \\ P_4(3|9) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = & 9 \end{array}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(1|1) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 1 \\
P_2(2|0) \Rightarrow & f(2) & = & 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 1a_0 & = 0 \\
P_3(-2|4) \Rightarrow & f(-2) & = & -8a_3 + 4a_2 - 2a_1 + 1a_0 & = 4 \\
P_4(3|9) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 9
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	1
1	2	4	8	0
1	−2	4	−8	4
1	3	9	27	9

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -1$

$a_1 = -5$

$a_0 = 6$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

Wertetabelle:

x	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	−3,38	4	7,88	9	8,13	6	3,38	1	−0,38	0	2,87	9

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

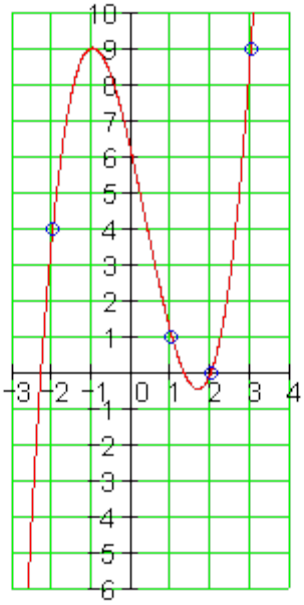
G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$

محورغوڅتکي :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x –محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(2|0)$

$P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(1{,}303|0)$

$P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)\approx(-2{,}303|0)$

د y– محور سره غوڅتکی

$f(0)=6\Rightarrow P_y(0|6)$

صفرځایونه:

$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-x^2-5x+6=0$

د ارزښت جدول څخه:x1=2

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & -1 & -5 & 6 \\ x=2 & \downarrow & \underline{2} & \underline{2} & \underline{-6} \\ & 1 & 1 & -3 & 0 \end{array}$$

$x^2+x-3=0$

$p=1;\ q=-3\Rightarrow D=\frac{13}{4}$

$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$

$x_2=-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\approx 1{,}303$

$x_2=-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\approx -2{,}303$

اتم:

مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P_1(1|\,6) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 = 6$$

$$P_2(3\,|-4) \Rightarrow \quad f(3) = 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 = -4$$

$$P_3\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{45}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{8}a_3 + \frac{1}{4}a_2 - \frac{1}{2}a_1 + 1a_0 = \frac{45}{8}$$

$$P_4\left(-\frac{3}{2}\,\middle|-\frac{77}{8}\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{8}a_3 + \frac{9}{4}a_2 - \frac{3}{2}a_1 + 1a_0 = -\frac{77}{8}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	6
1	3	9	27	−4
1	−1/2	1/4	−1/8	45/8
1	−3/2	9/4	−27/8	−77/8

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -5$

$a_1 = 2$

$a_0 = 8$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

Wertetabelle:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
f(x)	−24	−9,63	0	5,63	8	7,88	6	3,13	0	−2,63	−4	−3,38	0	6,88

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتني ته

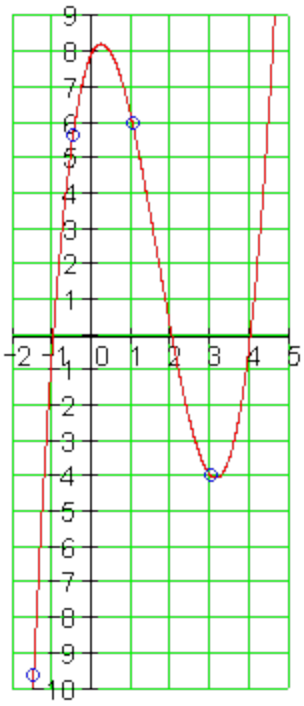
G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

محورغوڅتکي :

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د y– محور سره غوڅتکی $f(0)=8 \Rightarrow P_y(0\mid 8)$ صفرځایونه: $f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-5x^2+2x+8=0$ د ارزښت جدول څخه: $x_1=-1;\ x_2=2;\ x_3=4$ د x– محور سره غوڅتکي $P_{x1}(-1\mid 0);\ P_{x2}(2\mid 0);\ P_{x3}(4\mid 0)$	

نهم:

د مساواتسیستم: لیکنه:

$$f(x)=a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$$

$$P_1\left(1\mid -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow \quad f(1) = 1a_3+1a_2+1a_1+1a_0 = -\frac{9}{2}$$

$$P_2\left(-1\mid \frac{11}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-1) = -1a_3+1a_2-1a_1+1a_0 = \frac{11}{2}$$

$$P_3\left(3\mid -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow \quad f(-3) = 27a_3+9a_2+3a_1+1a_0 = -\frac{5}{2}$$

$$P_4\left(-\frac{5}{2}\mid -8\right) \Rightarrow \quad f\left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{125}{8}a_3+\frac{25}{4}a_2-\frac{5}{2}a_1+1a_0 = -8$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	$-9/2$
1	-1	1	-1	$11/2$
1	3	9	27	$-5/2$
1	$-5/2$	$25/4$	$-125/8$	-8

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -\frac{3}{2}$

$a_1 = -6$

$a_0 = 2$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

Wertetabelle:

x	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3	$3,5$
$f(x)$	-8	0	$4,25$	$5,5$	$-1,25$	2	$-1,25$	$-4,5$	-7	-8	$-6,75$	$-2,5$	$5,5$

پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

محورغوڅتکي :

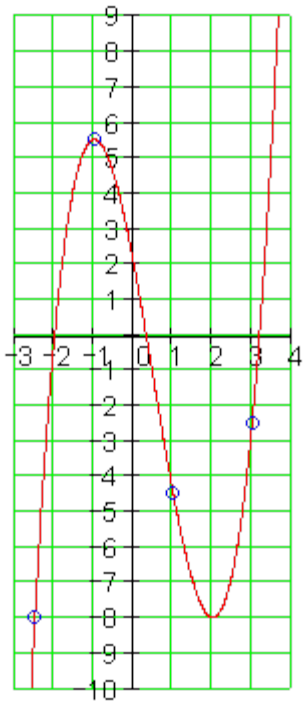
$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2$$

د y– محور سره غوڅتکی

$$f(0) = 2 \Rightarrow P_y(0 \mid 2)$$

صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library



د x-محور سره غوڅتکي:

$P_{x1}(-2|0)$

$P_{x2}\left(\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(3{,}19|0)$

$P_{x3}\left(\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{33}{16}}\,|\,0\right)\approx(0{,}31|0)$

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+2=0$$

د ارزښت جدول څخه: x1= -2

$$\begin{array}{lcccc} & 1 & -3/2 & -6 & 2 \\ x=-2 & \downarrow & -4/2 & 7 & -2 \\ \hline & 1 & -7/2 & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^2-\frac{7}{2}x+1=0$$

$$p=-\frac{7}{2};\ q=1 \Rightarrow D=\frac{33}{16}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 3{,}19 \\ x_2=\frac{7}{2}-\sqrt{\frac{33}{16}}\approx 0{,}31 \end{array}\right.$$

لسم:

د مساواتسیستم لیکنه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$\begin{array}{llcll}
P_1(1|25) \Rightarrow & f(1) & = & 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 1a_0 & = 25 \\
P_2(-1|-49) \Rightarrow & f(-1) & = & -1a_3 + 1a_2 - 1a_1 + 1a_0 & = -49 \\
P_3(3|27) \Rightarrow & f(3) & = & 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 1a_0 & = 27 \\
P_4(5|5) \Rightarrow & f(5) & = & 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + 1a_0 & = 5
\end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	1	1	1	25
1	−1	1	−1	−49
1	3	9	27	27
1	5	25	125	5

.....

.....

$\Rightarrow$

Ergebnis

$a_3 = 1$

$a_2 = -12$

$a_1 = 36$

$a_0 = 0$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$$

.....

Wertetabelle:

x	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	−49	0	25	32	27	16	5	0	7	32

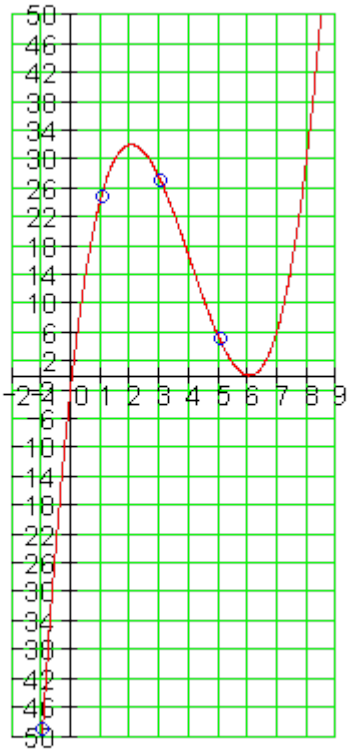
پورته الماني کيڼ لور: د ګاوس –الګوريتم، ارزښت جدول. ښي لور: نتيجه، تابعمساوات

بيرته پوښتني ته

G3 .د ګاوس- الګوريتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$



محورغوڅتکي :

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$

د y– محور سره غوڅتکی

$f(0) = 0 \Rightarrow P_y(0|0)$

صفرځایونه:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x^2 + 36x = 0$

د ارزښت جدول څخه:x1=6

$$\begin{array}{lcccc} & 1 & -12 & 36 & 0 \\ x = 6 & \downarrow & \underline{6} & \underline{-36} & \underline{0} \\ & 1 & -6 & 0 & 0 \end{array}$$

$x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow x_2 = 6;\ x_3 = 0$

د x– محور سره غوڅتکي

لاندې : ډبل صفرځای

ډبل صفرځلی: $P_{x1/2}(6|0)$

$P_{x3}(0|0)$

G1 د ګاوس- الګوریتم مفصل

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	4	
1	2	4	8	2	II − I
1	4	16	64	4	III − I
1	5	25	125	20	IV − I
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	3	15	63	0	III − 3·II
0	4	24	124	16	IV − 4·II
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	12	96	24	IV − 2·III
1	1	1	1	4	
0	1	3	7	−2	
0	0	6	42	6	
0	0	0	12	12	

$\Rightarrow$

$$12a_3 = 12 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$6a_2 + 42a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 + 42 = 6 \mid -42$$
$$\Leftrightarrow 6a_2 = -36 \mid :6 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -6}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 18 + 7 = -2$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 11 = -2 \mid +11 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 9 - 6 + 1 = 4$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 4 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x}}$$

بیرته پوښتنې ته

G2 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 2$
1	−2	4	−8	8	$\mid \cdot 2$
1	−3	9	−27	$\frac{5}{2}$	$\mid \cdot 2$
2	2	2	2	−11	

$$-4a_3 = -4 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 - 4a_3 = -1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2	−2	2	−2	9	II − I
2	−4	8	−16	16	III − I
2	−6	18	−54	5	IV − I
2	2	2	2	−11	
0	−4	0	−4	20	$\vert:(-2)$
0	−6	6	−18	27	$\vert:3$
0	−8	16	−56	16	$\vert:4$
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	−2	2	−6	9	III + II
0	−2	4	−14	4	IV + II
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	4	−12	−6	IV − 2·III
2	2	2	2	−11	
0	2	0	2	−10	
0	0	2	−4	−1	
0	0	0	−4	−4	

$$\Leftrightarrow 2a_2 - 4 = -1 \mid +4$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 = 3 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$2a_1 + 2a_3 = -10$$

$$\Rightarrow \Leftrightarrow 2a_1 + 2 = -10 \mid -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_1 = -12 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -11$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 + 3 + 2 = -11$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 - 7 = -11 \mid +7$$

$$\Leftrightarrow 2a_0 = -4 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 6x - 2}}$$

بیرته پوښتنې ته

G3 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	−16	
1	2	4	8	11	II − I
1	4	16	64	−11	III − I
1	6	36	216	−9	IV − I
1	−1	1	−1	−16	

$$8a_3 = 8 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 10a_3 = -8$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + 10 = -8 \mid -10$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	3	3	9	27	|: 3
0	5	15	65	5	|: 5
0	7	35	217	7	|: 7
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	1	3	13	1	III − II
0	1	5	31	1	IV − II
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	4	28	−8	IV − 2·III
1	−1	1	−1	−16	
0	1	1	3	9	
0	0	2	10	−8	
0	0	0	8	8	

$$\Leftrightarrow 2a_2 = -18 \,|:2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -9}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} &a_1 + a_2 + 3a_3 = 9 \\ &\Leftrightarrow a_1 - 9 + 3 = 9 \\ &\Leftrightarrow a_1 - 6 = 9 \,|+6 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = -16 \\ &\Leftrightarrow a_0 - 15 - 9 - 1 = -16 \\ &\Leftrightarrow a_0 - 25 = -16 \,|+25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 9} \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9}}$$

بیرته پوښتنې ته

G4 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	7	
1	−2	4	−8	6	II − I
1	3	9	27	1	III − I
1	−3	9	−27	−2	IV − I
1	−1	1	−1	7	
0	−1	3	−7	−1	
0	4	8	28	−6	III + 4·II
0	−2	8	−26	−9	IV − 2·II
1	−1	1	−1	7	

$$20a_2 = -10 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} &2a_2 - 12a_3 = -7 \\ &\Leftrightarrow -1 - 12a_3 = -7 \,|+1 \\ &\Leftrightarrow -12a_3 = -6 \,|:(-12) \Leftrightarrow \boxed{a_3 = \frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &-a_1 + 3a_2 - 7a_3 = -1 \\ &\Leftrightarrow -a_1 - \frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -1 \\ &\Leftrightarrow -a_1 - 5 = -1 \,|+5 \\ &\Leftrightarrow -a_1 = 4 \,|:(-1) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -4} \end{aligned}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	−1	3	−7	−1
0	0	20	0	−10
0	0	2	−12	−7

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 4 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 7$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 3 = 7 \mid -3 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 4}$$

تابعمساوات: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$

بیرته پوښتنې ته

G5 .د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	2	4	8	22	
1	4	16	64	44	II − I
1	−4	16	−64	4	III − I
1	8	64	512	40	IV − I
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	−6	12	−72	−18	III + 3·II
0	6	60	504	18	IV − 3·II
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	24	336	−48	$IV - \frac{1}{2}\cdot III$
1	2	4	8	22	
0	2	12	56	22	
0	0	48	96	48	
0	0	0	288	−72	

$$288a_3 = -72 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = -\frac{1}{4}}$$

$$48a_2 + 96a_3 = 48$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 - 24 = 48 \mid +24$$
$$\Leftrightarrow 48a_2 = 72 \mid : 48 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = \frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12a_2 + 56a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 18 - 14 = 22$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 + 4 = 22 \mid -4$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 18 \mid : 2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 9}$$

$$a_0 + 2a_1 + 4a_2 + 8a_3 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 6 - 2 = 22$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 22 = 22 \mid -22 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابعمساوات: $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 9x$

بیرته پوښتنې ته

.G6د گاوس- الگوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	0	
1	−1	1	−1	−2	II − I
1	2	4	8	16	III − I
1	−3	9	−27	−4	IV − I
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	1	3	7	16	$III + \frac{1}{2}\cdot II$
0	−4	8	−28	−4	
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	3	6	15	$\vert : 3$
0	0	8	−24	1	$\vert : 8$
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	1	−3	0	IV − III
1	1	1	1	0	
0	−2	0	−2	−2	
0	0	1	2	5	
0	0	0	−5	−5	

$-5a_3 = -5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$a_2 + 2a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 2 = 5 \mid -2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = 3}$

$-2a_1 - 2a_3 = -2$

$\Rightarrow \Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -2 \mid +2$

$\Leftrightarrow -2a_1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 0}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$

$\Leftrightarrow a_0 + 3 + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a_0 + 4 = 0 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = -4}$

$\underline{\underline{f(x) = x^3 + 3x^2 - 4}}$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G7 .د گاوس- الگوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	$II - I$
1	−2	4	−8	4	$III - I$
1	3	9	27	9	$IV - I$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	$III + 3 \cdot II$
0	2	8	26	8	$IV - 2 \cdot II$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	2	12	10	$IV - \frac{1}{6} \cdot III$
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	12	12	0	
0	0	0	10	10	

$\Rightarrow$

$10a_3 = 10 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

$12a_2 + 12a_3 = 0$

$\Leftrightarrow 12a_2 + 12 = 0 \mid -12$

$\Leftrightarrow 12a_2 = -12 \mid : 12 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$

$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$

$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1$

$\Leftrightarrow a_1 + 4 = -1 \mid -4 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$

$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1$

$\Leftrightarrow a_0 - 5 = 1 \mid +5 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

بیرته پوښتنې ته

G8 .د گاوس- الگوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	6	
1	3	9	27	−4	
1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{45}{8}$	$\mid \cdot 8$
1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{27}{8}$	$-\frac{77}{8}$	$\mid \cdot 8$

$-2a_3 = -2 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	6	
2	3	9	27	−4	II − I
8	−4	2	−1	45	III − 8·I
8	−12	18	−27	−77	IV − 8·I
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	−12	−6	−9	−3	III + 6·II
0	−20	10	−35	−125	IV + 10·II
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	42	147	−63	|: 21
0	0	90	225	−225	|: 45
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	2	5	−5	IV − III
1	1	1	1	6	
0	2	8	26	−10	
0	0	2	7	−3	
0	0	0	−2	−2	

$\Rightarrow$

$$2a_2 - 7a_3 = -3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 7 = -3 \mid -7$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -10 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -5}$$

$$2a_1 + 8a_2 + 26a_3 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 40 + 26 = -10$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 - 14 = -10 \mid +14$$
$$\Leftrightarrow 2a_1 = 4 \mid :2 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 2}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 2 - 5 + 1 = 6$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 2 = 6 \mid +2 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 8}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8}}$$

بیرته پوښتنې ته

G9 .د ګاوس- الګریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	$-\frac{9}{2}$	$\mid \cdot 8$
1	−1	1	−1	$\frac{11}{2}$	$\mid \cdot 8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	3	9	27	$-\frac{5}{2}$	$\mid\cdot 8$
1	$-\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$-\frac{125}{8}$	-8	$\mid\cdot 8$
8	8	8	8	-36	
8	-8	8	-8	44	II − I
8	24	72	216	-20	III − I
8	-20	50	-125	-64	IV − I
8	8	8	8	-36	$\mid : 4$
0	-16	0	-16	80	$\mid : 4$
0	16	64	208	16	$\mid : 4$
0	-28	42	-133	-28	$\mid : 7$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	4	16	52	4	III + II
0	-4	6	-19	-4	IV − II
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	16	48	24	$\mid : 8$
0	0	6	-15	-24	$\mid : 3$
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	2	-5	-8	IV − III
2	2	2	2	-9	
0	-4	0	-4	20	
0	0	2	6	3	
0	0	0	-11	-11	

$\Rightarrow$

$$-11a_3 = -11 \mid : (-11)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$2a_2 + 6a_3 = 3$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 + 6 = 3 \mid -6$$
$$\Leftrightarrow 2a_2 = -3 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_2 = -\frac{3}{2}}$$

$$-4a_1 - 4a_3 = 20$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 - 4 = 20 \mid +4$$
$$\Leftrightarrow -4a_1 = 24 \mid : (-4)$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -6}$$

$$2a_0 + 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 12 - 3 + 2 = -9$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 - 13 = -9 \mid +13$$
$$\Leftrightarrow 2a_0 = 4 \mid : 2$$
$$\Leftrightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + 2}}$$

بیرته پوښتنې ته

(c) ketabton.com: The Digital Library

G10. د ګاوس- الګوریتم مفصل

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	25	
1	−1	1	−1	−49	II − I
1	3	9	27	27	III − I
1	5	25	125	5	IV − I
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	2	8	26	2	III + II
0	4	24	124	−20	IV + 2·II
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	24	120	−168	IV − 3·III
1	1	1	1	25	
0	−2	0	−2	−74	
0	0	8	24	−72	
0	0	0	48	48	

$\Rightarrow$

$$48a_3 = 48 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$8a_2 + 24a_3 = -72$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 + 24 = -72 \mid -24$$
$$\Leftrightarrow 8a_2 = 96 \mid : 8 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -12}$$

$$-2a_1 - 2a_3 = -74$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 - 2 = -74 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow -2a_1 = -72 \mid : (-2) \Leftrightarrow \boxed{a_1 = 36}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 36 - 12 + 1 = 25$$
$$\Leftrightarrow a_0 + 25 = 25 \mid -25 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 0}$$

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 12x^2 + 36x}}$$

ځوابونه

تمرین ټول هوښیار یا- راشنل توابع **VIII**

تابع مساوات د ورکړشوو شرایطو څخه

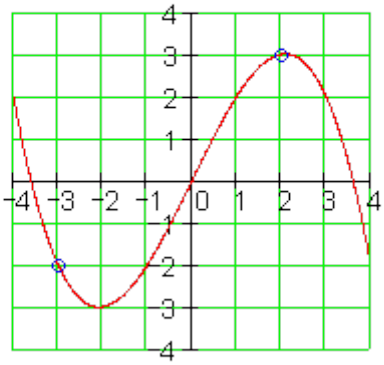
مفصل ځوابونه

لومړی: درجه ۳، ټکی سیمتریک له

$P_1(2 \mid 3)$ $P_2(-3 \mid -2)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{-1}{6}\cdot x^3 + \frac{13}{6}\cdot x$$



د ټکي سیمتري له امله تابع مساوات فقط ناجوړه یا طاق اکسپوننت لري.

اینبوونه:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_1(2|3) \quad \Rightarrow f(2) = 8a_3 + 2a_1 = 3$$

$$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = -27a_3 - 3a_1 = -2$$

a_1	a_3		
2	8	3	$\mid\cdot 3$
−3	−27	−2	$\mid\cdot 2$
6	24	9	
−6	−54	−4	$\mid\mid +\mid$
6	24	9	
0	−30	5	

$$-30a_3 = 5$$

$$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{6}$$

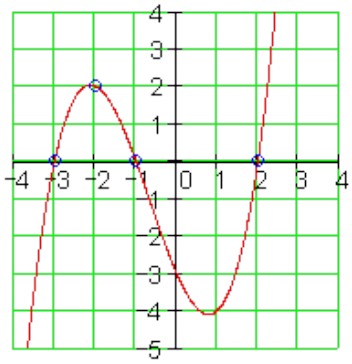
$$6a_1 + 24a_3 = 9$$

$$\Leftrightarrow 6a_1 - 4 = 9$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{13}{6}$$

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + \frac{13}{6}x$$

$$f(x) := \frac{1}{2}\cdot x^3 + x^2 - \frac{5}{2}\cdot x - 3$$



دویم:

دریمه درجه، صفرځایونه

$$x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2$$

ټکی P(-2|2)

کرښیز ضریبونو سره اینبوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$f(x) = a_3(x + 3)(x + 1)(x - 2)$$

ازمایښت:

(c) ketabton.com: The Digital Library

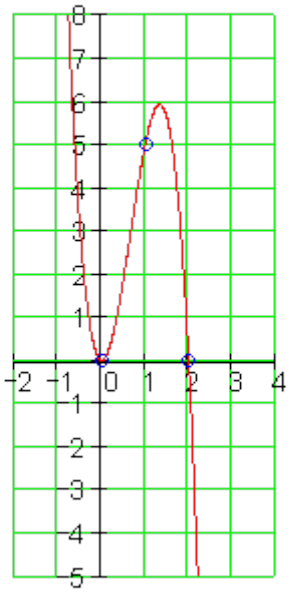
$$f(-2) = 2 \Leftrightarrow a_3(-2+3)(-2+1)(-2-2) = 2$$

$$\Leftrightarrow 4a_3 = 2 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{2}x^3 + x^2 - \frac{5}{2}x - 3}}$$

دریم:

$f(x) := -5 \cdot x^3 + 10 \cdot x^2$ 	دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2} = 0;\ x_3 = 2;$ ټکی P(1|5) کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه $f(x) = a_3x^2(x - x_3)$ $f(x) = a_3x^2(x-2)$ ازمایښت: $f(1) = 5 \Leftrightarrow a_3 \cdot 1^2(1-2) = 5$ $\Leftrightarrow -a_3 = 5 \Leftrightarrow a_3 = -5$ $f(x) = -5x^2(x-2) = \underline{\underline{-5x^3 + 10x^2}}$

څلورم:

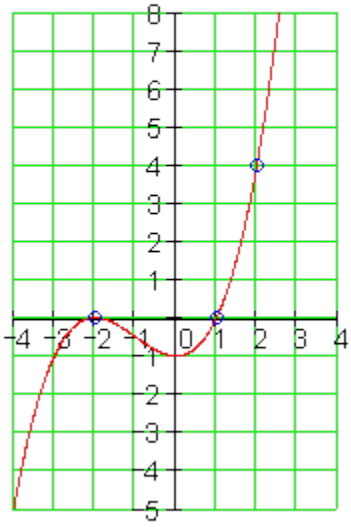
دریمه درجه، صفرځایونه

$x_{1/2} = -2;\ x_3 = 1$

ټکی P(2|4)

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^3 + \frac{3}{4}\cdot x^2 - 1$$



کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځایپه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_{1/2})^2(x - x_3)$$

$$f(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$

ازمایښت:

$$f(2) = 4 \Leftrightarrow a_3\cdot(2+2)^2(2-1) = 4$$

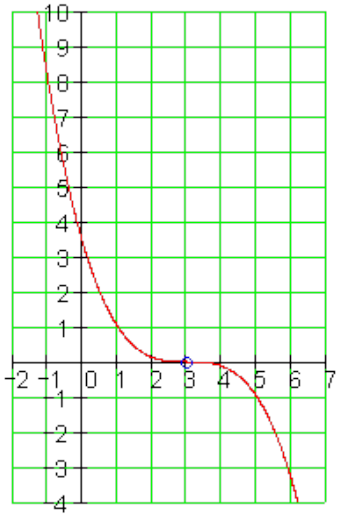
$$\Leftrightarrow 16a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x+2)^2(x-1)$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{4}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - 1}}$$

پنځم:

$$f(x) := \frac{-1}{8}\cdot x^3 + \frac{9}{8}\cdot x^2 - \frac{27}{8}\cdot x + \frac{27}{8}$$



دریمه درجه، صفرځایونه $x_{1/2/3} = 3$

ټکی P(-1|8)

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_3(x - x_{1/2/3})^3$$

$$f(x) = a_3(x-3)^2$$

ازمایښت:

$$f(-1) = 8 \Leftrightarrow a_3\cdot(-1-3)^3 = 8$$

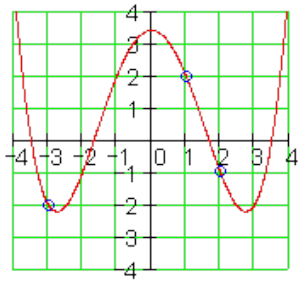
$$\Leftrightarrow -64a_3 = 8 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{8}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x) = -\frac{1}{8}(x-3)^3$$
$$= -\frac{1}{8}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - \frac{27}{8}x + \frac{27}{8}$$

شپږم:

$$f(x) := \frac{1}{10}\cdot x^4 - \frac{3}{2}\cdot x^2 + \frac{17}{5}$$



$$5a_4 = \frac{1}{2} \mid :5 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{10}$$
$$a_2 + 5a_4 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_2 + \frac{5}{10} = -\frac{10}{10} \mid -\frac{5}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{15}{10} = -\frac{3}{2}$$
$$a_0 + a_2 + a_4 = 2$$
$$\Leftrightarrow a_0 - \frac{3}{2} + \frac{1}{10} = \frac{20}{10} \mid +\frac{15}{10} - \frac{1}{10}$$
$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{34}{10} = \frac{17}{5}$$
$$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{17}{5}$$

څلورمه درجه، محورسیومتریک

$$P_1(1|2);\ P_2(2|-1);\ P_3(-3|-2)$$

د محورسیومتري له امله تابع مساوات فقط جوړه اکسپوننتونه لري. لاندې الماني: ایښوونه

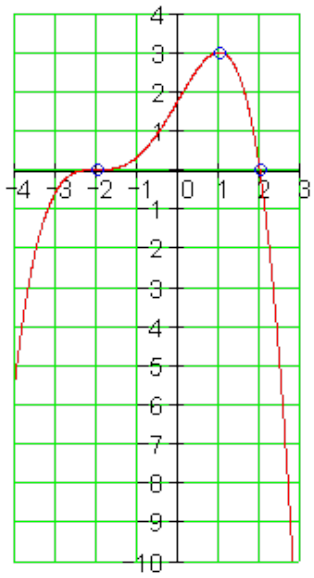
$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$
$$P_1(1|2) \quad \Rightarrow f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 1a_0 = 2$$
$$P_2(2|-1) \Rightarrow f(2) = 16a_4 + 4a_2 + 1a_0 = -1$$
$$P_2(-3|-2) \Rightarrow f(-3) = 81a_4 + 9a_2 + 1a_0 = -2$$

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	2	
1	4	16	−1	II − I
1	9	81	−2	III − I
1	1	1	2	
0	3	15	−3	| : 3
0	8	80	−4	| : 8
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	1	10	−1/2	III − II
1	1	1	2	
0	1	5	−1	
0	0	5	1/2	

(c) ketabton.com: The Digital Library

اووم:

$$f(x) := \frac{-1}{9}\cdot x^4 - \frac{4}{9}\cdot x^3 + \frac{16}{9}\cdot x + \frac{16}{9}$$



دریمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2/3} = -2\,;\, x_4 = 2$$

ټکی $P(1|3)$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4\,(x - x_{1/2/3})^3\,(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4\,(x+2)^3\,(x-2)$$

ازمایښت:

$$f(1) = 3 \Leftrightarrow a_4\,(1+2)^3\,(1-2) = 3$$

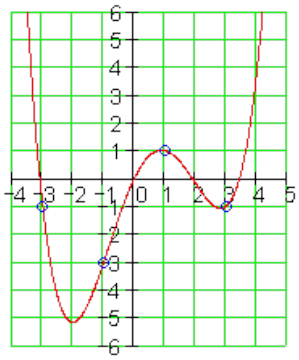
$$\Leftrightarrow -27a_4 = 3 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{1}{9}$$

$$f(x) = -\frac{1}{9}(x+2)^3\,(x-2)$$

$$= -\frac{1}{9}x^4 - \frac{4}{9}x^3 + \frac{16}{9}x + \frac{16}{9}$$

اتم:

$$f(x) := \frac{1}{9}\cdot x^4 - \frac{1}{4}\cdot x^3 - \frac{10}{9}\cdot x^2 + \frac{9}{4}\cdot x$$



څلورمه درجه، د سرچینې (a0=0)له لارې

$$P_1(1|1)\,;\, P_2(-1|-3)\,;\, P_3(3|-1)\,;\, P_4(-3|-1)$$

ایښوونه: $f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x$

$P_1(1|1)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1$

$P_1(-1|3)$: $f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = 3$

$P_1(3|-1)$: $f(3) = 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = -1$

$P_1(-3|-1)$: $f(-3) = 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 = -1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

	a_2	a_3	a_4		
	1	1	1	1	
1	1	−1	1	−3	II + I
5	9	27	81	−1	III − 3·I
3	9	−27	81	−1	IV + 3·I
	1	1	1	1	
)	2	0	2	−2	
)	6	24	78	−4	III − 3·II
)	12	−24	84	2	IV − 6·II
	1	1	1	1	
)	2	0	2	−2	
)	0	24	72	2	
)	0	−24	72	14	IV + III
	1	1	1	1	
)	2	0	2	−2	
)	0	24	72	2	
)	0	0	144	16	

$$144a_4 = 16 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{9}$$

$$24a_3 + 72a_4 = 2$$

$$\Leftrightarrow 24a_3 + \frac{72}{9} = \frac{18}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{4}$$

$$2a_2 + 2a_4 = -2$$

$$\Leftrightarrow 2a_2 + \frac{2}{9} = -\frac{18}{9} \Leftrightarrow a_2 = -\frac{10}{9}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1$$

$$\Leftrightarrow a_1 - \frac{10}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} = 1 \Leftrightarrow a_1 = \frac{9}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{4}x^3 - \frac{10}{9}x^2 + \frac{9}{4}x$$

نهم: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$ څلورمه درجه پولینوم

صفرځایونه : $x_1 = -3;\ x_2 = -1;\ x_3 = 2;\ x_4 = 5$

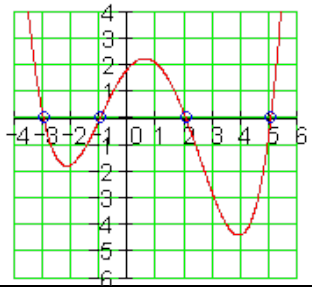
ټکی P(1|2)

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځاپه ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$$

$$f(x) = a_4(x + 3)(x + 1)(x - 2)(x - 5)$$

ازمایښت:

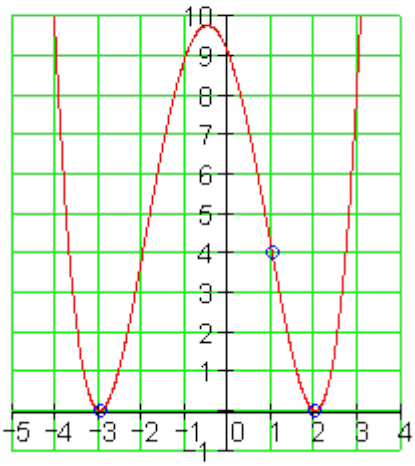


(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(1) = 2$$
$$\Leftrightarrow a_4(1+3)(1+1)(1-2)(1-5) = 2$$
$$\Leftrightarrow 32a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{16}$$
$$f(x) = \frac{1}{16}(x+3)(x+1)(x-2)(x-5)$$
$$= \frac{1}{16}x^4 - \frac{3}{16}x^3 - \frac{15}{16}x^2 + \frac{19}{16}x + \frac{15}{8}$$

لسم:

$$f(x) := \frac{1}{4}\cdot x^4 + \frac{1}{2}\cdot x^3 - \frac{11}{4}\cdot x^2 - 3\cdot x + 9$$



ځلورمه درجه، صفرځایونه

$$x_{1/2} = -3\,;\ x_{3/4} = 2;\ \ P(1|4)$$

کرښیز ضریبونو سره ایښوونه یا ځای په ځای کونه

$$f(x) = a_4(x - x_{1/2})^2(x - x_{3/4})^2$$
$$f(x) = a_4(x+3)^2(x-2)^2$$

ازمایښت:

$$f(1) = 4 \Leftrightarrow a_4(1+3)^2(1+2)^2 = 4$$
$$\Leftrightarrow 16a_4 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$
$$f(x) = \frac{1}{4}(x+3)^2(x-2)^2$$
$$= \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{11}{4}x^2 - 3x + 9$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پوښتنې

ټول هوښیار – یا راشنل توابع د ورکړ شوو شرایطو سره **l** .

لومړی:

$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} x & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f(x) & 4 & -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & 1 & \frac{8}{3} & \frac{7}{3} & -2 \end{array}$	د یوه دریمې درجې ټول هوښیار تابع ارزښت- جدول دې ورکړ شوی وي. ګراف یې وکاږئ او د تابع په هکله یوه وینا وکړئ.

دویم: یو د دریمې درجې تابع د ورکړ شوي ټکي له لارې تیریږي. د تابع مساوات او غوټټکي(نقاط تقاطع) وټاکئ. ارزښتجدول وکاږئ او ګراف رسم کړئ.

الف ــ $P_1(-3\,|\,0,5)\,;\,P_2(0\,|\,-4)\,;\,P_3(1\,|\,-1,5)\,;\,P_4(2\,|\,-2)$

ب- $P_1(-3\,|\,44)\,;\,P_2(-1\,|\,2)\,;\,P_3(1\,|\,0)\,;\,P_4(2\,|\,-1)$

دریم:د څلورمې درجې یوه و y- محور ته سیومتریک ځغلنده له ورکړ شوو ټکو تیریدونکې یوه تابع. اړونده تابع ترم وټاکئ.

الف- $P_1(0\,|\,2)\,;\,P_2(-2\,|\,0)\,;\,P_3\left(1\,\middle|\,\frac{57}{40}\right)$

ب- $P_1\left(1\,\middle|\,\frac{1}{16}\right);\,P_2(2\,|\,-2)\,;\,P_3(-4\,|\,1)$

پ - $P_1\left(\sqrt{3}\,\middle|\,-\frac{9}{4}\right);\,P_2\left(\sqrt{2}\,|\,-2\right);\,P_3\left(-1\,\middle|\,-\frac{5}{4}\right)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت - $P_1\left(0 \mid \frac{3}{2}k\right); P_2\left(\sqrt{k} \mid \frac{16}{9}k\right); P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$

څلورم: یو n څلورمې درجې ټول هوښیار یا – راشنل تابع له لاندې ټکو تیریږي.

الف- $P_1(0|0); P_2(1|2,5); P_3(-2|-14); P_4(2|6); P_5(-1|-8,5)$ ب –

$P_1(0|-4); P_2(-2|-4); P_3(2|12); P_4\left(1 \middle| -\frac{5}{2}\right); P_5\left(-1 \middle| -\frac{9}{2}\right)$

پنځم: یو دڅلورمې درجې ټول هوښیار تابع په ټکيP_1 کې یو زینټکی(د أس زین)لري، د x – محور په P_x کې غوڅوي. د تابع ترم وټاکې.

ور کوشوې داتا: $Daten: P_1(0|0); P_x(3|0); P_2(2|-2)$

شپږم: د څلورمې درجې یوه ټول هوښیار یا ټول-راشنل تابع د y –محور په P_y کې غوڅوي. پسې دا د P_1او P_2 ټکو څخه تیریږي. د f(x) تابع مساوات وټاکئ. سړی g(x) له f(x) څخه څنګه لاس ته راوړي؟

داتا: $Daten: P_y(0|2); P_1\left(\sqrt{6}|2\right); P_2(1|0,75); g(x) = 0,25x^2\left(x^2-6\right)$

اوم:د تابع f(x)ګراف د x – محور سره غبرګه د ۳ په واټن په x = 0او x =2 کې غوڅوي. x = 0 دری واره صفرځای دی. یو ممکن د تابع ترم وټاکې.

داتا: $Daten: f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_0$

اتم: تابع ورکړ شوې ده.

الف: وښایئ: د f(x) ګراف و P(0|2= ته سیومتریک دی

ب- ګرافیکي خل کړئ: $-x^2+3x+2>0$

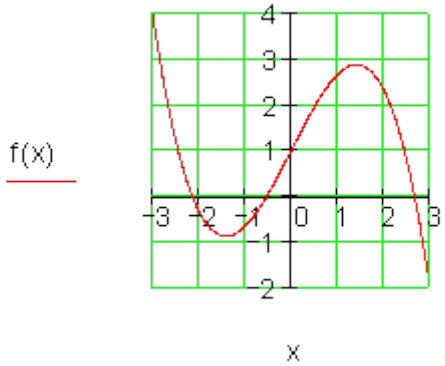
ځوابونه

ټول هوښیار توابع له و رکړ شوو شرایطو سره I

(c) ketabton.com: The Digital Library

مفصل ځوابونه

لومړی:

	دري صفرځایونه شتون لري(ارزښتجدول). ګراف له(له کیڼ و ښي لور ته) - II III - I – IV ته ځغلي. د y - محور سره وځټکی: P_y(0 | 1). و P(0 | 1) ته ټکی سیومتریک. ټکي سیمتري ته یادونه: دوه ټکي P_0(x_0 | y_0) او P_1(x_1 | y_1) د f(x) په ګراف پراته دي. که هنداره- ټکی P_1'(x_1' | y_1') هم په ګراف پروت وي، نو د f(x)ګراف و ټکي P_0(x_0 | y_0) ته سیومتریک دی.

دویم:

الف- د تابع مساوات عمومي بڼه $f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$

د مساوات سیستم لیکنه د له مخه ورکړشوي ټکي باندې:

$$P_1(-3|0,5): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_2(0|-4): \quad f(0) = \qquad a_0 = \underline{\underline{-4}}$$
$$P_3(1|-1,5): f(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0,5$$
$$P_4(2|-2): f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 = -2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $a_0 = -4$ له امله مساواتسیستم ساده کیږي:

$$\begin{aligned} -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 &= 4,5 \\ a_3 + a_2 + a_1 &= 2,5 \\ 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 &= 2 \end{aligned}$$

د ګاوس –الګوریتم له لارې ځواب. لاندې ښي لور ته الماني پښتو:د ضریبونو شمیرنه:

a_3	a_2	a_1	
1	1	1	2,5
8	4	2	$2\,\mathrm{II} - 8\cdot\mathrm{I}$
−27	9	−3	$4,5\,\mathrm{III} + 27\cdot\mathrm{I}$
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	36	24	$72\,\mathrm{III} + 9\cdot\mathrm{II}$
1	1	1	2,5
0	−4	−6	−18
0	0	−30	−90

Berechnung der Koeffizienten:

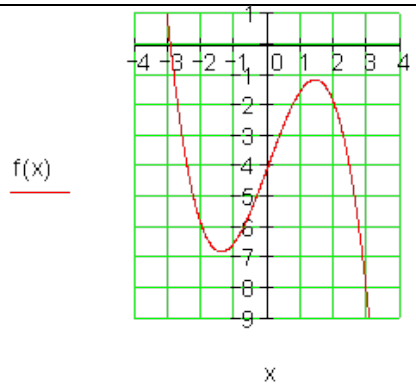
$$-30a_1 = -90$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{-90}{-30} = \underline{\underline{3}}$$
$$-4a_2 - 6a_1 = -18$$
$$\Leftrightarrow -4a_2 - 18 = -18$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-18+18}{-4} = \underline{\underline{0}}$$
$$a_3 + a_2 + a_1 = 2,5$$
$$\Leftrightarrow a_3 + 3 = 2,5$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 2,5 - 3 = \underline{\underline{-0,5}}$$

د دې سره د تابع مساوات دي: $f(x) = -0,5x^3 + 3x - 4$

د دې لپاره چې د تابع مساوات وکالی شو، په تومرین کې ورکړ شوو ټکو برسیره ور زیاتو ټکو ته اړتیا شته. دا موږ د هورنر شیما له لارې ټاکلی شو

هورنر شیما:

$x = -2$	−0,5	0	3	−4
		1	−2	−2
	−0,5	1	1	−6
$x = -1$	−0,5	0	3	−4
		0,5	−0,5	−2,5
	−0,5	0,5	2,5	−6,5
	−0,5	0	3	−4



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅتکی:- $P_1(0 \mid 4)$ فقط یو صفرځای شتون ري، دا د - = x 3 په نږدې کې پروت دی.	$x = 3$ $-1,5 \quad -4,5 \quad -4,5$ $-0,5 \quad -1,5 \quad -1,5 \quad -8,5$ رزښتجدول: x: −3, −2, −1, 0 f(x): 0,5, −6, −6,5, −4 x: 1, 2, 3 f(x): −1,5, −2, −8,5

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(-3 \mid 44): f(-3) = -27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 44$$
$$P_2(-1 \mid 2): \quad f(-1) = \quad -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 \quad = 2$$
$$P_3(1 \mid 0): \quad f(1) = \quad a_3 + a_2 + a_1 + a_0 \quad = 0$$
$$P_4(2 \mid -1): \quad f(2) = 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + a_0 \quad = -1$$

د ګاوس-الګوریتم او ښي لور ته د ضریبونو شمیرنه:

Der Gauss – Algorithmus

a_0	a_1	a_2	a_3	
1	−3	9	−27	44
1	−1	1	−1	2 II − I
1	1	1	1	0 II − I
1	2	4	8	−1 III − I
1	−3	9	−27	44
0	2	−8	26	−42 | : 2
0	4	−8	28	−44 | : 4
0	5	−5	35	−45 : 5
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21

Die Koeffizienten:

$a_3 = -1$

$a_2 - 3a_3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 + 3 = 5$

$\Leftrightarrow a_2 = 5 - 3 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

0	1	−2	7	−11 III − II
0	1	−1	7	−9 IV − II
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	2	−6	10 | : 2
0	0	3	−6	12 | : 3
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	1	−2	4 IV − III
1	−3	9	−27	44
0	1	−4	13	−21
0	0	1	−3	5
0	0	0	1	−1

$a_1 - 4a_2 + 13a_3 = -21$

$\Leftrightarrow a_1 - 8 - 13 = -21$

$\Leftrightarrow a_1 = -21 + 8 + 13 = 0$

$a_0 - 3a_1 + 9a_2 - 27a_3 = 44$

$\Leftrightarrow a_0 + 18 + 27 = 44$

$\Leftrightarrow a_0 = 44 - 27 - 18 = -1$

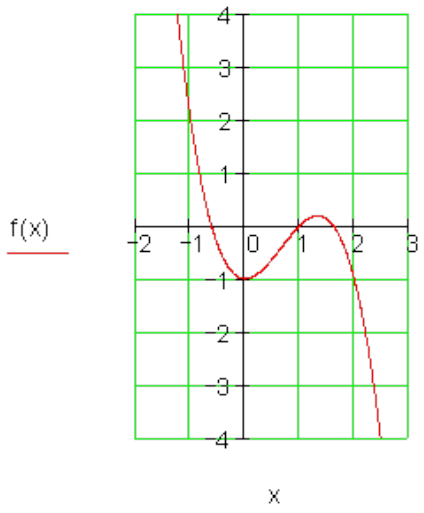
Die Funktionsgleichung:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$

	−1	2	0	−1
x = −2		2	−8	+16
	−1	4	−8	15
	−1	2	0	−1
x = 1,5		−1,5	0,75	+1,125
	−1	0,5	0,75	0,125
	−1	2	0	−1
x = 3		−3	−3	−9
	−1	−1	−3	−10

ارزښتجدول:

x	−3	−2	−1	0
f(x)	44	15	2	−1
x	1	1,5	2	3
f(x)	0	0,125	−1	−10



(c) ketabton.com: The Digital Library

د y – محور سره غوڅتکی:$P_y(0 \mid -1)$

یو صفرځای له ارزښتجدول څخه را اخلو یا رانیسو: $P_{x1}(1 \mid 0)$.

د پولینوم وېش په ځای کیدی شي نور صفرځایونه د هورنرشما له لاري وټاکو. که سړی شمیرنه د یوه صفرځای د x – ارزښت لپاره مخ ته بوزي، نو سړی د پولینوموېش نتیجو لپاره ضریبونه لاس ته راوړي.

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$ څرګند صفرځای:$P_{x1}(1 \mid 0)$

$$x = 1 \left| \begin{array}{cccc} -1 & 2 & 0 & -1 \\ & \underline{-1} & \underline{1} & \underline{1} \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right. \qquad \left(-x^3 + 2x^2 - 1\right) : (x - 1) = -1x^2 + 1x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow p = -1;\ q = -1 \Rightarrow D = 0,25 + 1 = 1,25$$

$$\Rightarrow x_2 = 0,5 + \sqrt{1,25} \approx 1,62\ ;\ x_3 = 0,5 - \sqrt{1,25} \approx -0,62$$

دریم: الف- د کیڼي لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1(0 \mid 2)$: $f(0) = a_0 = \underline{2}$

$P_2(-2 \mid 0)$: $f(-2) = 16a_4 + 4a_2 + 2 = 0$

$P_3\left(1 \mid \frac{57}{40}\right)$: $f(1) = 1a_4 + a_2 + 2 = \frac{57}{40}$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow \begin{array}{l} 16a_4 + 4a_2 = -2 \\ 1a_4 + 1a_2 = -\frac{23}{40} \end{array}$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
16	4	-2	
1	1	$-\frac{23}{40}$	$\mid \cdot 40$
16	4	-2	
40	40	-23	$\mathrm{II} - 10 \cdot \mathrm{I}$

Berechnung der Koeffizienten

$$-120a_4 = -3 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{\underline{40}}$$

$$16a_4 + 4a_2 = -2$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1}{40} + 4a_2 = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 - \frac{2}{5} = -\frac{12}{5}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

16	4	−2
−120	0	−3

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-\frac{12}{5}}{4} = -\frac{3}{5}$$

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{40}x^4 - \frac{3}{5}x^2 + 2$

ب- کیڼي لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(1 \mid \frac{1}{16}\right)$: $f(1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$

$P_2(2 \mid -2)$: $f(2) = 16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$

$P_3(-4 \mid 1)$: $f(-4) = 256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$$1a_4 + 1a_2 + a_0 = \frac{1}{16}$$
$$16a_4 + 4a_2 + a_0 = -2$$
$$256a_4 + 16a_2 + a_0 = 1$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
1	4	16	−2	II − I
1	16	256	1	III − I
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	15	255	$\frac{15}{16}$	III − 5 · II
1	1	1	$\frac{1}{16}$	
0	3	15	$-\frac{33}{16}$	
0	0	180	$\frac{180}{16}$	

Berechnung der Koeffizienten

$$180a_4 = \frac{180}{16} \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{16}}$$

$$3a_2 + 15a_4 = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 + \frac{15}{16} = -\frac{33}{16}$$

$$\Leftrightarrow 3a_2 = -\frac{33}{16} - \frac{15}{16} = -\frac{48}{16} = -3$$

$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-3}{3} = \underline{-1}$$

$$a_0 + a_2 + a_4 = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow a_0 - 1 + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow a_0 = \underline{1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{16}x^4 - x^2 + 1$

پ- کیڼي لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(\sqrt{3} \mid -\frac{9}{4}\right)$: $f(\sqrt{3}) = 9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$

$P_2\left(\sqrt{2} \mid -2\right)$: $f(\sqrt{2}) = 4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$

$P_3\left(-1 \mid -\frac{5}{4}\right)$: $f(-1) = 1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$

$\Rightarrow$ Gleichungssystem

$$9a_4 + 3a_2 + a_0 = -\frac{9}{4}$$
$$4a_4 + 2a_2 + a_0 = -2$$
$$1a_4 + 1a_2 + a_0 = -\frac{5}{4}$$

Gauß – Algorithmus

a_0	a_2	a_4		
1	2	4	-2	
1	3	9	$-\frac{9}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	1	1	$-\frac{5}{4}$	$\mid \cdot 4$
1	2	4	-2	
4	12	36	-9	$\mathrm{II} - 4 \cdot \mathrm{I}$
4	4	4	-5	$\mathrm{III} - 4 \cdot \mathrm{I}$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	-4	-12	3	$\mathrm{III} + \mathrm{II}$
1	2	4	-2	
0	4	20	-1	
0	0	8	2	

Berechnung der Koeffizienten

$8a_4 = 2 \Leftrightarrow a_4 = \underline{\frac{1}{4}}$

$4a_2 + 20a_4 = -1$

$\Leftrightarrow 4a_2 + \frac{20}{4} = -1$

$\Leftrightarrow a_2 = \frac{-1-5}{5} = \underline{-\frac{3}{2}}$

$a_0 + 2a_2 + 4a_4 = -2$

$\Leftrightarrow a_0 - 2 \cdot \frac{3}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} = -2$

$\Leftrightarrow a_0 = -2 + 3 - 1 = \underline{0}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

تابع مساوات: $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2$

ت- کیڼي لور معنا: محورسیومتریک، د ګاو-الګوریت. د ښي لور:مساواتسیتم، د ضریبونو شمیرنه.

Achsensymmetrie $\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$

$P_1\left(0 \,\middle|\, \frac{3}{2}k\right)$: $f(0) = a_0 = \frac{3}{2}k$

$P_2\left(\sqrt{k} \,\middle|\, \frac{16}{9}k\right)$: $f\left(\sqrt{k}\right) = k^2a_4 + ka_2 + \frac{3}{2}k = \frac{16}{9}k$

$P_3\left(\sqrt{3k} \mid 2k\right)$: $f\left(\sqrt{3k}\right) = 9k^2a_4 + 3ka_2 + \frac{3}{2}k = 2k$

Gleichungssystem

$$\Rightarrow \quad k^2a_4 + ka_2 = \frac{5}{18}k$$
$$9k^2a_4 + 3ka_2 = \frac{1}{2}k$$

Gauß – Algorithmus

a_4	a_2		
k^2	k	$\frac{5}{18}k$	$\mid \cdot 18$
$9k^2$	$3k$	$\frac{1}{2}k$	$\mid \cdot 2$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
$18k^2$	$6k$	k	$II - I$
$18k^2$	$18k$	$5k$	
0	$-12k$	$-4k$	

Berechnung der Koeffizienten

$$-12ka_2 = -4k \Leftrightarrow a_2 = \frac{-4k}{-12k} = \underline{\frac{1}{3}}$$

$$18k^2a_4 + 18ka_2 = 5k$$

$$\Leftrightarrow 18k^2a_4 + 6k = 5k$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5k - 6k}{18k^2} = -\frac{1}{18k}$$

تابع مساوات: $f(x) = -\frac{1}{18k}x^4 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{3}{2}k$

څلورم:

الف- مساواتسیستم
د ګاوس الګوریتم

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	2,5
16	−8	4	−2	$-14\,\mathrm{II}-16\cdot\mathrm{I}$
16	8	4	2	$6\,\mathrm{III}-16\cdot\mathrm{I}$
1	−1	1	−1	$-8{,}5\,\mathrm{IV}-\mathrm{I}$
1	1	1	1	2,5
0	−24	−12	−18	−54
0	−8	−12	−14	−34
0	−2	0	−2	$-11\,\mathrm{I}\cdot(-1)\ \underset{z_4}{\overset{z_2}{\rightleftarrows}}$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	−8	−12	−14	$-34\,\mathrm{III}+4\cdot\mathrm{II}$
0	−24	−12	−18	$-54\,\mathrm{IV}+12\cdot\mathrm{II}$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	−12	6	$78\,\mathrm{IV}-\mathrm{III}$
1	1	1	1	2,5
0	2	0	2	11
0	0	−12	−6	10
0	0	0	12	68

$$12a_1 = 68$$
$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{68}{12} = \underline{\frac{17}{3}}$$

$$-12a_2 - 6a_1 = 10$$
$$\Leftrightarrow -12a_2 = 10 + \frac{6\cdot 17}{3} = 44$$
$$\Leftrightarrow a_2 = \frac{44}{-12} = \underline{-\frac{11}{3}}$$

$$2a_3 + 2a_1 = 11$$
$$\Leftrightarrow 2a_3 = 11 - \frac{2\cdot 17}{3} = -\frac{11}{3}$$
$$\Leftrightarrow a_3 = \underline{-\frac{11}{6}}$$

$$a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = 2{,}5 = \frac{5}{2}$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{5}{2} + \frac{1}{6} + \frac{11}{3} - \frac{17}{3} = \underline{\frac{2}{3}}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^4 - \frac{1}{6}x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{17}{3}x$$

$$f(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$P_1(0\,|\,-4)$: $\quad f(0) = \boxed{a_0 = -4}$

$P_2(-2\,|\,-4)$: $\quad f(-2) = 16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 - 4 = -4$

$P_3(2\,|\,12)$: $\quad f(2) = 16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 - 4 = 12$

$P_4(1\,|\,-2{,}5)$: $\quad f(1) = 1a_4 + a_3 + a_2 + a_1 - 4 = -2{,}5$

$P_5(-1\,|\,-4{,}5)$: $\quad f(-1) = 1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -4{,}5$

(c) ketabton.com: The Digital Library

مساواتسیستم:

$$16a_4 - 8a_3 + 4a_2 - 2a_1 = 0$$
$$16a_4 + 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 16$$
$$1a_4 + 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 1,5$$
$$1a_4 - 1a_3 + 1a_2 - 1a_1 = -0,5$$

د ګاوس الګوریتم
مساوات کیدی په مختلفو لړئ پرلپسې ډول ولیکل شي

الماني په پښتو: د تابع مساوات:

a_4	a_3	a_2	a_1	
1	1	1	1	$1,5 \mid \cdot 2$
1	−1	1	−1	$-0,5 \mid \cdot 2$
16	8	4	2	$16 \mid : 2$
16	−8	4	−2	$0 \mid : 2$
2	2	2	2	3
2	−2	2	−2	$-1 \mid II - I$
8	4	2	1	$8 \mid III - I$
8	−4	2	−1	$0 \mid IV - I$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	−4	−6	−7	$-4 \mid III - II$
0	−12	−6	−9	$-12 \mid IV - 3 \cdot II$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	−6	3	$0 \mid IV - III$
2	2	2	2	3
0	−4	0	−4	−4
0	0	−6	−3	0
0	0	0	6	0

$$6a_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_1 = 0$$

$$-6a_2 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_2 = 0$$

$$-4a_3 = -4$$
$$\Leftrightarrow a_3 = 1$$

$$2a_4 + 2a_3 = 3 \Leftrightarrow 2a_4 = 3 - 2 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{2}$$

Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 - 4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

$P_1(0|0)$ زینټکی دی له دې لاس ته راځي ۳-واره صفرځای

$P_x(3|0)$ ساده صفر ځای دی.

له دې لاس ته راځي ا یښوونه: $f(x) = a_4x^3(x-3)$

$$P_2(2|-2): f(2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 2^3(2-3) = -2 \Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{1}{4}$$

تابعمساوات: $: f(x) = \frac{1}{4}x^3(x-3) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{4}x^3$

شپږم: محورسیومتریک:

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 + a_0$$

$$P_y(0|2) \Rightarrow \boxed{a_0 = 2}$$

$$\left.\begin{array}{l} P_1(\sqrt{6}|2): f(\sqrt{6}) = 35a_4 + 6a_2 + 2 = 2 \\ P_1(1|0,75): f(1) = 1a_4 + 1a_2 + 2 = 0,75 \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} 36a_4 + 6a_2 = 0 \\ 1a_4 + 1a_2 = -1,25 \end{array}$$

a_4	a_2		
36	6	0	
1	1	$-1,25$	$\mid \cdot(-36)$
36	6	0	
-36	-36	45	$\mid\mid +\mid$
36	6	0	
0	-30	45	

$$-30a_2 = 45 \Leftrightarrow a_2 = \frac{45}{-30} = -\frac{3}{2} = \underline{-1,5}$$

$$36a_4 + 6a_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 36a_4 = -6a_2 = \frac{6 \cdot 3}{2} = 9$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = \underline{\underline{0,25}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = 0,25x^4 - 1,5x^2 + 2}}$$

$$g(x) = 0,25x^2(x^2 - 6) = 0,25x^4 - 1,5x^2$$

$$g(x) = f(x) - 2$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د g(x) تابع له f(x) څخه کښته لور ته د دوه اوږدوالي یوونونو یا واحدونو په راکښنو لاس ته راځي.

اوم:

موږ د f*(x) لپاره تابعمساوات ټاکو ، د شرایطو سره،، چې په $x_1 = 0$ کې دریواره صفرځای او په $x_2 = 2$کې یو ځل یا ساده صفرځای ولري.

له دې وروسته ګراف په درې د ا وږدوالي واحدونو یا یوونونو پورته لور ته همداسې لاندې لور ته راکاږو، ځکه چې د x –محور ته غبرګه د درې واټن په کچه کیدی شي د x –محور پورته او هم کښته لور ته وځغلي.

ایښونه: $f^*(x) = a_4x^3(x-2)$

په درې د اوږدوالي واحدونو پورته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)+3$

په درې د اوږدوالي واحدونو کښته لور ته راکښنه راکوي: $f_1(x) = a_4x^3(x-2)-3$

د بیلګې په توګه د a4=1 لپاره باور لري :

$$f_1(x) = x^3(x-2)+3 = x^4-2x^3+3$$

$$f_2(x) = x^3(x-2)-3 = x^4-2x^3-3$$

اتم:

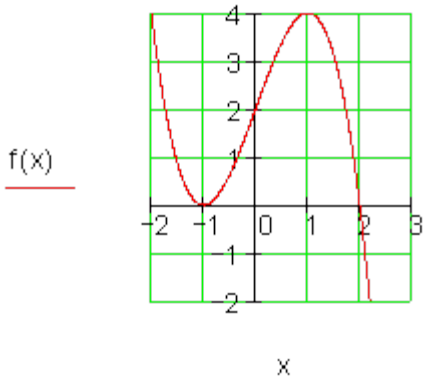
الف- د تابع $g(x)= -x^3+3x$ ګراف سرچینې سره سیومتریک دی

پورته لور ته په دوه د اوږدوالي یوونونو یا واحدونو راکښنه راکوي

$F(x)=g(x)+2=-x^3+3x+2$

له دې لاس ته راځي، چې f(x) و P(0|2) ته سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

	ب-د $f(x)=-x^3+3x+2$ صفرځایونه: یو صفرځای توکلي ټاکو یا د ازمایښت له لارې $f(2)=-8+6+2=0 \Rightarrow P_{x1}(2\mid 0)$ پولینوموېش: $(-x^3+3x+2):(x-2)=-x^2-2x-1$ $\Rightarrow x^2+2x+1=0$ $\Leftrightarrow (x+1)^2=0$ I. binomische Formel $\Rightarrow x_{2/3}=-1 \Rightarrow P_{x2/3}(-1\mid 0)$ ist د مماس- یا لمسټکي $f(x)>0$ für $I=\{x \mid -1<x<2\}_{\mathbb{R}}$

پوښتنې

ټول هوښیار – یا ټولراشنل توابع له ورکړشووشریاطو II

لومړی:ټکی $P(0 \mid f(0))$ د تابع $f(x)$ په ګراف پروت دی.

په $W(1 \mid 1,5)$ هندارونه یا انعکاس کې ټکی P و ټکي Q ته ځي یا په Q پرېو ځي.

د Q کواوردینات یا پروتولاړارزښتونه وښایاست، چې Q د $f(x)$ په ګراف پروت وي.

دا نتیجه څه معنا لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{3}{4}x^2+2\,;\,D=\mathbb{R}$$

دویم: د څه له - یا له کومې لارې د f(x), g(x) او h(x) ګرافونه یو له بل توپیږي؟

$$f(x)=x(x-4)^2 \quad g(x)=0,25x^3-2x^2+4x \quad h(x)=0,25\left(x^3-8x^2+16x+1\right)$$

دریم: د دریمې درجې دیوه ټول نسبتي تابع سرچینې ته سیومتریک دی. د تابع ترم صریبونه باید کوم شرایط پوره کړي، چې ګراف د x - محور سره درې غوڅټکي ولري؟ ایا داسې یو تابع له دوه صفرځایونو سره هم شته؟

څلورم: یو د دریمې درجې ټولراشنل تابع له ټکو P_1 او P_2 څخه تیریږي او د x - محور په سرچینه یا پیلټکي کې لمسوي. د تابع مساوات واټکئ. f(x) څنګه د تابع f(x) له ګراف څخه منځ ته راځي؟

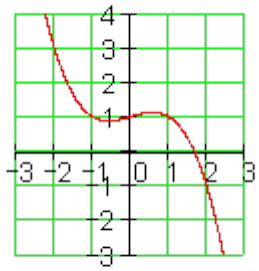
داتا:

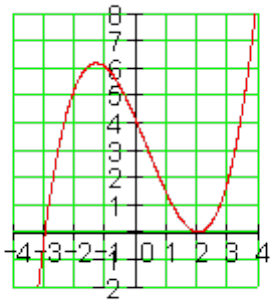
$$P_1(2\,|\,0)\,;\,P_2(1\,|\,-5)\,;\,g(x)=5x(x+2)^2\,,\,x\in\mathbb{R}$$

پنځم: د دریمې درجې یو ټول راشنل تابع ګراف په ټکي $P_{x1}(-2\,|\,0)$ کې یو زینټکی لري او له $P(-4\,|\,6)$ څخه تیریږي. دتابع ترم ولیکئ او ګراف وکاږئ.

شپږم: د دریمې درجې د یو ټولراشنل تابع ګراف ورکړشوی.

د تابع مساوات وټاکئ.





(c) ketabton.com: The Digital Library

اوم: د تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d$ ګراف کرښه g(x)=-3(x-3) د y–محور باندې او په x=-4 کې غوڅوي. f(x)و ټاکې.

اتم: یو د دریمې درجې تابع ټکی سیوسمتریک دی او د x –محور په x = 3 کې غوڅوي.

الف- د ضریبونو ترمنځ کومې اړیکې شتون لري؟

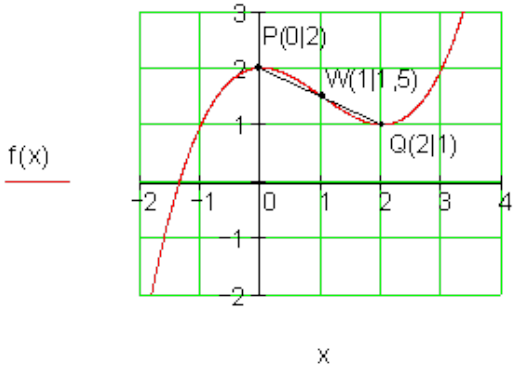
ب - یو د تابع ترم وټاکی که $P\left(2 \mid \frac{32}{9}\right)$ په ګراف پروت وي.

ځوابونه

ټولنسبتي –یا راشنل توابع له ورکړشوو شریطوII

مفصل ځوبونه:

لومړی:

	$f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 2$ x | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 f(x) | 1 | 2 | 1,5 | 1 | 2 د Q پروت-ولاړ ارزښتونه یا کواورد-ینات ګرافیکي پیدا کړئ.دا کیدی شي و Q(2 | 1) ته له پروت-ولاړسیستم څخه ولوستل شي. په ارزښت جدول یو نظر غورځولو سره تصدیقیږي، چې Q په ګراف پروت دی. نتیجه دا معنا لري: د f(x) ګراف و ټکي W ته ټکی سیومتریک دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$
$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$
$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

g(x) له f(x) څخه د y په لور په ضریب 0,25 د کیکاږلو له لارې منځ ته راځي.
h(x) له g(x) د y په لور د راکښنې له لارې په 0,25 LE (د اوږدوالي یوون یا واحد) منځ ته راځي.

$$f(x) = x(x-4)^2 = x^3 - 8x^2 + 16x$$
$$g(x) = 0,25x^3 - 2x^2 + 4x = 0,25 \cdot f(x)$$
$$h(x) = 0,25\left(x^3 - 8x^2 + 16x + 1\right) = \underbrace{0,25x^3 - 2x^2 + 4x}_{g(x)} + 0,25 = g(x) + 0,25$$

دریم:

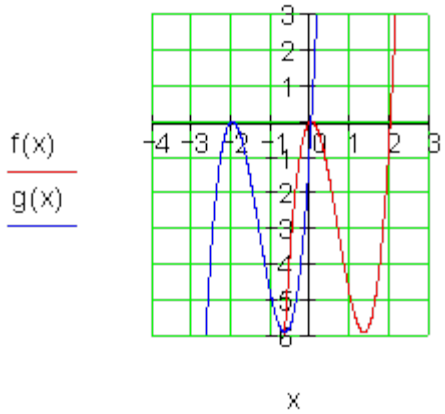
د الماني پښتو: ټکی سیومتریک

$$\text{Punktsymmetrie} \Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x = x\left(a_3x^2 + a_1\right) \Rightarrow P_{x1}(0|0)$$
$$a_3x^2 + a_1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{a_1}{a_3} \Rightarrow |x| = \sqrt{-\frac{a_1}{a_3}} \text{ mit } -\frac{a_1}{a_3} > 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{a_1}{a_3} < 0}}$$

دa_3 اوa_1 مخنخښه باید یو لهبل توپیر ولري. داسې یو تابع د دوه صفرځیونو سره نه شي کیدی شتون ولري، ځکه چې داسې توابع به و سرچینې (ټکیسیومتریک) ته سیومتریک توابع وای. داپه بیا په ټولیزه توګه درې صفرځایونه وای.

څلورم:

(c) ketabton.com: The Digital Library



لمسټکی $P_{x1/2}(0|0)$ ډبل صفرځای دی،

$P_1(2|0) = P_{x3}(2|0)$ دریم صفرځای دی

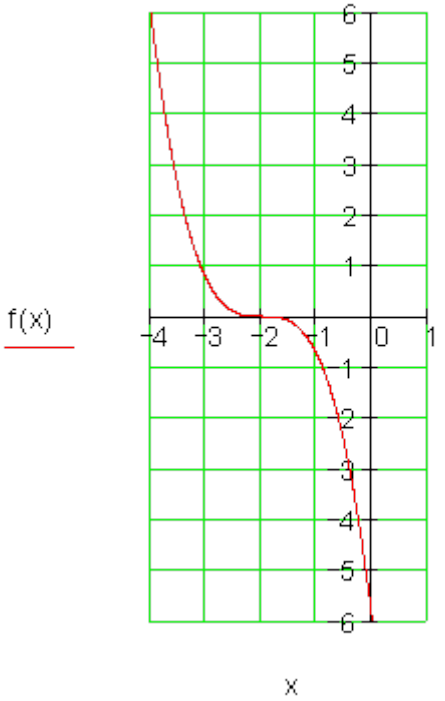
اینبوونه: $f(x) = a_3x^2(x-2)$

f(x) د g(x) د راکښني له لارې لاس ته راځي په دوه د اوږدوالي واحده وښي لور ته.

$x \to x - 2$

$f(x) = g(x-2) = 5(x-2)x^2 = 5x^2(x-2)$

پنځم:



$P_{x1}(-2|0)$ د زین ټکي په توګه په دې معنا ده، چې $P_{x1/2/3}(-2|0)$ دریواره صفرځای.

اینبوونه: $f(x) = a_3(x+2)^3$

$P(-4|6): f(-4) = a_3(-2)^3 = 6$

$\Leftrightarrow a_3 = -\frac{3}{4}$

$\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}(x+2)^3$

$= -\frac{3}{4}x^3 - \frac{9}{2}x^2 - 9x - 6$

$f(-3) = -0,75 \cdot (-1)^3 = 0,75$

$f(-1) = -0,75 \cdot 1^3 = -0,75$

x	−4	−3	−2	−1	0
f(x)	6	0,75	0	−0,75	−6

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږم:

الف- الماني: صفرځای، ایښوونه:

$$\text{Nullstellen: } P_{x1}(-3\,|\,0);\ P_{x2/3}(2\,|\,0) \qquad P_y(0\,|\,4)$$

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_3(x+3)(x-2)^2$$

$$P_y(0\,|\,4): f(0) = a_3 \cdot 3 \cdot (-2)^2 = 4 \Leftrightarrow 12a_3 = 4 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}(x+3)(x-2)^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

ب- کښته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا – واحد ټکی سیمتري او دري صفرځایونه راکوي.

$$f^*(x) = f(x) - 1 = a_3 x(x+1)(x-1)$$

$$P(2\,|\,-2): f^*(2) = 2a_3 \cdot 3 \cdot 1 = -2 \Leftrightarrow a_3 = -\frac{1}{3}$$

$$f^*(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x(x+1)(x-1) + 1 = \underline{\underline{-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}x + 1}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوبدیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړي.

اوم:

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + cx + d;\ g(x) = -3(x-3) = -3x + 9$$

g(x)او f(x) د y-محور په $P_y(0\,|\,9) \Rightarrow d = 9$ کې غوڅوي.

یو بل د g(x) غوڅټکی د f(x) سره په x=-4کې دی.

$$g(-4) = -3 \cdot (-4) + 9 = 21 \Rightarrow P(-4\,|\,21)$$

د f(x)په ګراف پروت دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$P(-4\,|\,21): f(-4) = -\frac{1}{4}(-4)^3 - 4c + 9 = 21 \Leftrightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^3 + x + 9$$

اتم:

الف-

تکی سیومتریک

$$\Rightarrow f(x) = a_3x^3 + a_1x$$

$$P_x(3\,|\,0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0 \Leftrightarrow 27a_3 + 3a_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9a_3 = -a_1 \text{ oder } a_1 = -9a_3$$

ب-

$$f(2) = 8a_3 + 2a_1 = \frac{32}{9} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

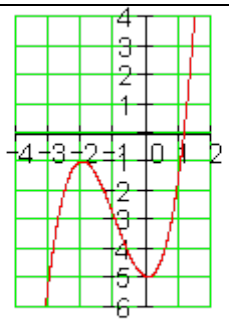
$$8a_3 + 2(-9a_3) = \frac{32}{9} \Leftrightarrow a_3 = -\frac{16}{45} \text{ mit } a_1 = -9a_3 \text{ folgt}$$

$$a_1 = -9\left(-\frac{16}{45}\right) = \frac{16}{5}$$

$$f(x) = -\frac{16}{45}x^3 + \frac{16}{5}$$

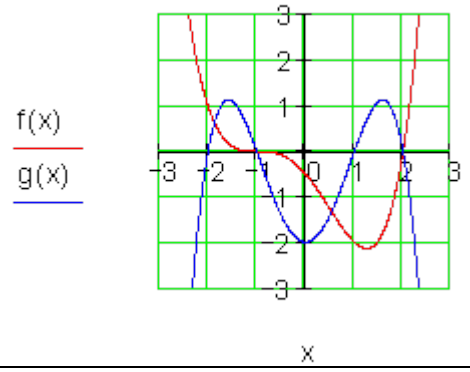
پوښتنې

ټول هوښیارتوابع د ورکړ شوو شرایطو څخهIII

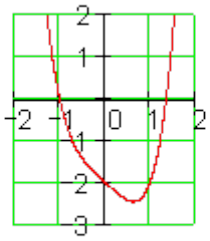
د دریمې درجې یو ټول هوښیار یا – راشنل تابع ورکړشوی. د تابع مساوات وټاکئ.	 لومړی:

(c) ketabton.com: The Digital Library

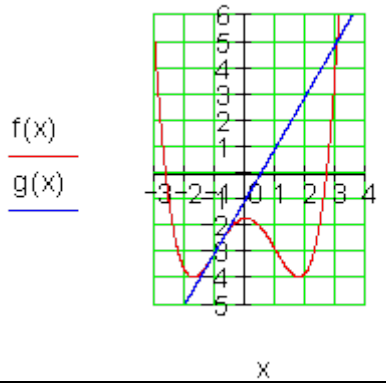
دویم:

	خیره ونه یا mappingد څلورمې درجې د دوه ټول هوښیار توابعو ګراف ښایي د هریوه د تابعترم وټاکئ.

دریم:

	$f(x) = a_4x^4 + a_1x + a_0$ وټاکئ a4;a1 او a0 زیاتیز یا مثبت صفرځایونه وټاکئ

څلورم:

	$f(x) = a_4x^4 + a_2x^2 - \frac{7}{4}$ کرښه g(x) په دوه ټکو کې غوڅوي. وټاکئ a4;a1 او g(x).

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

ټول هوښیار توابع له ورکړشوو سرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:

پورته لور ته په یوه د اوږدوالي یوون یا واحد دري صفرځایونه راکوي.

$f^*(x) = f(x)+1$ صفرټکي $P_{x1/2}(-2|0); P_{x3}(1|0)$ او $P_y(0|-4)$ لري.

$$\Rightarrow f^*(x) = a_3(x+2)^2(x-1)$$
$$P(0|-4): f^*(0) = a_3 \cdot 4 \cdot (-1) = -4 \Leftrightarrow a_3 = 1$$
$$f^*(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f(x) = f^*(x) - 1$$
$$\Rightarrow f(x) = (x+2)^2(x-1) - 1 = \underline{\underline{x^3 + 3x^2 - 5}}$$

یوه پراخه متود یا لار به د 4 د کواوردیناتونو سره وی چې له ګراف څخه لوستل شوو ټکو څخه یو مساوات سیستم ولیکل شي او دا بیا د ګاس الګوریتم سره حل کړی شي.

دویم: f(x) په $x_1 = -1$ کې دریواره صفرځای لري(زینټکی) او په $x_2 = 2$ کې یوساده صفرځای لري. پرته له دې ګراف د ټکي P(1 | -2) له لارې ځغلي.

ایښوونه: $f(x) = a_4(x+1)^3(x-2)$

$$P(1|-2): f(1) = -2 \Leftrightarrow a_4(1+1)^3(1-2) = -2 \Leftrightarrow a_4 \cdot 8 \cdot (-1) = -2$$
$$\Leftrightarrow -8a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = \frac{-2}{-8} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+1)^3(x-2) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{2}$$

g(x) څلور صفرځایونه لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$x_1 = -2$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$او $x_4 = 2$ او د y محور په $y = -2$ کې غوڅوي

ایښوونه: $g(x) = a_4(x+2)(x+1)(x-1)(x-2)$

$$y = -2 \Rightarrow g(0) = a_4(2)(1)(-1)(-2) = -2 \Leftrightarrow 4a_4 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{1}{2}(x+2)(x+1)(x-1)(x-2) = -\frac{1}{2}\left(x^2-4\right)\left(x^2-1\right) = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{5}{2}x^2 - 2$$

دریم:

a0=-2 له ګراف څخه لوستل کیږي

$$\Rightarrow f(x) = a_4x^4 + a_1x - 2$$
$$P_1(-1|0): f(-1) = a_4 - a_1 - 2 = 0 \Leftrightarrow a_4 = a_1 + 2$$
$$P_2(1|-2): f(1) = a_4 + a_1 - 2 = -2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1 + 2 - 2 \Leftrightarrow a_4 = -a_1$$

د a4 مساوي ایښوونې له لارې $a_1 + 2 = -a_1 \Leftrightarrow a_1 = -1$

له a4=-a1 => a4=1

$$\Rightarrow f(x) = x^4 - x - 2$$

د صفرټاکنه د د (قطئ(کوتئ)) بندولو له لارې

$$f(1{,}3) \approx -0{,}444\,;\ f(1{,}4) \approx 0{,}442\,;\ f(1{,}35) \approx -0{,}028\,;\ f(1{,}36) \approx 0{,}061$$
$$f(1{,}355) \approx 0{,}016\,;\ f(1{,}353) \approx -0{,}002 \text{ gute Näherung}$$

پورته الماني: ښه نږدېونه

صفرځای نږدې په x = 1,353 پروت دي

څلورم: د ریښو سره غوڅټکي به له ګراف څخه ولوستل شي. همداسي د کرښې غوڅټکی د y -محور سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

لاندې الماني: جګوالي، د لپاره ټکی ازماېښتراکوي، مساواتسیستم:

$$P_1(-1|-3);\ P_2(3|5):\ P_y(0|-1) \Rightarrow a_{0g} = -1$$

$$\text{Steigung: } a_{1g} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{3-(-1)} = \frac{8}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{1}{2}x - 1}}$$

Punktprobe für f(x) ergibt:		Gleichungssystem:
$P_1(-1\|-3):\ f(-1) = 1a_4 + 1a_2 - \frac{7}{2} = -3$	$\Rightarrow$	$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$
$P_2(3\|5):\quad f(3) = 81a_4 + 9a_2 - \frac{7}{2} = 5$		$81a_4 + 9a_2 = \frac{27}{4}$

a_4	a_2		
1	1	$-\frac{5}{4}$	
81	9	$\frac{27}{4}$	$\|\|-81\cdot\|$
1	1	$-\frac{5}{4}$	
0	-72	$\frac{432}{4}$	

$$-72a_2 = \frac{423}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_2 = -\frac{432}{4\cdot 72} = \underline{-\frac{3}{2}}$$

$$a_4 + a_2 = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow a_4 = -\frac{5}{4} + \frac{3}{2} = \underline{\frac{1}{4}}$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{7}{2}}}$$

پوښتنې

ټولهوښیارتوابع له ورکړ شوو شرایطو څخهIV

لومړی: د یوه دریمې درجې ټوالهوښیار تابع څخه درې صفرځایونه او بل ټکی څرګند(معلوم) دي. ګراف وکاږئ او د تابعترم وټاکئ.

$$P_{x_1}(-3|0);\ P_{x_2}(1|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P(0|1{,}5)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع سرچینې ته سیومتریک دی او له ټکو $P_1(3 \mid 0)$ او $P_2(5 \mid 5)$ څخه تیریږي.

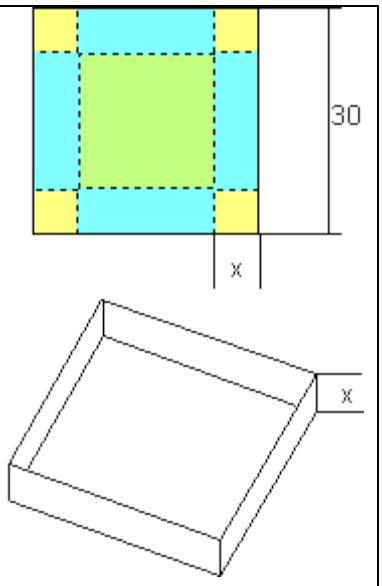
تابع مساوات او محورغوڅټکي وټاکئ.

یو ارزښت جدول جوړ کوئ او ګراف یې وکاږئ.

دریم: د دریمې درجې یوټولهوښیار یا – راشنل تابع f(x)دې صفرځایونه P_{x1}, P_{x2} او P_{x3} لري. د تابع f(x) ګراف له ټکيP تیریږي. f(x) وټاکئ. د f(x) ګراف د g(x) د ګراف سره څه اړیکې لري؟

داتا:

$$P_{x_1}(-10|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(1|0);\ P(2|6);\ g(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{5}{3}x^2-\frac{1}{6}x,\ x\in\mathbb{R}$$



څلورم: د یوه څلوریز یا مربع کارتون څخه چې د اړخونو اوږدوالی یې 30 cm دی د x جګوالي سره یوه کوتئ بې له سرپوښ جوړیږي.

الف- و ښایئ، چې سړی فقط د

$0 < x < 15$

لپاره یوه داسې کوتئ یا صددق جوړولي شي.

ب- یو د تابعترم وټاکئ، چې د V ډکی یا حجم د x په واکوالي کې وښوولای شي.

پ-ګراف یې وکاږئ او په نږدې توګه یې ماکسیما یا خورا لوي ډکی(حجم) وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

په المان کې برقي قوت په حیث جوړ زورکونج کیدی شي د څنګ جدول څخه راونیول شي	Jahr | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 Leistung | 12 | 14,825 | 17,2 | 19,275 د توان ورکړه په ګیګاوات سره (Gigawatt (GW)) الف- یو تابع پیدا کړئ، کومه چې دا وده ښایي. ب- یوه وړاندوییینه ورکړئ د 2006 او 2010 کلونو لپاره پ- د تابع ارزښتونه د یوه 20,9 GW په 2006 کې او موخه د 30 GW په 2010 کې جوړشوي توان سره پرتله کړئ.

ځوابونه

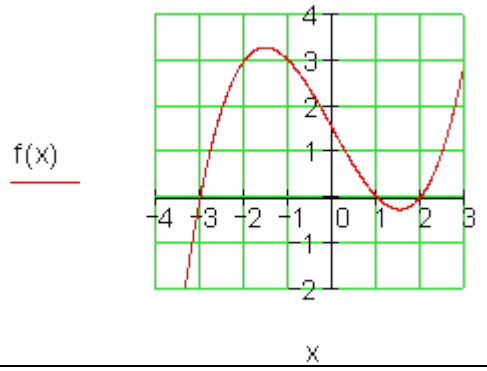
ټولهوښیار تابع له ورکړشوو شرایطو څخه

مفصل ځوابونه

لومړی:تیریدونکي:

یو د دریمې درجې ټولهوښیار تابع کړی شي خورا زیاتې(ماکسیمال) دري صفرځایونه ولري . د صفرځای P_{x1} او ټکي P ترمنځ باید یو جګ ټکی شتونولري. د صفر ځایونو P_{x2} اوP_{x3} ترمنځ باید یو ټیټټکی پروت وي.له مخه یا وړاندې فکرکونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = a_3(x+3)(x-1)(x-2)$ $f(0) = 1{,}5$ $\Leftrightarrow a_3 \cdot 3 \cdot (-1) \cdot (-2) = 1{,}5$ $\Leftrightarrow a_3 = \frac{1{,}5}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}(x+3)(x-1)(x-2)$ $\Rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{7}{4}x + \frac{3}{2}$	

دویم:

د تابع مساوات:

د ټکي سیمتری له امله کیدی شي لاندې ایښوونه وشي:

لاندې الماني: تابعمساوات:

$f(x) = a_3x^3 + a_1x$

$P_1(3|0): f(3) = 27a_3 + 3a_1 = 0$

$P_2(5|5): f(3) = 125a_3 + 5a_1 = 5$

a_1	a_3	
3	27	0 | : 3
5	125	5 | 5
1	9	0
1	25	1 | | − |
1	9	0
0	16	1

$16a_3 = 1 \Leftrightarrow a_3 = \frac{1}{16}$

$a_1 + 9a_3 = 0 \Leftrightarrow a_1 + \frac{9}{16} = 0 \Leftrightarrow a_1 = -\frac{9}{16}$

Funktionsgleichung:

$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{9}{16}x$

محورغوڅتکي:

لومړی صفرځای $P_y(0|0) = P_{x1}(0|0)$

دویم صفرځای $P_2(3|0) = P_{x2}(3|0)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}x\left(x^2-9\right)=0 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow |x|=3$$

$$\Rightarrow x_2=3;\ x_3=-3 \Rightarrow P_{x3}(-3\,|\,0)\ \text{3. Nullstelle}$$

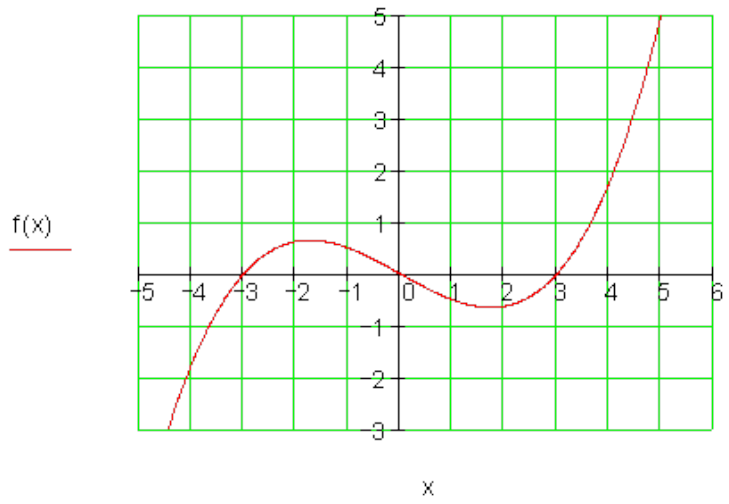
پورته الماني: دریم صفرځای

د ارزښت جدول لپاره ا رزښتونه لاسي شمیرل کیږي:

لاندې په پښتو:

$f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{9}{16}x$ $f(1)=\frac{1}{16}-\frac{9}{16}=-\frac{8}{16}=-0,5$ $f(2)=\frac{8}{16}-\frac{18}{16}=-\frac{10}{16}=-0,625$ $f(4)=\frac{64}{16}-\frac{36}{16}=-\frac{28}{16}=1,75$	د ټکي سیومتري له امله باور لري: $f(-x)=-f(x)$ $f(-1)=-f(1)=0,5$ $f(-2)=-f(2)=0,625$ $f(-4)=-f(4)=-1,75$

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	−1,75	0	0,65	0,5	0	−0,5	−0,625	0	1,75	5



(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم:

په کرښیزضریبونو ایښوونه:

$$f(x) = a_3(x+10)(x+1)(x-1)$$

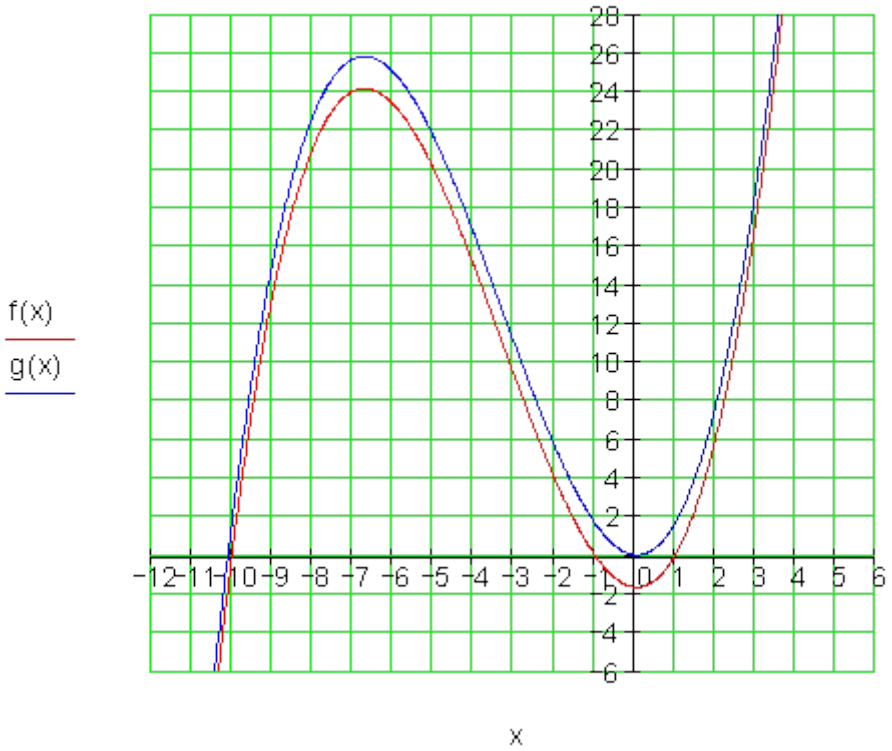
$$P(2|6): f(2) = a_3 \cdot 12 \cdot 3 \cdot 1 = 6 \Leftrightarrow a_3 = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تابعمساوات:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+10)(x+1)(x-1) = \underline{\underline{\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{3}}}$$

f(x) د g(x) کښته لورته یوه راکښنه ده په5/3 اوږدوالي یوون یا ــواحد، یعنې

f(x)= g(x) – 5/3



(c) ketabton.com: The Digital Library

ځلورم:

الف- x باید زیاتیز یا مثبت وي له دې لاس ته راځي: x>0

2x باید د اړخ له اوږدوالي کوچنی وي له دې لاس ته راځي: $2x < 30 \Leftrightarrow x < 15$

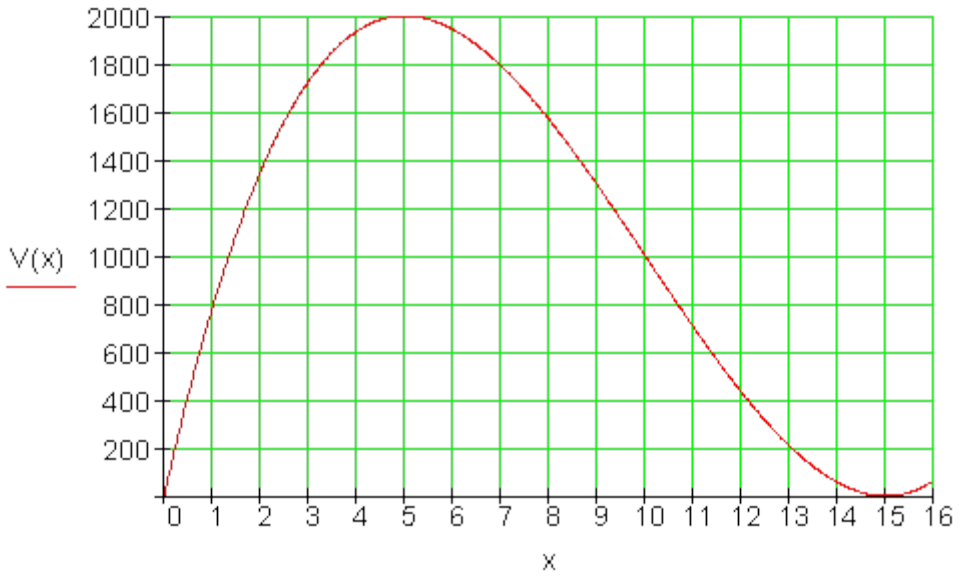
له پورته دواړو لرو: $0 < x < 15$

ب- V=a.b.h د h=x او a=30-2x او b=30-2x سره، نو باور لري:

$$V(x) = (30-2x)(30-2x)x = \underline{4x^3 - 120x^2 + 900x}$$

ارزښتجدول

x	0	2	4	6	8	10	12	14	15
V(x)	0	1353	1936	1944	1568	1000	432	56	0



ماکسیمال ډکی یا حجم نږدې $2000\ cm^3$ دی او دا د x برخې یا ټوټې لپاره باور لري چې

نږدې 5 cm دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتق سره شونی دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځم:

الف- ایښوونه:

د دریمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع چې له څلورو ټکو تیریږي.

د 2002 ګڼلو پیل به له صفرټکي څخه تعریف شي.

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(0|12) \Rightarrow f(0) = 12 \Rightarrow a_0 = 12$$
$$P_2(1|14,825) \Rightarrow f(1) = 14,825 \Rightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825$$
$$P_3(2|17,2) \Rightarrow f(2) = 17,2 \Rightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2$$
$$P_4(3|19,275) \Rightarrow f(3) = 19,275 \Rightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275$$

د مساوات بڼه بدلون:

$$1a_3 + 1a_2 + 1a_1 + 12 = 14,825 \,|\, -12 \quad \Leftrightarrow 1a_3 + 1a_2 + 1a_1 = 2,825$$
$$8a_3 + 4a_2 + 2a_1 + 12 = 17,2 \,|\, -12 \quad \Leftrightarrow 8a_3 + 4a_2 + 2a_1 = 5,2$$
$$27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + 12 = 19,275 \,|\, -12 \Leftrightarrow 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 = 7,275$$

a_1	a_2	a_3		
1	1	1	2,825	
2	4	8	5,2	$II - 2\cdot I$
3	9	27	7,275	$III - 3\cdot I$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−045	
0	6	24	−1,2	$III - 3\cdot II$
1	1	1	2,825	
0	2	6	−0,45	
0	0	6	0,15	

$$6a_3 = 0,15 \Leftrightarrow a_3 = 0,025$$
$$2a_2 + 6a_3 = -045 \Leftrightarrow a_2 = -0,3$$
$$a_1 + a_2 + a_3 = 2,825 \Leftrightarrow a_1 = 3,1$$
$$f(x) = 0,025x^3 - 0,3x^2 + 3,1x + 12$$

ب – وړاندوییڼه په ګیګاواټGW .

$$2006: \quad f(4) = 0,025\cdot 64 - 0,3\cdot 16 + 3,1\cdot 4 + 12 = 21,2$$
$$2010: \quad f(8) = 0,025\cdot 512 - 0,3\cdot 64 + 3,1\cdot 8 + 12 = 30,4$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ – په ریښتوني دا جوړشوی قوت یا طاقت د 2006 لپاره د 20,9 GW جوړیدني سره د 21,2 GW وړاندوییني په ډیره کمه کچه زیاتیږي یا جګیږي.

د 2010 لپاره وړاندوییني د 30,4 GW سره ترهغې ممکنه د 30 GW جوړ شوی توان هم په لږه کچه وړاندوییني زیاته ده.

پوښتنې

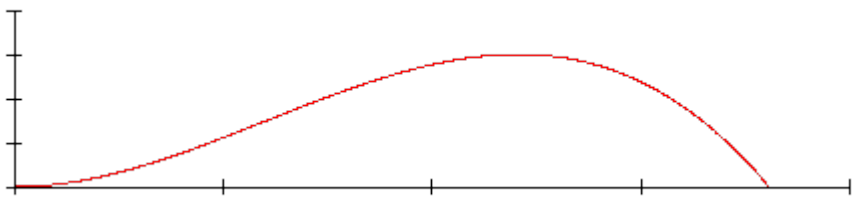
د متن – او استعمال پوښتنې و ټولهوښیار یا – راشنل توابعو ته ا

له تخنیک او اقتصاد څخه

لومړی: د x دانو ګڼون یا تعداد په واکوالي کې د یوه مال په جوړولوله امله ټول لګښت	

x	5	10	20	35
K(x)	915	1035	1140	1185

$$f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 \; ; \; x > 0$$



د ټول لګښتتابع K(x) لپاره یو تابعترم وټاکئ.

د هرې داني د خرڅلاو قیمت څنګه ټاکل کیږي، چې له دې سره د x = 15 لپاره کوم زیان رامنځ ته نه شي؟ دا د شي حالت ګرافیکیانځور کړئ.

دویم: د فوټبال لوبو میدان د فوټبال لوبه کې د تابع f(x) ګراف په نږدې توګه د توپ د الوتنې کږه ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

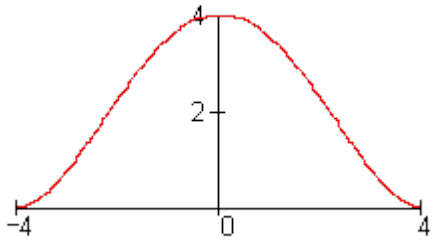
الف- توپ کوم ماکسیمال یا خورا جګ جګوالي ته رسیږي؟

ب-ایا توپ په 9,15 m کې د دفاع دیوال(دوه متره جګ) څخه اوړي؟

پ-توپ څنګه بیرتهځمکې ته راکښته کیږي؟

ت- دا ازاده وهنه له ګول څخه څومره لرې وهل شوې، که دا توپ په دوه متره جګوالي د ګول له کرښې جګ والوزي؟

دریم: څیره یو باروک - کور ښایي (کچه په متر)

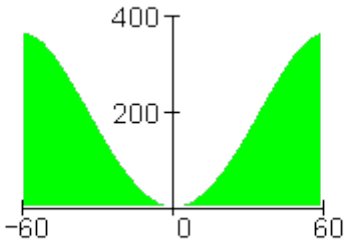


الف- دلیل راوړئ، چې دا ژ تابع یو د څلورمې درجې ټولهوښیار یا – راشنل تابع دی.

ب- د تابعترم وټاکئ

پ- یوه کړکۍ چې 2,25 m جګه ده باید په دې ساحه کې جوړه یا ځای شي. دا زیات له زیاته باید څومره سروره وي؟

څلورم: د یوه غره درې د پرتې غوڅې سطحه (سطحه، چې پرته یا افقي غوڅه شوې وي(ژباړی)) کیدی شي د یوه څلورمې درجې ټول راشنل تابع سره ولیکل شي. دا دره یو ماکسیمال سور 120 m لري او 360 m ژوره ده. د 60 m په سور د درې له بیښ یا تلې څخه یو د 157,5 m جګوالی کچیږي یا اندازه کیږي.



الف- د تابع ترم وټاکئ.

ب- یو ډنډ یا د اوبو ډب باید جوړ شي. د ډنډ تاج څومره سور لري؟

دا د یوه دېسیمالځاي پورې ټیک شمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ځوابونه

متن- او استعمالیوښتنې و ټولهوښیار یا =راشنل تابع ته ا

نتیجې او مفصل ځرابونه

نتیجې:

لومړي:

تابعترم: $K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730$

د په دانه د خرڅلاوقیمت باید لږ تر لږه $73\frac{2}{3}$ € وي

ګرافیک لپاره مفصل ځواب وګورئ

دویم:

الف- د غونډوسکې خورا جګ جګوالی کیدی شي له ۳ متره ګرافیک څخ ولوستل شي.

ب – دا غونډوسکه د دفاع دیوال څخه اوږي(2,573 m > 2 m)

پ- غونډوسکه له وهنټکي څخه 18 m وروسته په ځمکه لږیږي.

ت- د وهنټکي څخه په 15,65 m لریوالي د ګول څخه په 2 m (دوه متره) جګوالي الوزي.

دریم:

الف- ژی تابع د څلورمې درجې ټولهوښیار یا راشنل تابع ده، ځکه چې دا ډبل صفرځایونه لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- تابع ترم:

$$f(x) = \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4$$

پ- کړکۍ کیدی شي زیات له زیاته ۴ متره سروره وي

ځلروم:

الف- تابع ترم: $\text{Funktionsterm: } f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2$

ب- د ډنډ یا بند تاج 80,25 m سور لري.

مفصل ځوابونه:

لومړی:

مساواتسیستم:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$
$$P_1(5|915): \quad f(5) = 125a_3 + 25a_2 + 5a_1 + a_0 = 915$$
$$P_2(10|1035): \quad f(10) = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0 = 1035$$
$$P_3(20|1140): \quad f(20) = 8000a_3 + 400a_2 + 20a_1 + a_0 = 1140$$
$$P_4(35|1185): \quad f(35) = 42875a_3 + 1225a_2 + 35a_1 + a_0 = 1185$$

د ګاوس الګوریتم:

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	5	25	125	915	
1	10	100	1000	1035	II − I
1	20	400	8000	1140	III − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	35	1225	42875	1185	IV – I
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	15	375	7875	225	III – 3 · II
0	30	1200	42750	270	IV – 6 · II
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	–135	
0	0	750	37500	–450	IV – 5 · III
1	5	25	125	915	
0	5	75	875	120	
0	0	150	5250	–135	
0	0	0	11250	225	

ضریبونه او د تابعمساوات:

$$11250a_3 = 225 \Leftrightarrow a_3 = \frac{225}{11250} = 0,02$$

$$150a_2 + 5250a_3 = -135 \Leftrightarrow a_2 = \frac{-135 - 5250 \cdot 0,02}{150} = -1,6$$

$$5a_1 + 75a_2 + 875a_3 = 120 \Leftrightarrow a_1 = \frac{120 - 75 \cdot (-1,6) - 875 \cdot 0,02}{5} = 44,5$$

$$a_0 + 5a_1 + 25a_2 + 125a_3 = 915 \Leftrightarrow a_0 = 915 - 5 \cdot 44,5 - 25 \cdot (-1,6) - 125 \cdot 0,02 = 730$$

د تابع مساوات: $\underline{\underline{K(x) = 0,02x^3 - 1,6x^2 + 44,5x + 730}}$

د x=15 دانو د جوړولو لپاره لګښت:

$K(15)=0,02.15^3-1,6.15^2+44,5.15+730=1105$

(c) ketabton.com: The Digital Library

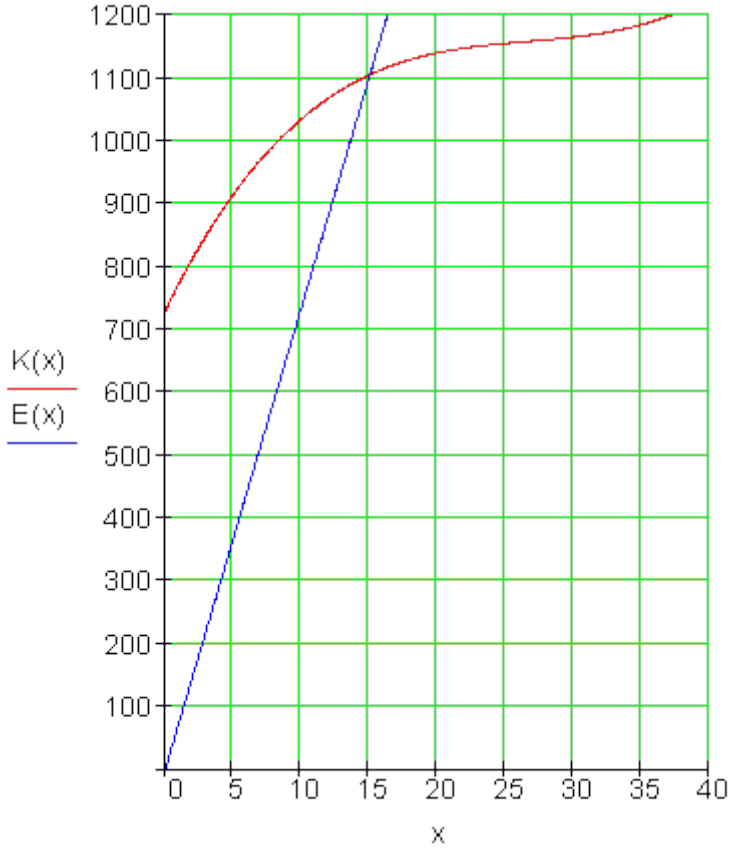
د خرڅلاو تابع:

E(x)=p.xد p سره د د یوې دانې د خرڅلاو قیمت

لږ ترلږه قیمت په یوه دانه:

$$p = \frac{1105}{15} = 73\frac{2}{3} \Rightarrow E(x) = 73\frac{2}{3}x$$

د دانې په سر دخرڅلاو قیمت باید لږترلږه $73\frac{2}{3}$ € وي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم:

الف- د غونډوسکې ماکسیما یا خورا جګ جګوالی د 3 m ګرافیک څخه لوستل کیدی شي. د وهلټکي څخه لرېوالی نږدې 12 m دی. یوه ټیک شمیرنه لومړی د مشتقشمیرنې سره شونې ده. موږ دا اټکل د شمیرنې له لارې ازمایو. د دې لپاره موږ د x = 12 په شاوخوا د تابع ارزښتونه ترڅېړنې لاندې نیسو.

$$f(11,5) = -\frac{1}{288}\cdot 11,5^3 + \frac{1}{16}\cdot 11,5^2 \approx 2,985$$

$$f(12) = -\frac{1}{288}\cdot 12^3 + \frac{1}{16}\cdot 12^2 = 3$$

$$f(12,5) = -\frac{1}{288}\cdot 12,5^3 + \frac{1}{16}\cdot 12,5^2 \approx 2,894$$

$$f(11,75) = -\frac{1}{288}\cdot 11,75^3 + \frac{1}{16}\cdot 11,75^2 \approx 2,996$$

$$f(12,25) = -\frac{1}{288}\cdot 12,25^3 + \frac{1}{16}\cdot 12,25^2 \approx 2,996$$

موږ کړی شو چې انتروالونه تل کوچني کړو او له دې لارې به د 3 ارزښت ته تل نږدې راشو.

ب- غواړو د الوتنې کږې جګوالی د وهلټکي څخه پیدا کړو، ځکه چې دلته د لوبغاړو د دفاع دیوال ولاړ دی.

$$f(9,15) = -\frac{1}{288}\cdot 9,15^3 + \frac{1}{16}\cdot 9,15^2 \approx 2,573$$

غونډوسکه د دفاعدیوال څخه جګ الوزي(2,573 m > 2 m)

پ – د دې لپاره چې د غونډوسکې د لویدو ټکی وټاکو، باید د تابع ګراف صفرټکي وټاکو.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2\left(-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16}\right) = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0$$

$$-\frac{1}{288}x + \frac{1}{16} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{288}x = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \underline{\underline{x_3 = 18}}$$

غونډوسکه په 18 m د وهلټکي څخه په لرېوالي په ځمکه لږیږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت – غواړو د وهلټکي حخه لریوالی پیداکړو، له کوم چې غونډوسکه 2 m جګوالی لري. له ګرافیک څخه دوه ارزښتونه لوستل کیږي، دا نږدي په 7,50 m او 16 m پراته دي. د غونډوسکي د الوتنې لار له مخې موږ د 16 m چاپیریال څیړو.

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 - 2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^3 - 18x^2 + 576 = 0$$
$$x = 16 \Rightarrow 16^3 - 18 \cdot 16^2 + 576 = 64 > 0$$
$$x = 15,5 \Rightarrow 15,5^3 - 18 \cdot 15,5^2 + 576 \approx -24 < 0$$
$$x = 15,75 \Rightarrow 15,75^3 - 18 \cdot 15,75^2 + 576 \approx 18 > 0$$
$$x = 15,7 \Rightarrow 15,7^3 - 18 \cdot 15,7^2 + 576 \approx 9 > 0$$
$$x = 15,65 \Rightarrow 15,65^3 - 18 \cdot 15,65^2 + 576 \approx 0,4 > 0$$

د وهلټکي څخه د نږدې 15,65 m په لریوالي غونډوسکه په 2 m جګوالي له ګول څخه اوړي.

دریم:

الف- ژئ تابع د څلورمې درجې ټولراشنل تابع دی، ځکه چې دا دوه ډبل صفرځایونه لري: $(x_1 = -4 ; x_2 = 4)$

ب- ایښوونه یا ږدو:

$$\text{Ansatz: } f(x) = a_4 (x+4)^2 (x-4)^2$$
$$P(0|4): f(0) = a_4 (4)^2 (-4)^2 = 4 \Leftrightarrow a_4 = \frac{4}{4^4} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$$
$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{64}(x+4)^2 (x-4)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4}}$$

پ – د الماني پښتو په ترتیب: دوه یا بیمربع مساوات، کیږده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 4 = 2,25 \Leftrightarrow \frac{1}{64}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 1,75 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 32x^2 + 112 = 0 \text{ biquadratische Gleichung}$$

$$\text{setze } x^2 = z : \Rightarrow z^2 - 32z + 112 = 0 \Rightarrow p = -32;\ q = 112 \Rightarrow D = 144$$

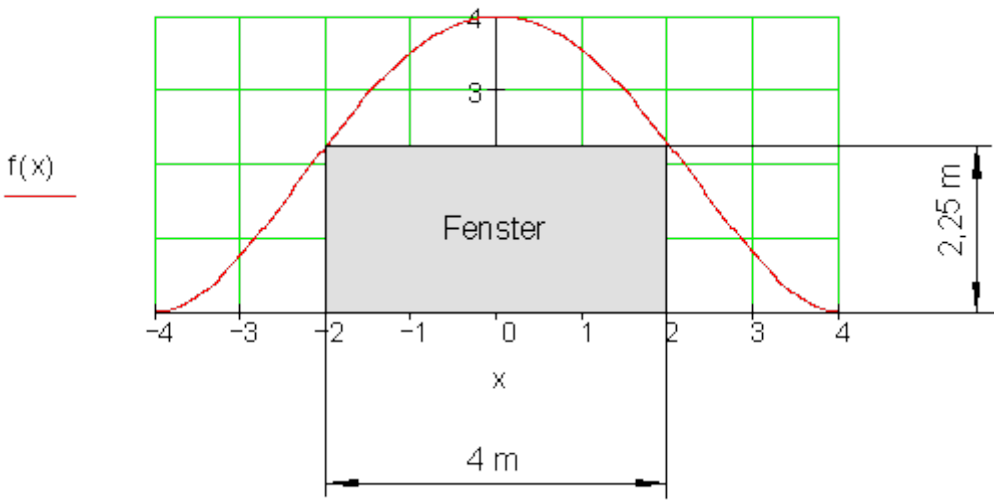
$$z_1 = 16 + \sqrt{144} = 16 + 12 = 28$$

$$z_2 = 16 - \sqrt{144} = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 28 \Rightarrow |x_1| = \sqrt{28} \Rightarrow x_{1-1} \approx 5,29;\ x_{1-2} \approx -5,29 \\ x_2^2 = 4 \Rightarrow |x_2| = \sqrt{4} \Rightarrow x_{2-1} = 2;\ x_{2-2} = -2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2} = 2\,m =$$

له دې لاس ته راځي، چې کړکۍ زیات له زیاته 4m سور لري.



څلورم: الف –

$$\text{Ansatz}: f(x) = a_4x^4 + a_2x^2$$

$$P_1\,(60\,|\,360): \quad f(60) = 12\,960\,000\,a_4 + 3\,600a_2 = 360$$

$$P_2\,(30\,|\,157,5): f(30) = 810\,000\,a_4 + 900a_2 = 157,5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

a_4	a_2		
810000	900	157,5	
12960000	3600	360	$\mid\mid -16\cdot\mid$
810000	900	157,5	
0	−10800	−2160	

$$-10800a_2 = -2160 \Leftrightarrow a_2 = \underline{0,2}$$

$$810000a_4 + 900a_2 = 157,5$$

$$\Leftrightarrow a_4 = \frac{157,5 - 180}{810000} = -\underline{\frac{1}{36000}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2}}$$

ب – پښتو: کیږده، د بند تا

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 = 250 \Leftrightarrow -\frac{1}{36000}x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 250 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 7\,200x^2 + 9\,000\,000 = 0$$

setze $x^2 = z \Rightarrow z^2 - 7\,200z + 9\,000\,000 = 0$

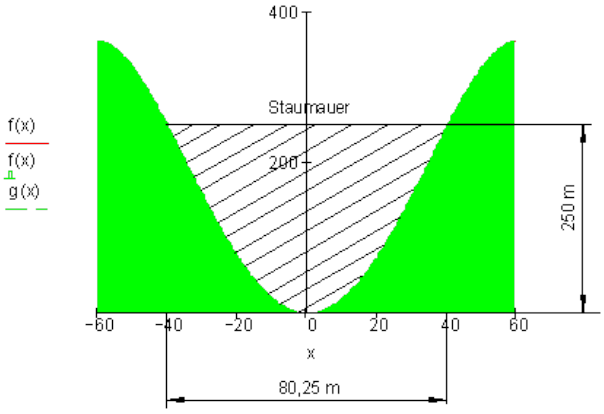
$$\Rightarrow p = -7\,200;\ q = 9\,000\,000 \Rightarrow D = 3\,960\,000$$

$$z_1 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \approx 5\,589,975$$

$$z_2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \approx -1\,610,025$$

$$x^2 = z \Rightarrow \begin{array}{l} x_1^2 = 3\,600 + \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{1-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 + \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 74,766 \\ x_2^2 = 3\,600 - \sqrt{3\,960\,000} \Rightarrow x_{2-1/2} = \pm\sqrt{3\,600 - \sqrt{3\,960\,000}} \approx \pm 40,125 \end{array}$$

$$\frac{b}{2} \approx 40,125\text{ m} \Rightarrow \text{Breite der Dammkrone } \underline{\underline{80,25\text{ m}}}$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

2.18د ټول راشنل توابعو ټولګه

ټولګه :

تابعمساوات

یو تابع f(x) د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

سره n-مه درجه ټولهوښیار یا –راشنل تابع بلل کیږي.

ګڼونه یا عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضریبونه بلل کیږي.

سیومتري:

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که تابع مساوات فقط له زیاتید ونو یا د جمعي له اعضاو جوړ وي د جوړه اکسپوننتونو سره یا محور سیومتریک، که د ټولو $x \in D$ لپاره باور ۹۷۶۵-ولري: f(-x)=fx)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ګراف تلنه

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف تلنه د خوراجګ توان سره زیاتیدونې یا د جمعې جز له لارې ټاکل کیږي

n ناجوړه یا طاق n جوړه n gerade

تلنه لهIII و I ته تلنه له II و I ته. $a_n>0$

تلنه لهII و IV ته تلنه له III وIV ته. $a_n<0$

محور غوڅتکی

د y-محور سره غوڅتکی $P_y(0|y_s)$ شراط : $y_s = f(0)$

دx– محور سره غوڅتکی $P_y(x_s|0)$ صفرځایونه: شرط: $f(x) = 0$ د n درجې یوټول راشنل تابع زیات له زیاته n فصرځایونه لري.

که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ ترلږه یو صفرځای لري.

پوښتنې

د ټولګي ازموېینې جمتووالي ته ټوار اشنل توابع I

د ټولکې ازموېنې جمتووالي لپاره

لومړي: دا څه معنا لري:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0 \ ?$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دویم: دیو ټولراشنل تابع له سیومتري څخه څه پوهیږئ؟

دریم: دلاندې توابعو سیومتري خویونو باندې یوه ویناوکړې او دا وینا په دلیلونو اباده کړئ.

الف ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ ب ـ $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$

پ ـ $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$ ت ـ $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

څلورم: د څه له لارې د ټولراشنل تابع تلنه ټاکل کیدی شي؟

پنځم: د لاندې توابعو ګرافونه څنګه ځغلي؟الف ـ $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4$

ب ـ $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1$

پ ـ $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1$ ت ـ $f(x) = -2x^2 + x + 1$

شپږم: د ټولراشنل توابعو د صفرځایونو ګڼون یا تعداد په هکله څه پوهیږئ؟

اوم: د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ او د تابع مساوات د کرښیزو ضریبونو د ضرب یا ځل په څیر انځور کړئ. صفرځایونه له کوم ډول دي(ساده ، ډبل یا درې واره)الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ب ـ $f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$

اتم: د لاندې توابعو صفرځایونه وشمیرئ. د ګراف په تلنه یوه وینا وکړئ. د لویو همداسي د کوچنیو x -ارزښتونو لپاره د تابع ارزښتونه کومې لور ته هحیږي؟

الف ـ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$ $f(x) \to ?$ für $|x| \to \infty$

ب ـ $f(x) = -x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 8x - 2$ $f(x) \to ?$ für $|x| \to \infty$

نهم: د تابع لپاره د هورنر شیما له مخې ارزښتجدول وشمیرئ، صفرځایونه وشمیرئ او ګراف د شونې پولې پورې ټیک وکاږئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 2 \quad D_f = \{x \mid -2,5 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

لارښودنه: د پله سور 0,5 د هورنر شیما لپاره $x: -2,5; -2 \ldots 2,5; 3$
لسم: د دریمې درجې ټولراشنل تابع ګراف له لاندې ټکو څخه ت یریږي
$P_1(1|1); P_2(2|0); P_3(-2|4); P_4(3|9)$
الف- د تابعمساوات وټاکئ. ب- د محورغوڅټکي وټاکئ.

د لاندې ارزښتونو لپاره د هورنر شیما سره د تابع ارزښتونه پیدا کړئ.
$x = -1,5; x = -0,5; x = 0,5; x = 1,5; x = 2,5$
ت- ټول معلوم ارزښتونه د ارزښت جدول څخه ولیکئ.

ټ- ګراف د $1 = 1\ cm$ یون یا واحد سره وکاږئ.
جګټکی $P_{max}(-1|9)$ ټیټ ټکی $t\,P_{min}(1,7|-0,5)$
ث- د لوی او کوچني x -ارزښت لپاره دګراف په تلنه یوه وینا وکړئ

(ژ. وینا زما د سم آند یا منطق په درسونو کې وګورئ)

ج- سیمتري راوړنې وکړئ. نتیجې یې مددلې کړئ.

ځوابونه

د تولګې کار لپاره ټولراشنلتوابع I

مفصل خوابونه

لومړی: f(x)د n -مې درجې د ټولراشنل تابع انځوروي.

خورا جګ جګګې یا –عدد(اکسپوننت) د تابع درجه ورکوي.

ضریبونه $a_n; a_{n-1}; \ldots\ldots a_2; a_1; a_0$ سړی کوایفسنتونه بولي.
دویم: د یوه ټواراشنل تابع ګراف ټیک هلته محورسیومتریک دی، که د تابع مساوات ټیک له جوړه جګګنونو یا اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یا که باور ولري: $f(-x)=f(x)$ د بیلګې په توګه $f(-2)=f(2)$

د یوه ټولهوښیار تابع ګراف ټیک هلته ټکی سیومتریک دی، که د تابع مساوات فقط له ناجوړه یا طاقو اکسپوننتونو څخه جوړ وي.

یا که باور ولري: $f(-x) = -f(x)$ ، د بیلګې په توګه $f(-3) = -f(3)$

دریم:

الف- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x$ له دې لاس ته راځي: ټکی سیومتریک، ځکه چې ټول اکسپونتونه ناجوړه دي.

ب- $f(x) = 4x^4 + 2x^2 - 2$ له دې لاس ته راځي چې محور سیومتریک دی،، ځکه چې اکسپوننتونه ټول جوړه دي.

پ- $f(x) = 3x^3 - x^2 + 2x - 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

ت- $f(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 1$

له دې لاس ته راځي، چې سیومتري نه شته، اکسپوننتونه جوړه او ناجوړه دي.

څلورم: د ټولراشنل تابع تلنه د زیاتیدونو یا د جمعې غړو له لارې چې خورا جګ توان ولري ، معلومیږي، یعنې د a_nx^n له لارې.

پنځم: د الماني پښتون: ناجوړه یا طاق، جوړه

الف - $f(x) = -4x^3 + 2x^2 + 4 \quad n = 3\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = -4 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{II-IV}}$

ب - $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - 2x + 1 \quad n = 4\,(\text{gerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{II-I}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ - $f(x) = 2x^5 + x^2 + 3x^2 - 1 \quad n = 5\,(\text{ungerade}) \wedge a_n = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - I}}$

ت - $f(x) = -2x^2 + x + 1 \quad n = 2\,(\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{III - IV}}$

شپږم: د n –مي درجي يو ټولهوښيار تابع زيات له زياته n صفرځايونه لري. که درجه n ناجوړه وي، نو دا لږ رلږه يو صفرځای لري.

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x = 0$ ضريب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(x^2 - 6x + 9\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$$

$x^2 - 6x + 9 = 0$ مربع مساوات

$$p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0$$

$x_{2/3} = -\frac{p}{2} = 3$ ډبل صفرځای

د کرښيز ضريبونو د ضرب په ځير انځورونه

$$f(x) = x(x-3)(x-3) = x(x-3)^2$$

ګراف په $x_1 = 0$ کې ساده صفرځای لري

ډبل صفرځای په $x_{2/3} = 3$ کې (لمسټکی)

ب-

$$f(x) = -4x^3 + 4x^2 + 8x$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x^2 + 8x = 0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ضریب x له نوکانو وباسئ

$$\Leftrightarrow x\left(-4x^2+4x+8\right)=0 \Rightarrow x_1=0$$
$$-4x^2+4x+8=0 \mid :(-4)$$

پورته مربع مساوات

د مربعیز مسساواتو نورمال بڼه

$$\Leftrightarrow x^2-x-2=0$$
$$p=-1;\ q=-2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{9}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$$
$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2 \\ x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1 \end{array} \right.$$

د ضرب په څیر د کرښیز ضریبونو انځورونه: $f(x)=x(x-2)(x+1)$

ګراف درې ساده صفرځایونه لري په $x_1=0;\ x_2=2$ او په $x_3=-1$

اتم: الف- $f(x)=x^3-6x^2+9x-2$ صفرځایونه

$$f(x)=0 \Leftrightarrow x^3-6x^2+9x-2=0$$

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

	1	−6	9	−2	
x = 1	↓	1	−5	4	
	1	−5	4	2	keine NS für x = 1
	1	−6	9	−2	
x = 2	↓	2	−8	2	
	1	−4	1	0	NS für $x_1 = 2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

د پولینوم وېش سره د درجې راتیټون

$$\left(x^3-6x^2+9x-2\right):\left(x-2\right)=x^2-4x+1$$
$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$
$$-4x^2+9x$$
$$\underline{-\left(-4x^2+8x\right)}$$
$$x-2$$
$$\underline{-\left(x-2\right)}$$

$$x^2-4x+1=0 \qquad p=-4\,;\ q=1\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-1=3\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{3}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\begin{array}{l}x_2=2+\sqrt{3}\\ x_3=2-\sqrt{3}\end{array}\right.$$

صفرځایونه: $x_1=2\,;\ x_2=2+\sqrt{3}\,;\ x_3=2-\sqrt{3}$

د ګراف تلنه: له $III\rightarrow I$

تابع ارزښتونه:

د $x\rightarrow-\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow-\infty$

د $x\rightarrow\infty$ لپاره لرو $f(x)\rightarrow\infty$

ب- $f(x)=-x^3-\frac{3}{2}x^2+8x-2$ صفرځایونه $f(x)=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی صفرځای د ازمایښت له لارې

	1	3/2	−8	2	
x = 1	↓	1	5/2	−11/2	
	1	5/2	−11/2	−7/2	keine NS für x = 1
	1	3/2	−8	2	
x = 2	↓	2	7	−2	
	1	7/2	−1	0	NS für $x_1 = 2$

د پورته پښتو: د ... لپاره صفرځای نه شته، د ... لپاره صفرځای

دپولینوم په راکمې شوې درجې

$$\left(x^3+\frac{3}{2}x^2-8x+2\right):(x-2)=x^2+\frac{7}{2}x-1$$

$$\underline{-\left(x^3-2x^2\right)}$$

$$\frac{7}{2}x^2-8x$$

$$\underline{-\left(\frac{7}{2}x^2-7x\right)}$$

$$-x+2$$

$$\underline{-(-x+2)}$$

$$x^2+\frac{7}{2}x-1=0 \qquad p=\frac{7}{2};\ q=-1\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{16}+1=\frac{65}{16}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{65}{16}}$$

$$x_{2/3}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left|\begin{array}{l} x_2=-\frac{7}{4}+\sqrt{\frac{65}{16}} \\ x_3=-\frac{7}{4}-\sqrt{\frac{65}{16}} \end{array}\right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

صفرځایونه: $x_1 = 2 ; x_2 = -\frac{7}{4} + \sqrt{\frac{65}{16}} ; x_3 = -\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{65}{16}}$

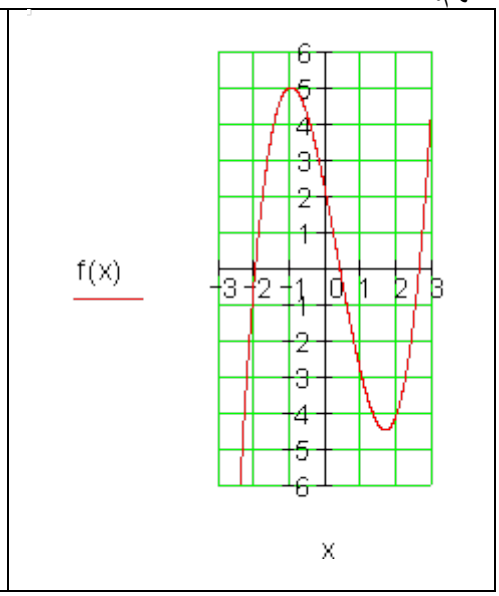
د ګراف تلنه: له $II \to IV$

تابع ارزښتونه:

د $x \to -\infty$ ؛ لپاره لرو $f(x) \to -\infty$

د $x \to \infty$ لپاره لرو $f(x) \to \infty$

نهم:



x =	f(x) =
-2.5	-7.375
-2	0
-1.5	3.875
-1	5
-0.5	4.125
0	2
0.5	-0.625
1	-3
1.5	-4.375
2	-4
2.5	-1.125
3	5

صفرځایونه: $x_1 = -2 ; x_2 = \frac{3}{2} + \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 2,62 ; x_3 = \frac{3}{2} - \sqrt{\frac{5}{4}} \approx 0,38$

لسم:

الف- د دریمي درجې ټولراشنل تابع د تابع مساوات دی:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مساواتسیستم د ورکړشوی ټکي لپاره لیکل کیږي.

$$\begin{array}{l|lcllllll}
P_1(1|1): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 1 \\
P_2(2|0): & f(2) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & 0 \\
P_3(-2|4): & f(-2) & = & -8a_3 & +4a_2 & -2a_1 & +1a_0 & = & 4 \\
P_4(3|9): & f(3) & = & 27a_3 & +9a_2 & +3a_1 & +1a_0 & = & 9
\end{array}$$

د بیرته په څټ ایښونې سره د ضریبونو ټاکل

$$5a_3 = 5 \Leftrightarrow \boxed{a_3 = 1}$$

$$a_2 + a_3 = 0$$
$$\Leftrightarrow a_2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_2 = -1}$$

$$a_1 + 3a_2 + 7a_3 = -1$$
$$\Leftrightarrow a_1 - 3 + 7 = -1 \Leftrightarrow \boxed{a_1 = -5}$$

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 - 5 - 1 + 1 = 1 \Leftrightarrow \boxed{a_0 = 6}$$

تابع مساوات:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6}}$$

د مسواتسیستم ځواب د ګاوس-الګوریتم سره

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	1	1	1	1	
1	2	4	8	0	II − I
1	−2	4	−8	4	III − I
1	3	9	27	9	IV − I
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−3	3	−9	3	| : 3
0	2	8	26	8	| : 2
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	−1	1	−3	1	III + II
0	1	4	13	4	IV − II
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	4	4	0	| : 4
0	0	1	6	5	
1	1	1	1	1	
0	1	3	7	−1	
0	0	1	1	0	
0	0	1	6	5	IV − III

(c) ketabton.com: The Digital Library

1	1	1	1	1
0	1	3	7	−1
0	0	1	1	0
0	0	0	5	5

ب- د $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ محورغوڅتيکي

$\underline{P_y(0|6)}$ د تابعمساوات څخه لوستل کيږي

لومړی صفرځای له $P_2(2|0) \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(2|0)}}$

پولينوموېش

$$\left(x^3 - x^2 - 5x + 6\right) : (x - 2) = x^2 + x - 3$$

$$\underline{-\left(x^3 - 2x^2\right)}$$

$$x^2 - 5x$$

$$\underline{-\left(x^2 - 2x\right)}$$

$$-3x + 6$$

$$\underline{-(-3x + 6)}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$p = 1;\ q = -3 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + \frac{12}{4} = \frac{13}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x_{2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{13}{4}} \approx 1{,}303 \\ x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{13}{4}} \approx -2{,}303 \end{array} \right.$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د x-محور سره غوڅټکی:

$$P_{x1}(2|0);\ P_{x2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right);\ P_{x3}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{13}{4}}\,|\,0\right)$$

پ- د لاندې تابع ارزښتونه د هورنر-شیما سره وټاکئ

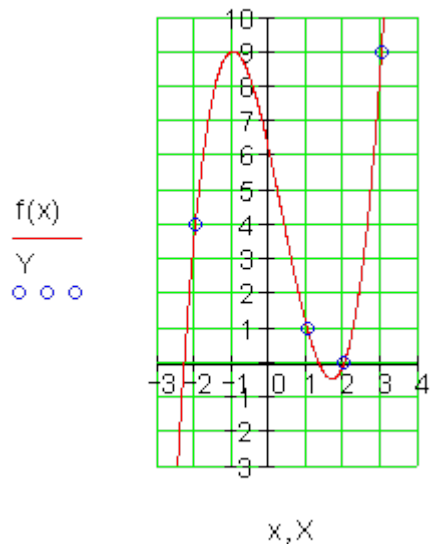
$x=-1{,}5;\ x=-0{,}5;\ x=0{,}5;\ x=1{,}5;\ x=2{,}5$

	1	−1	−5	6	
$x=-3/2$	↓	−3/2	15/4	15/8	
	1	−5/2	−5/4	63/8	$=f(-1{,}5)\approx 7{,}9$
	1	−1	−5	6	
$x=-1/2$	↓	−1/2	3/4	17/8	
	1	−3/2	−17/4	65/8	$=f(-0{,}5)\approx 8{,}1$
	1	−1	−5	6	
$x=1/2$	↓	1/2	−1/4	−21/8	
	1	−1/2	−21/4	27/8	$=f(0{,}5)\approx 3{,}4$
	1	−1	−5	6	
$x=3/2$	↓	3/2	3/4	−51/8	
	1	1/2	−17/4	−3/8	$=f(1{,}5)\approx -0{,}4$
	1	−1	−5	6	
$x=5/2$	↓	5/2	15/4	25/8	
	1	3/2	−5/4	23/8	$=f(2{,}5)\approx 2{,}9$

ت-

x	−2,3	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,3	1,5	1,7	2	2,5
f(x)	0	4	7,9	9	8,1	6	3,4	1	0	−0,4	−0,5	0	2,9
	P_{x3}	P_3		P_{max}		P_y		P_1	P_{x2}		P_{min}	P_{x1}	

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت- 	ث- ګراف له III و I ته ځغلي ج- سیومتري نه شته، ځکهچې هم جوړه یا حفت او هم ناجوړه یا طاق اکسپوننت مخ ته لرو خوراجګټکی $P_{Max}(-1 \mid 9)$ خورا ټیټکی $P_{Min}(1,7 \mid -0,5)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.19 د ټول رښتيا توابعو تکرار

تعريف:

تعريف: يو تابع f(x)د

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

سره د n–مې درجې ټولرښتيا يا ټولراشنل تابع بلل کيږي.

عددونه $a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; \ldots . a_2 ; a_1 ; a_0$ ضريبونه بلل کيږي.

بيلګه:

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + x - 7 \qquad \text{(3. Grades)}$$
$$f(x) = -2x^4 + 5x^3 - 3x^2 - 7x + 5 \qquad \text{(4. Grades)}$$

د ګراف تلنه:

جمله: د ټول راشنل تابع د ګراف تلنه د زياتيدونکو يا جمعه اجزاوو د خورا جګ توان له لارې ټاکل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ناجوړه يا طاق n ungerade جوړه n gerade

ته III و I تلنه له ته II او I تلنه له $a_n>0$

ته IV و تلنه له II و ته. ته III IV و تلنه له $a_n<0$

بيلګه:(لاندط الماني په ترتيب: ناجوړهو جوړهو ناجوړه)

$f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7$ $n = 3\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = 4 > 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III} - \text{I}}}$

$f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 7$ $n = 4\ (\text{gerade}) \wedge a_n = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{III} - \text{IV}}}$

$f(x) = -5x^5 + 2x^4 + 9$ $n = 5\ (\text{ungerade}) \wedge a_n = -5 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{II} - \text{IV}}}$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته محورسيومتريک دی، که د تابع مساوات د جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

محورسيومتري که د ټول $x \in D$ لپاره باور ولري: $f(-x) = f(x)$

سيومتري:

پام: د يوه ټول هوښيارتابع ګراف ټيک هلته ټکی سيومتريک دی، که د تابع مساوات د نا جوړه جګګن(اکسپوننت) څخه جوړ وي.

ټکی سيومتري که د ټوی x€D لپاره f(-x)=-f(x)باور ولري.

يادونه:

د محور سيومتريک لاندې تل د y محور سره سيمتري پوخيږو.

ټکی سيومترک که د کواوردينات پيل – سرچينې ټکي سره سيومتريک وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

Achsenschnittpunkte محور غوڅټکي

د y– محور سره غوڅټکی : $P_y(0 \mid y_s)$ شرط: $y_s = f(0)$

بيلګه:

$$f(x) = 3x^4 - 2x^2 - 3 \Rightarrow f(0) = 3 \cdot 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 3 = 0 - 0 - 3 = -3$$
$$\Rightarrow P_y(0 \mid -3) \text{ oder } P_y(0 \mid f(0))$$

له دې لاس ته راځي يا

د P_y د y–کواوردينات تل د a_0 ضريب سره کټمټ دي.

دا تل د تابع مساوات څخه لوستل کيدی شي.

دx –محور سره غوڅټکی : $P_y(x_s \mid 0)$ صفرځای: شرط: $f(x) = 0$

جمله: د درجې ټولربښتيا – يا راشنل تابع زيات له زيات صفرځايونه لري. که د ورجه ناجوړه يا طاق وي، نو نو دا لږ ترلږه يو صفرځای لري.

د صفرځای شميرنې ته تلنلار

د ضريبونو تلنلار

$f(x)=2x^3-2x^2-4x=0$ ضريب x کيدی شي له نوکانو دباندې وليکل شي

$\Leftrightarrow x(x^2-2x-4)=0 \Rightarrow x1=0$ او په نوکانو افاده يا وبينه صفر ده

$\Rightarrow 2x^2-2x-4=0$

يومربع مساوات دی د $x_2 = -1 \; x_3 = 2$ سره.

(c) ketabton.com: The Digital Library

حلډېرئ په توګه ليکل شوي =>L={0;-1;2}

د x محور سره د غوڅټکي کواوردیناتونه $\Rightarrow P_{x_1}(0|0);\ P_{x_2}(-1|0);\ P_{x_3}(2|0)$

$$f(x) = \underbrace{(x+1)(x-2)x}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 4x$$

Substitutionsverfahren د بدلون تلنلار

$f(x) = x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ دوه مربع (دوه څلوري) مساوات

بدلون:$x^2=z$

$$\Rightarrow f(z) = z^2 - 13z + 36 = 0 \quad \Rightarrow z_1 = 9 \text{ und } z_2 = 4$$

د بدلون بيرته ګرځونه:

$$x^2 = z_1 = 9 \text{ und } x^2 = z_2 = 4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_1 = 3 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2 \quad x_4 = -2 \quad \Rightarrow L = \{3, -3; 2;$$

$$\Rightarrow P_{x_1}(3|0);\ P_{x_2}(-3|0);\ P_{x_3}(2|0);\ P_{x_4}(-2|0)$$

$$f(x) = \underbrace{(x-3)(x+3)(x-2)(x+2)}_{\text{Produkt aus Linearfaktoren}} \Leftrightarrow f(x) = x^4 - 13x^2 + 36$$

د پورته الماني پښتو:د کرښيز ضريبونو ضرب

(c) ketabton.com: The Digital Library

Polynomdivision پولينوموېش:

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$$
$$f(2) = 8 + 12 - 8 - 12 = 0 \Rightarrow \underline{x_1 = 2}\ i$$

صفرځای د ازماېښت له لارې پيدا شوی

پولينوموېش:

$$(x^3 + 3x^2 - 4x - 12) : (x - 2) = x^2 + 5x + 6$$
$$\begin{array}{l} -(x^3 - 2x^2) \\ \hline \quad 5x^2 - 4x \\ \quad -(5x^2 - 10x) \\ \hline \qquad 6x - 12 \\ \qquad -(6x - 12) \\ \hline \qquad\quad 0 \end{array}$$

اوس بايد فقط مربع مساوات $x^2+5x+6=0$ حل شي

$$p = 5 \quad q = 6 \Rightarrow D = 2{,}5^2 - 6 = 6{,}25 - 6 = 0{,}25$$
$$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{0{,}25} = -2{,}5 \pm 0{,}5$$
$$x_2 = -2 \quad x_3 = -3$$

$$\Rightarrow L = \{2; -2; -3\} \Rightarrow P_{x1}(2|0); P_{x2}(-2|0); P_{x3}(-3|0) \quad f((x)) = \underline{(x-2)}\underline{(x+2)}\underline{(x+3)}$$

هورنر:

$$\begin{array}{lcccc} & 1 & 3 & -4 & 12 \\ x_1 = 2 & \downarrow & \underline{2} & \underline{+10} & \underline{+12} \\ & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array} \quad \Rightarrow 1x^2 - 5x + 6 = 0$$

گراف کښنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

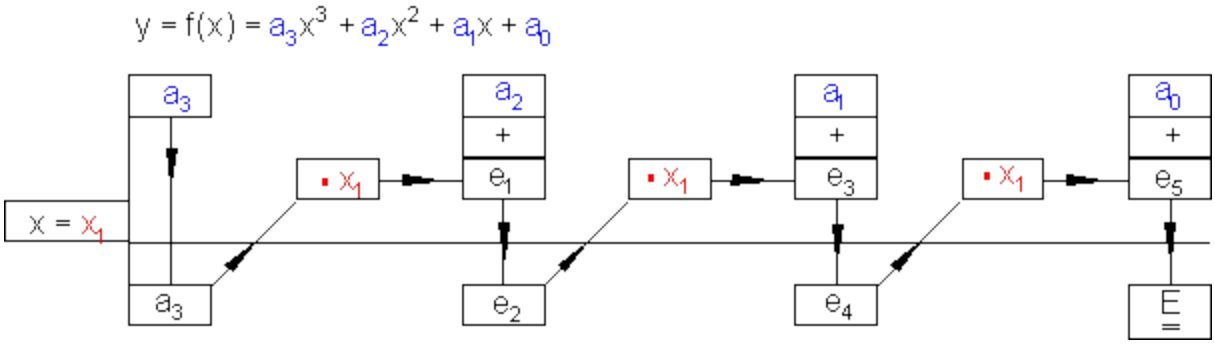
د دې لپاره چې د يوه ټول راشنل تابع ګراف وکښلی شو، يوه ارزښت جدول او محور غوڅتکو ته

ته اړتيا لرو .

ارزښت جدول:

يو امکان د ارزښت جدول لاس ته راوړو لپاره په دې کې پروت دی، چې ټول اړين تابع ارزښتونه د جبشميري سره وشميرو. يو بل، خوراه ساده متود يا لار د هورنر شيما Hornerschema راکوي.

په لاندې اصولو سره د هورنر شيما ګرافيکي انځور شوې ده.



بيلګه:

د هورنر شيما د ت ابع $f(x)= x^3-x^2-11x+3$ د تابع ارزښت د ټاکلو ته

د $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$ لپاره

(c) ketabton.com: The Digital Library

د هورنر شیما د د تابع د تابع ارزښتوو ټاکلو ته

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3$ für $D = \{x \mid -4 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

د y محور سره غوڅټکی

f(0)=3

د تابع تلنه له I و II ته یا ترمنځ

دشیما څخه پیژنو:

صفرځای په x=-3 کې f(-3)=0 ;

جګټکی د [-2;-1] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [0;1] ترمنځ

ټیټټکی د [2;3] ترمنځ

د صفر له لارې تلنه د [3;4] ترمنځ.

	1	−1	−11	3	
x = −4		−4	+20	−36	
	1	−5	9	−33	⇒ f(−4) = −33
	1	−1	−11	3	
x = −3		−3	+12	−3	
	1	−4	1	0	⇒ f(−3) = 0 Nullstelle
	1	−1	−11	3	
x = −2		−2	+6	+10	
	1	−3	−5	13	⇒ f(−2) = 13
	1	−1	−11	3	
x = −1		−1	+2	+9	Hochpunkt
	1	−2	−9	12	⇒ f(−1) = 12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 1		+1	0	−11	
	1	0	−11	−8	⇒ f(1) = −8
	1	−1	−11	3	
x = 2		+2	+2	−18	
	1	1	−9	−15	⇒ f(2) = −15
	1	−1	−11	3	Tiefpunkt
x = 3		+3	+6	−15	
	1	2	−5	−12	f(3) = −12
	1	−1	−11	3	Nulldurchgang
x = 4		+4	+12	+4	
	1	3	1	7	f(x) = 7

ارزښت جدوول

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
f(x)	−33	0	13	12	3	−8	−15	−12	7

(c) ketabton.com: The Digital Library

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $\underline{x_1 = -3}$ سره د معلوم صفرځاي په څير

له دې لاس ته راځي: پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

د صفرځايونو شميرنه:

$f(x) = x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ د $: x_1 = -3$ سره معلوم صفرځايونه

له دې لاس ته راځي د پولينوم وېش:

$$\left(x^3 - x^2 - 11x + 3\right) : (x + 3) = x^2 - 4x + 1$$
$$x^2 - 4x + 1 = 0 \quad p = -4 \quad q = 1$$
$$x_{2/3} = 2 \pm \sqrt{3}$$
$$x_2 = 2 + \sqrt{3} \approx 3,73 \qquad x_3 = 2 - \sqrt{3} \approx 0,27$$

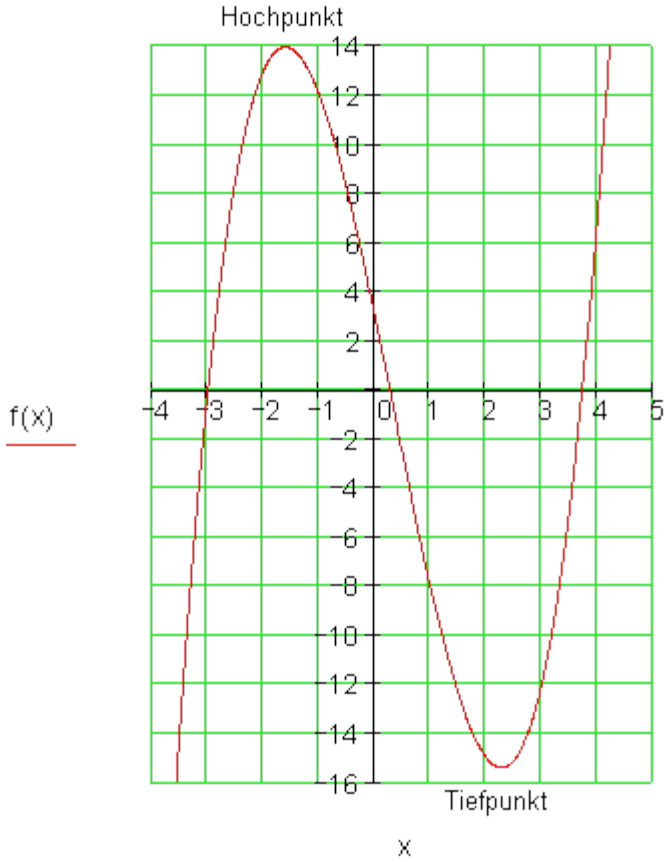
ارزښت جدول:

x	−4	−3	−2	−1	0	0,27	1	2	3	3,73	4
f(x)	−33	0	13	12	3	0	−8	−15	−12	0	7

اوس د ټولو معلومو داتا سره کيدی شي د تابع ګراف وکښل شي

(c) ketabton.com: The Digital Library

جګټکی



سره له دې هغه څه چې موږ تراوسه نه شو ټاکلی، د ګراف جګټکی او ټيټ ټکی دي. د دې لپاره په وروسته برخو کې دفرنځيالميرنې ته اړتيا ده.

تابع مساوات و ليکئ

بيلګه: د يوه دريمې درجې ټول رښتوني يا راشنل تابع لپاره.

د څلور ټکو کواوردينات يا پروت ولاړ سيستم، چې د تابع ګراف باندې بايد پراته وي، لکه چې ترې لرو له مخه ورکړ شوي دي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$P_1(-1|2); P_2(2|-1); P_3(-3|44); P_4(1|0)$

لومړی د ورکړ شوو ټکو لپاره مساواتسيستم ليکل کيږي

$$\begin{array}{l|lcllllll}
P_1(-1|2): & f(-1) & = & -1a_3 & +1a_2 & -1a_1 & +1a_0 & = & 2 \\
P_2(2|-1): & f((2)) & = & 8a_3 & +4a_2 & +2a_1 & +1a_0 & = & -1 \\
P_3(-3|44): & f(-3) & = & -27a_3 & +9a_2 & -3a_1 & +1a_0 & = & 44 \\
P_4(1|0): & f(1) & = & 1a_3 & +1a_2 & +1a_1 & +1a_0 & = & 0
\end{array}$$

د مساوات سيستم حل د ګاوس الګوريتم سره مو ضريبونو ته لارښودوي:

$$a_3 = -1, a_2 = 2, a_1 = 0, a_0 = -1$$

او له دې سره تابع مساوات ته:

$$f(x) = -x^3 + 2x^2 - 1$$

a_0	a_1	a_2	a_3		
1	−1	1	−1	2	
1	2	4	8	−1	II − I
1	−3	9	−27	44	III − I
1	1	1	1	0	IV − I

(c) ketabton.com: The Digital Library

2.16-د وکتور شمیرنې بنسټیزې کلمې

وکتور او سکالار:

په طبیعت او تخنیک کې رامنځ ته کیدونکې لویې د یوه کره شوي کچیوونونو یا اندازه واحدونو سره د یوه کچګڼ یا اندازه عدد له لارې پوره یا مکمل ټاکل شوي د بیلګې په توګه داسې لویې دي:

اوږدوالی، کتله، کار، انرژي، وخت، تودوخي او پوتنځیال. داسې لویې کیدی شي په یوه سکالا (شمیرپ,هنیزې لویې، چې د ګڼون ارزښت سره کره ټاکلې ده) انځور شي او له دې امله سکالارې لویې یا سکالار بلل کیږي.

لویې، چې د هغو ټاکلو ته له سکالار برسیره یا د سکالار ترڅنګ لور هم اړتیا ولري ، دا وکتوری لویې یا وکتورونه بلل کیږي. چټکتیا یا سرعت او بیړه یا تعجیل داسې لویې دي.

وکتورونه د غشو سره انځوریږي. د غشو اوږدوالی ارزښت ټاکي او د غشي لور د وکتور لور ښایي. وکتور د سکالار سره پر پرتله یوه لوریزه لویه ده.

ازاد وکتورونه، کرښه تړلې وکتورونه او ځایتړلي وکتورونه سره توپیر کیږي.

د یوه ازادوکتور غوره خوي دی، چې اغیز کرښې سره او د ځان سره غبرګ هرې لور ته په فضا کې وړل کیدی شي. د برابر اوږدوالي او برابرې لورې وکتورونه یو بل سره برابر یا مساوي دي.

$$\overrightarrow{AB} = \vec{a} \text{ und } \overrightarrow{CD} = \vec{b}$$

$$\overline{AB} = |\vec{a}| = a$$

$$\overline{CD} = |\vec{b}| = b$$

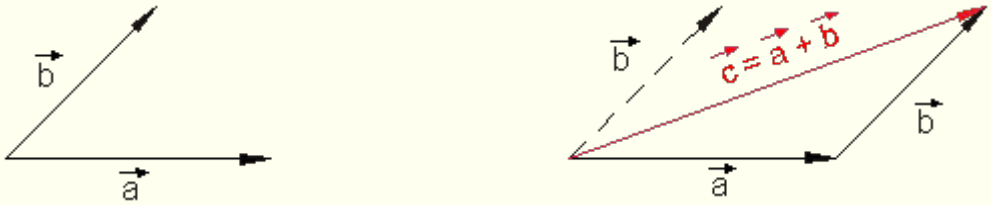
(c) ketabton.com: The Digital Library

قوه یا زور چې په یوه تن برید کوي، یو کرښه تړلی وکتور انځوروي. داکړی شي د خپل برید کرښې په خوښه یووړل شي یا راکښل شي، مګ ده ته غبرګ نه.
یوځای تړلی وکتور، چې ځایوکتور هم بلل کیږي یو کره ټاکلی برید ټکی لري او راکښل کیدی نه شي.

د وکتورونو زیاتون یا جمع
که یو وکتورb و وکتور a سره زیات کړو، په دې معنا چې وکتورb د ځان سره داسې غبرګ یا موازي راکښل شي، چې پیل ټکی یې د وکتور a په پای ټکي پریوځي.
یادونه: زه د وکتورونو په سر د وکتورنخښه یعنې غشي نخښه نهشم باسلیو دا به راته ګران لوستونکي وبښي(ژباړې).
د وکتور a د پیل ټکي تړل د وکتور b د پای ټکي سره وکتور c ورکوي او د دې لپاره لیکو:

$$\boxed{\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}}$$

د دوه وکتورونو زیاتون یا جمع



د دوه وکتورونو د جمعې یا زیاتون لپاره د بدلون یا کموتاتیو قانون صدق کوي یا باور لري

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

د درې وکتورونو د زیاتو سره اړین نه دئ، چې دا دې په یوه سطحه کې پراته وید له دې درې وکتورونو یې هر یو یوه په فضا کې لوریزه کرښه ده دا درې وکتورونهکړی شي په فضا کې یو جوړښت وغزوي. اسوځیاتیو قانون باور لري:

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

دوه ارزښت برار وکتورونه د مخامخ ایښول شوي لور سره په فضا کې مخامخ لوریز یو بل سره معکوس یا په څټ وکتورونه بلل کیږي. که سره زیات یا جمع شیو نو د

(c) ketabton.com: The Digital Library

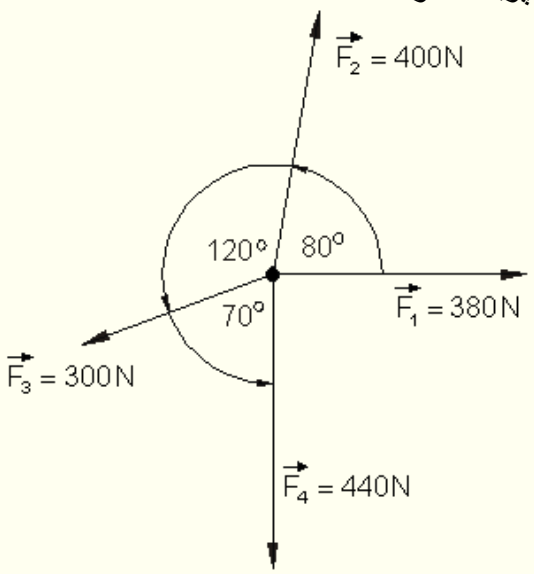
زیاتون یا جمعي په حیث یو وکتور لاس ته راوړو، چې د هغه پیل ټکي د موخې ټکي سره یوځای پریوځي.
دا چې د ې جمعي وکتور ارزښت صفر دی، دا صفروکتور بلل کیږي. دا ټاکلې لور نه لري.

د وکتورونو کمون یا تفریق
د دوه وکتورونو کمون یا تفریق
د وکتور کمون کیدی شي بیرته د وکتور پهزیاتون یا جمع واړول شي.
یو وکتور کمیږي یا تفریقیږي،که د دې مخامخ وکتور جمع شي

د کارونې یا استعمال بیلګه:

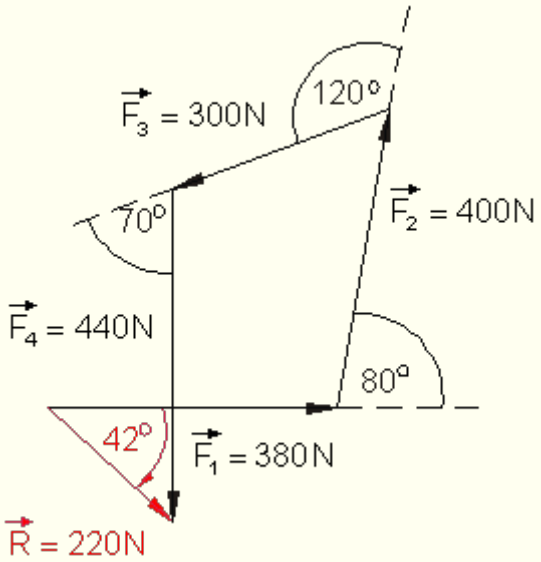
بیلګه ۱ :
د وکتور جمع رسمیزه.
دیوه برقوېشنې متّ باندې پهیوه ټکي څلور قوې برید کوي، چې په یوه سطحه دې پرتې وي. رسمیز د دې وکتور لور او ارزښت وټاکل شي. د رسمکچي یا د کچونې اله یا د کچونې لرګی(؟):1 cm د 100 N سره برابر دی.

پوښتنه کونه:



رسمیز حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\Rightarrow |\vec{R}| = 220N \text{ und } \sphericalangle(\vec{F}_1, \vec{R}) = -42^0$$

د لاس ته راغلي ارزښت 220 N دی. دا په دې معنا، چې د وېشوني په مټه یو لاس ته راوړي قوه د 220 N اغیز کوي.

نسبت $\vec{F}_1$ اغیزلور -42^0 یا 318^0 دی

یادونه:

د ساعت څرغون په مخامخ یا معکوس (کیڼ راتاو) د نسبت کرښې څخه په وتو مثبت ګڼل کیږي، د ساعت څرخون په لور (ښي راتاو) د دې په عکس منفي.

رسمیز حل یاځي نږدې حل دی. داتیک دومره ټیک دی، چې څنګه رسم کیدی شي.

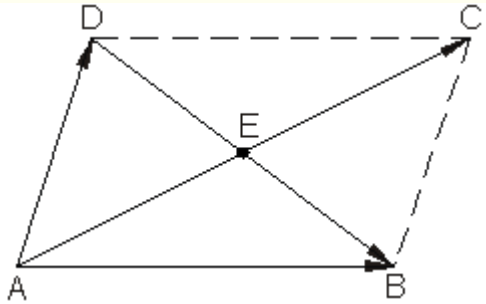
یو شمیرنیز حل ، چې دا به وروسته تر څیړنې ونیول شي یو ټیک حل راکوي:

$$|\vec{R}| = 224,009N \text{ und } \sphericalangle(\vec{F}_1, \vec{R}) = -41,585^0$$

بیلګه ۲:

غوښتنه د کرښې DB د نیمونکي ټکي Eواټن دی له ټکيAڅخه، که B د وکتور AB پای ټکی اوD د وکتور AD پای ټکی وي او وکتورونه AB او AD له ټکي A ووځي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



حل:

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$$

دا چې‌تک E د کرښې DB نیمونکی دی، باور لري:

$$\overrightarrow{DE}=\frac{\overrightarrow{DB}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}$$

دوکتور AB لپاره نو باور لري

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AD}+\frac{\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}}{2}=\frac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{2}$$

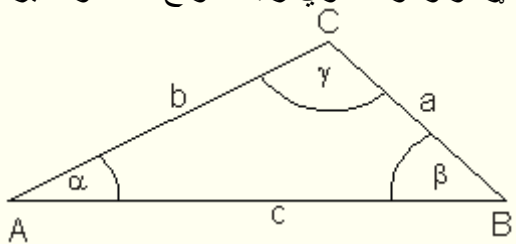
د کرښې AE لپاره باور لري:

$$\overline{AE}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|$$

دا چې $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ دی، باید E د کرښې ACنیمونکی ټکی هم وي.
له دې سره مو وښوول، چې په غبرګ اړخیز کې دوه کونجتړې(قطرونه) د هغو د غوڅټکي له لارې نیمیږي.

د ساین او کوساین جمله د وکتور شمیرنې لپاره مرستندوی ماود
تر اوسه مو وکتورونه رسمیز سره جمعه کول. د رسمیزو حلونه تل دقیق نه دي،

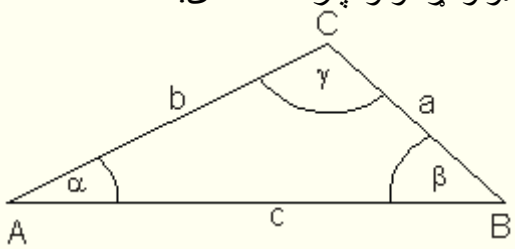
دکوساین جمله:
په هر درېګوډي یا مثلث کې کیدی شي د یوه اړخ مربع(څلورئ) له دواړو نورو اړخونو او له دوې رابند کونج څخه وشمیرل شي.



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos(\beta)$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos(\gamma)$$

د ساین جمله؛
په هر مثلث یا درېګوډي کي د اړخونو د اودوالي د تناسب نسبت و مخامخ کونج ته د ټولو اړخونو لپاره همغه دی.



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

د ساین او کوساین جملو ته تمرینونه:

دوه قوي $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره یو د $\alpha = 50^0$ کونج رابندوي .

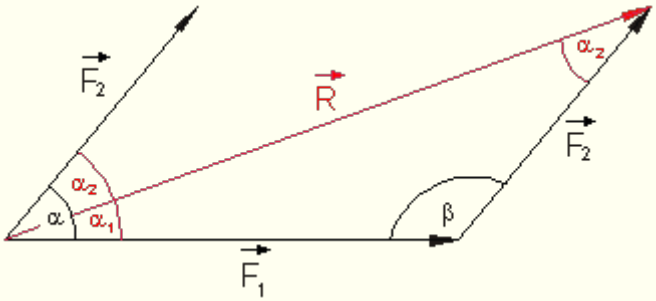
دا د نتیجې قوه $\vec{R}$ څومره لویه ده؟ $\vec{R}$ د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي.

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \quad \measuredangle(\vec{F_1},\vec{F_2}) \text{ ist } \alpha = 50^0$$
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملې له مخه باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2\cdot F_1\cdot F_2\cdot\cos(\beta)}$$
$$= \sqrt{(60^2 + 40^2 - 2\cdot 60\cdot 40\cdot\cos(130^0))N^2}$$
$$\approx \underline{\underline{91{,}024N}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د سان جملي پسي یا په تعقیب باور لري:

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91{,}024} \cdot \sin(130^0) \approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}337) \approx \underline{\underline{19{,}672^0}}$$

له R او F1 رابند کونج دی.

دا چې α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ ته پوره کوي، نو د F2 او R تر منځ کونج کیږي

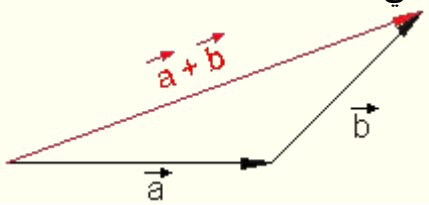
$$\alpha_2 = 50^0 - \alpha_1 = 50^0 - 19{,}672^0 \approx \underline{\underline{30{,}328^0}}$$

ټولګه:

لومړی: یو وکتور په فضا کې یوه لوریزه، اوریتي شوې کرښه ده؟

دویم: وکتورونه برابر دي، که دوي په ارزښت او لور کې سره برابر وي یا یو پهبل پریوځي.

دریم:دوه وکتورونه سره جمع کیږي، که د یوهوکتور په پای د بل وکتور پیل کیښول شي.



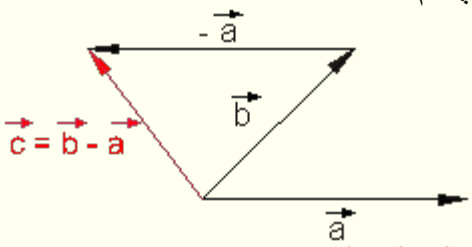
(c) ketabton.com: The Digital Library

د جمع وکتور: Der Summenvektor $\vec{a}+\vec{b}$

وکتور چې لاس ته راځي، پیل یې د لومړي وکتور او پای یې د دویم وکتور دي.

څلورم: وکتور او معکوس یا مخمخ وکتورونه برابر ارزښت او برابر لور مګر معکوس یا مخمخ ایښول شوی Orientierung لري.

پنځم:



$\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$

کمونوکتور

داسې لاس ته راځي، چې سړی وکتور b ته د مخامخ یا برعکس وکتور a جمع کړي:

$$\vec{b}-\vec{a}=\vec{b}+\left(-\vec{a}\right)$$

پوښتنې

د وکتورونو زیاتون اوو کمون(د وکمتورونو جمع او تفریق)

لومړی: دوه وکتورونه a او b په خپلو منځو کې یو کونج α جوړوي.

وکتورونه $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ او $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ دې رسمیز او شمیرنیز وټاکل شي.

نور یا پسې دې د رسم سطحې څخه د β همداسې γ کونجونه، چې وکتورونه c او d یې د وکتور a سره جوړوي ولوستل شي او ودې شمیرل شي.

کچوونی: د اوږدوالي یوون یا واحد په cm (د بیلګې په توګه a = 4,6 په دې معنا چې 4,6 cm)

الف - $\alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60^0$ $\quad |\vec{b}|=b=4,0$ $\quad |\vec{a}|=a=4,6$

ب - $\alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=120^0$ $\quad |\vec{b}|=b=3,8$ $\quad |\vec{a}|=a=4,2$

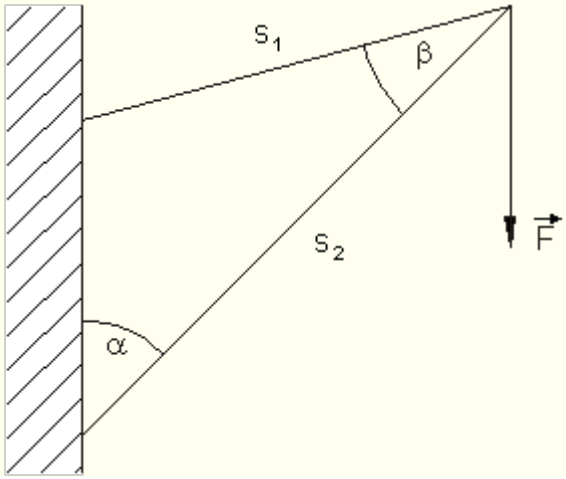
پ - $\alpha=\sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right)=250^0$ $\quad |\vec{b}|=b=3,2$ $\quad |\vec{a}|=a=4,7$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت ـ $\alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 290^0 \quad |\vec{b}| = b = 4,2 \quad |\vec{a}| = a = 3,5$

دویم: د یوه کران په ستنو s_1 او s_2 باندې څومره زور پرېوځي، که کران یو 18 kN بار وړي؟

$\vec{F} = 18\,kN \quad \alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$



لارښوونه:

دا د باروکتور د ستنو یا مټو په دواړو لور ټوټه (تجزیه) کړئ او د وکتورونو ارزښت وشمیرئ. پام وکړئ چې په ستنو یا مټو په کومو لورو قوه اغیزه کوي(کیکاږل زور یا قوه(فشار)Dru.kraft که راکښل زور.Zugkr؟)

دریم: دوه برابر لویې قوې په یوه ټکي برید کوي یا پرېوځي یا زور اچوي.

د دوي ترمنځ کونج باید څومره لوي وي؟

څلورم: دوه قوې $\vec{F_1}$ او $\vec{F_2}$ د $|\vec{F_1}| = F_1 = 60N$ او $|\vec{F_2}| = F_2 = 40N$ سره یو له بل سره یوکونج $\alpha = 50^0$ تړي یا جوړوي.

دا نتیجهزوق یا قوه $\vec{R}$: څومره لویه ده؟ $\vec{R}$: د $\vec{F_1}$ همداسې د $\vec{F_2}$ سره کوم کونج جوړوي؟

پنځم: یوه د کانتینرو کیشتئ ټیک په ختیځ لور په حرکت راوړل کیږي.

د هغه خپله چټکتیا (سرعت) ۲۴ غوټې(Knoten د چټکتیا د شمیرلو یوون یا واحد دی).

د شمال له لور یو په ۹ غوټو د اوبو زوریزه بهیدنه د کیښتئ خوزښت اغیز من کوي یا د کیښتئ په خوزښتاغیز کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

و کورس تغیر(په درجو(څومره لوي دید او دا په کومه لور صورت نیسي؟
کیښتئ د بحر په لینده کومه [تکتیا لري؟
په غوټه = ۱ بحري مایل په ساعت کي، چي دا 1,852 km/h دی.
شپږم:یوه الوتکه د 10 kN د ټیلوهل زور سره په همغه یا ثابت جګوالي سیده کرښیزه ټیلوهل کیږي. یو باد د6 kN برابر پاتې زور پرې اچوي.
په دې الوتکه ټول څومره زور یا قوه پرېوځي؟
د غوښتونې الوتنې لار د کوم کونج لاندې باید تلنلار لور وساتل شي، چې موخه ځای ته ورسیږو؟

حلونه
نتیجې
لومړی:
الف –

$$|\vec{a}| = a = 4,6 \qquad |\vec{b}| = b = 4,0 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 60^0$$

$$|c| = c = 7,454 \qquad |\vec{d}| = d = 4,331 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 27,693^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 53,11^0$$

ب –

$$|\vec{a}| = a = 4,2 \qquad |\vec{b}| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 120^0$$

$$|c| = c = 4,015 \qquad |\vec{d}| = d = 6,931 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 55,05^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 28,346^0$$

پ –

$$|\vec{a}| = a = 4,7 \qquad |\vec{b}| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 250^0$$

$$|c| = c = 4,695 \qquad |\vec{d}| = d = 6,528 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 39,828^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 27,427^0$$

ت -

$$|\vec{a}| = a = 3,5 \qquad |\vec{b}| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle(\vec{a},\vec{b}) = 290^0$$

$$|c| = c = 6,32 \qquad |\vec{d}| = d = 4,454 \qquad \beta = \sphericalangle(\vec{a},\vec{c}) = 38,642^0 \qquad \gamma = \sphericalangle(\vec{a},\vec{d}) = 62,397^0$$

دویم:

$$|\vec{F_1}| = F_1 \approx 25,456\,kN \qquad |\vec{F_2}| = F_2 \approx 34,773\,kN$$

په مټه s_1 راکښلو زور او په مټه s_2 د فشار زور باندې باریږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

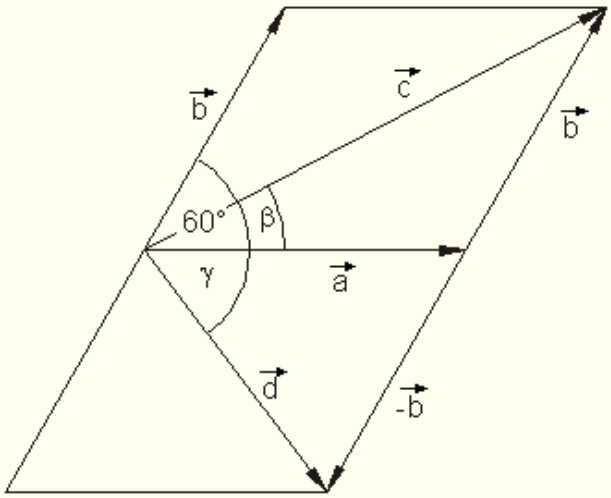
دریم: د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج باید 120^0 وي.
څلورم:

$$\left|\vec{R}\right| \approx 91{,}023N \qquad \alpha_1 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_1}\right) \approx 19{,}672^0 \qquad \alpha_2 = \sphericalangle\left(\vec{R};\vec{F_2}\right) \approx 30{,}328^0$$

پنځم: د لارې انحراف پهجنوب لور نږدې 11,837 درجې دی.د بحرسطحه باندې چټکتیا نږدې 31,024 غوټې یا ګنډې ده، نږدې 57,456 km/h کیږي.
شپږم: په الوتکه یوه د 12,523 kN قوه پرېوزي. غوښتوني الوتنلار ته کونج $28{,}153^0$ دی.

مفصل حلونه:
لومړی: الف-

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4{,}6 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4{,}0 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 60^0$$



د رسم له اړې حل راکوي:

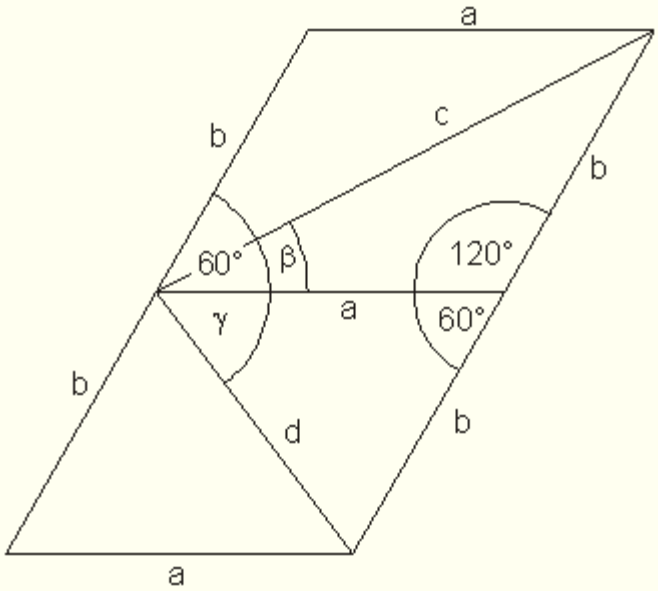
$$\left|\vec{c}\right| \approx 7{,}4$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4{,}3$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 27{,}7^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 53{,}1^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(120^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(60^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos\left(120^0\right) \approx 55,56 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 7,454$$

$$d^2 = 4,6^2 + 4^2 - 2 \cdot 4,6 \cdot 4 \cdot \cos\left(60^0\right) \approx 18,76 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 4,331$$

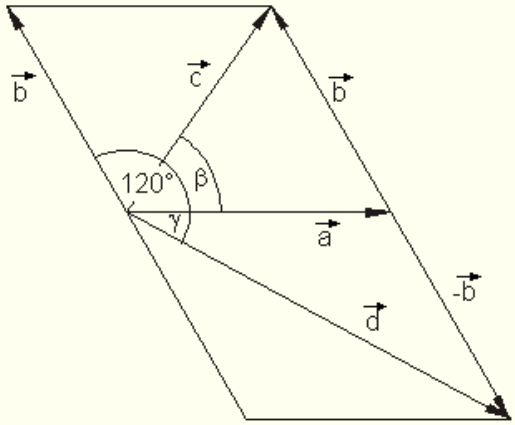
$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,885 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 27,693^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

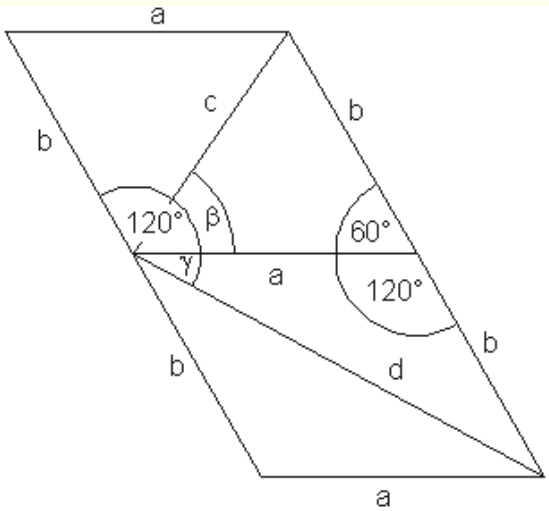
$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,6 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{53,11^0}}$$

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4,2 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,8 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 120^0$$

لومړی ب:



شمیرنیز حل راکوي:



$$\left|\vec{c}\right| \approx 4,0$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6,9$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 54,9^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 28,3^0$$

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(60^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(120^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

$$c^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos\left(60^0\right) \approx 16,12 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx \underline{\underline{4,015}}$$

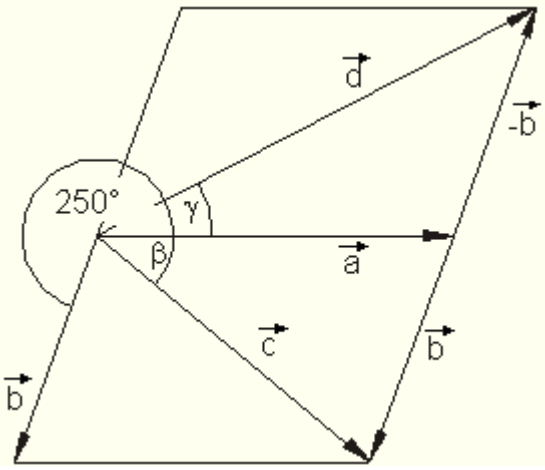
$$d^2 = 4,2^2 + 3,8^2 - 2\cdot 4,2\cdot 3,8\cdot\cos\left(120^0\right) \approx 48,04 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx \underline{\underline{6,931}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,573 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx \underline{\underline{55,05^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,88 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx \underline{\underline{28,346^0}}$$

لومړی پ-

$$\left|\vec{a}\right| = a = 4,7 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 3,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 250^0$$



(c) ketabton.com: The Digital Library

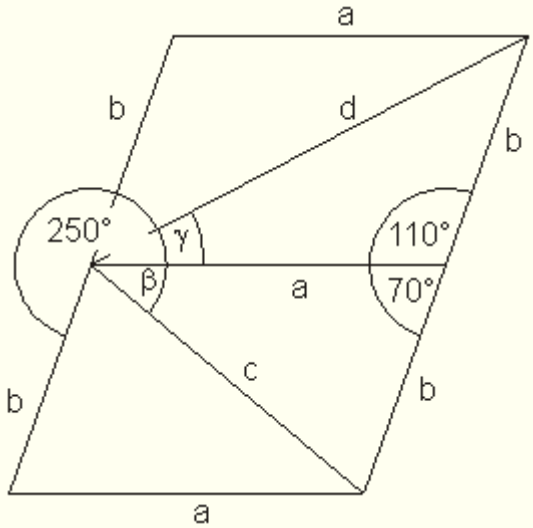
د رسم له اري حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 4,7$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 6,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 39,8^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 27,4^0$$



شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.
ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(70^0\right)$$

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\left(110^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cdot \cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$c^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(70^0\right) \approx 22,042 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 4,695$$

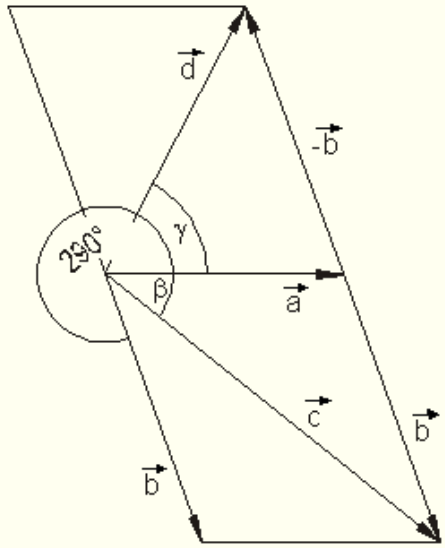
$$d^2 = 4,7^2 + 3,2^2 - 2\cdot 4,7\cdot 3,2\cdot\cos\left(110^0\right) \approx 42,618 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 6,528$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,768 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 39,828^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,888 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 27,427^0$$

لومړی ت –

$$\left|\vec{a}\right| = a = 3,5 \qquad \left|\vec{b}\right| = b = 4,2 \qquad \alpha = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) = 290^0$$



د رسم له لارې حل راکوي:

$$\left|\vec{c}\right| \approx 6,3$$

$$\left|\vec{d}\right| \approx 4,5$$

$$\beta = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{c}\right) \approx 38,6^0$$

$$\gamma = \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{d}\right) \approx 62,3^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شمیرنیز حل د کوساین جملې په مرسته لاس ته راوړو.

ایښوونه:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(110^0\right)$$

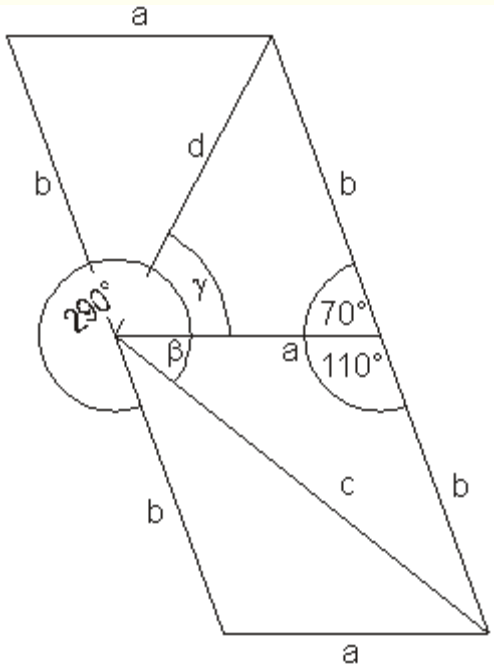
$$d^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cdot\cos\left(70^0\right)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cdot\cos(\beta)$$

$$b^2 = a^2 + d^2 - 2ad\cdot\cos(\gamma)$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}$$



$$c^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2\cdot 3,5\cdot 4,2\cdot\cos\left(110^0\right) \approx 39,945 \Rightarrow c = \sqrt{c^2} = \left|\vec{c}\right| \approx 6,32$$

$$d^2 = 3,5^2 + 4,2^2 - 2\cdot 3,5\cdot 4,2\cdot\cos\left(70^0\right) \approx 19,835 \Rightarrow d = \sqrt{d^2} = \left|\vec{d}\right| \approx 4,454$$

$$\cos(\beta) = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \approx 0,7,81 \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}\right) \approx 38,642^0$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad} \approx 0,4,63 \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \approx 62,397^0$$

دویم:

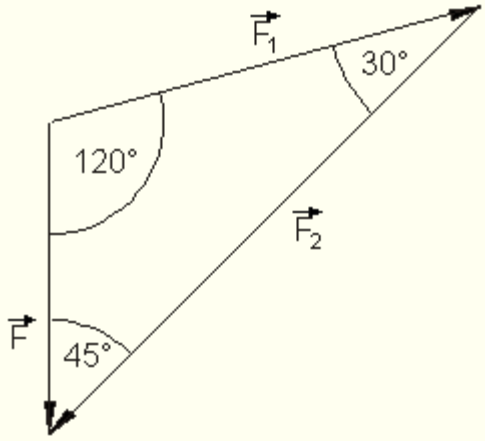
$$\left|\vec{F}\right| = F = 18\,kN$$

$$\alpha = 45^0 \quad \beta = 30^0$$

$$\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$$

$$= 180^0 - 45^0 - 30^0 = 105^0$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



شمیرل د ارزښتونو سره کیږي

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_1}{\sin(45^0)} \Leftrightarrow F_1 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(45^0) \approx 25{,}456\,kN$$

$$\frac{F}{\sin(30^0)} = \frac{F_2}{\sin(105^0)} \Leftrightarrow F_2 = \frac{F}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) = \frac{18\,kN}{\sin(30^0)} \cdot \sin(105^0) \approx 34{,}773\,kN$$

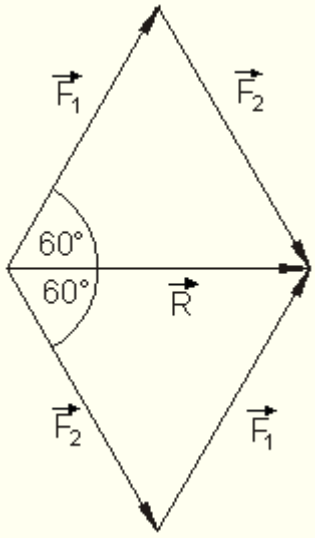
مټه s1 د $\left|\vec{F}_1\right| = F_1 \approx 25{,}456\,kN$ سره په راکښلو په کار راځي

مټه s2 د $\left|\vec{F}_2\right| = F_2 \approx 34{,}773\,kN$ سره سر فشار په کار راځي

په مټه s_1 باندې د راکښلو زور او په مټه s2 باندې د فشار زور باریږي.

دریم: که جمعه یا نتیجه همغه ارزښت ولري، لکه دواړه، په یوه ټکي برید کوونکي قوه، نو باید وکتور د درېګوډی یا مثلث هر یو کودج 60^0 درجې دي.
په غبرګ اړخیز د دواړو وکتورونو ترمنځ کونج 120^0 دی. په یوه ټکي برید کوونکي برابر لوي قوې یو له بل سره یو د 120^0 درجو کونج جوړوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



ثلورم:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \measuredangle\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \text{ ist } \alpha = 50^0$$

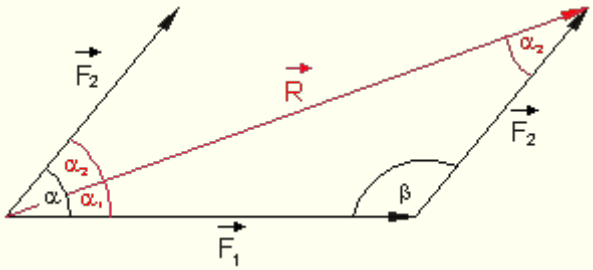
$$\beta = 180^0 - 50^0 = 130^0$$

د کوساین جملي له مخي باور لري:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(\beta)}$$

$$= \sqrt{\left(60^2 + 40^2 - 2 \cdot 60 \cdot 40 \cdot \cos\left(130^0\right)\right) N^2}$$

$$\approx \underline{\underline{91{,}024 N}}$$



د کوساین جملي له مخه باور لري

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{R}{F_2} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha_1)} \Leftrightarrow \sin(\alpha_1) = \frac{F_2}{R} \cdot \sin(\beta)$$

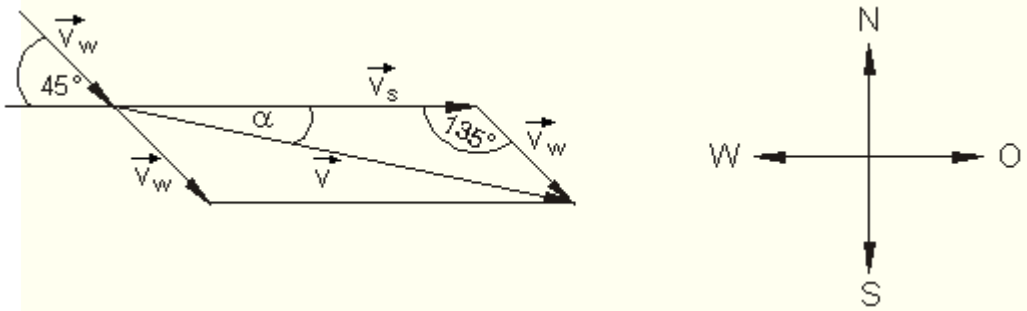
$$\sin(\alpha_1) = \frac{40}{91{,}024} \cdot \sin(130^0) \approx 0{,}337$$

$$\Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}337) \approx \underline{19{,}672^0}$$

له R او F_1 رابند کون دی.

دا چې α_1 او α_2 ځانونه $\alpha = 50^0$ کونج ته پوره کوي،نو د R او F2 ترمنځ کونج به شي.

پنځم:یو رسم تناسب روښانه کوي.



د کیشتئ د وتونکونج ارزښت د v_s سره په نخښه کیږي، د اوبو د جریان چټکتیا د v_w سره. تري راوتلی یا نتیجه چټکتیا د v سره. دا ترڅنګ بوږبوږکئ د اسمان لور ښايي.

له $\vec{v_s}$ او $\vec{v_w}$ رابند کونج°130 دی. دv لپاره د کوساین جملې سره باور لري:

$$v = \sqrt{v_s^2 + v_w^2 - 2v_s \cdot v_w \cdot \cos(135^0)} = \sqrt{657 - 432 \cdot \cos(135^0)} \approx \sqrt{962{,}476} \approx \underline{\underline{31{,}024}}$$

د ساین له جملې سره لاس ته راځي:

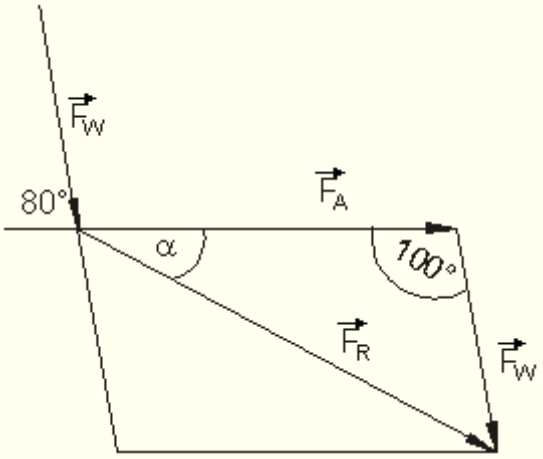
$$\frac{v_w}{\sin(\alpha)} = \frac{v}{\sin(135^0)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{v_w \cdot \sin(135^0)}{v} \approx 0{,}205$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{v_w \cdot \sin(135^0)}{v}\right) \approx \underline{\underline{11{,}837^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د سمندر په سر د کیشتئ چټتیا 31,024 Knoten, غوټي ده، دا نږدې 57,456 km/h کیږي. په جنوبي لور د لار یا د تګ په څنګیدنه نږدې 11,837 درجې په نخښه کیږي.

شپږم: یو رسم اړیکې سره روښان کوي



د الوتکې د ټیلوهلو زور ارزښت د F_A سره په نخښه کوو، دا د باد زور د F_W سره. ترې لاس ته راغلی زور دې F_R وي.

د $\vec{F}_A$ او $\vec{F}_w$ څخه رابند کونج 100° دی.

د F_R لپاره د کوساین جملې په مرسته باور لري:

$$F_R = \sqrt{F_A^2 + F_w^2 - 2 \cdot F_A \cdot F_w \cdot \cos\left(100^0\right)} = \sqrt{136 - 120 \cdot \cos\left(100^0\right)} \approx$$

$$\approx \sqrt{156,838} \approx 12,523$$

د ساین د جملې سره لاس تهترې راځي:

$$\frac{F_w}{\sin(\alpha)} = \frac{F_R}{\sin\left(100^0\right)} \Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R} \approx 0,472$$

$$\Rightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{F_w \cdot \sin\left(100^0\right)}{F_R}\right) \approx \underline{\underline{28,153^0}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په تولیزه توګه یا تولتال په الوتکه د 12,523 kN زور پرېوزي یا اغیز لري. د دې لپاره چې موخه ځای ته ورسیږو، باید یو د $28,153^0$ کونج لاندې د د باد په لور د الوتکې خط السیر یا تګلار وساتل شي.

د S -ضرب او یوونوکتور یا واحدوکتور

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره
د 4a بنې الجبري ترم په دې معنا دی:.4a = a + a + a + a
د $\frac{3}{4}a$ لاندې سړی په ورته توګه $\frac{3}{4}$ د a پوهیږي.
دا لیکنډول، د خپلې معنا سره، کیدی شي سړی د وکتورشمیرنې لپاره هم ترې ونیسي.
د $4\vec{a} = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} + \vec{a}$ لاندې سړی یو وکتور پوهیږي د $\vec{a}$ د لور او لوریزوالي سر او ۴ واره یا ځله د $\vec{a}$ داوږدوالي سره.

د $\frac{3}{4}\vec{a}$ لاندې یو وکتور پوهیږو د $\vec{a}$ د لور سره او 3/4 د $\vec{a}$ اوږدوالی سره.
پیژند(تعریف): kدې یو مثبت حقیقی عدد وي او $\vec{a}$ یووکتور .
د $k \cdot \vec{a} = k\vec{a}$ لاندې وکتور پوهیږو، چې همغه لور او اورینتیشن ولري، لکه $\vec{a}$ او k ځله دومره اوږد دی لکه $\vec{a}$ ،
پسې دې باور ولري: $0\vec{a} = \vec{0}$ (صفر وکتور)
او $-k\vec{a} = (-k)\vec{a} = -(k\vec{a})$ (د $k\vec{a}$ معکوس یا په څټ وکتور)
د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره S -ضرب بلل کیږي.
د S -ضرب لپاره لاندې شمیرقوانین باور لري:
جمله: د هر k, k_1, k_2 عدد او $\vec{a}, \vec{b}$ وکتورونو لپاره باور لري:

اسوځیاتیو قانو	$k_1(k_2\vec{a}) = k_1 \cdot k_2\vec{a}$
لومړی دیستریبوتیو قانون	$(k_1 + k_2)\vec{a} = k_1\vec{a} + k_2\vec{a}$
دویم دیستریبوتیو قانون واحدقانون یا یوون قانون	$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$
	$1\vec{a} = \vec{a}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

واحد وکتور(یوونوکتور)

پیژند(تعریف)موږ دوه وکتورنه (یو بل سره) غبرګ (یا کولینیار **kollinear**)بولو، که یو له دواړو د دې بل ډېرواره یاڅوځله وي.

پیژند(تعریف):که د ټولو کولینیارو(غبرګو) وکتورونو انځورونې ته یو بنسټوکتو $\vec{a}$ د اوږدوالي ۱ سره(یعنې $|\vec{a}| = 1$) وکاروو، نو سړی دا د وکتور $\vec{a}$ په لور واحدوکتور یا یوون وکتور $\vec{e_a}$ بولي.

د وکتور اوږدوالی د وکتور اوږدوالی هم بلل کیږي.

ټول وکتورونه د اوږدوالي ۱ سره واحد وکتورونه(یوونوکتورونه) بلل کیږي.

هر په خوښه وکتور کیدی شي د یوه واحد یا یوونوکتور د څو ځله په حیث انحور کړی شي.

بیلګه ۱ : لاندې وکتورونه ورکړ شوي

$\vec{a} = 4\vec{e_a}$ او

$\vec{b} = 3\vec{e_b}$; $\measuredangle(\vec{a};\vec{b}) = 60^0$

وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$

$\vec{e_a} + \vec{e_b}$ او همداسې

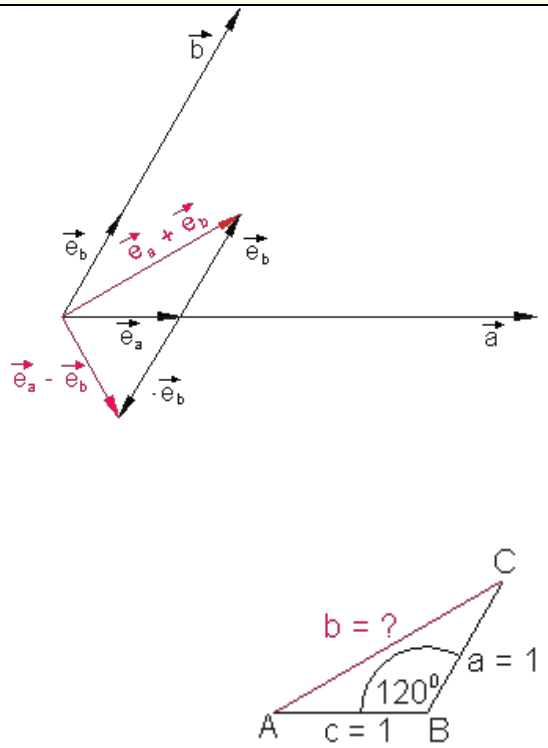
$\vec{e_a} - \vec{e_b}$ رسم کړئ

او وشمیرئ $|\vec{e_a} + \vec{e_b}|$ او

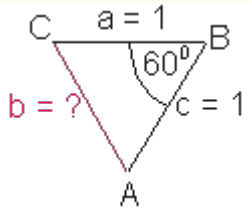
$|\vec{e_a} - \vec{e_b}|$ همداشې

د اړخ یا ضلعې b شمیرنه د کوساین جملې سره کیږي.

$b = |\vec{e_a} + \vec{e_b}|$



(c) ketabton.com: The Digital Library



$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(120^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot (-0,5)} = \sqrt{3} \approx 1,734$$
$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{e_a} + \overrightarrow{e_b}\right| = \sqrt{3} \approx 1,734$$

د اړخ b شمیرنه د کوساین جملې سره کیدی شي.

$$b = \left|\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}\right|$$

$$b = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)}$$
$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos(60^0)}$$
$$b = \sqrt{1 + 1 - 2 \cdot 0,5} = \sqrt{1} = 1$$
$$\Rightarrow \left|\overrightarrow{e_a} - \overrightarrow{e_b}\right| = \sqrt{1} = 1$$

وکتور فضا

یوه وکتور فضا یا کرښیزه فضایو الجبري جوړښت دی، چې توکي یې وکتورونه بلل کیږي. دا کیدی شي د کیدی شي سره جمعه شي یا د عددونو(سکالار) سره ضرب شي. نتیجه یې بیرته د همغې وکتور فضا وکتور دی.

په یوه حقیقي وکتور فضاV کې، دا یوهه داسې ده، چې په هغې کې سکالار حقیقي عدد دی، لاندې قوانین باور لري:

وکتور فضا:

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

اسوخیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په v د صفر توکی یا بي اغیزه یا بي پلوه توکی	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
په v کي نسبت جمعي ته په څټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی یا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوخیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعي دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعي دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

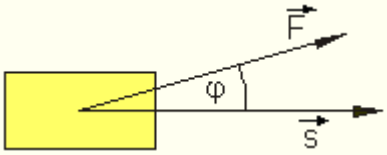
پورته تعریف په حقیقي ومتور فضا رابند یا محدود دی، ځکه چئ په لاندي فقط د داسي جوړختونو سره کار کیږي.

سکالار ضرب

د سکالار ضرب تعریف(پیژند):

د فزیکي موخه د کار تعریف د دوه وکتورونو ترمنځ یوه تړنه(نښلونه، عملیه) ده، چي نتیجه یي یو حقیقي عدد دی.

$$W=\vec{F}\cdot\vec{s}=|\vec{F}|\cdot|\vec{s}|\cdot\cos(\varphi)$$



پیژند(تعریف):

د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ سکالار ضرب $\vec{a}\cdot\vec{b}$ شمیرل کي ، چي د دواړو وکتورونو سکالار له د وي څخه رابند کونج یا زاویي د کوساین سره ضر ب شي:

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$$

په پام کي ولره: د دوه وکتورونو سکارضرب صفر کیږي، که لږ تر لږه له دي دواړو وکتورونو یو صفر وي، یا دواړه وکتورونه یو پر بل ولاړ یا عمود وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

که $\vec{a}=\vec{0}$ یا $\vec{b}=\vec{0}$ او یا $\vec{a}\perp\vec{b}$ وي.

ځکه چې له $\vec{a}\perp\vec{b}$ لرو $\cos(\vec{a},\vec{b})=0$ دا په دې معناچې $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=90^0$ یا $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=270^0$

د دوه برابرو وکتورونو سکالار ضرب لپاره لرو یا لاس ته راځي:

$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos(0^0)=a\cdot a\cdot 1=a^2$ (Bemerkung: $|\vec{a}|=a$)

د سکالار ضرب په مرستهکیدی شي د یوه وکتور ارزښت انځور شي.

د یوه وکتور ارزښت(مطلق ارزښت): $a=|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

د سکالار ضرب لپاره شمیر قوانین.

جمله:

د ټولو $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ او $k\in\mathbb{R}$ لپاره باور لري:

بدلید قانون $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$

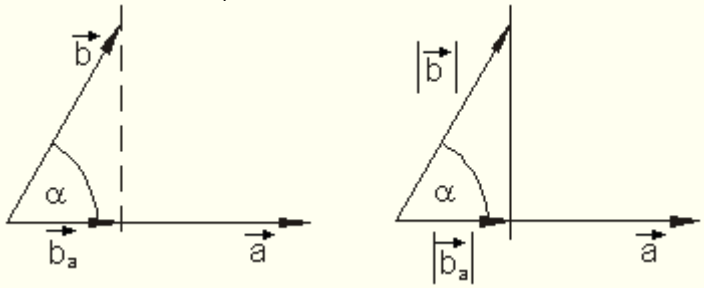
اسوسیاتیو قانون
$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(k\vec{b})=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

دیستریبوتیو قانون

بیلګه ۱ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ ورکړ شوي دی، چې مختلف لوري لري.

غوښتونی د وکتور $\vec{b}$ پریسوتون(پریوتل) دي په وکتور $\vec{a}$ باندې، همداسې د $\vec{b}$ وکتور کمپوننت د $\vec{a}$ وکتور په لور یعنې وکتور $\vec{b_a}$.



(c) ketabton.com: The Digital Library

باور لري $\overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \overrightarrow{e_a}$ ، چیرته چې $\overrightarrow{e_a}$ د $\vec{a}$ واحد یا یوونوکتور دی. دی

$$\overrightarrow{e_a} = \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|}$$

.

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} \qquad (1)$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د سکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha) \qquad (2)$$

پسې د کوساین لپاره باور ري:

$$\cos(\alpha) = \frac{\left|\overrightarrow{b_a}\right|}{\left|\vec{b}\right|} \Leftrightarrow \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \left|\vec{b}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

په (۲) کې کیږدئ:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (3)$$

وکتور $\overrightarrow{b_a}$ د وکتور $\vec{b}$ پرېوستون (پروجکشن) په وکتور $\vec{a}$ دی.

دا چې دواړه همغه لور لري، نو د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دسکالار ضرب لپاره باور لري:

$$\vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \cdot \cos\left(0^0\right) = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| \qquad (4)$$

له دې سره د (۳) او (۴) څخه لاس ته راځي:

$$\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \vec{b}$$
$$\left|\vec{a}\right| \cdot \left|\overrightarrow{b_a}\right| = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a} \qquad \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{b_a}$$

د $\vec{a}$ او $\vec{b}$ دبدلون لپاره همداسې $\vec{a} \cdot \vec{b} = \overrightarrow{a_b} \cdot \vec{b}$ باور لري.

پسې له (۳) څخه لاس ته راځي: $\left|\overrightarrow{b_a}\right| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|}$ په (۱) د ایښولو سره راکوي:

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|} \cdot \frac{\vec{a}}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\left|\vec{a}\right|^2} \cdot \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{a^2} \cdot \vec{a}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتورونوود بدلون سره راکوي: $\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$ همداسې $\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$.

په ټولیزه توګه کړی شو ووایو:
د دوه وکتورونو سکالار ضرب تغیر نه خوري، که سړی یو د بل وکتور د اوږدوالي کمپوننت پهځای کیږدي.

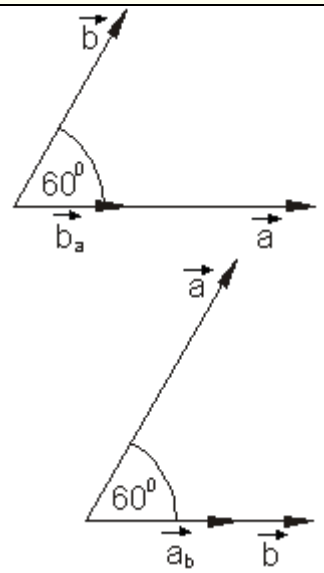
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot\overrightarrow{b_a} = \overrightarrow{a_b}\cdot\vec{b}$$

داچې د دوه وکتورونو وېش نه دی تعریف، کیدی کلهکله لاندې اړیکې مرسته وکړي.

$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a} \text{ bzw. } \overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

بیلګه ۲ :

دوه وکتورونه $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او د ارزښت a=4LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)او b=3LE (LE د سطحې واحدونه یا یوونونه)سره یو د 60° کونج جوړوي.
$\overrightarrow{b_a}$ او $\overrightarrow{a_b}$ وشمیرئ. نتیجه یې انځوریز و ازمایئ.



$$\overrightarrow{b_a} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a^2}\cdot\vec{a}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(60^0) = 4\cdot 3\cdot 0{,}5 = 6$$

$$a^2 = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = 4\cdot 4 = 16$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{b_a} = \frac{6}{16}\cdot\vec{a} = \frac{3}{8}\cdot\vec{a}$$

$$\overrightarrow{a_b} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{b^2}\cdot\vec{b}$$

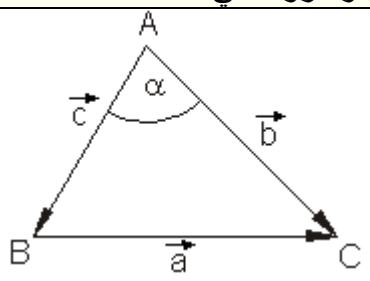
$$b^2 = |\vec{b}|\cdot|\vec{b}| = 3\cdot 3 = 9$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{a_b} = \frac{6}{9}\cdot\vec{b} = \frac{2}{3}\cdot\vec{b}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه۳:

د سطحي تریګونومتري (مثلثاتو) دکوساین جمله دي وکارول شي.



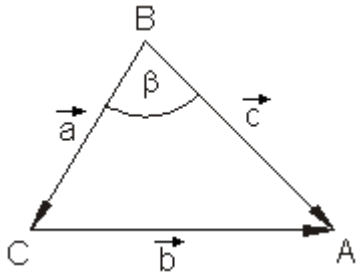
$$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}\,|\,+\vec{b}-\vec{c}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}=\vec{b}-\vec{c} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow a^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=\left(\vec{b}-\vec{c}\right)^2=b^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}+c^2$$

$$=b^2+c^2-2\vec{b}\cdot\vec{c}$$

$$=b^2+c^2-2bc\cdot\cos(\alpha)$$



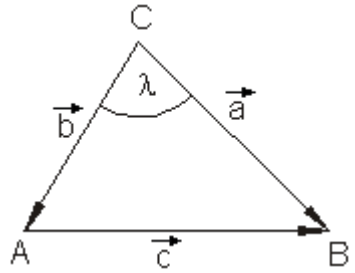
$$\vec{b}-\vec{c}+\vec{a}=\vec{0}\,|\,+\vec{c}-\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{b}=\vec{c}-\vec{a} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow b^2=\vec{b}\cdot\vec{b}=\left(\vec{c}-\vec{a}\right)^2=c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}+a^2$$

$$=a^2+c^2-2\vec{a}\cdot\vec{c}$$

$$=a^2+c^2-2ac\cdot\cos(\beta)$$



$$\vec{c}-\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}\,|\,+\vec{a}-\vec{b}$$

$$\Leftrightarrow \vec{c}=\vec{a}-\vec{b} \text{ quadrieren}$$

$$\Rightarrow c^2=\vec{c}\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2=a^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+b^2$$

$$=a^2+b^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}$$

$$=a^2+b^2-2ab\cdot\cos(\gamma)$$

د یوه ولاړګوډیز یا قایم الزاویه مثلث(درېګوډي) ځانګړنوالي:

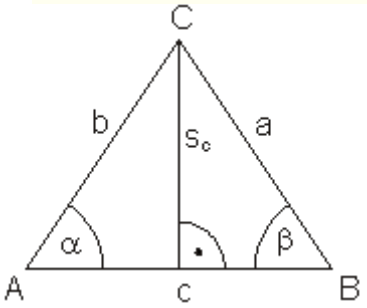
(c) ketabton.com: The Digital Library

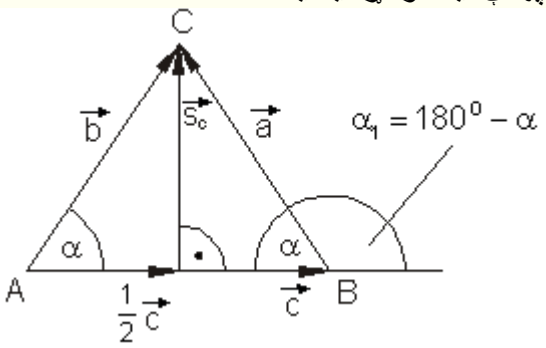
دا چې یو په بل ولاړو یا قایم وکتورونو سکالار ضرب صفر دی، سړی د پورته جملې لپاره د پیتاګوراس(فیثاغورث) جمله لاس ته راوړي.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

بیلګه ۴

وښایئ چې د یوه برابر اړخیز یا مساوی الاضلاع مثلث اړخنیمئ(نا صف الاضلاع) پهدې نیغه ولاړه یاقایمه ده.





$a = b$ und $\alpha = \beta$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| \triangleq a = b \text{ und } \cos(180^0 - \alpha) = -\cos(\alpha)$$

وکتور مساوات یا برابرون:

$$\vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} - \vec{s_c} = 0 \Leftrightarrow \vec{s_c} = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{a} \qquad (2)$$

د (۱) سره کیږي $\vec{s_c} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a}) + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} + \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

د دې لپاره وښایو چې $\vec{s_c} \perp \vec{c}$ دی، باید باور ولري: $\vec{s_c} \cdot \vec{c} = 0$

$$\vec{s_c} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}ac \cdot \cos(180^0 - \alpha) + \frac{1}{2}bc \cdot \cos(\alpha)$$

د $b = a$ او $\cos(180^0 - \alpha) = -\cos(\alpha)$ سره دی:

$$\vec{s_c} \cdot \vec{c} = -\frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2}ac \cdot \cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \vec{s_c} \perp \vec{c}$$

څه چې د ښوولووو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د اوکلید یا اقلیدس وکتورفضا

د اویکلید وکتورفضا پیژند(تعریف):
که د یوه حقیقي کتور فضا پرته الجبري جوړښت، لکه په لاندې توګه

د هر عدد $\{k; k_1; k_2\} \in \mathbb{R}$ لپاره او د وکتور په حیث هر $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ لپاره باور لري.

اسوخیاتیو قانون	$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$
په v د صفر توکی یا بیاغیزه	$\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$
یا بې پلوه توکی	
په v کې نسبت جمعې ته په څټ یا معکوس توکی	$\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{0}$
بدلیدونکی ا کموتاتیو قانون	$\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
د ضرب اسوخیاتیو قانون	$k_1(k_2\vec{a})=k_1\cdot k_2\vec{a}$
د سکالار د جمعې دیستریبوتیو قانون	$(k_1+k_2)\vec{a}=k_1\vec{a}+k_2\vec{a}$
د وکتورونو د جمعې دیستریبوتیو قانون	$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b}$
واحدقانون یا یوون قانون	$1\vec{a}=\vec{a}$

لاندې قوانین هم باور ولري
د هر عدد $\{k; a\} \in \mathbb{R}$ او $\{\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}\} \in V$ دوکتور په حیث لپاره باور لري:

د سکالار ضرب بدلید قانون	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$
د سکالار ضرب دیستریبوتیو قانون	$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$
ګډوله اسوخایاتیو قانون	$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})$
د وکتور (مطلق) ارزښت	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\vec{a}^2=\lvert a\rvert^2=a^2$

نو سړی د اویکلید یا اقلیدس فضا څخه غږیږي یا دا د اقلیدس فضا بولو.

یادونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

یوه وکتور ته نسبت سکالار ضرب ته معکوس یا په څټ توکی نه شته. دا په دې معنا، چې سړی د وکتور سره وېشنه نه شي کولی.
د وکتورونو نسبت سکالار ضرب ته نا پیلی توکی نه شته، حکه چې نتیجه یو حقیقي عدد دی او وکتور نه دی.

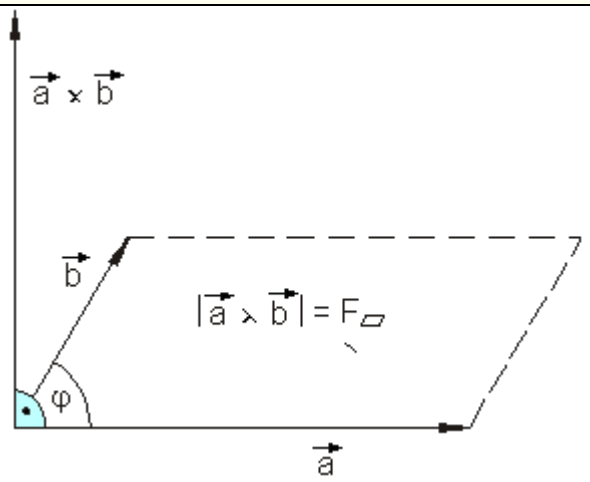
وکتوري ضرب

د وکتوري ضرب پیژند یا تعریف:
که یو هوکتور د یوه عدد سره ضرب شي، نو نتیجه بیرته یو وکتور دی. د ضرب دا ډول S –ضرب بلل کیږي.
که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، داسې په نامه سکالار بډول ضرب.
برسیره له دې د وکتورونو ضربډول شته، د کومو سره چې ضرب بیرته وکتور دیول وکتور ضرب یا وکتوري ضرب بلل کیږي، کله کله اټیران ضرب یا صلیبي ضرب(زه صلیبي ضرب ته اټیران ضرب وایم اټران د لوبو هغه څیره ده، چې دوه کرښې سره په کې پریکوي).
پخوا له دې چې موږ د دې ضرب ځانونه په کار اچوو یا مشغولوو، باید روښانه شي، چې دا ډول ضرب څنګه تعریف دی.

پیژند(تعریف):
د دوه وکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږو، چې د لاندې خویونو سره خویز کرکتري شوی دی:
لومړی: $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی یعنې قایم دی.
دویم: $\vec{b}$ ، $\vec{a}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې ترتیب یو ښی سیستم جوړوي.
دریم: $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \sphericalangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$
له پورته تعریف څخه سیده لرو:
د ده وکتورونو وکتوري ضرب ارزښت صفر لري، که لږ تر لږه له دواړو وکتورونو یو صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه غبرګ یا موازي وي.
معکوس یا په څټ هم باور لري:
که د دوه وکتورونو ضرب له کومو، چې یو یې هم صفروکتور نه وي، نو دا غبرګ دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د تعریف د دریم شرط څخه لاس ته راځي، چې هلته خپل لوي ارزښت لري، که له هغوی رابند کونج 90 درجې وي.

ترڅنګ ولاره څیره دې وکتوري ضرب ګرافیکي روښانه کړي. $\vec{a}\times\vec{b}$ یو وکتوري ضرب دی، کوم چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ یا قایم دی، داسې چې: $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.	

د دې ارزښت له دې دواړو وکتورونو غزیدلې غبرګ اړخیز یا موازی الاضلاع سطحې خوندیونه ده.

ښی سیستم په دې معنا دی:
که لومړی وکتور د ساعت څرخوني(لړمک ورته وایي که څنګه؟) په موخه د دویم وکتور په لور وڅرخیږي، نو دا دریم داسې څرخي لکه یو پیچي میخ په ښئ اوړېدنې سره د مخ لور ته.
د وکتوري ضر بونو لپاره ښی سیستم.

جمله :

د هر $\{k\}\in\mathbb{R}$ عدد او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ د وکتور په حیث لپاره باور لري:

الترناتیو قانون $\vec{a}\times\vec{b} = -(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوڅیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b} = k(\vec{a}\times\vec{b})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې شمیر قانون لپاره د استعمال لپاره جمله:

بیلګه۱:

وشمیرئ: $\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)$

حل یا اوبي:

$$\vec{u}+\vec{v})\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$

$$=\vec{0}-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

د دې لپاره وکارول شو $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ او $\vec{u}\times\vec{v}=-\left(\vec{v}\times\vec{u}\right)$.

بیلګه ۲ : ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)}=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}:\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}=\frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}}=\underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳ :

ددوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبي:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|=a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)\Leftrightarrow\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

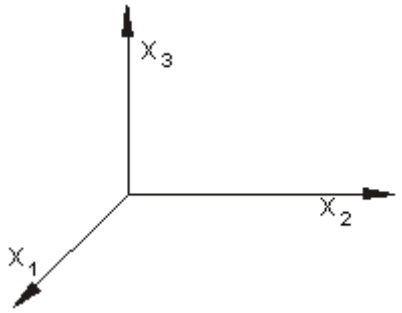
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\tan(\vec{a},\vec{b}) = \frac{\sin(\vec{a},\vec{b})}{\cos(\vec{a},\vec{b})} = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot|\vec{a}\times\vec{b}|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \frac{|\vec{a}\times\vec{b}|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}$$

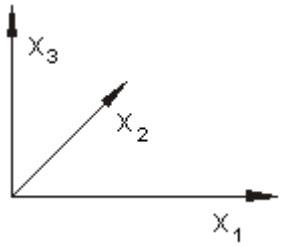
د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)

د وکتورونو برخ انځورونه(کمپوننتي انځورونه)
شمیرنه کې تر اوسه تنها یا ځانله د برخلرونکو وکتورونو یو بل ته ترتیب یا نظم لور لوباوه. د دې سره د وکتورونو فضایي ځای غوره نه وو.

دا پای لاس ته راوړنې ته اجازه ورکوي، چې وکتورشمیرنه د کواوردینات- یا پروتولاړسیستم څخه خپلواک دی. د ټاکلو پرابلمونو لپاره دابیاهم ډېر ګټور دی، که سړی د وکتور انځورونې لپاره یو پروتولاړ-یا کواوردینات سیستم په بنسټ کې کیښولی شي یا ولري.
د پسې شمیرنو لپاره کارتیزي پروتولاړ- یا کارتیزي کواوردینات سیستم پهبنسټ کې ایښولکیږي. دا درې یو په بل ولاړ یا قایم محورونه دي، چې په ترتیب د x_1, x_2 او x_3 سره په نخښه کیږي.
یادونه: د x_1, x_2 او x_3 لپاره یا پرځای کیدی شي دا د x, y او y محورونه هم وبلل شي، مګر د n بعدي یا n پراخیدوني وکتورونو لپاره به دا انځورونه په کمه کچه مناسب وي.
د کارتیزي کواوردیناتسیستم لپاره لاندې دوه انځورونې، لکه په عمل کې چې ډېر کار ترې اخستل کیږي.



د x_2او x_3 محورونه په رسمسطحه



د x_1 اوx_3 محورونه په رسمسطحه کې پرتې دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کې پراته دي. مثبت x_1 محوردمخ لور ته ښايي.	مثبت x_2محور د شالور ته ښايي

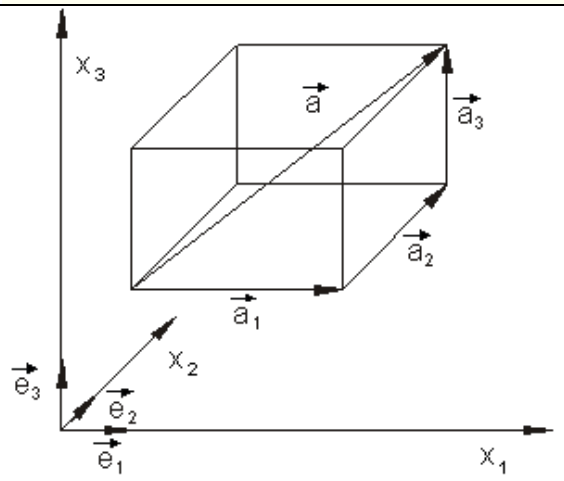
وکتور $\vec{a}$ په يوه فضايي کارتيزي کواوديناتسيتم کې ا نځوريږي. دا د کواوردیناتونو محور کمپوننتونو سره غبرګ توټه کيږي.

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3}$$

هره د دې دري کواوردیناتونو کيدی شي ځان د همغه اړونده واحد وکتور څو ځله انځور کړي:

$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

دري سکالار a_1 , a_2 او a_3 هغه چې د کواوردينات په لور د وکتورونو اوږدوالی ورکوي، د وکتور کواوردينات په نوم بلل کيږي.



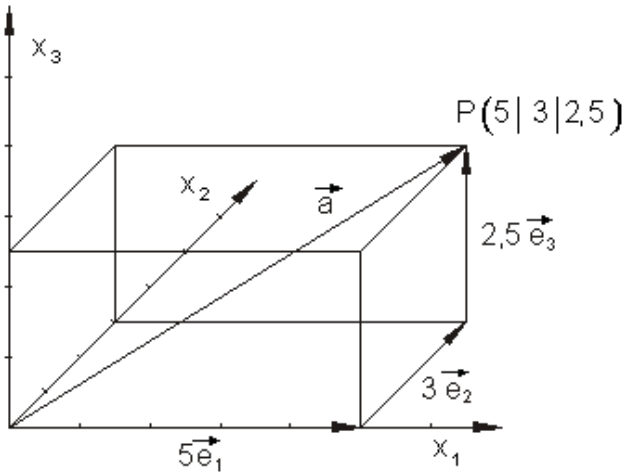
بيلګه ۱

وکتور $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$

دې په فضايي کارتيزي کواوديناتسيستمکې رسم شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دې لپاره چې وکتورونه انځور کړای شو، د هغه پیل ټکی په د کواوردینات په پیل ټکي کې ایښول کیږي.وکتور بیا له یوه کمپوننت څخه د وکتور جمعې قا نون له مخې سره یوځای کیږي. په دې بیلګه کې دا رسم شوی وکتور د P په ټکي کې پای مومي، چې کواوردیناتونه (5, 2| 3 |5)P یې لري



بیلګه ښایي:

هغه وکتور، چې په درې بعدي- یا پراخیدونې فضا کې له کواوردینات پیل څخه راوځي، هلته په یوه ټکي کې پای مومي. همداسې هر ټکي په درې بعدي فضا کې د خپلو کواوردیناتونو له لارې یواځنی ټاکلی، دا کیدی شي د وکتورونو له لارې هم پیښه شي، چې د کواوردینات له پیله مو دې ټکي ته لارښودوي یا بیایي. داسې وکتورونه سړي ځای وکتورونه بولي.

ځای وکتور $\vec{r} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2,5\vec{e_3}$ په ټکي $P(5|3|2,5)$ کې پای کیږي

تولیز باور لري: $\vec{r} = x_1\vec{e_1} + x_2\vec{e_2} + x_3\vec{e_3}$ په ټکي $P(x_1|x_2|x_3)$ کې پیا کیږي.

دا چې په درې بعدي فضا کې د وکتور لویوالی او لور د کواوردینات د ورکړې سره یواځنی ټااکلی دی، سړی کړی شي د وکتور په لیکلو کې د واحدوکتور په ور کړه

(c) ketabton.com: The Digital Library

صرف نظر وکړي. یو وکتور کیدی د دې نیونو یافرضیو لاندې ځان د درځ یا متې متریکی په توګه همم ولیکي.

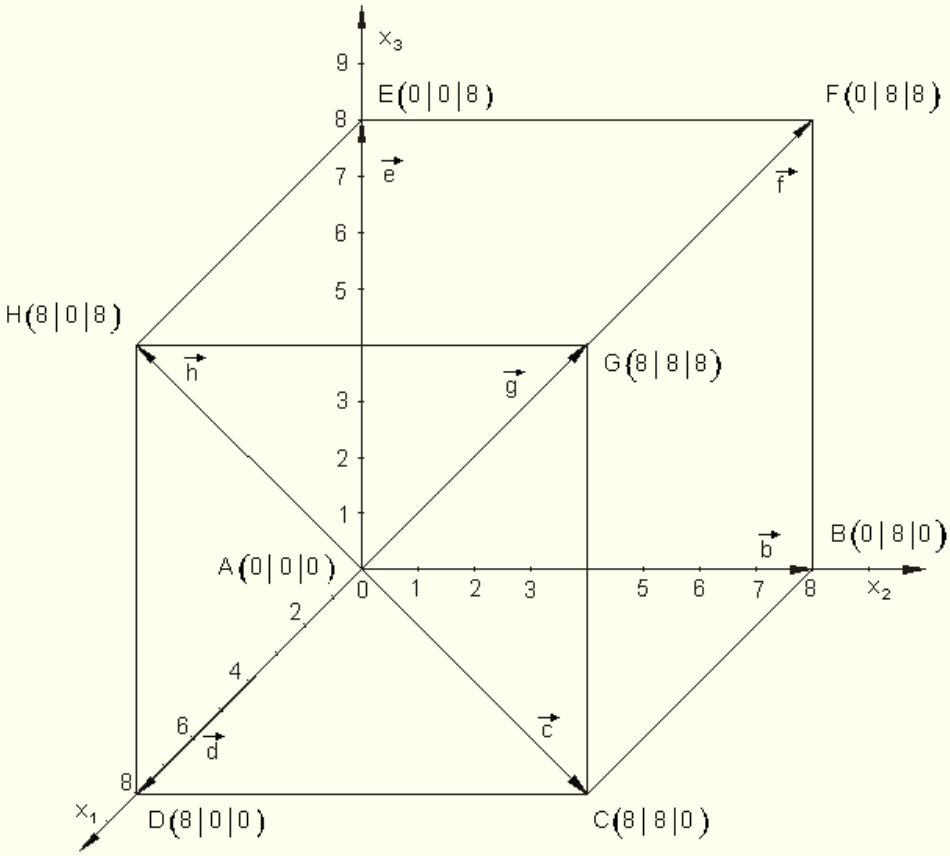
د کمپوننت انځورونه او کواوردینات انځورونه دوه مختلفي مګر برابر ارزښته لیکنډولونه دي. یو وکتور چې ټکي P ته مو بیایي، لکه چې ترې لاس ته راځي ا نځوریږي: $\vec{r} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ په $P(x_1 \mid x_2 \mid x_3)$ تنظیم دی.	الماني له کیڼ ښي لورته: کمپوننتونو انځورونه، کواوردیناتونو انځورونه $\underbrace{\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}}_{\text{Komponentendarstellung}} \Leftrightarrow \underbrace{\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{\text{Koordinatendarstellung}}$ ځانګړی: $\vec{a} = 5\vec{e_1} + 3\vec{e_2} + 2{,}5\vec{e_3} \Leftrightarrow \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$

په پام ېدې ونیول شي، چې ځایوکتور، ې له ترلو وکتورونو په حیث د کواوردینات یا پروتولاړ سیستم له سرچینې څخه یوه ټکي ته لارښودوي یا بیایي، هغو ازادو وکتورونو سره، چې په یوه فضا کې غبرګ راکښل کیږي بدل نه شي.

بیلګه ۲

یو سترګی یا مکعب دې د ۸ سطحې واحدونو یا یوونونو سره داسې په یوه کارتیزي (دیسکارتي) کواوردیناتسیستم کې ر سم شي، چې یو ګوډ یا کونج یې د کواوردینات په سرچینه کې پروت وي. د دې مکعب(سترګی، چې موږ ورته دانه وایو) ټولو ګوډونو یا کونجونو کې دې ځایوکتورونه وکښل شي. ځایوکتورونه دې په کواوردینات سیستم کې ورکړل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library



د ځایوکتورونو لپاره باور لري:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{d} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \vec{f} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \vec{g} = \begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} \qquad \vec{h} = \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

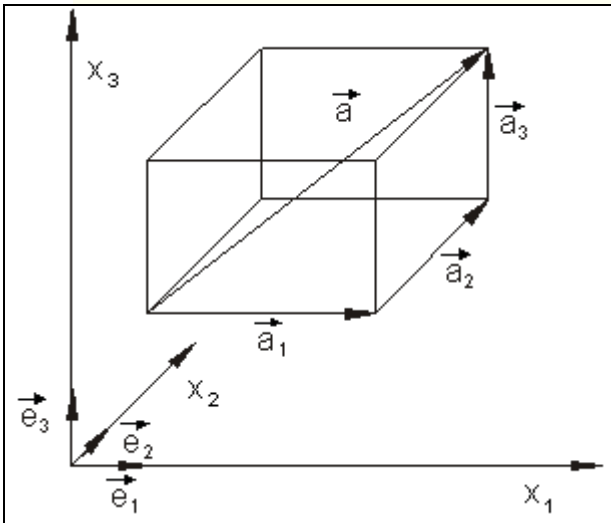
(c) ketabton.com: The Digital Library

دا پورته انځورونه له ډېرو څخه یوه ده. دا مکعب یه لومړئ اتمه (1. Oktanten) کي پروت دی. یوه بله انځورونه کیدی شي په کووردیناتسیستم یا پروتولاړ سیستم کي صورت ونیسي(ځان جوړ کړي)، په کوم کي چې د x_1-محور د شا ته په لور ښايي. د هرګړډ-یا کونجټکو د په نخښه کوني ا و د دوي د ترتیبوني وروسته کیدی شي وکتورونه بل ډول نخښه ونه ونیول شي او هم نور کواوردیناتونه ولري.

د وکتورونو ارزښت او لوریز کوساین

دیوه وکتور ارزښت

د یوه وکتور ارزښت دې وشمیرل شي، که دا په کمپننت ډوله یا کواوردینات ډوله ورکړ شوی وي



تر څنګ انځورونه را اخلو، نو پیژنوو چې وکتور

$$\vec{a} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} =$$
$$= a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

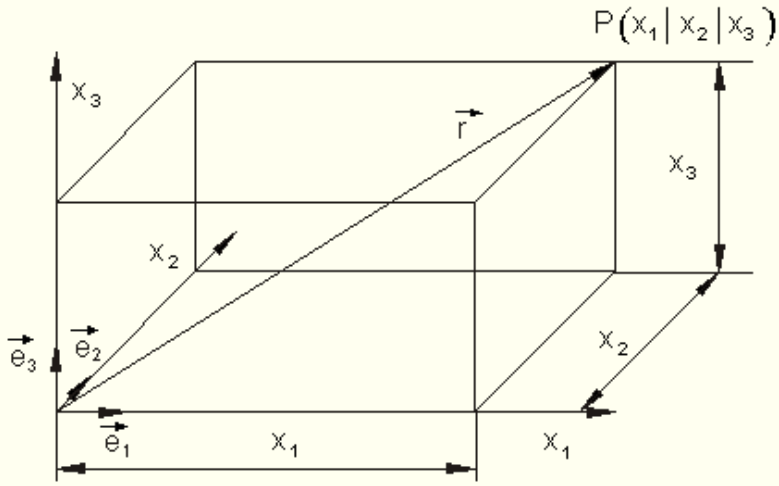
د یوه کوادر لوریزې فضا دوه کونټرې(قطر) ده، چې د ژیو اوږدوالی یې $a_1, a_2,$ او a_3 دي.

دوکتور ارزښت له دې امله د فضا دوه کونټرې سره سر خوري. د پیتاګوراس له جملې سره سم د وکتور د ارزښت لپاره لاس ته راځي:

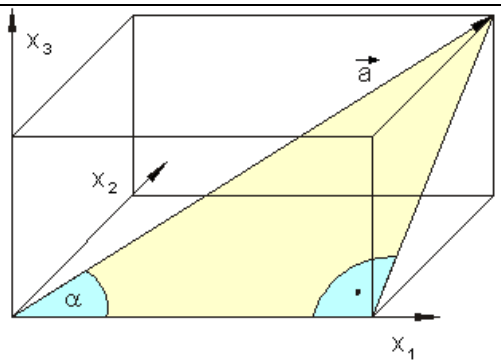
$$\vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}$$

Betrag: $|\vec{a}| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

(c) ketabton.com: The Digital Library



د یویه وکتور د لور کوساین(لنډ: لورکوساین)
په فضا کې د یوه په کمپوننتونو همداسې کواوردیناتونو بڼه ورکړشوي وکتور د لور ټاکنه ښایي، چې سړی کونج کاروي یا استعمالوي، کوم چې دا وکتور یې د یوون-یا واحد وکتور سره جوړوي.



کونج، چې د فضا دوه کونجتړې (قطر که وتر؟)همداسې د دوه کونجتړې
یا قطروکتور یې د x_1 محور سره او له دې سره د واحدوکتور سره هم جوړوي، په یوه درېګوډي یامثلث کې پروت دی، کوم چې د فضا قطر (دوه کوجتړې)،د کوادر د ښي اړخ سطحه لکه څنګه د قطر یا دوه کونجتړې وکتور x_1کمپوننتونه یا اجزاوې
یې چې جوړیدی شي.

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ورته نخښوني د نورو دواړو کونجونو لپاره هم لاس ته راوړو، داسې چې سړی لیکلی شي:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|} = \frac{x_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{x_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{x_3}{|\vec{a}|}$$

د درې کونجونو د کوساین د تابع ارزښت د وکتور د لورکوساین بلل کیږي.

د لور کوساین دجمعې لپاره باور لري:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = 1$$

داپهدې معنا: د لور کوساین مربع جمعه(څلورئ زیاتون) تل ۱ دی.

دا اړوندوالی کیدی شي د یوې ساده شمیرنې له لارئ وښوول شي:

$$\cos^2(\alpha) + \cos^2(\beta) + \cos^2(\gamma) = \frac{a_1^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_2^2}{|\vec{a}|^2} + \frac{a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{|\vec{a}|^2}$$

د $|\vec{a}|^2 = \left(\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\right)^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ سره ترې لرو

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = 1$$

له $\cos(\alpha) = \frac{a_1}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\beta) = \frac{a_2}{|\vec{a}|}, \qquad \cos(\gamma) = \frac{a_3}{|\vec{a}|}$ څخه

(c) ketabton.com: The Digital Library

د وکتور $\vec{a}$ کواوردینات لپاره لاس ته راځي:

$$a_1 = |\vec{a}|\cos(\alpha), \qquad a_2 = |\vec{a}|\cos(\beta), \qquad a_3 = |\vec{a}|\cos(\gamma)$$

اوس له دې سره شونی دی چې یو وکتور د هغه د ټاکونکو لویو ارزښت او لور سره ولیکو:

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = |\vec{a}|\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + |\vec{a}|\cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + |\vec{a}|\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$$

$|\vec{a}|$ له نوکنو راوځي او دواړه اړخونه په $|\vec{a}|$ باندې وېشل کیږي

$$\Rightarrow \vec{a} = |\vec{a}|\left(\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}\right) \,|:|\vec{a}|$$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix}$$

په پام ولره: د یوه واحدوکتور کواوردیناتونه د هغه د لور کوساین دی

$$\overrightarrow{a_e} = \cos(\alpha)\overrightarrow{e_1} + \cos(\beta)\overrightarrow{e_2} + \cos(\gamma)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha)\\ \cos(\beta)\\ \cos(\gamma)\end{pmatrix} \text{ mit } |\overrightarrow{a_e}| = 1$$

د شمیرنې بیلګې

بیلګه ۱ :

د لاندې وکتورونو لپاره دې ارزښتونه اد لورکوساین وشمیرل شي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

الف- $\vec{a} = 4\overrightarrow{e_1} + 3\overrightarrow{e_2} + 2\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

ب –

$$\vec{b} = 2\overrightarrow{e_1} - 3\overrightarrow{e_2} - 1\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

نتیجې له لسمیز(عشاریه) څخه وروسته د درې ځایونو په ټیکوالي سره ورکړئ.

حل: لومړی-

(مطلق) ارزښت:

$$\left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 9 + 4} = \underline{\underline{\sqrt{29} \approx 5{,}385}}$$

لورکوساین:

$$\cos(\alpha) = \frac{a_1}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_1}{a} = \frac{4}{\sqrt{29}} \approx 0{,}743 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 42{,}031^0}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{a_2}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_2}{a} = \frac{3}{\sqrt{29}} \approx 0{,}557 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 56{,}145^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{a_3}{\left|\vec{a}\right|} = \frac{a_3}{a} = \frac{2}{\sqrt{29}} \approx 0{,}317 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 68{,}199^0}}$$

وکتور د نږدې
5,385 LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی لري

د ب حل:

(c) ketabton.com: The Digital Library

ارزښت: لورکوساین:

$$\cos(\alpha) = \frac{b_1}{|\vec{b}|} = \frac{b_1}{b} = \frac{2}{\sqrt{14}} \approx 0,535 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 57,688^0}}$$

$$\cos(\beta) = \frac{b_2}{|b|} = \frac{b_2}{b} = \frac{-3}{\sqrt{14}} \approx -0,802 \Rightarrow \underline{\underline{\beta \approx 143,301^0}}$$

$$\cos(\gamma) = \frac{b_3}{|\vec{b}|} = \frac{b_3}{b} = \frac{-1}{\sqrt{14}} \approx -0,267 \Rightarrow \underline{\underline{\gamma \approx 105,501^0}}$$

$$|\vec{b}| = b = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$$
$$= \sqrt{2^2 + (-3)^2 + (-1)^2}$$
$$= \sqrt{4 + 9 + 1}$$
$$= \underline{\underline{\sqrt{14} \approx 3,742}}$$

وکتور د نږدې 3,742
LE

(LE د اوږدوالي
واحد)اوږدوالی

لري

یادونه: که د یوه کونج کوساین کمیز یا منفي وي، نو د کونج ارزښتونه د 90^0 او 180^0 ترمنځ پراته دي.

بیلګه ۲: د ځا ی وکتور، چې اوږدوا لی یې ۲ دی، غواړو پید کړو، چې د x_1 محور سره 60^0کونج، دx_2 محور سره 135^0 کونج جوړوي او د x_3 محور سره یو تیره کونج (حاده زاویه؟؟) جوړوي.

حل: ځا وکتور $\vec{r}$ د اوږدوالي 2 په دې معنا دی، چې $|\vec{r}| = 2$

$$\alpha = 60^0 \Rightarrow \cos(\alpha) = \cos(60^0) = \frac{1}{2}, \quad \beta = 135^0 \Rightarrow \cos(\beta) = \cos(135^0) =$$

$$) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\cos^2(\alpha)+\cos^2(\beta)+\cos^2(\gamma)=1 \Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\alpha)-\cos^2(\beta)}$$

$$\Leftrightarrow \cos(\gamma)=\pm\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2}=\pm\sqrt{1-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$$

دا چې γ دې تیره کونج وي ، باور لري: $\cos(\gamma)=\frac{1}{2}\Rightarrow\gamma=60^0$

یوونوکتور یا واحد وکتور دی: $\overrightarrow{e_r}=\cos(\alpha)\overrightarrow{e_1}+\cos(\beta)\overrightarrow{e_2}+\cos(\gamma)\overrightarrow{e_3}$

$$=\cos\left(60^0\right)\overrightarrow{e_1}+\cos\left(135^0\right)\overrightarrow{e_2}+\cos\left(60^0\right)\overrightarrow{e_3}=\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}$$

او دا وکتور پخپله: $\vec{r}=\left|\vec{r}\right|\overrightarrow{e_r}=2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{e_1}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\frac{1}{2}\overrightarrow{e_3}\right)$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{\vec{r}=\overrightarrow{e_1}-\sqrt{2}\overrightarrow{e_2}+\overrightarrow{e_3}}}$$

ټولګه:

د وکتورونو لپاره شمیرقوانین په کواوردیناتي انځورونو کې.

وکتورونه سره زیاتیږي یا جمعه کیږي همداسې کمیږي یا منفي کیږي، که اړونده کمپوننتونه سره جمعه یا سره منفي شي.

$$\vec{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix},\ \vec{b}=b_1\overrightarrow{e_1}+b_2\overrightarrow{e_2}+b_3\overrightarrow{e_3}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\\b_3\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره، د وکتور ټو ل کمپوننتونه د سکالار سره ضربیږي.

$$\vec{a} = a_1\overrightarrow{e_1} + a_2\overrightarrow{e_2} + a_3\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow u \cdot \vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

بیلګه

درې وکتورونه ورکړ شوي دي:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

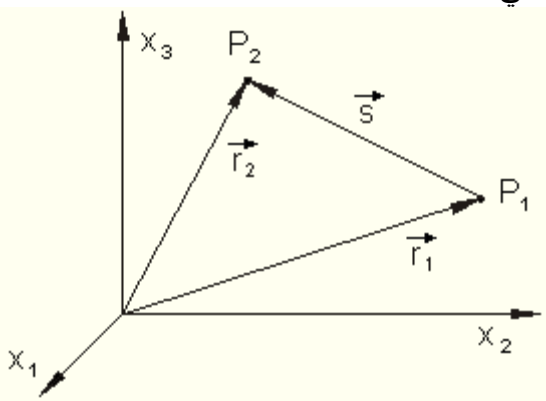
لاندې وکتور وشمیرئ

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{d} = \overrightarrow{3a} - 2\vec{b} + \overrightarrow{4c}$$

$$\vec{d} = 3\cdot\begin{pmatrix}3\\2\\1\end{pmatrix} - 2\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\3\end{pmatrix} + 4\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\6\\3\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}8\\-2\\6\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-4\\8\\16\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9-8-4\\6+2+8\\3-6+16\end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix}-3\\16\\13\end{pmatrix}}}$$

بیلګه: په دوه پراخیدوني- یا بعدي فضا کې دې د دوه ټکو P_1 او P_2 واټن وټاکل شي.



ټکو ته د ځای وکتورونه دي:

$$P_1(x_{11}\,|\,x_{12}\,|\,x_{13}) \Rightarrow r_1 = \begin{pmatrix}x_{11}\\x_{12}\\x_{13}\end{pmatrix}$$

$$P_2(x_{21}\,|\,x_{22}\,|\,x_{23}) \Rightarrow r_2 = \begin{pmatrix}x_{21}\\x_{22}\\x_{23}\end{pmatrix}$$

د دواړو ټکو تړون وکتور دې s وي.

$$\vec{r_1} + \vec{s} = \vec{r_2} \,|-\vec{r_1} \Leftrightarrow \vec{s} = \vec{r_2} - \vec{r_1} = \begin{pmatrix}x_{21}-x_{11}\\x_{22}-x_{12}\\x_{23}-x_{13}\end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د دواړو ټکو ترنوکتور ارزښت یو د بل څخهواټن په ګوته کوي او دا په درې بعدي (درې پراخیدوني) فضا کې.

$$\text{Wegen } \left|\vec{a}\right| = a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \text{ gilt:}$$

$$\left|\vec{s}\right| = s = \sqrt{(x_{21} - x_{11})^2 + (x_{22} - x_{12})^2 + (x_{23} - x_{13})^2} = \overline{P_1P_2}$$

یادونه: د کواوردیناتو په ایندکس یا پیژندنخښهباندې x_{ij} سمبالولو سره دا لومړی ایندکی د ټکي P_i لپاره ولاړ دی او دویم ایندکس د کواوردینات محور لپاره

سکالار ضرب

دوه لاندې وکتورونه دې ورکړ شویوي

$$\vec{b} = b_1\vec{e_1} + b_2\vec{e_2} + b_3\vec{e_3} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \text{ او } \vec{a} = a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

دا یو د بل سره فورما ضربیږي:

$$\begin{aligned}
\vec{a}\cdot\vec{b} &= \left(a_1\vec{e_1} + a_2\vec{e_2} + a_3\vec{e_3}\right)\cdot\left(b_1\vec{e_1} + b_2\vec{e_2} + b_3\vec{e_3}\right) \\
&= a_1b_1\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} + a_1b_2\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} + a_1b_3\vec{e_1}\cdot\vec{e_3} \\
&+ a_2b_1\vec{e_2}\cdot\vec{e_1} + a_2b_2\vec{e_2}\cdot\vec{e_2} + a_2b_3\vec{e_2}\cdot\vec{e_3} \\
&+ a_3b_1\vec{e_3}\cdot\vec{e_1} + a_3b_2\vec{e_3}\cdot\vec{e_2} + a_3b_3\vec{e_3}\cdot\vec{e_3}
\end{aligned}$$

په پام کې دې وي، چې د دوه یو په بل عمود ولاړو وکتورونو سکالار ضرب صفر دی او د یوه یوون-یا واحد وکتور تربع ۱ دی،پورته ولاړه وینا ډېره ساده کوي.

$$\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} = \left|\vec{e_1}\right|\cdot\left|\vec{e_2}\right|\cdot\cos\left(\vec{e_1},\vec{e_2}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(90^0\right) = 1\cdot 1\cdot 0 = 0 \text{ da } \vec{e_1} \perp \vec{e_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e_1}\cdot\vec{e_2} = \vec{e_2}\cdot\vec{e_1} = 0 \qquad \vec{e_1}\cdot\vec{e_3} = \vec{e_3}\cdot\vec{e_1} = 0 \qquad \vec{e_2}\cdot\vec{e_3} = \vec{e_3}\cdot\vec{e_2} = 0}$$

$$\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} = \left|\vec{e_1}\right|\cdot\left|\vec{e_1}\right|\cdot\cos\left(\vec{e_1},\vec{e_1}\right) = 1\cdot 1\cdot\cos\left(0^0\right) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1 \text{ da } \vec{e_1} \text{ parallel zu } \vec{e_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{e_1}\cdot\vec{e_1} = 1 \qquad \vec{e_2}\cdot\vec{e_2} = 1 \qquad \vec{e_3}\cdot\vec{e_3} = 1}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

له دې سره کیږي:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}$$

سکالار ضرب هم کیدی شي ددرځ- یا متې یا ستن - یا ولاړ وکتورونو سره سرته ورسول شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \quad \text{او} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left(a_1 \mid a_2 \mid a_3\right)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

بیلګه۱ :

دواړه وکتورونه یو د بل سره کوم کونج جوړوي؟

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \left(3 \mid -2 \mid 1\right)^T \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 + 2 + 3 = 17$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} = \sqrt{9+4+1} = \sqrt{14} \approx 3,742$$

$$\left|\vec{b}\right| = \sqrt{\vec{b}\cdot\vec{b}} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} = \sqrt{16+1+9} = \sqrt{26} \approx 5,099$$

$$\cos(\alpha) = \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{17}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{26}} \approx 0,891 \Rightarrow \underline{\underline{\alpha \approx 26,996^0}}$$

وکتوري ضرب

لکه د سکالار ضرب لومړی فورمال ضر بیري. له د ې وروسته ساده کیري. د دې لپاره دې د سلیب یا ا ټیران ضرب قوانین بیا وکتل شي.

باور لري:

$\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b} = -\left(\vec{b}\times\vec{a}\right)$ نیغ ولاړ یا قایم دی

$\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې یو ښی سیستم

$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی

د کارتیزي کواوردیناتسیستم وکتورونو لپاره په ځانګړې توګه باور ري:

$$\left|e_1\times e_1\right| = \left|e_1\right|\cdot\left|e_1\right|\cdot\sin\left(e_1,e_1\right) = 1\cdot 1\cdot\sin\left(0^0\right) = 1\cdot 1\cdot 0 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_1} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_2}\times\overrightarrow{e_2} = \vec{0} \qquad \overrightarrow{e_3}\times\overrightarrow{e_3} = \vec{0}}$$

$$\left|e_1\times e_2\right| = \left|e_1\right|\cdot\left|e_2\right|\cdot\sin\left(e_1,e_2\right) = 1\cdot 1\cdot\sin\left(90^0\right) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{e_1}\times\overrightarrow{e_2} = \overrightarrow{e_3}$$

دا چې $\overrightarrow{e_1} \perp \overrightarrow{e_3}$ ا او $\overrightarrow{e_2}$ (یعنې $\overrightarrow{e_3}$ ا په $\overrightarrow{e_1}$ او $\overrightarrow{e_2}$ عمود یا ولاړ) دی اوو ارزښت ۱ لري.

لاندې اړیکې شتون لري:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{e_1}\times\vec{e_2}=\vec{e_3}$	$\vec{e_2}\times\vec{e_3}=\vec{e_1}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_1}=\vec{e_2}$
$\vec{e_2}\times\vec{e_1}=-\vec{e_3}$	$\vec{e_3}\times\vec{e_2}=-\vec{e_1}$	$\vec{e_1}\times\vec{e_3}=-\vec{e_2}$

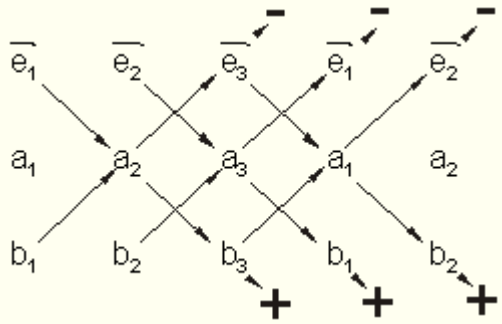
فورمال ضرب:

$$\begin{aligned}
\vec{a}\times\vec{b} &= \left(a_1\vec{e_1}+a_2\vec{e_2}+a_3\vec{e_3}\right)\times\left(b_1\vec{e_1}+b_2\vec{e_2}+b_3\vec{e_3}\right)\\
&= a_1b_1\left(\vec{e_1}\times\vec{e_1}\right)+a_1b_2\left(\vec{e_1}\times\vec{e_2}\right)+a_1b_3\left(\vec{e_1}\times\vec{e_3}\right)\\
&+a_2b_1\left(\vec{e_2}\times\vec{e_1}\right)+a_2b_2\left(\vec{e_2}\times\vec{e_2}\right)+a_2b_3\left(\vec{e_2}\times\vec{e_3}\right)\\
&+a_3b_1\left(\vec{e_3}\times\vec{e_1}\right)+a_3b_2\left(\vec{e_3}\times\vec{e_2}\right)+a_3b_3\left(\vec{e_3}\times\vec{e_3}\right)\\
&= 0+a_1b_2\vec{e_3}-a_1b_3\vec{e_2}-a_2b_1\vec{e_3}+0+a_2b_3\vec{e_1}+a_3b_1\vec{e_2}-a_3b_2\vec{e_1}+0\\
&= \underline{\underline{\left(a_2b_3-a_3b_2\right)\vec{e_1}+\left(a_3b_1-a_1b_3\right)\vec{e_2}+\left(a_1b_2-a_2b_1\right)\vec{e_3}}}
\end{aligned}$$

د فرمول جوړول کیدی شي د دري لړئ ییزي دیترمینانت په څیر انځور شي. دا کیدی شي د ساروس قا نون یا لار له مخې وشمیرل شي داسې چې دا د شمیرلو فرمول راکړي. د دې لپاره چې د ساروس قا نون وکاروو، باید لومړئ او دویمه د دیترمینانتي درځونه یا متې یو بل پسې ولیکل شي. بالاخره ټول قطرونه یا دوه کونجټرې ترنې او دا درې واره له کیڼې پورته لور ښي کښته خوا ته، همداسې درې ځله له کیڼ کښته خوا ته ښي پورته خوا ته.دا ډول ضربونه د جمعې په ډول سره یوځای کیږي او په حقیقت کې داسې چې ضربونه له کیڼ کښته ښی پورته کمیز یا منفي ګڼ یا شمیرل کیږي.

$$\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3}\\ a_1 & a_2 & a_3\\ b_1 & b_2 & b_3\end{vmatrix}\Rightarrow$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$= \overrightarrow{e_1}\, a_2 b_3 + \overrightarrow{e_2}\, a_3 b_1 + \overrightarrow{e_3}\, a_1 b_2 - b_1 a_2 \overrightarrow{e_3} - b_2 a_3 \overrightarrow{e_1} - b_3 a_1 \overrightarrow{e_2}$$
$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\overrightarrow{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\overrightarrow{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\overrightarrow{e_3}$$

وکتورونه ورکړ شوي:

د دواړو وکتورونو وکتوري ضرب دې جوړ شي.

نتیجه دې د مناسب شمیرنې سره وازمایل شي.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

ازمایښت د سکالار ضرب سره سرته رسیدی شي.

د دواړو وکتورونو وکتور ضرب بیرته یووکتور دی، چې هغه هغې سطحې باندې، چې له دواړو و کتورونو غزېدلې عمود دی. د دې په تعقیب د دواړو وکتورونو سره د نتیجه وکتور سکالار ضرب ارزښت صفر ورکوي.

بیلګه: د یوه مثلث ګوډټکي یا د کونجونو ټکي A, B او C لاندې کواوردبناتونه لري

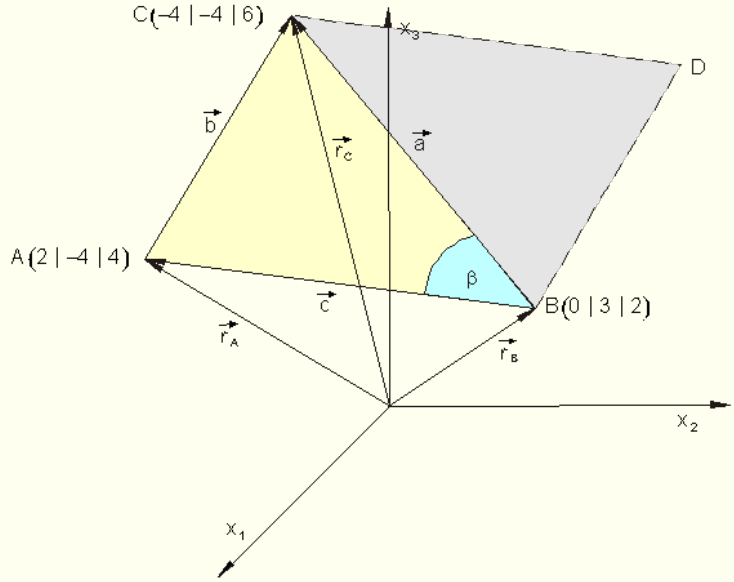
A(2 | -4 | 4); B(0 | 3 | 2) او C(-4 | -4 | 6). د مثلث سطحه دې وشمیرل شي.نتیجه دې د سطحې مثلثاتو یا دربګوډیکچ فرمول سره و ازمایل شي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ترمخ پام:

یو رسم دې هندسي(ځمککچیز) ا نځور وښا یي.

د دوه وکتورونو وکتوري ضرب یا x ضرب یو وکتور دی، چې هغه له دې دواړو وکتورونو غزیدلي سطحې ته عمود یا ولاړ ځغلي او د هغې د سطحې خونديونه له دوي جوړ غبرګ اړخیز یا موازی الاضلاع ارزښت دي. د غبرګ اړخیز دوهکونجتړې یا که غواړئ قطر دا په یو بل پټیونې مساوي برخو وېشي. له دې سره د درېکوډي سطحه د وکتورې ضرب ارزښت نیمایي سره برابره ده.



ځای اړوند وکتور او د درې ګوډي یا مثلث اړخونو وکتورونه داسې لاس ته راځي:

$$\vec{r}_A = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}_C = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a}: \quad \vec{r}_B + \vec{a} = \vec{r}_C \Leftrightarrow \vec{a} = \vec{r}_C - \vec{r}_B = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-0 \\ -4-3 \\ 6-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\vec{b}: \quad \vec{r_A} + \vec{b} = \vec{r_C} \Leftrightarrow \vec{b} = \vec{r_C} - \vec{r_A} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-2 \\ -4+4 \\ 6-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{c}: \quad \vec{r_B} + \vec{c} = \vec{r_A} \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{r_A} - \vec{r_B} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-0 \\ -4-3 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$$

د دې رسم شوي غبرک اړخیز(موازیالا ضلاع) سطحه د سکالار یا صلیب یا اټیرن ضرب سره سړی لاس ته راوړي.

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \left| \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{matrix} \right| \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\vec{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\vec{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\vec{e_3}$$

نورپسې بارور لري: $\left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \sin\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$

$$\vec{a} \times \vec{c} = \left| \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ -4 & -7 & 4 \\ 2 & -7 & 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} \\ -4 & -7 \\ 2 & -7 \end{matrix} = -14\vec{e_1} + 8\vec{e_2} + 28\vec{e_3} - \left(-14\vec{e_3} - 28\vec{e_1} - 8\vec{e_2}\right)$$

$$= -14\vec{e_1} + 8\vec{e_2} + 28\vec{e_3} + 14\vec{e_3} + 28\vec{e_1} + 8\vec{e_2}$$

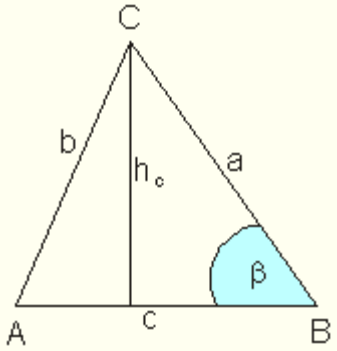
$$= 14\vec{e_1} + 16\vec{e_2} + 42\vec{e_3} = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 42 \end{pmatrix}$$

$$\left|\vec{a} \times \vec{c}\right| = \sqrt{14^2 + 16^2 + 42^2} = \sqrt{2216} \approx 47{,}074$$

ددرې ګوډې یا مثلث سطحه: $\underline{\underline{A = \frac{\left|\vec{a} \times \vec{c}\right|}{2} = \frac{\sqrt{2216}}{2} \approx 23{,}537}}$

د نتیجې کنترول

(c) ketabton.com: The Digital Library



$A = \frac{c \cdot h_c}{2}$ د $c = |\vec{c}|$ او $a = |\vec{a}|$ سره.

h_c د β کونج د ساین سره شمیرل کیږي

$$\cos(\beta) = \frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} \Rightarrow \beta = \operatorname{acos}\left(\frac{a \cdot c}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|}\right)$$

$$\sin(\beta) = \frac{h_c}{|\vec{a}|} \Leftrightarrow h_c = |\vec{a}| \cdot \sin(\beta) \Rightarrow A = \frac{|\vec{c}| \cdot |\vec{a}| \cdot \sin(\beta)}{2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{16 + 49 + 16} = \sqrt{81} = 9 \qquad |\vec{c}| = \sqrt{4 + 49 + 4} = \sqrt{57}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = (-4 \mid -7 \mid 4)^T \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix} = -8 + 49 + 8 = 49$$

$$\cos(\beta) = \frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}} \approx 0{,}712 \Rightarrow \beta = \operatorname{acos}\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right) \approx 43{,}852^0$$

$$\sin(\beta) = \sin\left(\operatorname{acos}\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right) \approx 0{,}693$$

$$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{57} \cdot 9 \cdot \sin\left(\operatorname{acos}\left(\frac{49}{9 \cdot \sqrt{57}}\right)\right)}{2} \approx \underline{\underline{23{,}537}}$$

ازمایښت لومړی شمیرنه تصدیقوي؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

ټولګه:

د وکتورونو جمعه او تفریق(زیاتون او کمون):

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1)\overrightarrow{e_1} + (a_2 \pm b_2)\overrightarrow{e_2} + (a_3 \pm b_3)\overrightarrow{e_3} = \begin{pmatrix} a_1 \pm b_1 \\ a_2 \pm b_2 \\ a_3 \pm b_3 \end{pmatrix}$$

د یوه وکتور ضرب د یوه سکالار سره:

$$u \cdot \vec{a} = ua_1\overrightarrow{e_1} + ua_2\overrightarrow{e_2} + ua_3\overrightarrow{e_3} = u \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \cdot a_1 \\ u \cdot a_2 \\ u \cdot a_3 \end{pmatrix}$$

سکالار ضرب:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_1 \mid a_2 \mid a_3)^T \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

نور پسې باور لري: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ und $a = |\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$

وکتوري ضرب:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} & \overrightarrow{e_3} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \overrightarrow{e_1} & \overrightarrow{e_2} \\ a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{matrix}$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\overrightarrow{e_1} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\overrightarrow{e_2} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\overrightarrow{e_3}$$

نور پسې باور لري: $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$

وکتور ضرب:

د وکتوري ضرب پیژند(تعریف):

(c) ketabton.com: The Digital Library

که یو وکتور د یوه سکالار سره ضرب شیو نو نتیجه بیرته وکتور دی. دا ډول ضرب سړی د S - ضر ب بولي. که یو وکتور د یوه وکتور سره ضرب شي، نو نتیجه یې یو عدد دی، چې سکالار نومیږي. د وکتور دا ډول ضرب سکالار ضرب بلل کیږي.
په دې برسیره یو د ضرب ډول شتون لري، د کوم نتیجه چې بیرته یو وکتور دیږ د ضرب دادول وکتوري ضرب بلل کیږي،کله کله سلیبي یا اټیران ضرب بلل کیږي.

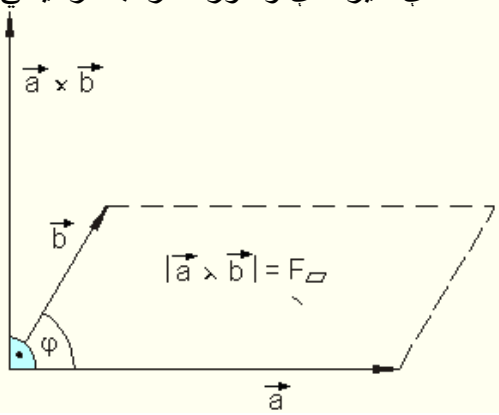
د مخه له دې چې موږ د دا ډول ضرب ډول سره مشغول کړو، لومړی دې روښانه شي،چې دا ډول ضرب څنګه تعریف شوی دی.
تعریف یا پیژند: د دوهوکتورونو $\vec{a}$ او $\vec{b}$ د ضرب لاندې سړی یو وکتور $\vec{a}\times\vec{b}$ پوهیږي، کوم چې د لاندې شرایطو لاندې خوییز یا کرکتري شوی دی.

۱ . $\vec{a}\times\vec{b}$ په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ عمود یا سیخ ولاړ دی.

۲ . $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ په دې لړئ پرلپسې. یو ښی سیستم جوړوي.

۳ . $\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = \left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ چیرته چې $0 \le \measuredangle\left(\vec{a},\vec{b}\right) \le \pi.$ دی.

په یاد ولره: د پورته پیژند څخه سیده لاس ته راځي:
د دوه وکتورونو وکتوري ضرب صفر دی، که لږ تر لږه یو له دواړو وکتورونو څخه صفر وکتور وي یا دواړه وکتورونه سره غبرګ وي.
په څټ یا معکوس هم باور لري:
که د دوه وکتورونوضرب، چې هیڅ یو یې صفر وکتور نه دي، صفر وي، نو دا سره غبرګ دي.
له دریم شرط څخه لرو، چې هلته خپل لوی ارزښت لري، چې له هغوي رابند کونج یا زاویه 90 درجې وي.
دا لاندې څیره دې وکتور ضر ب ګرافیکي روښانه کړي



(c) ketabton.com: The Digital Library

$\vec{a}\times\vec{b}$ یووکتور دی،
هغه چې په $\vec{a}$ او $\vec{b}$ نیغ ولاړ دی،
داسې چې $\vec{a},\vec{b}$ او $\vec{a}\times\vec{b}$ یو ښی سیستم جوړوي.

د دې ارزښت له دواړو وکتورونو غزېدلي موازی الاضلاغ (غبرګ اړخیزې) سطحې مساحت دی.
ښی په دې معنا، چې:
که سړی لومړی وکتور د سا عتخرخوني په لور (د ساعت ستنې لور) د دویم وکتور په لور وڅرخوي، نو دریم داسې خوزښت غوره کوي یا حرکت کوي لکه یو پیچتاو میخ دښي کږون سره په خپل لور د مخ خواته.

د وکتوري ضرب لپاره ښی سیستم:

جمله:
د هر عدد $\{k\}\in\mathbb{R}$ او $\{\vec{a};\vec{b};\vec{c}\}\in V^3$ لپاره د وکتور په حیث باور لري:

بدیلیدن قانون $\vec{a}\times\vec{b}=-(\vec{b}\times\vec{a})$

دیستریبوتیو قانون $\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}$

ګډوله اسوځیاتیو قانون $(k\vec{a})\times\vec{b}=k(\vec{a}\times\vec{b})$

شمیرقوانینو استعمال ته بیلګې:

بیلګه ۱: وشمیرئ: $(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})$
حل یا اوبې:

$$(\vec{u}+\vec{v})\times(\vec{u}+\vec{v})=\vec{u}\times\vec{u}+\vec{u}\times\vec{v}+\vec{v}\times\vec{u}+\vec{v}\times\vec{v}$$
$$=\vec{0}-(\vec{v}\times\vec{u})+(\vec{v}\times\vec{u})+\vec{0}=\underline{\underline{\vec{0}}}$$

دلته وکارول شو: $\vec{u}\times\vec{u}=\vec{v}\times\vec{v}=\vec{0}$ und $\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بیلګه ۲

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل یا اوبي یا ځواب:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

بیلګه ۳

د دوه وکتورونو ترمنځ کونج فورمال وشمیرئ.

وشمیرئ: $\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

حل:

$$\left|\vec{a}\times\vec{b}\right| = a\cdot b\cdot\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \sin\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) \Leftrightarrow \cos\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$$

$$\tan\left(\vec{a},\vec{b}\right) = \frac{\sin\left(\vec{a},\vec{b}\right)}{\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)} = \frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b} : \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b} = \frac{a\cdot b\cdot\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{a\cdot b\cdot\vec{a}\cdot\vec{b}} = \underline{\underline{\frac{\left|\vec{a}\times\vec{b}\right|}{\vec{a}\cdot\vec{b}}}}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

د ډاکتر ماخان شینواري چاپ شوې لیکنې:

1988 Vienna (Austria):

لومړی:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Aproximation compact pological algebra : contributions to general algebra 6 ; Page 117 – 122

1987 Vienna (Austria):

دویم:

H.K. Kaiser , M. Shinwari : Interpolation und Aproximation durch Polynime in Universalen Algebren . Diss . Uni. Wien

لاندې د شمیرپوهنې پښتوټول کتابونه په المان کې د ،، افغانستان کلتوري ودې ټولنه،،له خوا چاپ شوي دي

2000 Bonn (Germany):
دریم: د شمیرپوهنې ستر کتاب : د شمیرپوهنې برسیره د انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زده کوونکو لپاره (دا کتاب په ۹۰۰ مخونو کې چاپ او دا نوې لیکنه به یې ځنو ځایونو غزېدلې او ځنې ځایونه ترې لرې شوي دي)

2003 Bonn (Germany):
څلورم: ځمککچپوهنه(هندسه) ، په سلو زرو کې شمیرنه، د ګټې – او کټې د کټې شمیرنه ، د اختمالوالي شمېرنه کتاب د ښوونځي ټولې اړتیاوې پوره کوي

2003 Bonn (Germany):
پنځم: الجبرونه (د الجبر بنسټونه دي)

2003 Bonn (Germany):
شپږم: د شمیرپوهنې انګرېزي – پښتو ډکشنري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

2003 Bonn (Germany):
اووم: د شمیرپوهنې الماني ـ پښتو ـ او پښتو الماني ډکشنري

Mathematical dictionary German/ Pashto and Pashto/German

2003 Bonn (Germany):
اتم: دفرنخیال برابرون (دا کتاب په دې څانګه کې یو پیل دی، ساده لیکل شوی)

Differential equation Translation; An Introduction

Bonn (Germany): 2003
نهم: د شمیر پوهنې فرمولونو ټولګه

Mathematical Formulas

2003 Bonn (Germany):
لسم: شمیرپوهنه له عربي په پښتو

1997 Bonn (Germany):

یوولسم: د افغانستان په هکله سپیني خبرې: په المان کې

،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خو

.یادونه: له ۲۰۰۰ کال دمخه ډاکتر ماخان شینواري د ،،د افغانستان روغې او بیا ابادولو ټولنه،، له خوا درې ساسي مجلې هم را وستلې.

د ډاکتر ماخان ،،میرې،، شینواري لیکنې او ژباړې چې په چاپیدو یې پیل کیږي

بن- المان، کابل – افغانستان ۲۰۱۲ ز ک

ژباړې:

لاندې د برینککن لیکنې چې له پرینمن ن ج څخه ژباړل شوي دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۱ - شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره لومړی ټوک

۲ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دویم ټوک

۳ – شمیرپوهنه د ښوونځي لپاره دریم ټوک

۴ - د احتمالوالي شمیرنه

۵ – احصایه یا ستاتیستیک

لاندې کتابونه د شتوتګارت د پوهنتون د استادانو د لکچرونو څخه چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپاره شوي را ژباړل شوي.

۶ – انالیزی ۱

۷ – انالیزې ۲

۸ – کرښیز الجبر

۹ - د شمیرپوهنې بنسټونه

۱۰ - د فرمولونو ټولګه

۱۱ – فنکشنل انالیز

۱۲ – وکتور شمیرنه

نورې ژباړې

۱۳ – له www./grundstudium.info/linearealgebra څخه:کرښیز الجبر

۱۴ – Georg Gutenbrunner ګنونپوهنه یا د اعدادو تیوري

(c) ketabton.com: The Digital Library

زما لیکنې

Bonn (Germany):

۱۵ - د شمیرپوهنې ستر کتاب دویم چاپ د پوره تغیراتو سره : دا کتاب د شمیرپوهنې برخې برسیره د

انجنري، فزیک او اقتصاد لپاره ، همداسې د ښوونکو او زدهکوونکو لپاره پوره ګټور دی. په

کتاب کې د اړتیا سره زیاتونه او کونه راغلې

۱۶ - ځمککچپوهنه (هندسه) دویم چاپ د پوره تغیراتو سره

۱۷ – الجبر بنسټونه دویم چاپ له تغیراتو سره

۱۸ - ډېرۍ پوهنه یا سټ تیوري

۱۹ – د شمیرپوهنې سم اند (منطق ریاضي)

۲۰ - د یو څو شمیرپوهانو ژوندلیک

۲۱ – د شمیر پوهنې ګډې وډې لیکنې

۲۲- داهم ژباړه ده، خو لیکونکی یې متآسفانه راڅخه نابلد شوی: د مشتق او انتیګرال شمیرنو ته

تمرینونه او اوبیونې یا حلونه یې

۲۳ – د شمیرپوهنې انګریزې پښتو او عربي + درې ډکشنري

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو انګرېزي ډکشنري

(c) ketabton.com: The Digital Library

---

۲۵ – د شمیرپوهنې پښتو ډکشنري د شمیرپوهنیزو وییونو په پښتو روښانه ونه

۲۶ - د زړه له کومې(دا هغه لیکنې دي، چې ځنې یې په نړیول جالونو کې خپرې شوي دي.)

۲۷ – د افغانستان په هکله سپینې خبرې، چې وبه غزیږي.

نوري لیکنې، چې په ژباړه یې پیل شوی، خو لا پوره نه دي

– د شتوتکارت پوهنتون لکچرنوټونو څخه ، چې د شتوتګارت پوهنتون ن ج څخه خپریږي:

د ګروپونو تیوري

- د ښوونځي لپاره فزیک د برینکمن لیکنه

له پنځم ټولګي څخه تر اووم ټولګي پورې ژباړل شوی (دا چې زما دویم مسلک فزیک دی، دا لیکنې ژباړم. دا هم د دې لیکوال یوه ډېره ښه لیکنه ده، چې -د شمیرپوهنې په څیر- دلته هم زیات تمرینونه د حل یا اوبیونې سره په کې راغلي او ماته زیات ګټور برېښي)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د لیکوال ژوند ته لنډه کتنه

ماخان په اولني نوم میرې شینواری د اروابنادې پستو او اروابناد نوررحمان زوي په ۱۳۲۰ ؟ ه لمریز کې د شینوارو هسکه مینه کې دې نړۍ ته سترګې راغړولې.

د هسکې مینې د لومړنې ښوونځي (د لومړنیو زده کوونکو څخه وو) څخه وروسته د رحمان بابا لیسه له ۱۹۵۴ تر ۱۹۶۵ پورې(ښوونځي له لومړي ټولګي پیل او د دویم ټولګي څخه ګام او پای).

د ۱۹۶۶ تر سپمتبر د کابل طب پوهنځی. له ۱۹۶۶ سپتمبر څخه د اتریش برس، چې هلته یې د شمیرپوهنې ډاکتري په پوره ستونځو تر لاسه کړه.

د۱۹۹۸۷ ش ک تر ۱۹۸۸ د فبروري تر پای د دباندنیو چارو وزارت کې مامور. د ۱۹۸۸ مارچ څخه تر ۱۹۹۲ جون پورې په بن کې د افغانستان جمهوریت سفارت شارژد افیر(صفر نه وو). له هغې وروسته په جرمنې کې سیاسي پناه. له ۲۰۰۸ مارچ څخه د ۲۰۰۹ دسمبر پورې د د ریاضي څانګه کې د پوهنې وزارت درسي نساب کې دنده.

ماخان میرې په ۱۹۷۲ کې له لرې د میرمن ښاپیرۍ سره واده شوی، چې د واده خبر ورته اتریش ته راغی. ده له میرمن ښاپیری سره په ۱۹۶۳ ز ک کې کوزده کړې وه.

دوې ته لوي څښتن په اتریش ویانا کې د مای په شلم ۱۹۷۹ ز ک دوه بچیان وبخښل، چې څانګه او اباسین نومیږي. څانګه په المان کې د پوهنتون علمې همکاره وه او د حقوقو ډاکتره ده او اباسین ملي اقتصاد او ټولنیزه سایکولوژي لوستلې.

ماخان شینواري بې کاره نه دی او لږ تر لږه له ۹۷ ۱۹ څخه همدا د کتابونو لیکلو اوو د ژباړې دنده یې په غاړه اخستې، چې خپل فکر د شونې پولې تازه وساتي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ډاکتر ماخان (مېړی) شینواری

د افغانستان د کلتوري ودې ټولنه _ جرمني
VEREIN ZUR FORDERUNG DER
AFGHANISCHEN KULTUR E.V

د خپرونو لړ (۱۲۹)

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library