د دفرنځيال ـ او انتيګرال شميرنو
تمرينونه د اوبيونو(حلونو) سره

ليکونکی:

ډاکتر ماخان (ميرى) شينوارى

Ketabton.com

2016

(c) ketabton.com: The Digital Library

سریزه:

ګرانو لوستونکو.
له ټولو د مخه مې دا   ما دا د رابیلیدني او انتیګرالتمرینونه راټول
کړي، چې کله کله یې ګڼون هم ښه نه دئ ورکړ شوئ، خو دا کومې ځتونځې ځکه نه پیښوي،
چې د تمرنونو اوبیونو کې هم هغه پوښتنه باید تکرار راشي.
ما غوښتل، چې د پولي برخي د پاره هم ځني پوښتن د اوبیونو سره راوړم، خو پرې ونخه
تونیدم.

نیولیک

۱ - د دفبرنشل شمیرني تمرینونه................ ۳
۲ – د انتیګرالشمیرني تمرینونه.................. ۱۸
۳ - د دف. تمرینونو اوبیوني...................... ۳۲
۴ – د انت. تمرینونو اوبیونه...................... ۴۶

(c) ketabton.com: The Digital Library

رابیلیدنه یا مشتق

ګرانو هیواودوالو !
په دې لاندې کوچنی لیکنه کې تاسو ته د دفرنشل او انتیګرال شمیرنو
اصلي تمرینونه له ٦٦ تمرین څخه پیل کیږي:

٦٦ (١) کمښتویش (د تفاضل ویش) ارزښت د P او Q په ټکو کې وټاکئ.

a) P(3,2) , Q(5,4) b) P(2,4) , Q(3,1)

٦٧ (٢) د $x = x_0$ په ځاي کې د f تابع د تانجنت جګوالی وټاکئ.

$a)\ \ f(x)=x^2\ \ ,\ \ x_0=2$ $b)\ \ f(x)=0.5x^2\ \ ,\ \ x_0=3$

٦٨ (٣) د کمښتویش(د تفاضل ویش) او مشتق لاندې څه پوهیږو او د دوي ترږنځ فوپیر څه دی؟

٦٩ (٤) د یوه تابع د سکانت( ) لاندې څه پوهیږو او د تانجنت جګېدو لاندې څه پوهیږو؟ او دوي ترمنځ کومې اړیکې پرتې دي؟

٧٠ (٥) د تابع مشتق د توان قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ f(x)=x^5$ $b)\ f(x)=x^6$

$c)\ f(x)=\frac{1}{x^2}$ $d)\ f(x)=\frac{1}{x^5}$

$e)\ f(x)=\sqrt{x}$ $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$

$g)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ $h)\ f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

٧١ (٦) د تابع مشتق د ثابت د قانون له مخې پیداکړئ.

$a)\ \ f(x)=0.2x^5-3$ $b)\ \ f(x)2x^4+1$

$c)\ \ f(x)=\frac{4}{x^2}$ $d)\ \ f(x)=\frac{3}{x^3}+2$

$e)\ \ f(x)=6\sqrt{x}$ $f)\ \ f(x)\frac{8}{\sqrt{x}}-5$

٧٢ (٧) د تابع د ګراف په مرسته وښایئ، چې ټول g(x) + c ترمونه همغه مشتق لري.
یاودونه: پابت عدد که هرکوم ارزښت ونیسي.
٧٣ (٨) وښایئ، چې د a.g(x) د مشتق سره د a ضریب (ځله ونی) ساتلی پاتي کیږي.

٧٤ (٩) د f تابع مشتق د جمعي قانون سره وښایئ

$a)\ \ f(x)=4x^4-3x^3+x^2-x-1$ $b)\ \ f(x)=x-\sqrt{x}$

$c)\ \ f(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{x^3}$ $d)\ \ f(x)=3x^2+0.4x-5$

٧٥ (١٠)د f تابع مشتق د ضرب قانون سره وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3(x^2-2x+1)$ $\quad b)\ f(x)=(2x^2+1)(x-1)$

$c)\ f(x)=(x^2-5)(2x^3+x^2+x)$ $\quad d)\ f(x)=(4x^2-x+4)(3x+2)$

٧٦ (١١) د f تابع مشتق د ویش قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{4-x^2}$ $\quad b)\ f(x)=\dfrac{2x^2+x+3}{x+1}$

$c)\ f(x)=\dfrac{4-x-x^3}{2x^2+3}$ $\quad d)\ f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3-2x^2+x}$

٧٧ (١٢) د ویش قانون له مخې په څټ ارزښت(پر عکس ارزښت) وټاکئ.

لاندې کې: د سره

$$f(x)=\frac{1}{g(x)} \Rightarrow f'(x)=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

د $g(x)\neq 0$ سره

٧٨ (١٣) د f تابع ارزښت د زنځیر قانون له مخې وټاکئ.

$a)\ f(x)=(4x^4-x)^2$ $\quad b)\ f(x)=(3x^2+4x-5)^2$

$c)\ f(x)=(2x-7)^3$ $\quad d)\ f(x)=(5-3x^3)^4$

٧٩ (١٤) د لاندې توابعو مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{(2x^2+x)^3}$ $\quad b)\ f(x)=\dfrac{1}{(x-5)^4}$

$c)\ f(x)=(1+\sqrt{x})^2$ $\quad d)\ f(x)=\sqrt{1-x^3}$

٨٠ (١٥) د لاندې توابعو درې واره مشتق ونیسئ.

$a)\ f(x)=x^3-2x^2+1$ $\quad b)\ f(x)2x^4+3x^3-x^2+x-5$

$c)\ f(x)\dfrac{3x-4}{x}$ $\quad d)\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{2-x}$

٨١ (١٦) د یو n-م درجې تابع باید څو واره مشتق ونیول شي چې یوه ثابته ترې لاس ته راشي.

٨٢ (١٧) د لاندې توابعو لومړی مشتق و ټاکئ.

$a)\ f(x)=\sin 3x$ $\quad b)\ f(x)\sin x\cdot\cos x$ $\quad c)\ f(x)=\sin^2 x$

$d)\ f(x)=\tan x+2\sin 2x$ $\quad e)\ f(x)=\sin x^2$ $\quad f)\ f(x)=\sin\dfrac{x-1}{x+1}$

٨٣ (١٨) د $f(x)=\sin^n x(n\in IN)$ تابع د لومړي مشتق لپاره فرمول وښایاست یا وټاکئ.

٨٤ (١٩) د تانجنت تابع لپاره د ساین او کوساین قانون په مرسته د مشتق قانون و ښایاست.

٨٥ (٢٠) وښایاست چې د f(x) = tanx لپاره $f'(x)=1+\tan^2(x)$ هم باور لري.

٨٦ (٢١) د ویش قانون له مخې د کوتانجنت قانون پیداکړئ او هم د تانجنت قانون له مخې.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۷(۲۲) ولې د ساین تابع او د کوساین تابع په خوښه زيات مشتقوړ دي.

۸۸ (۲۳) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ.

$a)\ f(x)=3\cdot e^{-2x+1}$ $b)\ f(x)=e^{x^2+2x-1}$ $c)\ f(x)=(x-1)\cdot e^x$

$d)\ f(x)=\sqrt{e^x}$ $e)\ f(x)=x^n\cdot e^e$ $f)\ f(x)=e^{kx}$

$g)\ f(x)=2^{\frac{1}{2x}}$ $h)\ f(x)=(\frac{1}{4})^{3x}$ $i)\ f(x)=x\cdot a^{\sqrt{x}}$

$k)\ f(x)=\sqrt{e^x+1}$ $l)\ f(x)=\frac{e^x}{1-e^x}$ $m)\ f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$

بېلګه:

د $f(x)=(x^2+2)\cdot \lg x \quad (x>0).$ مشتق دې پيدا شي.

د ضرب قانون:

$u(x)=x^2+2$ د $u'(x)=2x$ سره، $v(x)=\lg x$ د $v'(x)=\frac{1}{x\cdot \ln 10}$ سره

$$f'(x)=2x\cdot \lg x+(x^2+2)\frac{1}{x\cdot \ln 10}=\frac{1}{\ln 10}\cdot(2x\cdot \ln x+x+\frac{2}{x})$$

۸۹ (۳٤) د لاندې توابعو لومړی مشتق وټاکئ يا پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\ln\sqrt{x}$ $b)\ f(x)=\ln(x^2-4)$ $c)\ f(x)=\ln\frac{2}{x^3}$

$d)\ f(x)=\ln\frac{x+1}{x}$ $e)\ f(x)=x\cdot \log_2 x^2$ $f)\ f(x)=(x^4-1)\cdot \log$

$g)\ f(x)=\frac{\ln}{x+2}$ $h)\ f(x)=\frac{x^4}{\ln x}$

۹۰ (۳۵) د لاندې توابعو لپاره خورا لويه تعريف ورشو(ساحه) ورکړئ او لومړی مشتق يې وټاکئ.

د تعريف سټ(ډېرى) هغه ورشو(ساحه) ورکړئ، په کومه کې چې توابع مشتقوړ دي.

$a)\ f(x)=\sqrt{x+3}$ $b)\ f(x)=\sqrt{(x-2)(x-4)}$

$c)\ f(x)=x\sqrt{x}$ $d)\ f(x)=\sqrt{x^2+2}$

۹۱ (۳٦) ولې بايد د تيک شمېرنې لپاره لوګاريتمي توابعو ته همداسې سوچ وشي، لکه رېښنه توابعو ته ؟

۹۲ (۳۷) ۹۰ ــمه پوښتنه د لوګاريتمي توابعو لپاره ځواب کړئ.

$a)\ f(x)=\ln(x^4-1)$ $b)\ f(x)=\ln(2x+4)$

۹۳(۳۸) ــ د لاندې توابعو لومړی مشتق پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\frac{2}{5}x^{10}-\frac{1}{5}x^{5}$

$b)\ f(x)=3x^{4}-4x^{3}+11x^{2}-7x+8$

$c)\ f(x)=5x^{8}-3x^{6}+\frac{10}{x^{3}}-\frac{8}{x^{7}}$

$d)\ f(x)(2x-5)(x^{2}+11x-3)$

$e)\ f(x)=\cos x-2x\sin x$

$f)\ f(x)=\sin^{3}x$

$g)\ f(x)=e^{x}+\frac{1}{e^{x}}$

$h)\ f(x)=(x^{2}-2x+2)\cdot e^{x}$

$i)\ f(x)=\frac{3e^{x}+1}{2e^{x}-1}$

$j)\ f(x)=\frac{2e^{x}(x^{2}-3)}{x}$

$k)\ f(x)=\frac{1}{x^{2}}\ln x^{2}$

$l)\ f(x)=\frac{x\cdot\ln x}{1-x}$

$m)\ f(x)=\frac{\sin x}{\ln x}$

$n)\ f(x)=3x^{2}\cdot\lg x$

$o)\ f(x)=\ln(\sin)x$

$p)\ f(x)=\sqrt{4x^{2}+x+1}$

$q)\ f(x)=\sqrt[n]{ax+b}$

$r)\ f(x)=(x^{2}+3)e^{-2x}$

۹٤ (۳۹) - لومړی مشتق وټاکئ

$a)\ f(x)=\sin^{n}$

$b)\ f(x)=(\ln x)^{n}$

$c)\ f(x)=s+\frac{1}{x}$

$d)\ f(x)=(1+\frac{1}{x})^{n}$

۹۵ (٤۰)– د هرې تابع لومړي درې مشتقونه وټاکئ

$a)\ f(x)=e^{x^{2}}$

$b)\ f(x)=\sin x\cdot\cos x$

$c)\ f(x)=x+\frac{1}{x}$

$d)\ f(x)=x^{2}\cdot e^{x}$

۹٦ (٤۱)– په کوم تابع کې لومړی مشتق f د f سره برابر دی.

۹۷ (٤۲)–

الف: د کوم fتابع لپاره $f'(x)=2f(x)$ دی؟

ب: د کو fتابع لپاره $f'(x)=-f(x)$ دی؟

۹۸ (٤۳)- د f(x)=sinxخوم مشتق د f سره سر خوري یا برابر دی؟

۹۹ (٤٤)– د لاندې توابعو لپاره -م مشتق ته وده ورکړئ.

$a)\ f(x)=e^{ax}$

$b)\ f(x)=\ln(x+1)$

۱۰۰ (٤۵)–د لاندې توابعو صفرځایونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{11}{2}x-3$ $\qquad$ $b)\ f(x)=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+8x$ $\qquad$ $d)\ f(x)=x^3-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{12}$

$e)\ f(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$ $\qquad$ $f)\ f(x)=x^4+6x^3-11x^2-60x+100$

(٤٦)– د دريمې درجې تام راشنل ګراف د x -محور د x1=-2 , x2 = 0 او x3=4 په ټکو کې غوڅوي.
د تابع مساوات کوم دي، که سربېره پر دې ګراف د P(2,-8) ټکي څخه هم تېر شي؟
١٠٢ (٤٧)– د يوه څلورمې درجې تام راشنل تابع د x - محور د x1=0,5 او x2=3 په ټکو کې غوڅوي.
د تابعبرابرون څنګه دی، که برسېره پردې ګراف د y - محور د P(0,9) په ټکي کې هم لمس کړي.

١٠٣ (٤٨) - د څلورمې درجې د يو تام راشنل تابع ګراف د وضعيه قيمت سيستم پيل او له $P(\frac{1}{2}/-\frac{15}{8})$. ټکي تېرېږي. د تابع مساوات څنګه دي، که ګراف د x– محور هم د x1=-1 سره لمس کړي او په x2 = 2 کې غوڅ کړي.
١٠٤ (٤٩) د لاندې توابعو صفرځايوه پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=\frac{x^2+2x-15}{x+4}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\frac{x^3+2x^2-4x-8}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{x^3-x^2-5x-3}{x-0.5}$ $\qquad$ $d)\ f(x)\frac{x^4-x^3+4x^2-4x}{x+5}$

١٠٥ (٥٠) : د يوه مات راشنل f تابع د $f(x)=\frac{x^3+ax^2+bx+c}{x+d}$ سره ثابتې a,b,c اوd پيداکړئ، که د x1=-2,x2=-(1:2) او سره صفرځايونه پراته وي او تابع په x=0 کې يو تشځای ولري.

١٠٦ (٥١) : دfa تابع صفرځايونه پيداکړئ د $f_a(x)=\frac{a^3x^3-8}{ax}$ او $a>0$ سره جې د a په واک کې وي يا تابع وي. د a د کوم ارزښت لپاره fa په x1=0,5 کې صفرځاي لري.
١٠٧ (٥٢) : مات يا کسري راشنلf تابع په x1=1 کې د $f(x)=\frac{(x-1)^3}{x};(x\neq 0)$ سره درې ځله صفرځاي لري.
د يوې ساحې د ويش په مرسته وڅېرئ چې په همدې څلورمه کې صفرځاي کې ځغلي او که صفرځاي څلورمه بدلوي.
١٠٨ (٥٣) :د لاندې توابع صفرځايونه وشمېرئ.

$a)\ f(x)=(x^2-1)\cdot e^{-x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\frac{x}{4}\cdot\sqrt{6-x}$

$c)\ f(x)=x\cdot\ln(x+2)$ $\qquad$ $d)\ f(x)=(x^2-2)\cdot\ln x$

$e)\ f(x)-\ln\frac{1+x}{1-x}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\frac{3x}{\sqrt{2+x^2}}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۰۹(٥٤):دا سې يو ترم وټاکئ، کوم چې د لاندې پريوديکي يا تل بېرته راګرځېدونې توابعو صفر ځايونه ورکوي.

د شمېرنې له لارې صفرځايونه ونوموئ، چې په انتروال $-2\pi \le x \le 2\pi$ کې پراته وي.

$a)\ f(x)=\frac{1}{2}\sin 3x$ $\qquad b)\ f(x)=\sin(x+\frac{\pi}{4})$

$c)\ f(x)=1-\sin^2 x$ $\qquad d)\ f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

۱۱۰ (٥٥) : ولې لاندې توابع صفرځايونه نه لري؟

$a)\ f(x)=\ln(x^2+3)$ $\qquad b)\ f(x)=\frac{x^2+1}{x}$

$c)\ f(x)=\frac{e^x}{x+1}$ $\qquad d)\ f(x)=1+\sin^2 x$

۱۱۱(٥٦) ولې کېدی شي چې يو تابع ډېر صفرځايونه ولري، مګر د y - محور سره يوائې يو صفرځاي ولري؟

۱۱۲(٥٧) د صفرځايونو د تعداد په هکله څه ويلاي شئ، که د يو f تابع لپاره په تعريفسيټ(-ډېرى) کې يو f^{-1} معکوس تابع هم شته وي؟

۱۱۳(٥٨): د y - محور سره د لاندې توابعو غوڅټکي وشمېرى.

$a)\ f(x)=x^3+2x-1$ $\qquad b)\ f(x)=(x+1)\cdot\ln(x+1)$

$c)\ f(x)=\frac{x^4-3x^2+x}{x+2}$ $\qquad d)\ f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+9}}$

$e)\ f(x)=(x-2)\cdot e^{x-1}$ $\qquad f)\ f(x)=e^{\frac{2}{1-x}}$

۱۱٤(٥٩): د يوه تام راشنل تابع $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$ د $a_0\neq 0$ سره کېدى شي د y-محور غوڅټکي د ساده لوستلو له لارې و ټاکل شي.

په دې هکله دلايل راوړى.

۱۱٥(٦٠): د x1=1 او x2=2 لپاره تابع ارزښتونه وشمېرئ او هم د f تابع جګېدنه د $f(x)=x^4-2x^3-x+1$. سره.

۱۱٦(٦١)په صفرځاي کې $f(x)=x^3-x^2-2x$ تابع کومه جګېدنه لري.

۱۱۷(٦٢) : د $f(x)=0{,}5x^4-x^3+0{,}5x^2+x-4$ ګراف په کومو ټکو کې $f'(x)=1$

]ګېدنه لري.؟

۱۱۸(٦٣)د ګراف په کومو ځايونو کې پروت تانجنت لري؟

بيلګه :

(c) ketabton.com: The Digital Library

په $x_0=-1$ ځاي کې د $f(x)=\frac{x^4-8x^2+16}{x-1},\quad (x\neq 1)$ تابع ارزښت اود ګراف جګيدنه غواړو پياکړو.

تابع ارزښت: $f(-1)=\frac{1-8+16}{-1-1}=-4{,}5$

د مات راشنل تابع ۱ . مشتق د وېش قانون له مخې ټاکل کيږي.

$$f'(x)=\frac{(4x^3-16x)(x-1)-(x^4-8x^2+16)\cdot 1}{(x-1)^2}=\frac{3x^4-4x^3-8x^2+16x-16}{(x-1)^2}$$

جګوالی:

$$f'(-1)=\frac{3+4-8-16-16}{4}=-8{,}25$$

۱۱۹(٦٤) : د لاندې توابعو ارزښت او جګيدنه د $x=x_0$ په ځاي کې وشميرئ.

Stelle $x=x_0$.

a) $f(x)=\frac{x^3-x^2+4}{}$, $x_0=1$ b) $f(x)=\frac{x^3+2x^2-x}{}$, $x_0=-3$

۱۲۰(٦٥) په کومو ټکو کې لاندې توابع]ګوالی m لري؟

a) $f(x)=\frac{x^2-4}{x}$, $m=2$ b) $f(x)=\frac{x-2}{x^2}$, $m=-5$

۱۲۱ (٦٦) : د لاندې توابعو تبع ارزښت او جګوالی(ميلان) د x0 په ځاي کې پيدا کړئ.

a) $f(x)=x\cdot\ln x$, $x_0=1$ b) $f(x)=\sin x^2$, $x_0=\sqrt{\pi}$

۱۲۲ (٦٧) په کومو ځايونو کې لاندې توابع پروت تانجنت لري؟

a) $f(x)=x^2e^{-x}$ b) $f(x)=\ln(x^2+1)$

۱۲۳ (٦٨) د a د کومو ارزښتونو لپاره د $f(x)=(x+a)\cdot e^x$ د ګراف د $x_0=0$ په ځاي کې ۲ جګوالی لري؟

۱۲٤(٦٩):د لاندې توابعو ټول ځايزي(لوکال) خوراجګ ټکي وښاياست.

$a)\ \ f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ $b)\ \ f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2-6x+1$

$c)\ \ f(x)=4x^3-18x^2+15x+7$ $d)\ \ f(x)=x^4-4x^2+5$

$e)\ \ f(x)=x^5-5x^3-20x$ $f)\ \ f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{10}{3}x^3+6x^2-2$

۱۲۵ (۷۰) په وضعيه قيمت سيستم (پروت ولاړ سيستم) د لاندې توابعو ټول خورا جګ ټکي وښاياست:

که د f تابع د x0 په ځاي کې يو نسبي خورا جګ ټکی پروت وي، نو د مشتق تابع f^1 ګرف د په xoځاي کې صفرځاي لري.

د دې لپاره د f او د f^1 ګراف په همغه وضعيه قيمت سيستم کې رسم کړئ.

$a)\ \ f(x)=x^3-3x$ $b)\ \ f(x)=x^3+3x^2-4$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۲۶(۷۱) : د n-مي درجې يو تام راشنل تابع خورا زيات څومره لوکال (ځايز) افراطي ځايونه لرودی شي؟

۱۲۷(۷۲) ولې د جګټکي لپاره شرايط $f''(x) < 0$ و اړيين نه دي؟

۱۲۸(۷۳) د لاندې توابعو لوکال(ځايز) انحرافي(افراتي) ځايونه وټاکئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{2}{3}x^3+4x^2+8x-1 \qquad b)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4+1$$

$$c)\quad f(x)=\frac{1}{3}x^4-2x^2+\frac{8}{3}x \qquad d)\quad f(x)=x^4-4$$

۱۲۹(۷٤): د لاندې توبعو ټول لوکال انخرافي ټکي پيداکړئ.

$$a)\quad f(x)=\frac{x^2-12x+27}{x^2-4x+5} \qquad b)\quad f(x)=\frac{x^2}{1-x}$$

$$c)\quad f(x)=\frac{x^2-4}{2x^2+2} \qquad d)\quad f(x)=\frac{x}{x^2+1}$$

د نه راشنل توابعو افراطي ځايونه

بيلګه:
د ټول fاکسپوننشل توابعو د $f(x)=x^2e^x$ سره لوکال(ځايز) افراطي ځايونه دې پيداشي.

$f'(x)=2x\cdot e^x+x^2\cdot e^x=x(2+x)\cdot e^x$ $f''(x)=(2+2x)\cdot e^x+(2x+x^2)\cdot e^x=(2+4x+x^2)\cdot e^x$	۱ . مشتق ۲ . مشتق

اړين شرايط

$$f'(x)=0 \Rightarrow x(2+x)\cdot e^x=0 \Rightarrow x_1=0\ ,\ x_2=-2$$

پوره کېدونکي شرايط

$$f''(-2)=(2-8+4)\cdot e^{-2}=-2\cdot e^{-2}<0$$ له $$e^{-2}=\frac{1}{e^2}>0$$ او

امله. $f''(0)=2\cdot e^0=2>0$ $f''(0) = 2 \cdot e^0 = 2 > 0$

د تابع ارزښتونه

$$f(-2)=4\cdot e^{-2}\approx 0.54\ ,\qquad f(0)=0.e^0=0$$

$$f(-2) = 4 \cdot e^{-2} \approx 0,54,\quad f(0) = 0 \cdot e^0 = 0$$

پايله:
تابع(H(-2 | 0,54جګټکي او T(0|0) ټيټټکی لري.

۱۳۰(۷۵): د لاندې توابعو ټول لوکال افراطي ټکي پيداکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \ f(x)=e^{-4x^2}$ $\qquad b)\ \ f(x)=(x^2-3)\cdot e^x$

$c)\ \ f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ $\qquad d)\ \ f(x)=\ln(x^2+1)$

۱۳۱(۷٦): د تابع ټول لوکال افراطي ارزښتونه دې په دې په لاندې انتروال کې ولټول شي.
$-2\pi \le 2\pi.$

$a)\ \ f(x)=\sin^2 x$ $\qquad b)\ \ f(x)=\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{2})$

۱۳۲(۷۷): لاندې توابعو ټول لوکال او ګلوبال افراطي ځایونه پیدا کړئ.

$a)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+x}$ $\qquad b)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+3}$

$c)\ \ f(x)=x-\sqrt{x}$ $\qquad d)\ \ f(x)=3+\sqrt[3]{x^2}$

۱۳۳(۷۸) : لومړی دمطلق ارزښت وشمېرئ او پسې ټول افراطي ارزښتونه وټاکئ.

$a)\ \ f(x)=|x|+x^2$ $\qquad b)\ \ f(x)=|x^2+2x-8|$

د مات کسرې توابعو د سره د انعطاف ټکی(اوړونټکی)
بېلګه:

د f تابع د $x\neq 1$, $f(x)=\frac{x^2-x-2}{(x-1)^2}$ سره د انعطاف ټکي پیداکونه
د مشتق جوړښت د ویش د قاعدې سره

$$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-1)^2-(x^2-x-2)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x-1)^4}$$

$$=\frac{(2x-1)(x-1)-2(x^2-x-2)}{(x-1)^3}=\frac{2x^2-2x-x+1-2x^2+2x+4}{(x-1)^3}$$

$$f'(x)=\frac{5-x}{(x-1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{-1\cdot(x-1)^3-(5-x)\cdot 3\cdot(x-1)^2}{(x-1)^6}=\frac{-1(x-1)-3(5-x)}{(x-1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{2x-14}{(x-1)^4}$$

د انعطاف ټکي لپاره اړینې شرطونه: $f''(x)=0$ $f''(x)=0$

$$\frac{2x-14}{(x-1)^4}=0 \Rightarrow 2x-14=0 \Rightarrow x_1=7$$

د $f''(x)$ د مخنښې له مخې د پوره کېدونکو شرطونو ازمایښت

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(6)=\frac{12-14}{5^4}=-\frac{2}{5^4}<0\ ,\ f''(8)=\frac{16-14}{7^4}=+\frac{2}{7^4}>0$$

$$\Rightarrow W(7\ /\ \frac{10}{9})$$

$W(7\ /\ \frac{10}{9})$ د انعطاف - یا اوړونټکی دی.

۱۳۸ (۸۳): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي پیدا کړئ.

$$a)\ \ f(x)=\frac{2x-2}{x^2} \qquad b)\ \ f(x)=\frac{x}{x^2+3}$$

$$c)\ \ f(x)=\frac{x^3}{3(x-1)^2} \qquad d)\ \ f(x)=\frac{x^3-8}{4x}$$

۱۳۹(۸٤): و ښایئ، چې د $f(x)=\frac{x^3}{x^2-1}$ e تابع د انعطاف ټکی زینټکی دئ.

۱٤۰(۸۵): د لاندې توابعو د انعطاف ټکي (اوړونټکي) پیداکړئ.

$$a)\ \ f(x)-=x\cdot e^{-x^2} \qquad b)\ \ f(x)=\ln\frac{1}{x^2+1}$$

۱٤۱(۸٦): په انټروال $0\le x\le 2\Pi$ کې د انعطاف ځایونه پیداکړئ.

a) f(x) = x + sinx b) f(x) = 2(1-sin2x)

۱٤۲(۸۷): لاندې کسري راشنل توابع د تعریف تشیا په اړوند وڅېړئ.
وښایئ چې ایا دا متمادي(ناپریکیدونکې) له منځه وړونکې تعریف تشیا لري او که قطبځایونه دي.

$$a)\ \ f(x)=\frac{x^2+x-6}{x-2} \qquad b)\ \ f(x)=\frac{x^2+2}{x+2}$$

$$c)\ \ f(x)=\frac{x}{x^2-3} \qquad d)\ \ f(x)=\frac{x^2-1}{1+x}$$

۱٤۳(۸۸): وڅیرئ، چې ایا لاندې توابع د x0 په ځای کې ناپریکېدونکي دي.

a) $f(x)=\begin{cases}-2x\\ \sqrt{x}\end{cases}$ c) $f(x)=\begin{cases}\sin x\\ e^x\end{cases}$	لپاره $x\le 0$ د $x_0=0$ لپاره $x>0$ د $x_0=0$ لپاره $x\le 0$ د $x_0=0$ لپاره $x>0$ د $x_0=0$	b) $f(x)=\begin{cases}2\\ x^2+1\end{cases}$ d) $f(x)=\begin{cases}-x+1\\ \ln x\end{cases}$	د $x\le 1$ $x_0=1$ لپاره د $x>1$ $x_0=1$ لپاره د $x\le 1$ $x_0=1$ لپاره د $x>1$ $x_0=1$ لپاره

۱٤٤(۹۹): د تعریف سټ(تعریفدېرئ) د کومو توکو لپاره لاندې توابع نه دي تعریف؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=|x^2-2$　　　$b)\ f(x)=|2x-1|$

$c)\ f(x)=\sqrt{2x-4}$　　　$d)\ f(x)=x+|x+1|$

$e)\ f(x)=\sqrt{x^3+1}$　　　$f)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2}$

۱٤٥(۹۰): لاندې توابع په x_0 کې په مشتقوړتیا باندې وڅېړئ.

$$a)\ f(x)=\begin{cases}\cos x & x\le 0\\ x^2+1 & x>0\ ,\quad x_0=0\end{cases}\qquad b)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ x^2 & x\ge 1,\ \ x_0=1\end{cases}$$

$$c)\ f(x)=\begin{cases}2x-1 & x<1\\ e^{x-1} & x\ge 1\ ,\ x_0=1\end{cases}\qquad d)\ f(x)=\begin{cases}\ln x & x\le 1\\ x-1 & x>1\ ,\ x_0=1\end{cases}$$

۱٤٦(۹۱): a او ذ داسې وټاکئ، چې f تابع په x_0 کې مشتقوړ ده

$$a)\ f(x)=\begin{cases}ax+b & x\le 0\\ & x_0=0\ ,\\ x^2+2x & x>0\ ,\end{cases}\qquad b)\ f(x)=\begin{cases}ax^2+b & x<1\\ & x_0=1\\ x+1 & x\ge 1,\end{cases}$$

۱٤٧(۹۲) ولې متماديت د مشوړتیا لپاره اړین شرط، مګر مشتقوړوالی د متماديت لپاره پوره کېدونکی شرط دی؟

۱٤٨(۹۳) په کوم دلیل تام راشنل توابع د $x\in R$ لپاره مشتقوړ دي؟

دا لاندې توابعو مونوتوني (جګ – ټيټوالي) و څېړی.

1) $f(x)=x^3\quad 1{,}5x^2-6x-6$

2) $f(x)=x^3+4$

3) $\ln\dfrac{1}{x+1}$

۱٤٩(۹٤): لاندې تام راشنل توابع په همغږيزوالي خويونو وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+9x+3$　　　$b)\ f(x)=2x^3+9x^2-12x$

$c)\ f(x)=x^3-6x^2+1$　　　$d)\ f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}x^3+x^2+2x+2$

۱٥۰ (۹٥):د لآندې مآترآشنل توآبعو د مونوتوني حآلت د د a په واکوالي کې ورکړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{ax+2}$　　　$b)\ f(x)=\dfrac{1}{ax^2+1}$

۱٥۱ (۹٦): و څېرړئ، چې ایا لاندې توابع په خپله پېزند ورشو مونو ون او که په کلکه مونوتون دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^5-7$

$)\ f(x)=\dfrac{e^x}{2+e^x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=2x^5-7$

۱٥۲ (۹۷): لاندې ناراشنل توابع په يو غړيزوالي خويونو وڅېړ.

$a)\ f(x)=e^{x^2}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$

۱٥۳ (۹۸): په کومه ورشو کې لاندې تام راشنل توابع يو کينې کړوالی لري او په کون کې بنی کړوالی لري.

$a)\ f(x)=x^3-6x^2+5x+2$ $\qquad$ $b)\ -2x^3+3x^2-x-4$

۱٥٤ (۹۹):د لاندې مات توابعو گرافونه هايپاربول دي. د هاپارابول ځانگې کوم کړوالی لري؟

$a)\ f(x)=\dfrac{1}{4x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=3-\dfrac{3}{x^2}$

۱٥٥(۱۰۰): په کومه ساحه کې لاندې ناراشنل توابع يو کينې او په کوم کې يو بنۍ کړوالی لري؟

$a)\ f(x)=x\cdot e^{2-x}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\ln x^2$

۱٥٦(۱۰۱): ولې د يوه دريمې درجې تام راشنل تابع گراف په تل تلنه کې يوه بنۍ انخنا(کړوالی) نه لري.

۱٥۷(۱۰۲): ولې يو څلورمه درجه تامراشنل تابع د $f(x)=ax^4+dx+e$ سره يو تلتلونی کينه انخنا(کړوالی) او بنۍ انحنا لري؟

۱٥۸(۱۰۳): څنگه کېدی شي، چې د يوېf تابع د ۱ . درجې مشتق څخه د د گراف په انخنا قضاوت وکړو؟

۱٥۹(۱۰٤): لاندې توابع په ضربځايونو وڅېړئ؟

$a)\ f(x)=\dfrac{x^2-3x-4}{x+1}$ $\qquad$ $b)\ f(x)=\dfrac{x+2}{x^2+4x+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2-3}$ $\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^3-x^2-2x+2}{x^2-2}$

$d)\ f(x)=\dfrac{x+5}{x^2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=\dfrac{x^3-2x^2+3x-4}{x}$

۱٦۰(۱۰٥): د لاندې توابعو حالت وڅېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي.

$a)\ f(x)=x^3-4x^2-4x-5$ $\qquad$ $b)\ f(x)=-3x^4+x^3-2x^2+x$

$c)\ f(x)=\dfrac{1}{3}x^5-x+6$ $\qquad$ $d)\ f(x)=-\dfrac{2}{5}x^2-\dfrac{1}{5}x+\dfrac{4}{5}$

$e)\ f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-\dfrac{3}{2}x^2+\dfrac{5}{2}$ $\qquad$ $f)\ f(x)=-x^3-x^2-x-\dfrac{1}{3}$

۱٦۱(۱۰٦): د لاندې مات راشنل توابعو حالت و څېړئ، که $|x|\to\infty$ په لور لاړ شي. که شتون ولري، نو د اسيمپتوت (مجانب) همداسې د ورنږدې منحني مساوات ورکړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=\dfrac{3x^3+x^2-x}{-4x^3+2x-3}$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-3}$

$c)\ f(x)=\dfrac{2x^3-x^2+7x-3}{x^2+3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{x^3+x^2+5x+3}{x+1}$

$e)\ f9x)=\dfrac{-3x^3+4x^2+x-3}{x^2-1}$ $f)\ f(x)=\dfrac{2x^3+6x^2+5x}{x+1}$

$g)\ f(x)=\dfrac{x^2+2x-5}{x^4+3x^2-2x-3}$ $h)\ f(x)=\dfrac{2x^2+4x-1}{3x^2-x+2}$

۱٦۲ (۱۰۷): د نا رئشتوني توابعو حالت و خېړئ، که $|x| \to \infty$ ي لاړ شي.

$a)\ f(x)=3+2^x$ $b)\ f(x)=1-\ln|x|$

$c)\ f(x)=e^{|x|}-3$ $d)\ f(x)=x+e^x$

۱٦۳(۱۰۸):ولې د $x \to +\infty$ لپاره په ساده ډول د پولې په هکله وړاند وينه نه شي کېداي:

$a)\ f(x)=x^3\cdot\dfrac{1}{\ln x}$ $b)\ f(x)=x\cdot e^{-x}$

۱٦٤(۱۰۹): لاندې تامراشنل شوني اعداد په شيومتري وڅېړئ.

$a)\ f(x)=x^3+x^2-1$ $b)\ f(x)=-x^4+2x^2-3$

$c)\ f(x)=3x^3+x$ $d)\ f(x)=x^2+1$

۱٦٥(۱۱۰): يو و سرچېنې ټکې سره ټکی سيومتر تام رينتونی دريمه درجه تابع H(2,5) جګټکی لري.د دې تابع ټيټټکی کوم وضعيه ارزښتونه لري؟
۱٦٦(۱۱۱): يو د څلورمي درجې تابع د - محور ته سيومتري تابع يو ټيټتکی په (3,4-) کې لري.
د بل افراطي ټکي وضعيه قيمتونو په هکله څه ويلای شئ؟
۱٦۷(۱۱۲): د جوړه(جفت) جګعدد(اکسپوننت) سره تام رينتونی تابع کوم ډول سيومتري لري؟
۱٦۸(۱۱۳): د ناجوړه(طاق) جګعدد(اکسپوننت) سره يو تام رينتونی تابع ټيک هلته د سر چينې سره ټکی سيومتري دی، چې مطلق ارزښت صفر شي؟

۱٦۹(۱۱٤) لاندې تام رينتوني اعداد په سيومتري و څېړئ.

$a)\ f(x)=\dfrac{x^3+2x}{x^2+1}$ $b)\ f(x)=\dfrac{x^5-2x^3+x}{x^3-x}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x^2+4}{x^4+2x^2-3}$ $d)\ f(x)=\dfrac{3}{x^3-1}$

۱۷۰(۱۱٥)لاندې ناريينتوني اعداد په سيومتري وڅېړئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \ f(x)=x^2\cdot e^{|x|}$ $\qquad\qquad$ $b)\ \ f(x)=\sqrt{x^2+1}$

په گوته کونه(لارښود): توابع بې له بنسټ کې يادشوې سيومتري خويونو ، نور سيمتري خويونه هم ولري.

۱۷۱(۱۱۶): لاندې توابع په بنسټ کې لوستل شوي سيومتري خويونه نه لري. وښايئ چې دا سره له دې هم سيومتريک دي.

$a)\ f(x)=(x+2)^2$ $\qquad\qquad$ $b)\ f(x)=1+\dfrac{1}{x}$

$c)\ f(x)=-(x+1)^2+3$ $\qquad\qquad$ $d)\ f(x)=2+\dfrac{1}{x-4}$

۱۷۲(۱۱۷): لاندې تام رينتوني اعداد په محدوديت وڅېړئ.

$a)\ \ f(x)=x^2-2x+4$ $\qquad\qquad$ $b)\ \ f(x)=3x^4-4x^3+12x^2-24x$

$c)\ \ f(x)=-(x+3)^2+1$ $\qquad\qquad$ $d)\ \ f(x)=x^3-2x+1$

۱۷۳(۱۱۸):لاندې کسريرينتوني اعداد په محدوديت وڅېړئ.

$a)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x+4}$ $\qquad\qquad$ $b)\ f(x)=1-\dfrac{2}{x^2+4}$

$c)\ f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ $\qquad\qquad$ $d)\ f(x)=\dfrac{1}{x^2}-5$

۱۷٤(۱۱۹): لاندې ناريښتوني اعداد په محدوديت وڅېړئ.

$a)\ \ f(x)=2-e^x$ $\qquad\qquad$ $b)\ \ f(x)=x^2+|x|+2$

$c)\ \ f(x)=\sqrt{4-x^2}$ $\qquad\qquad$ $d)\ \ f(x)=2+\sin 2x$

۱۷۵(۱۲۰) لاندې پوله ارزښتونه وشمېرئ.

a) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{2^x}$ $\qquad\qquad$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan x}{x}$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$ $\qquad\qquad$ d) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$

e) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x}}{e^x}$ $\qquad\qquad$ f) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{\sin x}{x^2}\right)$

۱۷٦(۱۲۱): د لوپيتال قاعدې په مرسته د $x\to\infty$ لپاره د لاندې مات رينتوني توابعو پوله ارزښتونه وشمرئ.

$a)\ \ f(x)=\dfrac{2x^3-x+4}{3x^3+1}$ $\qquad\qquad$ $b)\ \ f(x)=\dfrac{x^2+2x-3}{4x^3+3x^2-2x+5}$

۱۷۷(۱۲۲): لاندې مساوات تيک يو صفرځاي لري. دا د تانجنت له لارې تر دوه لسميزو ځايونو وټاکئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ f(x)=x^3-2x-3$ $\quad$ $b)\ f(x)=x^3-x^2-15$

$c)\ f(x)=x^3+6x^2+12x+5$ $\quad$ $d)\ f(x)=x^5+x^3-20$

۱۷۸(۱۲۳): د لاندې توابعو لپاره د x=x0 په ځاي کې د تانجنت مساوات وټاکئ

۱۷۹(۱۲٤): په کومو ټکو کې د لاندې مساواتو لپاره د تانجنت مساوات د ورکړ شوې کرښې سره غبرگ دي؟

۱۸۰(۱۲۵) : د $x=x_0$ په ځاي کې د لاندې توابعو لپاره د تانجنت مساوات وټاکئ

a) $f(x)=x^3+x^2-3x-2,\quad x_0=-1$

b) $f(x)=\frac{3-x^2}{2x-1},\quad x_0=1$ $\quad$ c) $f(x)=\frac{1}{x}\cdot\ln x,\quad x_0=1$

۱۸۱(۱۲٦): د لاندې توابعو لپاره په کومو ټکو کې تانجنت د ورکړ شوو کرښو سره غبرگ دي؟

a) $f(x)=-x^3+3x^2+2x-5,\quad g:\ y=2x$

b) $f(x)=\frac{3x-4}{x},\quad g:\ y=x+2$

۱۸۲(۱۲۷): ټول راشنل تابع د f_t د $f_t(x)=x^3+tx^2+tx$ سره له سرچيني څخه تيرېږي. هلته د تانجنت مساوات پيدا کړئ د t په تابعيت کې.

۱۸۳(۱۲۸): د t د کوم ارزښت لپاره د $f_t(x)=\frac{t^2}{x^2+t}$ په گراف تانجنت په $x_0=-3$ ځاى کې د $g:\ y=\frac{3}{8}x+2$ گراف سره غبرگه ده؟

۱۸٤(۱۲۹) : په ټکي $N(x_1/0)$ کې د نه راشنل فنکشن fپه گراف د $f(x)=(x-t)\cdot e^x$. سره د تانجنت برابرون يا مساوات وټاکی.

۱۸۵(۱۳۰): په f تابع د $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^2-1$. سره په ټکي P(0,-9) کې د تانجنت مساوات و ټاکئ.

۱۸٦(۱۳۱): د تام ريښتونيf تاۀبع د $f(x)=x^3-3x-1$. سره تانجنت په ټکي P(-2,5) کې وټاکئ.

۱۸۷(۱۳۲): د مات ريښتونيf تابع د $f(x)=\frac{x^2-1}{3x}$. سره د تانجنت مساوات په $P(-1,-\frac{4}{3})$ ټکي و ټاکئ.

۱۸۸(۱۳۳):د لاندې تام ريښتونې توابعو د انعطاف ټکي(اوړونټکي) او د نورمالي مساوات وليکئ.

a) $f(x)=-\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}$ $\quad$ b) $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+2x+10$

۱۸۹(۱۳٤) د لاندې تابع د

$f_t(x)=\frac{4}{3}t^2x^3+3tx^2+3x\quad (t\in\mathbb{R}\setminus\{0\})$

(c) ketabton.com: The Digital Library

سره د انعطاف – یا اوړونټکي مساوات ولیکئ.

۱۹۰(۱۳۵) : د اکسپوننشم تابع د انعطاف ټک او په انعطاق ټکي د
$f(x) = (x-2) \cdot e^x$ نورمال مساوات پیداکړئ.

۱۹۱(۱۳٦)
$$f_t(x) = t\sin x + t\cos x \quad (t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$$
په انتروال $0 \le x \le \pi$ کې.

۱۹۲(۱۳۷): د لاندې توابعو لپاره د منحنیو شننیز بحث وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = -x^3 + x^2 + 4 \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{9}x^4 + \frac{2}{3}x^2$

$c)\ f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \qquad d)\ f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

۱۹۳ (۱۳۸): د لاندې توابعو لپاره د پوره منحنیو یا کږو مطالعه وکړئ او ګرافونه یې و کاږئ.

$a)\ f(x) = \frac{x}{4} - \frac{2}{x^2} \qquad b)\ f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 3}$

$c)\ f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 1} \qquad d)\ f(x) = \frac{9}{x^2 + 3}$

انتیګرالشمیرنې ته پوښتنې

1- لاندې نااصلي پولینومونه دې د یوه ټول نسبتي- یا راشنل عدد پولینومونو او یوه اصلي پولینوم د جمعې په څېر ولیکل شي.

$a)\ \frac{x^3 + 7x^2 + 9x - 5}{x + 5} \qquad b)\ \frac{x^4 - 3x^2 + 1}{x^2 - 2}$

$c)\ \frac{x^3 - 2x^2 + x - 5}{x^3 + 1} \qquad d)\ \frac{x^4 - 1}{x^3 + x^2 + x + 1}$

$e)\ \frac{x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 5x + 3}{x - 2} \qquad f)\ \frac{x^5 - x^4 + 1}{x^2 + 2}$

۲ -

$a)\ \frac{2x^2 + 20x + 12}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \qquad b)\ \frac{x^2 + 1}{x^3 - x}$

$c)\ \frac{4x + 10}{x^2 + 6x + 8} \qquad d)\ \frac{-3x^2 + 19x - 10}{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

$e)\ \frac{4x^2 + 6x - 20}{x^3 - 4x} \qquad f)\ \frac{14}{x^2 + 20x + 51}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۳ – د لاندې اصلي پولینومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ونه وکاروئ.

$a)\ \dfrac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}$ $\qquad b)\ \dfrac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}$

$c)\ \dfrac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}$ $\qquad d)\ -\dfrac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}$

٤ - د لاندې اصلي پولینومونو په ټوټه کسرونو ټوټه ګونه ورکړئ.

$a)\ \dfrac{x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}$ $\qquad b)\ \dfrac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}$

$c)\ \dfrac{8x^2-16x+10}{x^3-4x^2+5x}$ $\qquad d)\ \dfrac{x}{x^3+2x^2+2x+1}$

۵ - د لاندې پولینوم کسرونو په ټوټه کسرونو ټوټه کونه ړرکړئ.

$a)\ \dfrac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}$ $\qquad b)\ \dfrac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}$

$c)\ \dfrac{2x^3+x^2}{x^3-1}$ $\qquad d)\ \dfrac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}$

٦ – و ښایئ، چې د F تابع د f تابع لومړنی تابع ده.

$a)\ f(x)=2x^2+4x-7 \quad , \quad f(x)=4x+4$

$b)\ F(x)=(x^2-x)^3 \quad , \quad f(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

$c)\ F(x)=\sqrt{2x+1} \quad , \quad f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad f(x)=3x\cdot\cos 3x$

$e)\ F(x)=\dfrac{1}{3}x^3\cdot\ln x-\dfrac{4}{9}x^3 \quad , \quad f(x)=x^2\cdot(\ln x-1)$

۷ - وښایئ، چې د Fاو G توابع د همغه f تابع لومړني توابع دي.

$a)\ F(x)=x^3+x+4 \quad , \quad G(x)=x^3+x+1$

$b)\ F(x)=(x-3)^2 \quad , \quad G(x)=x^2-6x+4$

$c)\ F(x)=\dfrac{x+1}{x+2} \quad , \quad G(x)=\dfrac{3x+5}{x+2}$

$d)\ F(x)=1+\sin x \quad , \quad G(x)=\sin x$

۱۳ – لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ او ټیکوالی یې و ازمایی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^3dx \qquad b)\ \int 7dx \qquad c)\ \int xdx$

$d)\ \int (1-x^2)dx \qquad e)\ \int (x+\frac{1}{x})dx \qquad f)\ \int (e^x+\cos x)dx$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x}dx \qquad h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x}dx \qquad i)$

$i)\ \int udx \qquad k)\ \int (2+e^x)dx \qquad l)\ \int (1+\ln x)dx \qquad m)\ \int (\sqrt{x}+\sin)dx$

١٤ ــ د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ

$a)\ \int_0^3 4dx \qquad b)\ \int_{-3}^{-1} xdx \qquad c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx \qquad e)\ \int_{-1}^0 e^x dx \qquad f)\ \int_0^\pi \sin x dx$

$g)\ \int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} 4dx \qquad h)\ \int_{\frac{1}{4}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\sin^2 x}dx \qquad i)\ \int_{-2}^2 x^3dx$

$j)\ \int_2^6 (1+x)dx \qquad k)\ \int_1^2 (x^2-x^5)dx \qquad l)\ 0\int_{-2}^2 (\frac{x^3}{4}+\frac{x^2}{3})dx$

١٦ = د لاندې ټاکلو انتیګرالونو ارزښت وشمېرئ او ارزښتونه يې سره پرتله کوئ.

$a)\ \int_{-3}^1 3dxund - \int_{-3}^1 3dx \qquad b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx \ \wedge\ -\int_1^0 (1+e^x)dx$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin x dx \ \wedge\ -\int_0^{-\pi} \sin x dx$

١٧ ــ هر دوه انتیګرالونه د یوه انتیګرال سره انځور کړئ.

$a)\ \int_0^{0.5\pi} \cos x dx + \int_{0.5\pi}^{\pi} \cos x dx \quad , \quad b)\ \int_{-1}^0 (x+e^x)dx + \int_0^1 (x+e^x)dx$

$c)\ \int_2^3 3x^2dx - \int_5^3 3x^2dx \quad , \quad d)\ \int_{-2}^1 (2+x)dx - \int_4^1 (x+e^x)dx$

٥ - د لاندې ټاکلو انتیګرالونو لپاره ارزښت تخمین کړئ.

$a)\ \int_{-4}^{-2} e^{x+3} \qquad b)\ \int_0^8 \sqrt{1+x}\,dx$ 1

$c)\ \int_3^5 2^{4-x}dx \qquad d)\ \int_0^{0.5\pi} \sin^2 xdx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۹ ــ د کومو x ارزښتونو لپاره لاندې انتیگرالونه ورکړشوي ارزښتونه لري؟

$a)\ \int_1^x 5t^4 dt \ ,\quad la(x)=31 \qquad b)\ \int_0^x e^t dt \ ,\quad la(x)=e-1$

۲۰ - لاندې انتیگراند توابع ته د انتیگرال توابع وټاکئ.

$a)\ f(x)=x^2\ ,\ a=3 \quad , \quad b)\ f(x)=2+e^x \quad a=0$

$c)\ f(x)\dfrac{1}{\cos^2 x}\ ,\ a=0 \quad d)\ f(x)=2 \quad a\in IR$

۲۱ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه پیداکړئ

$a)\ \int \sqrt[4]{x^3}dx \qquad b)\ \int \dfrac{1}{\sqrt[5]{x}}dx \qquad c)\ \int \sqrt[6]{x^5}\,dx \qquad d)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\,dx$

$e)\ \int \dfrac{\sqrt{x}}{x^2}dx \qquad f)\ \int \dfrac{x^3}{x^4}dx \qquad g)\ \int \dfrac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx \qquad h)\ \int \dfrac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx$

۲۲ - لاندې ناټاکلي انتیگرالونه پیداکړئ

$a)\ \int 8x^3dx \qquad b)\ \int -4x^{-2}dx \qquad c)\ \int \dfrac{3}{-x^3}dx \qquad d)\ \int \sqrt[3]{3x}\,dx$

$e)\ \int k\cdot e^x dx \qquad f)\ \int -5x^n dx\ ;\ n\neq 0 \qquad g)\ \int \dfrac{\sin x}{2}dx \qquad h)\ \int \dfrac{3a}{2\cdot\cos^2 x}dx$

$i)\ \int \dfrac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx \qquad j)\ \int \dfrac{-\sqrt{2}}{3x}dx$

۲۳ - د توان قانون په مرسته یو ثابت ضریب بېل کړئ او د دې پسې لاندې ناټاکلی انتیگرال وټاکی.

$a)\ \int e^{x+3}dx \qquad b)\ \int (4x)^3dx \qquad c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx \qquad d)\ \int (7x^2)^4dx$

۲٤ ــ لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ

$a)\ \int (x^2+3x-4)dx \qquad b)\ \int (x-\sqrt{x})dx \qquad c)\ \int (5x^3-7x+4)dx$

$d)\ \int (1+x)^2dx \qquad e)\ \int x^2(x^2+2)dx \qquad f)\ \int x^2(1+x)(x-1)dx$

$g)\ \int (\sqrt[3]{x}+\dfrac{1}{x^2})dx \qquad h)\ \int (\dfrac{1}{x^4}-\dfrac{1}{x^5})dx \qquad i)\ \int (5x-\dfrac{1}{3}+\dfrac{\cos x}{3})dx$

$k)\ \int (5+x^5+\sin x)dx \qquad l)\ \int (e^x-\dfrac{1}{\sin^2 x})dx \qquad m)\ \int (\dfrac{1}{\cos^2 x}+\dfrac{1}{x})dx$

۲۵ - لاندې ناټاکلي آنتیگرلونه لومړی په یوه جمعه واړوئ او وروسته انتیگرالونه و ټاکئ.

$a)\ \int \dfrac{(x^2-1)^3}{x}dx \qquad b)\ \int (\dfrac{(1-\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}})dx$

$c)\ \int \dfrac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^x}dx \qquad d)\ \int (\dfrac{3x^2+2x-4}{x^3})dx$

۲٦ ــ لاندې ناټاکلي انتیگرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int 3^{x+1}dx$ $b)\ \int 2^{-x}dx$ $c)\ \int a^{x+b}dx$ $d)\ \int \frac{1}{a^x}dx$

$e)\ \int 2^x \cdot 3^x dx$ $f)\ \int \frac{2^x}{3^x}dx$ $g)\ \int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx$

$h)\ \int \frac{5^x+3^x}{2^x}dx$ $i)\ \int (1+2x^x)dx$ $j)\ \int (x-3^x)dx$

۲۷ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ

$a)\ \int \ln 2x^3 dx$ $b)\ \int \ln \sqrt{x}dx$

$c)\ \int \lg \frac{x}{2}dx$ $d)\ \int {}_3\log \frac{1}{x}dx$

۲۸ – د مشتق د قوانينو په مرسته وښايئ، چې تابع د F=x.lnx-x سره يو لومړنئ تابع ده و f(x)=lnx تابع ته

۲۹ - د انتيګرال شمېرنې په مرسته د عمومي لوګارتم تابع لپاره د طبيعي لوګارتم له فرمول څخه د انتيګرال فرمول راوباسئ.

۳۰ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه د بدلون په طريقه وشميرئ.

$a)\ \int \frac{10}{5x-7}dx$ $b)\ \int \frac{12}{(1+3)^4}dx$ $c)\ \int \frac{1}{5-4x}dx$

$d)\ \int \frac{a}{bx+d}dx$ $e)\ \int (5x+7)^3dx$ $f)\ \int (ax+b)^n dx$

$g)\ \int \sqrt{4x-2}dx$ $h)\ \int \sqrt{ax+b}dx$ $i)\ \int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx$

$j)\ \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}dx$ $k)\ \int \sin 4x\, dx$ $l)\ \int \frac{3}{e^{2x}}dx$

$n)\ \int \cos(3x+\frac{\pi}{4})dx$ $o)\ \int e^{3x-5}dx$

۳۲ _ لاندې ناټا کلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{\ln x}{x}dx$ $b)\ \int x(x^2+3)dx$

$c)\ \int 3x^2(x^3-1)dx$ $d)\ \int (2x-1)(x^2-x)dx$

۳۳ – د بدلون قاعدې په مرسته $\int f(x)\cdot f'(x)\,dx = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$ وشمېرئ.

۳٤ – لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ، بنه يې بدله کړئ، که اړين وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int \frac{x^2}{4+x^3}$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}$

۳۵ په لاندې انتيگرالونو پرېکړه وکړئ، چې ايا لوگاريتمي يې انتيگرال نيوه کېدی شي او يا د بدلون قانون بايد و کارول شي؟

$a)\ \int \frac{5x^4}{3+x^5}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{3x}{(1-x^2)^4}dx$

$d)\ \int \frac{5x}{4-x^2}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{\sin x}{(1-\cos x)^2}dx$

۳۶ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه پيدا کړئ. لومړی يې بڼه بدله کړئ، که اړيين وي.

$a)\ \int \frac{4}{x^2+9}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{3}{2x^2+2}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{1}{x^2+2}dx$

$d)\ \int \frac{2}{3x^2+5}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{1}{x^2+a^2}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{1}{ax^2+b}dx\ ,\ ab>0$

۳۷ – وښايئ، چې دا لاندې انتيگراندونه(هغه، چېې انتيگرال يې نيول کيږي) صفرځايونه نه لري. پسې ټرلي ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2+4x+13}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{5}{x^2+2x+2}dx$

$c)\ \int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx$ $\qquad$ $d)\ \int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx$

۳۸ لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ. لومړی يې، که اړيين وي، بڼه بدله کړئ.

$a)\ \int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx$ $\qquad$ $c)\ \int \frac{1}{\sqrt{2x^2-2}}dx$

$d)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x-2}}dx$ $\qquad$ $e)\ \int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$ $\qquad$ $f)\ \int \frac{6}{\sqrt{9x^2+9}}dx$

۳۹ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه وشمېرئ، لومړی يې که اړيين وي ، بڼه بدله کړئ.

$a)\ \int \frac{1-x}{x^2+x+1}dx$ $\qquad$ $b)\ \int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx$

$c)\ \int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx$ $\qquad$ $d)\ \int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx$

۴۰ - لاندېې انتيگرالونه د ټوټه انتيگرالوني له لارې پيداکړئ يا وشمېرئ.

$a)\ \int x\cdot e^x dx$ $\qquad$ $b)\ \int x\cdot \sin x\, dx$ $\qquad$ $c)\ \int x^2\cdot \ln x dx$

$d)\ \int \frac{\ln x}{x^2}dx$ $\qquad$ $e)\ \int x\cdot e^{2x}dx$ $\qquad$ $f)\ \int x\cdot \sin 2x dx$

۴۱ - لاندې ناټاکلي انتيگرالونه د ټوټه انتيگرال له لارې وشمېرئ.
که اړيينوي، نو په ۴۰ –م تمرين کې شمېرلې نتيجې وکاروئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int x^2 \cdot \cos x dx$ $\quad b)\ \int x^2 \cdot e^x dx$

$c)\ \int x^2 \cdot e^{2x} dx$ $\quad d)\ \int x^2 \cdot \cos 2x\, dx$

د پورته کارولي ریکورزیون (   ) فرمول په مرسته لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int x^4 \cdot e^{2x} dx$ $\quad b)\ \int \sin^4 x\, dx$

$c)\ \int x^3 \cdot e^{2x} dx$ $\quad d)\ \int \cos^6 x\, dx$

٤٤ - لومړی د ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیګرالونه حل کړئ.

$a)\ \int \frac{1}{x^2-1} dx$ $\quad b)\ \int \frac{1}{x^2+6x+8} dx$

$c)\ \int \frac{3x+2}{x^2-x-2} dx$ $\quad d)\ \frac{x^2-12x+12}{x^3-4x} dx$

اصلي مات رئښتوني توابع، چې صورت(متلاندې) هم لاینئز یا کربنیز ضریبونه لري.

٤٥ _ لومړی به ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بیا لاندې نا:لي انتیګرالونه حل کړئ

$a)\ \int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x} dx$ $\quad b)\ \int \frac{3x}{x^2-6x+9} dx$

$c)\ \int \frac{x^3-1}{x^4+x^3} dx$ $\quad d)\ \int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}$

٤٦ - لومړی د هریوه لپاره په ټوټه کسر ټوټه ونه سرته ورسوئ او بالاخره لاندې ناټاکلي انتیګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)} dx$ $\quad b)\ \int \frac{3x+4}{x^3-2x-4} dx$

$c)\ \int \frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2} dx$ $\quad d)\ \int \frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13} dx$

٤٧ - لومړی د پولینوم ویش سرته ورسوئ او پسې لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړي.

$a)\ \int \frac{x^2}{x+1} dx$ $\quad b)\ \int \frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}\ dx$

$c)\ \int \frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12} dx$ $\quad d)\ \int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1} dx$

٤٨ - لاندې ناټاکلي انتیګرالونه پیداکړئ.

$a)\ \int \sqrt{x^2-5}\, dx$ $\quad b)\ \int \sqrt{5x^2+10}\ dx$

$c)\ \int \sqrt{x^2-6x+8}\ \ dx$ $\quad d)\ \int \sqrt{2x^2+4x+6}\ \ dx$

٤٩ - لاندې ناټالي انتیګرالونه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$a)\ \int \sqrt{x^2+2x}\,dx$ $b)\ \int \sqrt{x^2-4x}\ dx$

$c)\ \int x\cdot\sqrt{x^2+4x+3}\ dx$ $d)\ \int (x+2)\cdot\sqrt{x^2+2x+2}\,dx$

۵۰ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \frac{x^2}{x}\,dx$ $b)\ \int \frac{1}{x^3}dx$ $c)\ \int (1-2x^2+x^3)\,dx$

$d)\ \int (x^2-3x-6)\,dx e)\ \int x\cdot\sqrt{x}\,dx$ $f)\ \int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\ dx$ $g)\ \int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}\ dx$

$h)\ \int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}\ dx; i)\ \int \frac{x^2+3x-2}{x}\ dx$ $j)\ \int \frac{x-5}{\sqrt{x}}\ dx$

۵۱ – لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int 2(5-4x)^3dx$ $b)\ \int \sqrt{5x+2}\ dx$ $c)\ \int x\cdot e^{x^2}\,dx$

$d)\ \int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}\ dx$ $e)\ \int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx$ $f)\ \int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx$

$i)\ \int \frac{x}{x^2+2x+3}\ dx$ $j)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx$ $k)\ \int \frac{x}{x^2+2x-3}dx$

$l)\ \int \frac{1}{x^2-10x+25}\ dx$ $m)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}\,dx$ $n)\ \int \frac{1}{x^2+12x+40}\ dx$

۵۲ - لاندې ناټاکلي انتيګرالونه وشمېرئ.

$a)\ \int \ln(2x-3)\,dx$ $b)\ \int \cos 3x\,dx$ $c)\ \int 2^{3x+1}dx$ $d)\ \int \lg 4x\,dx$

$e)\ \int x\cdot\ln x\,dx$ $f)\ \int \sqrt{x}\cdot\ln x\,dx$ $g)\ \int e^x\cdot\cos x\,dx$ $h)\ \int x\cdot\cos x\,dx$

۵۳ – و ښايئ،چې لاندې ورکړل شوې توابع په ورکړشوي انټروال کې لومړنئ توابع نه لري، مګر په I کې انتيګراوړ دي.

په لاندې انټروال کې يې انتيګرال ارزښت ورکړئ.

$a)\ I=[-2;5]$ $b)\ I=[-3;4]$

$$f(x)=\begin{cases}-x & ; & x\le 1\\ \frac{1}{2}x & ; & x>1\end{cases}$$

$$f(x)\begin{cases}2 & ; & -3<x\le -1\\ 1 & ; & -2<x\le 1\\ 2 & ; & 1<x\le 4\end{cases}$$

۵٤ – د f تابع د f(x) = |x-1| سره په انټروال I=[-3,3] د x=1 سره مشتقوړ نه ده، وښايئ، چې سره له دې هم انتيګرالوړ ده.

۵۵ - د لاندې توابعو منځنى ارزښت په ورکړ شوو انټروالونو پيدا کړئ.

$a)\ f(x)=x^2-2x+2\ \ mit\ \ \ x\in[-1x;4]$

$b)\ f(x)=x+1\ mit\ \ x\in[0;6]$

$c)\ f(x)=\sin\ \ mit\ \ x\in[0;\pi]$

mit د... سره په معنا

(c) ketabton.com: The Digital Library

٥٦ - و ښايي چې د f كرښيز(خطي) تابع (f(x0 منځ ارزښت د f(x)=mx=n سره په انتروال $[a,b]$ نخښه ونه $x_0 = \frac{a+b}{2}$ اعتبار لري..

٥٧ _ په ورکړ شوي انتروال کې د د x محور او گراف ترمنځ سطحې وشمېرئ.

$a)\ f(x) = x^2 + 1 \quad , \quad x \in [-2;1]$

$b)\ f(x) = 2 + \sin \quad , \quad x \in [0;\pi]$

$c)\ f(x) = -x^2 - 4x - 5 \quad , \quad x \in [-3;0]$

$d)\ f(x) = 1 + \frac{1}{x} \quad , \quad x \in [1;e]$

٥٨ _ د انترواال پورتنی پوله b داسې وشمیرئ، چې د پاراپول $p:\ y = x^2 + 2x + 2$ او x -محور ترمنځ سطحه په انتروال [-2;b] کې کې عدد ٦ ونیسي.

٥٩ _ لاندنئ د انتروالپوله a داسې وټاکئ، چې د پارابول $p:\ y = 3\sqrt{x}$ او x - محور تر منځ سطحه په انتروال $[a;4]$ کې عدد ١٤ واخلي.

٦٠ - یو پورته لور ته کښول شوی نورمال پارابول دې د x-محور سره په انتروال کې $[-1;2]$ یوه سحه د کچ عدد ٩ سره رابنده کړئ.

د پارابول مساوات وټاکئ.

٦١ - ضریب a داسې وټاکئ، چې د f(x)=a.sinx ساین تابع د x- محور سره په انتروال $[0;\pi]$ کې عدد 4 رابند کړي.

٦٢ - د کرښې g:y=0,5x+2 او د پروتولاړ سیستم(وضعیه قېمت تر منځ) سطحه وشمېرئ.

د ساده شمیرنې له لارې یې و ازمایئ.

٦٣ - د گراف او X محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{13}{4}x + 3 \qquad b)\ f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3x$

$c)\ f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x \qquad d)\ f(x) = -x^2 + 6x - 5$

٦٤ - په ورکړ شوي انتروال کې د گراف او x محور ترمنځ سطحه وشمېرئ.

$a)\ f(x) = x - 2 \quad , \quad x \in [-2;3]$

$b)\ f(x) = x^2 - x - x \quad , \quad x \in [1;5]$

$c)\ f(x) = x^2 - 8x + 12 \quad , \quad x \in [0;8]$

٦٥ - د اکسپوننشل منحني g د $y = e^x$ سره او د پارابول p د $y = -x^2 - 1$ سره را بنده سطحه په انتروال $[0;1]$ کې وشمېرئ.

٦٦ - د کرښې g د y=2x+2 سره د ساینh منحني د y=sinx سره او له اینتروال $[0;2\pi]$ څخه رابنده سطحه وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

٦٧ - پارابولونه p1 د $y=x^2-3$ سره او p2 د $y=2x^2+1$ سره په اینټروال [-1;2] کې یوه سطحه را بنده وي.دا رابنده سطحه و شمېرئ.

٦٨ – د پارابول P د $y=\sqrt{x}$ سره او کرښه g يې د $y = -x-1$ سره په اینټروال [0;4] کې رابنده سطحه لرو. دا را بنده سطحه وشميرئ.
٦٩ - په اینټروال [-2;1] د کرښې g1 د $y=x+3$سره او g2 د $y=2x+1$ څخه را بنده سطحه وشمېرئ.

٧١ - – پارابول p د $y=x^2-6x+5$ سره او کرښهg د $y=-x+1$ سره رابنده سطحه. د دې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٢ - د g يوه کرښه يو پارابولp د $y=x^2+2$ سره په $x_1=-1$ او $x_2=2$ کې غوڅوي.
د کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٣ – د g يوه کرښه يو پارابول p د $y=0,5x^2+x+4$ سره په $x1=-2$او $x2=4$ ټکو کې غوڅوي.
د دې کرښې او پارابول څخه رابندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٤ - د دواړو پارابولونو p1 د $y=-2x^2+8x-3$ سره او p2 د $y=x^2-4x+6$سره را بندې سطحې مساحت وشمېرئ؟

٧٥ – د دواړو پارابولونو p1 د $y=4\sqrt{x}$ سره او p2 د $y=0,5x^2$سره را بندې سطحې مساحت وشمرئ.؟

٧٦ - د بارابول p د $y=2\sqrt{x}$ سره او کرښې g د $y=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ سره رابندې سطحې مساحت وشميرئ.

٧٧ - د ساين د منحني گراف او د کوساين د منحني گراف يو بل په انټروال $0\le x\le 2\pi$ کې غوڅوي.
د دواړو غوڅټکو تر منځ له واړو منحنئو را بندې سطحې مساحت وشمېرئ.

٧٨ - د تابعf په گراف پروت تانجنت د $y=x^3-2x^2+x-1$ سره او د $x0=2$ په ځاي کې د تابع د گراف سره رابندې سطحې مساحت و شمېرئ.

٧٩ - د هغې سطحې مساحت وشمېرئ، چې د $x0=-1$ په ځاي کې په پارابول $y=x^2$عمود د دې بارابول څخه را بنده وي.

٨٠ - د f تابع گراف د t $y=-\frac{1}{9}x^4+\frac{2}{3}x^2$ سره د x محور سره سطحه پوره رابندوي.
د دې مساحت وشمېرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۸۱ - د f تابع گراف د $y = \frac{x^3 - 8}{4x^2}$ سره همداسي درې کرښي د مساواتو $y = \frac{1}{4}x, x = 1$ او $x = b\ (b>1)$ سره پوره رابنده سطحه لرو.
د b د کوم ارزښت لپاره د سطحې مساحت 1,5 دی?

۸۲ - د p1 پارابول د $y = x^2 - 3x + 3$ سره او p2 پارابول د $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{3}{2}$ سره پوره رابنده سحه لرو.
د دې سطحې مساحت وښایاست.

۸۳ - د f تابع گراف د $y=a.(1-\sin 2x), (a>0)$ سره او د وضعیه قیمت په I (اوله) مربع کې (قیمتونو څخه را بنده سطحه) پوره رابنده سطحه لرو.
د و کومو ارزښتونو لپاره د سطحې مساحت $(\pi - 2)$ سطحې یونونه (واحدونه) دی.

۸۴ – د f گراف د $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x$ او g د $y = -x^2 + 6x$ سره یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې خوندیونه یا دننه هواره وشمیرئ.

۸۵ – د f گراف د $y = \sqrt{16 - 2x}$ سره د پروتولاړمحور سره ټوله هواره پوره بندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۶ – الف: د f گراف د $y = \frac{48x}{(x + 2)^3}$ سره ، دx –محور یا – څرخونی او د $x=a(a>0)$کرښه یوه هواره ټوله پوره رابند وي.
د a د کوم ارزښت له پاره دا هواره ۸ د هوارې یوونونه کچه وي.

ب – د f گراف د $y = \frac{48x}{(x + 2)^3}$ سره ، د x– محور یاڅرخونی او کرښه x=4 یوه هواره ټوله پوره رابندوي.
د د کوم ارزښت له پاره هواره د هوارې ۱۰ یوونونه کچه وي.

۸۷ – د f گراف د $y = x \cdot e^{0,5x}$ سره ، دx – محور او کرښه x=1 یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۸۸ – د f گراف د $y = e^x(x - 1)$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۸۹ - د f گراف د $y = -2x^3 - 3x^2$ سره د پروتولاړ محورونو سره یوههواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه هواره وشمیرئ.

۹۰ - د f گراف د $y = x^2 \cdot (\ln x - 1)$، سره ، دx – محور او کرښه x=-5 یوه هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۹۱ - د f گراف د $y = e^{\frac{1}{4}x}$ سره او د $y = e^{-\frac{1}{4}x+1}$ سره، کرښه x=a او x=a+2 د x–
محور یوه هواره پوره رابندوي.
د a د کوم ارزښت له پاره به د دې هواره دننه هواره خورا لویه وي.

۹۲ - د f گراف د $y = \sqrt{9-4x}$ سره د کواوردیات محورونو سره یوه هواره پوره
رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۳ - د f گراف د $y = \frac{x^3+12}{2x^2}$ سره، کرښه x=1 او x=4 د گاونډ یا اسیمپتوت سره ټوله
هواره پوره رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۴ - د f گراف د $y = \frac{1}{4}(x^3 - 9x^2 + 23x - 15)$ سره، د x– محور سره ټوله هواره پوره
رابندوي.
د دې هوارې دننه وشمیرئ.

۹۵ – د هوارې منځهواره وشمیرئ، چې کرښه g له y=x+7 د پارابول p د -y=x²
5x+7سره غوڅوي.

۹۶ ـ د هوارې منځهواره وټاکئ، چې د تابع fکوم گراف یې د y=2(1 – cos(x/2))سره په
انتروال $[0,4\pi]$ د x– محور سره رابندوي.
۹۷ – گراف fد $y = 3\cdot\sqrt{9-x}$ سره د پروتولاړ سیستم یا کواوردینات محور سره یوه هواره
پوره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیرئ.

۹۸ – پارابول $p\colon\ y = x^3 - 2ax^2 + a^3$ د a>1 له پاره د x -محور سره او د کرښې
x=1سره یوه هواره د 2,75 هواریوونو(واحدونو) خوندیونې سره رابندوي.
د پارامتر a ارزښت وټاکئ.

99 – د یوه تابع $f\colon\ y = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$ په سرچینه کې نورماله د دې تابع د گراف سره یوه
هواره رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وښایئ.

100 - د یوه تابع $f\colon\ y = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$ گراف د x- محور سرهیوه هواره رابندوي.
په کوم نسبت دا په سرچینه کې کرښه او د f جګټکی دا هواره وېشي؟

-101 د هوارې منځهواره وشمیرئ، چې د $f\colon\ y = \frac{x^2}{1+x^2}$ له گراف، د x-محور او کرښې
x=1 څخه رابنده وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

102 – د $f:\ y=\frac{x}{1+x^2}$ ګراف، د x-محور ، کرښه x=a او x=-1 یوه هواره رابندوي.
د a د کوم ارزښت د پاره د دې هوارې منځهواره د هوارې یوون ۱ ارزښت لري؟

103 – کرښه $g:\ y=\frac{2}{\pi}x,$ ، ساین کږه او د x- محور یوه هواره په لومړی څلوری کې رابندوي.
د دې هوارې منځهواره وشمیری.

104 – د تابع f:y=x.sinx او g:y=2.sinx ګرافونه د π ≤x≤0 د پاره یوه واره رابندوي.
د دې هورې منځهواره یا سطحه وشمیری.

105- د تابع $f:\ y=\frac{2e^x}{e^x+1},$ ګراف د پروتولاړ سیستم محورونه او کرښه x=2یوه هواره رابندوي.
دا منځهواره (د دې هوارې منځ) وشمیری.

106 لاندې د څرخیدونکي بدنونو ګراف په x محور څرخي. د داسې منځ ته راغلو څرخېدونو تنونو حجمونه(ډکي) وشمېرئ.

$a)\ f(x)=2+\sqrt{x}\quad,\quad I=[0;4]\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}(x-2)^2\quad,\quad I=[2;4]$

107د لاندې څرخېدونکو بدنونو ګرافونه د x محور باندې څرخي داسې منځ ته راغلي حجمونه(ډکي) وشمېریئ او په ساده حساب سره یې وشمېرئ.

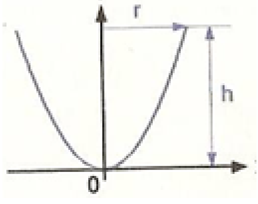
$a)\ f(x)=-x+5\quad,\quad I=[0;3]\qquad b)\ f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\quad,\quad I=[1;5]$

108 د لاندې توابعو د څېخون له لارې منځ ته راغلو تنونو حجم وشمېرئ.

$a)\ f(x)=\sqrt{x}\quad,\quad |=[0;4]\qquad b)\ f(x)=(x-2)^2\quad,\quad I\ |=[1;3]$

۱۰۹ - د لاندې توابعو ګراف د y په محور څرخي. داسې منځ ته راغلي تنونه و شمېرئ او په ساده شمېرنه سره و شمېرئ.

$a)\ f(x)=x+1\quad,\quad |=[1;4]\qquad b)\ f(x)=-\frac{1}{2}x+2\quad,\quad |=[0;4]$

	۱۱۰ - د یوه پارابول په خپله سیمترۍ محور څرخیدل یو لوښي جوړیږي. و ښایی، چې دا لوښي د فضا ډکی $V=\frac{\pi}{2}\cdot r^2\cdot h$ لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

۱۱۱ – کرښه د $y = -\frac{1}{2}x + 4$ د پروتولاړ سیستم سره یوه هواره رابندوي.
د دې څرخون تن پوښشهواره څومره لویه ده، چې د x-محور باندې د څرخون له لارې منځ ته راځي؟
د انتیګرال شمیرنې سره ووشمیرئ او ساده هم.

۱۱۲ – د څرخون بدن پوښهواره څومره لویه ده، چې د x - محور په انتروال $[0;4]$ باندې د پارابول د $y = 2 \cdot \sqrt{x}$ سره له څرخون څخه منځ ته راځي.

۱۱۳ – د پارابولp د $y = \frac{1}{6}x^3$ سره د څرخون له لارې په انتروال [1;2] د x–محور باندې یو څرخون بدن منځ ته راځي. د دې بدن پوښهواره وشمیرئ.

۱۱۴– د کرښې g د y=x+1 سره د y- محور باندې په انتروال [1,5] یو څرخونبندن جوړوي.
د دې بدن پوښهواره د انتګیرال سره وشمیرئ او د ساده شمیرنې له لارې یې وازمایئ.

۱۱۵ – پارابول p د $y=-(1/4)\, x^2+4$ سره په لومړئ څلورې کې د کواوردینات له محورونو سره یوه هواره پوره رابندوي.
د بدن پوښهواره وشمیرئ کومه چې د دې بدن د څرخون له لارې د y-محور سره منځ ته راځي.

۱۱۶ – د انتیګرالشمیرنې په مرسته د AB کرښې دA(2,4) او B(5,8)سره.
د ساده شمیرنې سره دا لاس ته راوړنه و ازمایئ.

۱۱۷ - په لومړئ څلورئ کې د پارابول اوږدوالی د پارابولp د پاره د $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$ سره په انتروال [0,1] کې وشمیرئ.

یوسل او اتلس: وخیږئ، چې ایا کوم یو له دې لاندې ناټاکلو انتیګرالونو څخه پوله ارزښت لري.

$$a)\ \int_{-\infty}^{0} e^x dx \qquad b)\ \int_{0}^{\infty} \frac{x}{x^2+1}\, dx \qquad c)\ \int_{1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx \qquad d)\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4x}{(x^2+2)^3}\, dx$$

یو سل او نولس: د $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^p}\, dx$ جګګې یا اکسپوننت د کوم ارزښت له پاره دا ناټاکلی انتیګرال یو پوله ارزښت لري؟

یوسل او شل:لاندې توابع د انتروال د یوې پولې له پاره پیژند نه لري یا نه دې تعریف.
وخیږئ، چې ایا دا ټاکلی انتیګرال په دې انتروال یو پولهارزښت لري؟

(c) ketabton.com: The Digital Library

a) $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{x}$, $I = [0;1]$ b) $f(x) = \ln x$, $I = [0;1]$

c) $f(x) = \dfrac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$, $I = [1;2]$ d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$, $I = [-1;1]$

e) $f(x) = \dfrac{x^2}{x^3 - 8}$, $I = [0;2]$ f) $f(x) = \dfrac{e^x}{1 - e^x}$, $I = [0;1]$

د دفرنشل مساوات پوښتنو ته ځوابونه

د 66 (1) او 67(2) تمرينونو ځواب:

$$66.\ a)\ m = \frac{4-2}{5-3} = 1 \qquad b)\ m = \frac{1-4}{3-2} = -3$$

$$67.\ a)\ f'(2) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2+\Delta x)^2 - 2^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(4+\Delta x)}{\Delta x} = 4$$

$$b)\ f'(3) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{0.5(3+\Delta x)^2 - 0.5 \cdot 3^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x(3+0.5\Delta x)}{\Delta x} = 3$$

68(3): کمښتويش(د تفاضلونو ويش) د د کږې(منحنـي) د دوه ټکو P او Q ترمنځ جګوالی دی. مشتق د کږې په يوه ټکي P د تانجنت جګوالی دی.
مشتق د کمښتويتويش پوله ارزښتدی، که Q و P ته نزدې شي يا وهڅيږي.
69(4): د غوځوني يا قطاع جګوالی د منحني په ټاکلي انتروال کې د منحني جګوالی دی.
د تانجنت جګوالی په يوه ټاکلي ټکي کې د منحني جګوال لپاره يوه اندازه ده.
د تانجنت جګوالی د غوځوني يا قطاع د جګېدنې انتروال کوچني کول دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

70. a) $f'(x) = 5x^4$ b) $f'(x) = 6x^5$

c) $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$, $x \neq 0$ d) $f'(x) = -\frac{5}{x^6}$, $x \neq 0$

e) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$ f) $f'(x) = \frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$, $x > 0$

g) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$, $x > 0$ h) $f'(x) = -\frac{3}{3\sqrt[3]{x^4}}$, $x > 0$

71. a) $f'(x) = x^4$ b) $f'(x) = 8x^3$

c) $f'(x) = -\frac{8}{x^3}$, $x \neq 0$ d) $f'(x) = -\frac{9}{x^4}$, $x \neq 0$

e) $f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$, $x > 0$ f) $f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x^3}}$, $x > 0$

72(7): د f تابع گراف د $f(x) = g(x) + c$ سره د g له گراف څخه د y په لور د غبرگ راکښني له لارې منځ ته راځيز
د f گراف د $x = x_0$ په ځاي کې د هر c ارزښت لپاره همغه جگوالی لري لکه د g گرااف . له دې امله $f'(x) = g'(x)$. لرو.

73(8): د f تابع گراف د $f(x) = a \cdot g(x)$ د g د گراف د x په محور عمود غزونې څخه منځ ته راځي. د f گراف له دې امله د $x = x_0$ په ځاي کې a ځله جگوالی لري لکه د g گراف. او په همدې ډول a ځله يا واره مشتق. له دې امله $f'(x) = a.g'(x)$ دی.

74. a) $f'(x) = 16x^3 - 9x^2 + 2x - 1$ b) $f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$

c) $f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{x^4}$, $x \neq 0$ d) $f'(x) = 6x + 0.4$

75. a) $f'(x) = 5x^4 - -8x^3 + 3x^2$ b) $f'(x) = 6x^2 - 4x + 1$

c) $f'(x) = 10x^4 + 4x^3 - 27x^2 - 10x - 5$ d) $f'(x) = 36x^2 + 10x + 10$

76. a) $f'(x) = \frac{-x^4 + 12x^2 - 2x}{(4 - x^2)^2}$, $|x| \neq 2$

b) $f'(x) = \frac{2(x^2 + 2x - 1)}{(x+1)^2}$, $x \neq -1$

c) $f'(x) = \frac{2x^4 + 7x^2 + 16x + 3}{(2x^2 + 3)^2}$, $x \in IR$

d) $f'(x) = \frac{-x^4 - 2x^2 + 4x - 1}{(x^3 - 2x^2 + x)^2}$, $x \neq 0 \, und \, x \neq 1$

77(12): د $u(x) = 1$ او $v(x) = g(x)$ سره د ويش قاعدې کې ځاي په ځاي کولو له لارې لاس ته راځي:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$77.\quad f'(x)=\frac{0\cdot g(x)-1\cdot g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}=\frac{-g'(x)}{g(x)\cdot g(x)}$$

78. $a)\ f'(x)=32x^3(4x^4-3)$

$b)\ f'(x)=2(6x+4)(3x^2+4x-5)=4(3x+2)(3x^2+4x-5)$

$c)\ f'(x)=6(2x-7)^2$ $\qquad d)\ f'(x)=-36x^2(5-3x^3)^3$

79. $a)\ f'(x)=\dfrac{12x+3}{(2x^2+x)^4}\ ,\quad D=IR\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\ ;\ 0\right\}$

$b)\ f'(x)=-\dfrac{4}{(x-5)^5}\ ,\quad x\neq 5$

$c)\ f'(x)=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\ ,\quad x>0$ $\qquad d)\ f'(x)=-\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\ ,\quad x<1$

80. $a)\ f'''(x)=6$ $\qquad b)\ f'''(x)=48x+18$

$c)\ f'''(x)=10x^4+4x^3-27x^2-10x-5$ $\qquad d)\ f'''(x)=\dfrac{18}{(2-x)^4}\ ,\quad x\neq 2$

81(   ): د هر مشتق نيوني سره د په توان عدد يا اکسپوننت په 1 کمېږي. د ـم مشتق پسې خورا جګ اکسپوننت کيږي. د لاندې بڼې يو ترم منځ ته راځي: $f_{(x)}^{(n)}=k\cdot x^0=k\cdot 1=k$ او له دې سره ثابته k.

81. $a)\ f'(x)=3\cos 3x$

$b)\ f'(x)=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$

84($c)\ f'(x)=2\sin\cos x=\sin 2x$ $\qquad d)\ f'(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}+4\cos 2x$

$e)\ f'(x)=2x\cos x$ $\qquad f)\ f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}\cos\dfrac{x-1}{x+1}\ ,\quad x\neq -1$

81. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$

(: د $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$ سره د وېشقاعده استعمال ته ځان رامنح ته کوي:

$$\Rightarrow\ f'(x)=\frac{\cos x\cos x+\sin x\sin x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{1}{\cos^2 x}$$

$$85.\quad f'(x)=\frac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x}+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$$

86 (   ) لومړی امکانات $f(x)=\cot x=\dfrac{1}{\tan x}$

د ځنځيرې قانون له مخې: $f'(x)=-\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}}{\tan^2 x}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

بنه بدلون: $f'(x)=-\dfrac{\cos^2 x}{\cos^2 x\cdot\sin^2 x}=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

دويم امكانات: $f(x)=\cot x=\dfrac{\cos x}{\sin x}$

د وېش قانون له مخې: $f'(x)=\dfrac{-\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin^2 x}$

بنه بدلون: $f'(x)=\dfrac{-(\sin^2 x+\cos^2 x)}{\sin^2 x}=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$

87(   ): د ساين همداسې د كوساين توابعو مشتق بيرته يوه له همدې توابعو ده، پس بيا مشتقوږ دي.

88. $a)\ f'(x)=-6\cdot e^{-2x+1}$ $\quad b)\ f'(x)=2(x+1)e^{x^2+2x-1}$

$c)\ f'(x)=x\cdot e^x$ $\quad d)\ f'(x)=\dfrac{e^x}{2\sqrt{e^x}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{e^x}$

$e)\ f'(x)=x^{n-1}e^x(n+x)$ $\quad f)\ f'(x)=k\cdot e^{kx}$

$g)\ f'(x)=-\dfrac{1}{2x^2}\cdot 2^{\frac{2}{2x}}\cdot\ln 2\ ,\ x\neq 0$ $\quad h)\ f'(x)=-3\ln 4\cdot\left(\dfrac{1}{4}\right)^{3x}$

$$i)\ f'(x)=1\cdot a^{\sqrt{x}}+x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot a^{\sqrt{x}}\cdot\ln a=a^{\sqrt{x}}(1+\frac{x}{2\sqrt{x}}\cdot\ln a)\ ,\quad x>0$$

$$j)\ f'(x)=\frac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}}$$

$$k)\ f'(x)=\frac{e^x(1-e^x)+e^x\cdot e^x}{(1-e^x)^2}=\frac{e^x-e^{2x}+e^{2x}}{(1-e^x)^2}=\frac{e^x}{(1-e^x)^2}\ ,\quad x\neq 0$$

$$l)\ f'(x)=\frac{e^{2x}+2e^0+e^{-2x}-e^{2x}+2e^0-e^{-2x}}{(e^x+e^{-x})^2}=\frac{4}{(e^x+e^{-x})^2}$$

89(   ): $a)\ f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2\cdot\left(\sqrt{x}\right)^2}$

دا چې $\ln\sqrt{x}$ فقط د (1) $x>0$ لپاره تعريف دی، نو د $x=\left(\sqrt{x}\right)^2$ سره اختياط په كار دی.

پنه بدلون به راكړي: $e\quad f(x)=\ln\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\ln x\ \Rightarrow\ f'(x)=\dfrac{1}{2x}$

د $\dfrac{1}{2x}$ ترم د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعريف دی مګر د مشتق تابعه دومره لوي تعريف سټ نه شي لرودی لكه f يې چې لري، نو د (1) له مخې مشتق تابع هم د $x\succ 0$ لپاره تعريف ده.

$b)\ f'(x)=\dfrac{2x}{x^2-4}\ ,\ |x|>2$

c) د (1) تابع f د $x\succ 0$ لپاپه تعريف ده. دلته هم د زنځيري قانون څخه بنه بدلون مساعد دی.

$f(x)=\ln 2-3\ln x\ \Rightarrow\ f'(x)=-\dfrac{3}{x}$ (د لته د $x\neq 0$ له امله ممكن دی)

(c) ketabton.com: The Digital Library

د f' تعریف سټ باید د f تعریف سټ برخه سټ وي. له دې امله د (1) له مخې مشتقوړ دی د $x \succ 0$ لپاره او نه د $x \neq 0$ لپاره

$$d)\quad f(x) = \ln(x+1) - \ln x \;\Rightarrow\; f'(x) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(x+1)}\;,\quad x < -1 \vee x > 0$$

$$e)\quad f(x) = 2x \cdot {}_2\log x \;\Rightarrow\; f'(x) = 2\cdot 1 \cdot {}_2\log x + 2x \cdot \frac{1}{x\cdot \ln 2}$$

$$f'(x) = 2\frac{\ln x}{\ln 2} + 2\frac{1}{\ln 2} = \frac{2}{\ln 2}(\ln x + 1)\;,\quad x > 0$$

$$f)\quad f'(x) = 4x^3 \cdot \lg x + (x^4 - 1)\cdot \frac{1}{x \cdot \ln 10} = \frac{4x^3 \ln x}{\ln 10} + \frac{x^3}{\ln 10} - \frac{1}{x \ln 10}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\ln 10}(4x^3 \ln x + x^3 - \frac{1}{x})\;,\quad x > 0$$

$$g)\quad f'(x) = \frac{\frac{1}{x}(x+2) - \ln x \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{(x+2) - x\ln x}{x(x+2)^2}\;,\quad x > 0$$

$$h)\quad f'(x) = \frac{4x^3 \ln x - x^4 \cdot \frac{1}{x}}{\ln x \cdot \ln x} = \frac{4x^3 \ln x - x^3}{(\ln x)^2} = \frac{x^3 \cdot (4\ln x - 1)}{(\ln x)^2}\;,\quad x > 0$$

90 ( ) : ماکسیمال تعریف سټ(- ډېری)

الف: ماکسیمال تعریف سټ: $x_2 = 4\; x \succ 0$ $x + 3 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \mid x \geq -3\}$

لومړی مشتق: $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}$

دا چې مخرج باید صفر نه وي، نو f د $x \succ -3$ لپاره مشتقوړ دی.

$$b)\quad (x-2)(x-4) \geq 0 \;\Rightarrow\; D = \{x \mid x \geq 4 \vee x \leq 2\}$$

$$f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$$

$$b)\quad (x-2)(x-4) \geq 0 \;\Rightarrow\; D = \{x \mid x \geq 4 \vee x \leq 2\}$$

$$f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$$

د f تابع د $x_1 = 2$ او لپاره مشتقوړ ده.

$$c)\quad D = IR_0^+\;,\quad f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}}\;;\quad f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

د f تابع د $x \in R^+$ لپاره مشتقوړ ده.

d) د $x^2 + 2 \geq 2$ له امله D=Rدی .

$f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+2}}$ ، له دې امله f په ټول تعریف سټ باندې مشتقوړ دی.

91 ( ) : f(x) = ln x فقط د $x \succ 0$ لپاره تعریف دی.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f(x)=\frac{1}{x}$ تابع د ټولو $x\neq 0$ لپاره تعریف ده. $f'(x)=\frac{1}{x}$ تابع د لوګاریتمي تابع مشتق په څېر نه شي کېدی د f د تعریفسټ څخه لوی تعریف سټ ولري. پس f' فقط د $x\succ 0$ لپاره تعریف ده.

92) $a)\ D=\{x\,|\,|x|>1\}\ ,\quad f'(x)=\frac{4x^3x^4-1}{}$

تابع $g(x)=\frac{4x^3}{x^4-1}$ به د ټولو $|x|\neq 1$ لپاره تعریف تعریف واي.
د f لپاره د مشتق تابع f' فقط د $|x|\succ 1$ لپاره تعریف وي. دا له دې سره په ټول تعریف سټ کې شته دی.

$b)\ D=\{x\,|\,x>-2\}\ ,\quad f'(x)=\frac{2}{2x+4}=\frac{1}{x+2}$

د مشتق تابع په ټول تعریف سټ کې شتون لري یا شته دی.

93. $a)\ f'(x)=4x^9-x^4$ $\quad b)\ f'(x)=12x^3-12x^2+22x-7$

$c)\ f'(x)=40x^7-18x^5-\frac{30}{x^4+\frac{56}{x^8}}$ $\quad d)\ f'(x)=6x^2+34x-61$

$e)\ f'(x)=3\sin x-2x\cos x$ $\quad f)\ f'(x)=3\cos x\cdot\sin^2 x$

$g)\ f'(x)=e^x-e^{-x}$ $\quad h)\ f'(x)=x^2e^x$

$i)\ f'(x)=\frac{5e^x}{(2e^x-1)^2}$ $\quad k)\ f'(x)=\frac{2e^x(x^3+x^2-3x+3}{x^2}$

$l)\ f'(x)=\frac{2(1-\ln x^2)}{x^3}$ $\quad m)\ f'(x)=\frac{\ln x-x+1}{(1-x)^2}$

$n)\ f'(x)=\frac{x\cos x\ln x-\sin x}{x\cdot(\ln x)^2}$ $\quad o)\ f'(x)=\frac{3x}{\ln 10}(2\ln x+1)$

$p)\ f'(x)=\frac{1}{\tan x}$ $\quad q)\ f'(x)=\frac{8x+1}{2\sqrt{4x^2+x+1}}$

$r)\ f'(x)=\sin 2x\cdot e^{\sin^2 x}$ $\quad s)\ f'(x)=e^{-2x}(-2x^2+2x-6)$

94. $a)\ f'(x)=n\cdot\cos x\cdot\sin^{n-1}x$ $\quad b)\ f'(x)=\frac{n\cdot(\ln x)^{n-1}}{x}$

$c)\ f'(x)=\frac{a}{n\cdot\sqrt[n]{(ax+b)^{n-1}}}$ $\quad d)\ f'(x)=-\frac{n}{x^2}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{n-1}$

95. $a)\ f'(x)=2xe^{x^2}\ ,\quad f''(x)=2e^{x^2}(1+2x^2)\ ,\quad f'''(x)=4xe^{x^2}(3+2x^2)$

$b)\ f'(x)=2\cos^2 xx-1\ ,\quad f''(x)=-4\sin x\cdot\cos x\ ,\quad f'''(x)=-8\cos^2 x+4$

$c)\ f'(x)=1-\frac{1}{x^2}\ ,\quad f''(x)=\frac{2}{x^2}\ ,\quad f'''(x)=-\frac{6}{x^4}$

$d)\ f'(x)=(x^2+2x)e^x\ ,\quad f''(x)=(x^2+4x+2)e^x\ ,\quad f'''(x)=(x^2+6x+6)e^x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

96 (   ) د طبیعي $f(x)=e^{x}$ اکسپوننشل تابع د $f'(x)=e^{x}$ له امله ټول مشققونه د وتنونمشتق یا پیلمشتق برابر دي.

97 (   ) :

97 (   ) : الف) د $f(x)=e^{2x}$ تابع $f'(x)=2e^{2x}=2.f(x)$ مشتق لري.

ب) د $f(x)=e^{-x}$ تابع $f'(x)=-e^{-x}=-f(x)$ مشتق لري

98 (   ) : د $f(x)=\sin x$ تابع څلورم مشتق $f^{(4)}(x)=\sin x$ لري.

همداسې د $f(x)=\cos x$ لپاره باور لري د $f^{(4)}(x)=cosx$ سره.

99. a) $f'(x)=ae^{ax}$, $f''(x)=a^2e^{ax}$, $f'''(x)=a^3e^{ax}$, ... $f^{(n)}_{(x)}=a^ne^{ax}$

b) $f'(x)=\frac{1}{x+1}$, $f''(x)=-1\cdot1\cdot\frac{1}{(x+1)^2}$, $f'''(x)=1\cdot2\cdot\frac{1}{(x+1)^3}$

$f^{(n)}=(-1)^{n+1}\cdot(n-1)!\cdot(x+1)^{-n}$

100. a) $N_1(-30), N_2(-0.5/0), N_3(2/0)$ b) $N_1(0/0), N_2(2/0), N_3(4/0)$

b) $N_1(0/0), N_2(2/0), N_3(4/0)$ d) $N_1(-\frac{1}{2}/0),\ N_2(\frac{1}{2}/0),\ N_3(\frac{1}{3}/0)$

d) $N_1(-2/0),\ N_2(-1/0),\ N_3(1/0),\ N_4(3/0)$

e) $N_1(-5/0), N_2(2/0)$

101(   ): ړدو(یاپیل) $f(x)=a(x=2)\cdot x\cdot(x-4)$ د $f(2)=-8, a=\frac{1}{2}$ سره

لاس ته راوړنه: $f(x)=\frac{1}{2}x^3-x^2-4x$

102(   ) ړدو(پیل $f(x)=a\cdot(x-3)^2(x-0.5)^2$ د $4=9$, $a=4$, $f(0)=9$ سره

پایله: $f(x)4x^4-28x^3+61x^2-42x+9$

103(   ) : پیل $f(x)=a(x+1)^2\cdot x\cdot(x-2)$ د $a=\frac{10}{9}$; $f(\frac{1}{2})=-\frac{15}{8}$ سره

پایله: $f(x)=\frac{10}{9}x^4-\frac{10}{3}x^2-\frac{20}{9}x=\frac{10}{9}(x^4-3x^2-2x)$

104(   ) : الف) $D=R\setminus\{-4\}$ ړدو(پیل): $x^2+2x-15=0$

پایله: $N_1(0,5|0), N_2(3|0)$

b) $D=IR\setminus\{0\}$; $N_1(-2/0)$, $n_2(2/0)$

c) $D=IR\setminus\{0,5\}$; $N_1(-1/0)$, $n_2(3/0)$

d) $D=IR\setminus\{-5\}$; $N_1(0/0)$, $n_2(1/0)$

105 (   ) : $a=2$, $b=-0.25$ او $d=0$ په تابع کې سملاسي ړدو، نو لاس ته راځي:

$$f(x)=\frac{x^3+2x^2-0.25-0.5}{x}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

106) (: د $x=\sqrt[3]{\frac{2^3}{a^3}}=\frac{2}{a}$ $\Rightarrow$ $x^3=\frac{8}{a^3}$ $\Rightarrow$ $a^3x^3-8=0$ اینوونه صفرځای راکوي:

$N(\frac{2}{a},0)$

$\frac{2}{a}=\frac{1}{2} \Rightarrow a=4$

107 ( ): د $x=1$ په پوره کوچني چاپېریال کې صفر تل مثبت دی. صورت د $x>1$ لپاره مثبت دی او د $x<0$ لپاره منفي. د سره مخنخښه بدلیږي او له دې سره سم بدلو ن د 4 ځلورمی(ربع) څخه و 1 ځلورمې(ربع)سره صورت نیسي.

108( ): الف) د $e^{-x}>0$ دی د له امله $x^2-1=0 \Rightarrow N_1(-1,0), N_2(1,0)$ لپاره.

ب) $\sqrt{6-x}$ او له دې سره سم f د $x\leq 6$ لپاره تعریف دي. $f(x)=0$ دی د
$x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او $6-x=0 \Rightarrow N_2(6,0)$.لپاره

پ) $\ln(x+2)$ او f د $x>-2$ لپاره تعریف دي.
$f(x)=0$ دی د $x=0 \Rightarrow N_1(0,0)$ او $\ln(x+2)=0 \Rightarrow x+2=1 \Rightarrow x=-1 \Rightarrow N_2(-1/0)$
لپاره

ت) $\ln x$ او له دې سره f د $x>0$ لپاره تعریع دی. $f(x)=0$ دی د
$x^2-2 \overset{(1)}{=} 0 \Rightarrow N_1(\sqrt{2},0)$ لپاره او د ln x لپاره لرو: $N_2(1,0)$

یادونه: د دمساوات دویم حل مو (1) صفرځای ته بیاییو ځکه چې $x=-\sqrt{2}$ تعریف سټ پورې اړه نه لري.

ټ) $f(x)=0$ دی، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ث) $f(x)=0$ دی ، ځکه چې $\frac{1+x}{x-x}=1 \Rightarrow 1+x=1-x \Rightarrow x=0 \Rightarrow N(0/0)$

ج) $f(x)=0$ ځکه چې $3x=0 \Rightarrow N(0,0)$

109( )د $3x=k\pi$ سره صفرځایونه په $x=k\frac{\pi}{3}, k\in Z$ کې پراته دي.

په ورکړ شوي انتروال کې په دې ځایونو کې:

$$-2\pi-5\frac{\pi}{3},-4\frac{\pi}{3},-\pi,-2\frac{\pi}{3},-\frac{\pi}{3},0,\frac{\pi}{3},\pi,2\frac{\pi}{3},\pi,4\frac{\pi}{3},5\frac{\pi}{3},2\pi$$

ب) صفرځایونه په $i\, x=(k-\frac{1}{4})\cdot\pi=(4k-1)\frac{\pi}{4},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $i-\frac{5}{4}\pi,\frac{3}{4}\pi,\frac{7}{4}\pi$

پ) صفرځایونه په $x=(2k+1)\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځایونه: $i-\frac{3}{2}\pi,-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi$

(c) ketabton.com: The Digital Library

ت) صفرځايونه په $x=k\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}=(3k+1)\cdot\dfrac{\pi}{6},\ k\in Z$ کې پراته دي.

په ور کړ شوي انتروال کې صفرځايونه: $\dfrac{5}{3}\pi,\dfrac{7}{6}\pi,\dfrac{2}{3}\pi,\dfrac{1}{6}\pi,-\dfrac{1}{3},-\dfrac{5}{6}\pi,-\dfrac{4}{3}\pi,-\dfrac{11}{6}\pi$

110( ): الف) د $x=1$ لپاره $\ln x=0$ دی. د $x^2\geq 0$ له امله $x^2+3\geq 3$ دی او له دې سره د $\ln x=1$ لپاره اړيين ارزښت 1 نه شي نيولی.

ب) $x^2+1\geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځاي کې صفر نه دی. دلته مخرج بې معنا دی.

پ) د $e^x>0$ ټولو $x\in R$ لپاره دی. دلته هم مخرج بې معنا دی.

ت)د $\sin^2 x\geq 0$ له امله $1+\sin^2 x\geq 1$ دی او له دې امله په کوم ځای کې صفر نه دی.

111( ) : يوه تابع يو تنظيم $x\rightarrow f(x)$ دی، د کوم سره چې د يوه x سره يواځنی يو $f(x)$ ترتيب يا تنظيم شوی وي. له دې امله کېدی شي $x=0$ سره ټيک يو $f(x)$ تابع ارزښت تنظيم شوی وي. او له دې سره ټيک يو غوڅټکی د y محور سره ولري. او په څټ کېدی شي د تعريف سټ يو ارزښت د ارزښت سټ په ډېرو توکو تنظيم شوی وي. د $f(x)=0$ تابع ارزښت کېدی شي ډېرواره رامنځ ته شي، چې د ډېرو صفرځايونو په معنا دی.

112 ( ) : که يوه تابع د خپل تعريف سټ باندې برعکس کېدونکی وي، بايد سربېره پردې نظم $x\rightarrow f(x)$ يواځنی وي(يعنې معکوس کېدونکی هم وي)، دا په دې معنا چې $f(x)=0$ تابع ارزښت ټيک يو وار نيول کېدی شي ، چې بېلا بېل صفرځايونه ناممکنوي.

113. $a)\ S_y(0/-1)$ $\qquad b)\ S_y(0/0)$

$c)\ S_y(0/0)$ $\qquad b)\ S_y(0/\dfrac{4}{3})$

$e)\ S_y(0/-\dfrac{2}{e})$ $\qquad b)\ S_y(0/e^2)$

114( ) : وي دې: $f(0)=a_n\cdot 0=a_{n-1}\cdot 0+\ ...\ a_1\cdot 0+a_0=a_0$

يو تام راشنل تابع د y محور تل د هغه په مطلق ارزښت کې غوڅوي $P(0,a_0)$: $y=a_0$.

115). $f'(x)=4x^3-6x^2-1\ ,\quad f(1)=-1\ ,\ f'(x)=-3\ ;\quad f(2)=-1\ ,\quad f'(2)=7$

116( ) $f'(x)=3x^2-2x-2$ صفرځايونه: $x_1=-1,\ x_2=0,\ x_3=2$

جګدنه: $f'(-1)=3,\ f'(0)=-2,\ f'(2)=6$

117. $f'(x)=2x^3-3x^2+x+1\ ;\ P_1(0/-4),\ P_2(0.5/-3.47(,\ P_3(1/-3)$

118. $f'(x)=x^2-x-6\qquad ;\ P_1(-2/11),\ P_2(3/-\dfrac{1}{2})$

119. $a)\ f'(x)=\dfrac{2x^3-x^2-4}{x^2}\quad ;\ f(1)=4,\ f'(1)=-3$

$b)\ f(-3)=6,\ f'(-3)=-8$

(c) ketabton.com: The Digital Library

120(   ): لومړی مشتق $f'(x)=\frac{2x\cdot x-(x^2-4)\cdot 1}{x^2}=\frac{x^2+4}{x^2}$

پيل: $2=\frac{x^2+4}{x^2} \Leftrightarrow 2x^2=x^2+4 \Rightarrow x_1=-2,\ x_2=2$

که $x_1 \wedge x_2$ په تابع ارزښت کې کیږدو، نو لاس ته ترې راځي: $P_1(-2,0) \wedge P_2(2,0)$

$b)\ P(-1/-3)$

121. $a)\ f(1)=0,\ f'(x)=\ln x+1),\ f'(1)=1$ $\quad b)\ f(\sqrt{\pi}=0,\ f'(\sqrt{\pi})=-\sqrt{\pi}$

122. $a)\ f'(x)=(2x-x^2)e^{-x},\ x_1,\ x_2=2$ $\quad b)\ x_1=0$

123(   ) : لومړی مشتق $f'(x)=(x+a+1)\cdot e^x$

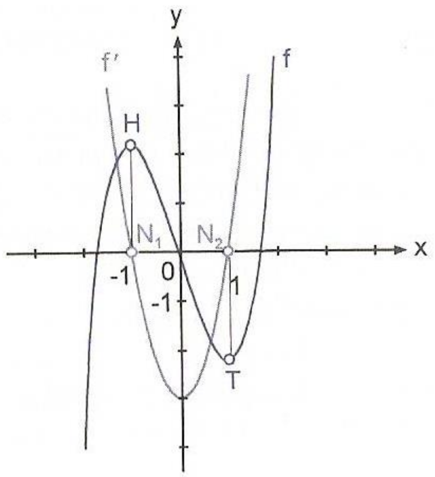
ځاي په ځاي کړئ: $2=e^0\cdot(0+a+1) \Rightarrow 2=a+1 \Rightarrow a=1$

124. $a)\ H(-1/15),\ T(3/-17)$ $\quad b)\ H(-1/4.5),\ T(2/-9$

$c)\ H(0.5/10.5),\ T(2.5/5.5)$ $\quad d)\ H(0/5),\ T_1(-\sqrt{2}/1),\ T_2(\sqrt{2}/1)$

$e)\ H(-2/48,\ T(2/-48)$ $\quad f)\ H(2/3\frac{1}{3}),\ T_1(0/-2),\ t_2(3/2.5)$

125 (   ) الف: د f ګراف یو خورا جګ ټکی H په -1 کې لري او خورا ټیټ ټکی T په 1 کې. د ګراف په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.



ب) د f ګراف یو جګټکی H په -2 کې لري او یو ټیټټکی T په 0 کې لري. په دې ځایونو کې د f' ګراف صفرځایونه $N_1 \wedge N_2$ لري.

126(   ) : د n – مې درجې یو ټول هوښیار یا راشنل تابع یو د $(n-1)$ – مې درجې د مشتق تابع لري. د $(n-1)$ – مې درجې تابع زیات له زیاته $n-1$ صفرځایونه لري. له دې امله n – مې درجه ټول راشنل تابع زیا له زیاته $n-1$ انحرافي ځایونه لري.

127(   ):کېډ شي حالت $f''(x)=0$ منځ ته راشي. نو بیا د دویم مشتق په مرسته کېدی نه شي د انحراف ټکي په هکله پرېکړه وشي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

کـه پـه x_0 کـي د لـومړي مشـتق روسـته د مخنخښـي تغیر لـه مثبت څخـه و منفي تـه صـورت ونیسي، f د x_0 په ځاي کي یو جګتکی لري، سره له دې چي شـرایط $f''(x)<0$ پـوره نـه دي.

128( ): الف) لومړی مشتق $f'(x)=2x^2+8x+8$
دویم مشتق $f''(x)=4x+8$
د انحرافي ارزښت لپاره اړیین شرطونه $f'(x)=0$

$$2x^2+8x+8=0 \Leftrightarrow x^2+4x+4=0 \Rightarrow x=-2$$

د پوره کېدونکي شرایطو لپاره شرطونه: $f''(-2)=0$
د مخنخښي تغیر ازماینت: $f'(-3)=18-24+8=2, f'(-1)=2-8+8=2$
دا چي د پوره کېدونکي شرایطو څخه کوم یو پوره نه دي، د f ګراف انحراف ځاي نه لري.
ب) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3$
2 مشتق: $f''(x)=4x^2 \quad x_1=0$
د $f'(x)=\frac{4}{3}x^3 \Rightarrow x=0$ سره
د مخنخښي بدلون له امله $f'(-1)=-\frac{4}{3}$ او $f'(1)=\frac{4}{3}$
د f تابع ټیټکی T(0,1) لري
پ) لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}$
۲ مشتق: $f''(x)=4x^2-4$

د انحرافتکي لپاره اړیین شرایط: $f'(x)=0$

$$\frac{4}{3}x^3-4x+\frac{8}{3}=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Rightarrow x_1=1,\ x_2=-2$$

د پوره کېدونکو شرایط لپاره ازماینت: $f''(-2)=4.4-4=12$
له دې لاس ته راځي چي T(-2,-8) ټیټکی دی.
$f''(1)=4.1-4=0$ پرېکړه ممکن نه ده.

د $x=1$ ره د لومړي مشتق د مخنخښي ازماینت.

$$f'(0)=\frac{8}{3},\ f'(3)=\frac{4}{3}\cdot 27-4\cdot 3+\frac{8}{3}=26\frac{1}{3}$$

د $x=1$ لپاره د لومړي مشتق د مخنخښي تغیر مخ ته نه لرو. له دې امله $T(-2,-8)$ واځنی د انحراف ټکی دی.
ت) د $f'(x)=4x^3=0$ لـه املـه کېـدی شـي انحرافـي ځایونـه د $x_1=0$ ځـاي پراتـه وي. د $f^1(-1)=-4 \wedge f'(1)=4$ د مخنخښـي تغېـر د یـوه ټیټکـي $T(0,-4)$ لپـاره پـوره کېـدونکي شرایط پوره کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

129. $a)\ T(4/-1),\ H(1.5/9)$ $b)\ T(0/0),\ H(2/-4)$
$c)\ T(0/-2)$ $d)\ T(-1/-0.5),\ H(1/0.5)$
130. $a)\ H(0/1)$ $b)\ H(-3/0),\ T(1/-5.44)$
$c)\ T(0/1)$ $T(0/0)$

131( ) الف) لومړی مشتق $f'(x)=2\cos x\sin x=\sin 2x$
دویم مشتق: $f''(x)=2\cos 2x$
اړین شرایط: $f'(x)=0$
$\sin 2x=0$ د $r\,x=k\cdot\frac{\pi}{2},\ k\in Z$ لپاره. په ورکړشوي انتروال کې د
$-2\pi,\ -\frac{3}{2}\pi,\ -\pi,\ -\frac{1}{2}\pi,\ 0,\ \pi,\ \frac{3}{2}\pi,\ 2\pi$ لپاره پوره کېدونکي شرایط:
$$f''(k.\frac{\pi}{2})2\cos(2x.\frac{\pi}{2})=2\cos k\pi=\begin{cases}1\ ,\ k=2n\\-1,\ k=2n+1\end{cases}$$
د f تابع لاندې جګ ټکي
$$H_1(-\frac{3}{2}\pi/1),\ H_2(-\frac{1}{2}\pi/1),\ H_3(\frac{1}{2}\pi/1),\ H_4(\frac{3}{2}\pi/1)$$
او لاندې ټیټټکي
$T_1(-2\pi/0),\ T_2(-\pi/0),\ T_3(0/0),\ T_4(\pi/0),\ T_5(2\pi/0)$ لري.
ب) د $2\pi\ ,\ \pi\ ,0\ ,-\pi\ ,-2\pi$ لپاره $f'(x)=0$ دی. که په دویم مشتق کې په $x_1=0$ کې جګټکی لري که په دویم مشتق کې کېښول شي. او ټشټیټکی لري د $-2\pi \wedge x_3=2\pi$ $x_2=-2\pi$ سره.
132( ) الف) د f تعریف ساحه: $f:D=\{x\,|\,x\le -1\vee x\ge 0\}$
لومړی مشتق: $f'(x)=\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}$
دا د $x_1=-1\ \wedge x_2=0$ لپاره له D تعریف نه ده.
لرو $f'(x)=0$ د $2x+1=0\ \Rightarrow\ x_1=-0{,}5$ لپاره.
دا x_1 په تعریف سټ پورې اړه نه لري یا په تعریف سټ کې نه دی پروت، نو له پیله کوم انحرافي ارزښت ګومان ته نه راځي.
د $f(x)\ge 0$ له امله د $x\in D$ لپاره د ژی ټکو مطالعه عمومي ټیټ ټکي $T_1(-1{,}0)\ \wedge\ T_2(0{,}0)$ منځ ته راوړي.

ب) د f تعریف سټ : $D=R$
لومړی مشتق $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$ د ټولو $x\ \in\ D$ لپاره تعریف دی.
لرو $f'(x)=0$ د $x=0\Rightarrow x_1=0$ لپاره . په $x_1=0$ کې د مخنخښې بدلو سره د لومړي مشتق یو لوکال ټیټ ټکی $T(0,\sqrt{3})$ راکوي. د $x\in D$, $f(x)\ge\sqrt{3}$ له امله دا یو ټولیز ټکی دی.
پ) د f تعریف ورشو: $D=R_0^+$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی مشتق $f'(x)=1-\frac{1}{2\sqrt{x}}$ وي تعریف نه دی. $x_1 \in D$ لپاره چې $x_1=0$ د

لـرو $f'(x)=0$ د $1-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow x_1=\frac{1}{4}$ لپـاره. د ژۍ ټکـي مطالعـه لوکـال

جګټکی $H(0,0)$ راکوي.

د $x \to \infty$ لپاره $f(x) \to \infty$ هڅیرږي.، نو له دې امله T(0,25 , -0,5) ټولیز ټیټټکي دي.

ت) د f تعریفسټ: $D=R$

لومړی مشتق: $f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{x^4}}$ د $x_1=0$ ، $x_1 \in D$ لپاره تعریف نه دی.

له دې سره لومړی د کومو انحرافي ټکو ګوان نه کیږي. د $x_1=0$ مطالعو څخه لرو $f(0)=3$.

نور ټول ټکي د $f(x)=3+\sqrt[3]{x^2} \geq 3$ له املـه یو لـوي تـابع ارزښـت لـري. $T(0,3)$ یـو ټـولیز ټیټټکی دی.

133 ( ) الف) لرو

$$f(x)=\begin{cases} x+x^2 & x\geq 0 \\ -x+x^2 & x<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1+2x & x\geq 0 \\ -1+2x & x<0 \end{cases}$$

د $x \geq 0$ لپاره د $f'(x)=0$ لـه املـه د $x_1=0,5$ لپـاره کـوم انحرافي ارزښـت شـتون نـه لري. په همدې کمی د $x \leq 0$ لپاره هم.

د ژۍ ټکي مطالعه. $f(0)=\begin{cases} 0+0^2=0 \\ -0+0^2=0 \end{cases}$

دا نور ټول د f تابع ارزښتونه له $T(0,0)$ څخه لوی دي،نو دا ټولیز مینیموم دی.

ب) لیکندود پرته د مطلقه ارزښت یا له مطلقه ارزښت ازاد لیکودود:

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-2x+8 & -4<x<2 \\ x^2+2x-8 & x<-4 \vee x>2 \end{cases}$$

$$f(x)=\begin{cases} -2x-2=0 \Rightarrow x_1=-1 \\ 2x+2=0 \end{cases}$$

په انتروال کې حل نه شته

تـابع یـو د $H(-1,9)$ لوکـال ټیټټکـی لـري ، همداسـې $T_1(-4,0) \wedge T_2(2,0)$ ژۍ ټکـي د ټـولیز ټیټټکو په څېر.

$134.\ a)\ W_1(-2/-8\frac{2}{3}),\ W_2(2//-4\frac{2}{3})$

$b)\ W(2/-1)$

پ) د ی $f''(x)=x^2=0$ د $x_1=0$ لپـــــاره. دا چــــې $f''(0)=2.0=0$ هـــــم دي او $f''(x)=x^2$ د $x_1=0$ په چاپېریال کې د مخنخښې بدلون نـه لـري، نـو f کـوم د انعطـاف ټکی نه لري.

ت) $W(2,-1)$

135( ) الف: دا یواځنی $W(0,-1)$ د انعطاف ټکی حتی زینټکی دی.

ب) اړین شرایط $f''(x)=0$ د $x_1=1 \wedge x_2=\frac{1}{3}$ لپاره بوره دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $f'''(1)\neq 0 \ \wedge \ f'(1)=0$ له امله $W_1(1,\frac{43}{81})$ زینتیکی دی.

$W_2(\frac{1}{3},\frac{1}{3})$ د انعطاف ټکی دی ، مګر زینتیکی نه دی.

136( ) د اړین شرایطو لپاره باید دویم مشتق صفر وي. د دویم مشتق درجه د ټول هوښیار(راشنل) $n-$م درجې تابع لپاره $n-2$ دی. د $(n-2)-$م درجې مساوات زیات په اړین شرایذو کې له زیاته $n-2$ حلونه شتون لري. له دې امله یو د $n-$مې درجې ټول راشنل تابع زیات له زیاته $n-2$ د انعطاف ټکي(اوړونټکي) لري.

137( ) یو د انحراف ټکی په همدې وخت کې د انعطاف ټکی نه شي کېدی.

د انعطاف ټکي لپاره اړین شرایط $f''(x)=0$ دي. د انحرافټکو لپاره پوره کېدونکي شرایط شرطونه $f''(x)\neq 0$ دي، نو دا یو تضاد دی.

138. $a)\ W(3/\frac{4}{9})$ $\qquad b)\ W_1(-3/-\frac{1}{4}),\ W_2(0/0),\ W_3(3/\frac{1}{4})$

$c)\ W(0/0)$ $\qquad d)\ W(2/0)$

139. $f'(x)=\frac{x^4-3x^2}{(x^2-1)^2},\ \ f''(x)=\frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3}$

$x1=0 \ \Rightarrow \ f''(x)=0$ د ممکنه انعطاف ټکي په حیث.

د $f''(-0.5)=\frac{-0.25-3}{(-0.75)^3}=+\frac{3.25}{0.75^3}>0$

او $f''(0.5)=\frac{0.25+3}{(-0.75)^3}=-\frac{3.25}{0.75^3}<0$

له امله $W(0,0)$ د انعطاف ټکی دی او د $f'(0)=\frac{0+0}{1}=0$ له امله حتی زینتیکی.

140( ) الف : د انعطاف ټکي په $-\frac{\sqrt{6}}{2},0,\frac{\sqrt{6}}{2}$ کې پراته دي.

په تابع مساوات کې اینبوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:

$W_1(-1,22\ ,\ -0,27),W_2(0,0),W_3(-1,22\ ,\ -0,27)$

ب) د انعطاف ټکي په 1 او 1- کې پراته دي. په تابع مساوات کې یې ایښوونه او ګردونه یې لاندې د انعطاف ټکي ورکوي:

$W_1(-1\ ,\ -0,69),W_2(1,-0,69)$

141. $a)\ f'(x)=1+\cos x,\ \ f''(x)=-\sin x$

د $\sin x=0$ سره f په $0,\pi,2\pi$ کې د انعطاف ټکي لري.

ب) د انعطاف ټکی په $0,\ \frac{\pi}{2},\pi,\frac{3\pi}{2},2\pi$ کې پراته دي.

142. $a)\ \frac{x^2+x-6}{x-2}=\frac{(x+3)(x-2)}{x-2}=x+3$

په $x=2$ کې د $f(2)=5$ سره یوه له منځهت لونکي تعریفتشیا پرته ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

ب) دا چې تجزیه شوني نه ده، نو f په $x=-2$ کې یو قطبتکی لري د مخنخښې بدلون سره.

$$c)\ \frac{x}{x^2-3}=\frac{x}{(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})}$$

تابع په $x_1=-\sqrt{3}$ او $x_2=\sqrt{3}$ کې قطبتکي لري د مخنخښې تغېر سره.

$$d)\ \frac{x^2-1}{1+x}=\frac{(x-1)(x+1)}{x+1}=x-1$$

په $x=-1$ کې f د $f(-1)=-2$ سره یوه ناپرېکېدونکي له منځه تلونکي یا وړنکي تعریفتشیا لري.

متآسفانه چې ټولي پوښتني په کې نه دي ځواب شوي.
دا په ډېر ومنئ. نور مې له وسه پوره نه دئ، چې پسې وګرځم.

د انتیګرال پوښتنو ته ځوابونه

د لومړئ پوښتنې اوبی یا حل:

$$1.\quad a)\ \frac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x+1$$

$$b)\ \frac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\frac{1}{x^2-2}$$

$$c)\ \frac{x^3-2x^3+x-5}{x^3+1}=1-\frac{2x^2-x+6}{x^3+1}$$

$$d)\ \frac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$$

$$e)\ \frac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\frac{1}{x-2}$$

$$f)\ \frac{x^5-x^4+1}{x^2+2}=x^3-x^2-2x+2+\frac{4x-3}{x^2+2}$$

دویم - الف: د کسر په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه یا تجزیه

$$(x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+1)(x+3)$$

دا راکوي

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $\dfrac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\dfrac{A}{x-2}+\dfrac{B}{x+1}+\dfrac{C}{x+3}$

$A=4\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-3$

دا مو ټوټه کسر ټوټه کوني ته بيايي.

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{4}{x-2}+\frac{1}{x+1}+\frac{3}{x+3}$$

ب - د مخرج په کرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$$

پ - د مخرجرښيز ضريبونو ټوټه کونه يا تجزيه

$$x^2+6x+8=(x+2)(x+4$$

په ټوټه کسر ټوټه کونه:

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8}=\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x+4}$$

1. $a)\ \dfrac{x^3+7x^2+9x-5}{x+5}=x^2+2x-1$

$b)\ \dfrac{x^4-3x^2+1}{x^2-2}=x^2-1-\dfrac{1}{x^2-2}$

$c)\ \dfrac{x^3-2x^2+x-5}{x^3+1}=1-\dfrac{2x^2-x+6}{x^3+1}$

$d)\ \dfrac{x^4-1}{x^3+x^2+x+1}=x-1$

$e)\ \dfrac{x^4+2x^3-6x^2-5x+3}{x-2}=x^3+4x^2+2x-1+\dfrac{1}{x-2}$

$f)\ \dfrac{x^5-x^4+1}{x^2-2}=x^3-x^2-2x+2+\dfrac{4x-3}{x^2+2}$

دويم: الف) د ماتلاندې يا مخرج په کرښيزه ضريبونو ټوټه کونه(تجزيه)

2. $a)\ (x^3+2x^2-5x-6)=(x-2)(x+3)$

$$\frac{2x^2+20x+12}{x^3+2x^2-5x-6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{x+3}$$

د A=4; B= 1 او c = -3 سره

دا مو ټوټه مات (کسر) ټوټه ونې ته لاربنودوي

2x² + 20 +12 4 1 3

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = 4 \ , \quad B = 1 \ , \quad C = -3$$

$$\frac{2x^2 + 20x + 12}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} = \frac{4}{x-2} + \frac{1}{x+1} + \frac{3}{x+3}$$

ب) د ماتلاندي يا مخرج په کرښيزه ضريبونو توټه کونه يا تجزيه

$$x^3 - x = (x-1) \cdot x \cdot (x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x^2+1}{x^3-x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

پ)د مخرج يا ماتلاندي په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x+10}{x^2+6x+8} = \frac{1}{x+2} + \frac{3}{x+4}$$

ت) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-1)(x+2)$$

$$d) \ x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-1)(x+2)$$

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6} = \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$$

$$e) \ x^3 - 4x = (x-2) \cdot x \cdot (x+2)$$

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x} = \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x} - \frac{2}{x+2}$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{-3x^2+19x-10}{x^3-2x^2-5x+6} = \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$$

ټ) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$x^3 - 4x = (x-2) \cdot x \cdot (x+2)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{4x^2+6x-20}{x^3-4x} = \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x} - \frac{2}{x+2}$$

ث) د مخرج په کرښيز ضريبونو توټه کونه

$$f) \ x^2 + 20x + 51 = (x+3)(x+17)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{14}{x^2+20x+51} = \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x-17}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دریم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

3. $a)\ x^3+2x^2-4x-8=(x-2)\cdot(x+2)^2$

$$\frac{3x^2+5x+10}{x^3+2x^2-4x-8}=\frac{2}{x-2}+\frac{1}{x+2}-\frac{3}{(x+2)^2}$$

$b)\ x^3-6x^2+9x=(x-3)^2\cdot x$

$$\frac{3x^2-18x+36}{x^3-6x^2+9x}=-\frac{1}{x-3}+\frac{3}{(x-3)^2}+\frac{4}{x}$$

پ: د ماتلاندې یا مخرج پهه کرښیز څلونو یا ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^4-2x^2+1=(x-2)^2\cdot(x+1)^2$

په ټوټه مات ټوټه کونه:

$$\frac{x^2+3x+4}{x^4-2x^2+1}=-\frac{3}{4(x-1)}+\frac{2}{(x-1)^2}+\frac{3}{4(x+1)}+\frac{1}{2(x+1)^2}$$

ت)د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$d)\ x^3-5x^2=(x-5)\cdot x^2$

$$-\frac{x^2+13x+10}{x^3-5x^2}=-\frac{4}{x-5}+\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}$$

پارشلکسر ټوټه کونه

څلورم: الف) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

4. $a)\ x^3+2x^2+6x+5=(x^2+x+5)(x+1)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{-x^2+2x-12}{x^3+2x^2+6x+5}=\frac{2x+3}{x^2+x+5}-\frac{3}{x+1}$$

ب) د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$b)\ x^3-2x+4=(x^2-2x+2)(x+2)$

پارشلکسر ټوټه کونه

$$\frac{4x^2-3x+8}{x^3-2x+4}=\frac{x+1}{x^2-2x+2}+\frac{3}{x+2}$$

د مخرج په کرښیز ضریبونو ټوټه کونه

$c)\ x^3-4x^2+5x=(x^2-4x+5)\cdot x$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{8x^2+16x+10}{x^3-4x^2+5x}=\frac{6x-8}{x^2-4x+5}+\frac{2}{x}$$

ت) د مخرج په کرښیز ضربیونو توټه کونه

$$d)\ \ x^3+2x^2+2x+1=(x^2+x+1)(x+1)$$

پارشلکسر توټه کونه

$$\frac{x}{x^3+2x^2+2x+1}=\frac{x+1}{x^2+x+1}-\frac{1}{x+1}$$

پنځم: الف) پولینوم وېش

$$5.\quad a)\ \ \frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{2x+11}{x^2+6x+8}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{x^3+7x^2+17x+17}{x^2+6x+8}=x+1+\frac{3}{2(x+2)}+\frac{3}{2(x+4)}$$

ب) پولینوم وېش

$$b)\ \ \frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1+\frac{x+1}{x^2-4x+3}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^4-8x^3+7x^2-3x+4}{x^2-4x+3}=2x^2+1-\frac{1}{x-1}+\frac{2}{x-3}$$

پ) پولینوم وېش

$$c)\ \ \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

ت) پولینوم وېش

$$d)\ \ \frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{11x+25}{x^3+4x^2+x-6}$$

توټه کسر توټه کونه

$$\frac{4x^3+16x^2-7x-49}{x^3+4x^2+x-6}=4-\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}+\frac{2}{x+3}$$

شپږم: الف) د بنووني لپاره مشتق $F'(x)$ جوړیږي.

د جمعي قانون او د توان قانون:

$$a)\ \ F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$$

ب) ځنزيري قانون:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x \ , \ u'(x)=2x-1$$
$$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$$

خنزیري قانون

6. $a)\ F'(x)=2\cdot 2x+4=4x+4$

$b)\ F(x)=u^3 \qquad u(x)=x^2-x\ ,\ u'(x)=2x-1$

$F'(x)=3\cdot(2x-1)\cdot(x^2-x)^2$

$c)\ F(x)=\sqrt{u} \qquad u(x)=2x+1\ ,\ u'(x)=2$

$$F'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$d)\ F'(x)=0+3\cdot\cos 3x=3\cdot\cos 3x$

$$e)\ F'(x)=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^3\cdot\frac{1}{x}-\frac{4}{9}\cdot 3x^2=x^2\cdot\ln x+\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x^2$$

$F'(x)=x^2\cdot\ln x-x^2=x^2\cdot(\ln x-1)$

7. $a)\ F'(x)=3x^2+1\ ,\ G'(x)=3x^2+1$

$F'(x)=G'(x)$

$b)\ F'(x)=2(x-3)=2x-6\ ,\ G'(x)=2x-6$

$F'(x)=G'(x)$

$$c)\ F'(x)=\frac{1\cdot(x+2)-(x+1)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}\ ,$$

$$G'(x)=\frac{3\cdot(x+2)-3x+5)\cdot 1}{(x+2)^2}=\frac{1}{(x+2)^2}$$

$F'(x)=G'(x)$

$d)\ F'(x)=0+\cos x=\cos x\ ,\ G'(x)=\cos x$

$F'(x)=G'(x)$

8. $a)\ F(x)=x^2+c$

$2=1^2+c \quad \Rightarrow \ c=1$

$b)\ F(x)=x^2+1$

$-2=\sin\pi+c \ \Leftrightarrow \ -2=0+c \quad \Rightarrow \ c=-2$

$c)\ F(x)=e^x+c$

$3=e^0+c \ \Leftrightarrow \ 3=1+c \quad \Rightarrow \ c=2$

$d)\ F(x)=2x^3+c$

$0=2\cdot(-1)^3+c \ \Leftrightarrow \ 0=-2+c \quad \Rightarrow \ c=2$

(c) ketabton.com: The Digital Library

9. $a)\ F'(x) = f(x)$

$f(x) = F'(x) = 4x + 1$

$b)\ f(x) = F'(x) = 3x^2 - 3$

$c)\ f(x) = F'(x) = 1 + 2 \cdot \cos x$

$d)\ f(x) = F'(x) = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x \cdot (1 + x)$

لیم: د یوې بلواکي یا تابع f ټول بنسټیزې ت,ابع Fیواځې په یوې ثابتې c یو له بل توپیرېږي.
له دې امله دا یوه ډله (شار) جوړوي، چې y-لور باندې راکښلشوی ګراف دی.
یولسم: د رابیلیدني لار(د مشتق قانون) لاس ته راونه یا نتیجه راکوي.

11. $a)\ \int \sin x\, dx = -\cos x + c \ ,\ \ c \in IR$

$b)\ \int (x+4)dx = \frac{x^2}{2} + 4x + c \ ,\ \ c \in IR$

$c)\ \int 2dx = 2x + c \ ,\ \ c \in IR$

$d)\ \int (1 - \cos x)dx = x - \sin x + c \ ,\ \ c \in IR$

دولسم : الف؛د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېs سره راکوي:
ب : د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېu سره راکوي:
پ :د انتیګریشن اووښتونې یا واریابلېt سره راکوي:

12. $a)\ \int ms^2 dx = \frac{1}{3} mx^3 + c$

$b)\ \int u \cdot \sin t\, du = \frac{1}{2} u^2 \cdot \sin t + c$

$c)\ \int at\, dt = \frac{1}{2} at^2 + c$

$d)\ \int \frac{1}{4} v^3 \cdot \sqrt{e}\, dv = \frac{1}{16} v^4 \cdot \sqrt{e} + c$

دیارلسم:

13. $a)\ \int x^3 dx = \frac{x^4}{4} = c$

$b)\ \int 7dx = 7x + c$

$c)\ \int xdx = \frac{x^2}{2} + c$

$d)\ \int (1 - x^2)dx = x - \frac{x^3}{3} + c$

$e)\ \int (x + \frac{1}{x})dx = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + c$

$f)\ \int (e^x + \cos x)dx = e^x + \sin x + c$

$g)\ \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + c$

$h)\ \int \frac{5}{\cos^2 x} dx = 5\tan x + c$

$i)\ \int udx = ux + c$

$k)\ \int (2x + e^x)dx = 2x + e^x + c$

$l)\ \int (1 + \ln x)dx = x \cdot \ln x + c$

$m)\ \int (\sqrt{x} + \sin x)dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} - \cos x + c$

څوارلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

14. $a)\ \int_0^3 4dx = [4x]_0^3\ 4\cdot 34\cdot 0 = 12$

$b)\ \int_{-3}^{-1} xdx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-3}^{-1} = \frac{(-1)^2}{2} - \frac{(-3)^2}{2} = -4$

$c)\ \int_1^e \frac{1}{x}dx = [\ln|x|]_1^e = \ln e - \ln 1 = 1 - 0 = 1$

$d)\ \int_1^e (2+\frac{1}{x})dx = [2x + \ln|x|]_1^e + 1 - (2+0) = 2e - 1$

$e)\ \int_{-1}^0 e^x dx = [e^x]_{-1}^0 = e^0 - e^{-1} = 1 - \frac{1}{e} = \frac{1}{e}(e-1)$

$f)\ \int_0^\pi \sin xdx = [-\cos x]_0^\pi = -\cos\pi - (-\cos 0) = 1 - (-1) = 2$

$g)\ \int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$h)\ \int_0^{\frac{1}{3}\pi} \frac{1}{\cos^2 x}dx = [\tan x]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{4}\pi} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}(3-\sqrt{3})$

$i)\ \int_{-2}^2 x^3 dx = \left[\frac{x^4}{4}\right]_{-2}^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{(-2)^4}{4} = 4 - 4 = 0$

$k)\ \int_2^6 (1+x)dx = \left[x + \frac{x^2}{2}\right]_{-2}^6 = 6 + \frac{6^2}{2} - (2 + \frac{2^2}{2} = 6 + 18 - 2 - 2 = 20$

$l)\ \int_1^2 (x^2 - x^5)dx = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^6}{6}\right]_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{2^6}{6} - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{1^6}{6}\right) = -\frac{49}{6}$

$m)\ \int_{-2}^0 \left(\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{3}\right)dx = \left[\frac{x^4}{16} + \frac{x^3}{9}\right]_{-2}^0 = 0 + 0 - \left(\frac{(-2)^4}{16} + \frac{(-2)^3}{9}\right) = -\frac{1}{9}$

پنځلسم:

15. $a)\ \int_{-3}^1 3dx = [3x]_{-3}^1 = 3 - (-9) = 12 \quad ; \quad -\int_1^{-3} 3dx = [3x]_1^{-3} = -(-9-3) = 12$

$b)\ \int_0^1 (1+e^x)dx = [x + e^x]_0^1 = e \quad ; \quad -\int_0^1 (1+e^x)dx = -[x+e^x]_0^1 = e$

$c)\ \int_{-\pi}^0 \sin xdx = [\cos x]_{-\pi}^0 = -2 \quad ; \quad -\int_0^{-\pi} \sin xdx = -[-\cos x]_0^{-\pi} = -2$

شپاړلسم:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$16.\quad a)\ \int_0^{\pi}\cos x dx \qquad\qquad b)\ -\int_{-1}^{1}(x+e^x)dx$$

$$c)\ \int_2^3 3x^2dx-\int_5^3 3x^2dx=\int_2^3 3x^2dx+\int_3^5 3x^2dx=\int_2^5 3x^2dx$$

$$d)\ \int_{-2}^{1}(2+x)dx-\int_4^1(2+x)dx=\int_{-2}^{1}(2+x)dx+\int_1^4(2+x)dx=\int_{-2}^{4}(2+x)dx$$

اولسم:

$$17.\quad a)\ \int_1^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln 2e\ \ ;\ \int_1^{e}\frac{1}{x}dx+\int_e^{2e}\frac{1}{x}dx=\ln e-\ln 1+\ln 2e-\ln e=\ln 3e$$

$$b)\ \int_{-1}^{2}6x^2dx=18\ \ ;\ \int_{-1}^{0}6x^2dx+\int_0^2 6x^2dx=2+16=18$$

$$c)\ \int_0^{\pi}\sin xdx=2\ \ ;\ \int_0^{0.5\pi}\sin xdx+\int_{0.5\pi}^{\pi}\sin xdx=1+1=2$$

اتلسم:

الف: د اکسپوننشل تابع $f(x) = e^{x+3}$ ګراف یوغږیز جګیدونکی. له دې امله د انتروال $[-4,-2]$ د ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه راکوي.

$$18.\quad a)\ e^{-4+3}\cdot(-2-(-4))\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dxe^{-2+3}\cdot(-2(-4))$$

$$e^{-1}\cdot 2\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dx\le e^{1}\cdot 2\ \Leftrightarrow\ \frac{2}{e}\le\int_{-4}^{-2}e^{x+3}\,dx\le 2e$$

ب: د کرښیز تابع $f(x) = 1 + x$ ګراف یوغږیز جګیدونکی دی. د ریښي تابع $f(x) = \sqrt{x}$ د مونوتوني له امله د $f(x) = \sqrt{1+x}$ ګراف هم یوغږیز جګیدونکی دی. له دې سره د انتروال $[0,8]$ ژی ارزښتونه غوښتونکي بندیزونه یا که غواړی بندونه دي.

$$b)\ \sqrt{1+0}\cdot(8-9)\le\int_0^8\sqrt{1+x}\,dx\le\sqrt{1+8}\cdot(8-0)$$

$$\Leftrightarrow\ \ 8\le\int_0^8\sqrt{1+x}\,dx\le 24$$

پ:

د تابع $f(x) = a^x$ ګرافونه اکسپوننشل ګړې یا منحي دي، چې د $a<1$ له پاره یوغږیز لوېدونکي دي. له دې سره د $f(x)=2^{4-x}=2^4\cdot 2^{-x}=16\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ګراف د $\frac{1}{2}<1$ له امله یوغیز لوېدونکي اکسپوننشل ګړه ده.

د انتروال $[3;5]$ دواړه ژی غوښتونکي بندیزونه یا دیوالونه دي.

$$2^{4-5}\cdot(5-3)\le\int_3^5 2^{4-x}\,dx\le 2^{4-3}\cdot(5-3)\ \Leftrightarrow\ 1\le\int_3^5 2^{4-x}\,dx\le 4$$

ت : د $f(x) = \sin^2 x$ ګراف د $0\le x\le 1$ سره تړلی دی یا رابند دی. له دې سره 0 او 1 غوښتونکي بندیزونه دي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$0\cdot(0.5\pi-0)\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\cdot\le 1\cdot(0.5\pi-0)\;\Leftrightarrow\; 0\le\int_0^{0.5\pi}\sin^2 x dx\le\frac{1}{2}\pi$$

نولسم: الف : انتیگرېشن

$$\int_1^x 5t^4\,dt = x^{5-1}$$

$$l_a(x)=31\;\Rightarrow\; x^5-1=31\;\Leftrightarrow\; x^5=32\;\Rightarrow\; x=2$$

ب : انتیگرېشن

$$\int_0^x e^t\,dt = e^x-1$$

$$l_a(x)=e-1\Rightarrow\; e^x-1=e-1\;\Leftrightarrow\; e^x=e\;\Rightarrow\; x=1$$

شلم:

20. $a)\ \int_0^x t^2dt=\frac{x^3}{3}-9$ $\qquad b)\ \int_0^x (2+e^t)dt=2x+e^x-1$

$c)\ \int_0^x \frac{1}{\cos^2 t}dt=\tan x$ $\qquad d)\ \int_a^x 2dt=2(x-a)$

یوویشتم:

21. $a)\ \int \sqrt[4]{x^3}dx=\int x^{\frac{3}{4}}1dx=\frac{4}{7}x\cdot\sqrt[4]{x^3}+c$

$b)\ \int \frac{1}{\sqrt[2]{x}}dx=\int x^{-\frac{1}{5}}dx=\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4}+c$

$c)\ \int \sqrt[6]{x^5}dx=\int x^{\frac{5}{6}}dx=\frac{6}{11}x\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$d)\ \int x^2\sqrt[3]{x}dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

$e)\ \int \frac{\sqrt{x}}{x^2}dx=\int x^{-\frac{3}{2}}dx=-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

$f)\ \int \frac{x^3}{x^4}dx=\int \frac{1}{x}dx=\ln|x|+c$

$g)\ \int \frac{x^3\cdot\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}dx=\int x^{\frac{18}{6}+\frac{2}{6}-\frac{2}{3}}dx=\int x^{\frac{17}{6}}dx=\frac{6}{23}x^3\cdot\sqrt[6]{x^5}+c$

$h)\ \int \frac{\sqrt[4]{x^2}}{x\cdot\sqrt{x^3}}dx=\int x^{\frac{2}{4}-\frac{4}{4}-\frac{6}{4}}dx=\int x^{-2}dx=-\frac{1}{x}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

دوه وېشتم:

22. $a)\ \int 8x^3dx = 8\int x^3dx = 2x^4 + c$

$b)\ \int -4x^{-2}dx = -4\int x^{-2}dx = \frac{4}{x} + c$

$c)\ \int \frac{3}{-x^3}dx = -\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{3}{2x^2} + c$

$d)\ \int \sqrt[3]{3x}dx = \sqrt[3]{3x}\int x^{\frac{1}{x}}dx = \frac{3\sqrt[3]{3}}{4}x \cdot \sqrt[3]{x} + c$

$d)\ \int k \cdot e^x dx = k\int e^x dx = k \cdot e^x + c$

$f)\ \int -5x^n dx = -5\int x^n dx = -\frac{5}{n+1}x^{n+1} + c \quad ; \quad n \neq -1$

$g)\ \int \frac{\sin x}{2}dx = \frac{1}{2}\int \sin x dx = -\frac{1}{2}\cos x + c$

$h)\ \int \frac{3a}{2 \cdot \cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \frac{3a}{2}\tan x + c$

$i)\ \int \frac{2\sqrt{x}}{3x^3}dx = \frac{2}{3}\int x^{-\frac{5}{2}}dx = -\frac{4}{9\sqrt{x^3}} + c = -\frac{4\sqrt{x}}{9x^2} + c$

$k)\ \int \frac{-\sqrt{2}}{3x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\int \frac{1}{x}dx = -\frac{\sqrt{2}}{3}\ln|x| + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

23. $a)\ \int e^{x+3}dx=\int e^{x}\cdot e^{3}dx=e^{3}\int e^{x}dx=e^{3}\cdot e^{x}+c=e^{x+3}+c$

$b)\ \int (4x)^{3}dx=\int 4^{3}\cdot x^{3}dx=4^{3}\int x^{3}dx=4^{3}\cdot\frac{1}{4}x^{4}+c=16x^{4}+c$

$c)\ \int a\cdot e^{x+b}dx=a\cdot e^{b}\int e^{x}dx=a\cdot e^{b}\cdot e^{x}+c=a\cdot e^{x+b}+c$

$d)\ \int (7x^{2})^{4}dx=7^{4}\int x^{8}dx=7^{4}\cdot\frac{1}{9}x^{9}+c=\frac{7^{4}\cdot x^{9}}{9}+c=\frac{2401\cdot x^{9}}{9}+c$

24. $a)\ \frac{x^{3}}{3}+\frac{3x^{2}}{2}-4x+c$ $\qquad b)\ \frac{x^{2}}{2}-\frac{2x\sqrt{x}}{3}+c$

$c)\ \frac{5x^{4}}{4}-\frac{7x^{2}}{2}+4x+c$ $\qquad d)\ \frac{x^{3}}{3}+x^{2}+x+c$

$e)\ \frac{x^{5}}{5}+\frac{2x^{3}}{3}+c$ $\qquad f)\ \frac{x^{3}}{3}-\frac{x^{5}}{5}+c$

$g)\ \frac{3x\cdot\sqrt[3]{x}}{4}-\frac{1}{x}+c$ $\qquad h)\ -\frac{1}{3x^{3}}+\frac{1}{4x^{4}}+c$

$i)\ \frac{5x^{2}}{2}-\ln|x|+\frac{\sin x}{3}+c$ $\qquad k)\ 5x+\frac{x^{6}}{6}-\cos x+c$

$l)\ e^{x}+\cot x+c$ $\qquad m)\ \tan x+\ln|x|+c$

25. $a)\ \int \frac{(x^{2}-1)^{3}}{x}dx=\int\left(x^{5}-3x^{3}+3x-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{x^{6}}{6}-\frac{3x^{4}}{4}+\frac{3x^{2}}{2}-\ln|x|+c$

$b)\ \int \frac{(1-\sqrt{x})^{2}}{\sqrt{x}}dx=\int\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-2+\sqrt{x}\right)dx=2\sqrt{x}-2x+\frac{2x\cdot\sqrt{x}}{3}+c$

$c)\ \int \frac{e^{2x}+e^{x+2}}{e^{x}}dx=\int\left(e^{x}+e^{2}\right)dx=e^{x}+x\cdot e^{2}+c$

$d)\ \int \frac{3x^{2}+2x-4}{x^{3}}dx=\int\left(\frac{3}{x}+\frac{2}{x^{2}}-\frac{4}{x^{3}}\right)dx=3\cdot\ln|x|-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^{2}}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

26. a) $\int 3^{x+1}dx = \int 3\cdot 3^x dx = 3\int 3^x dx = \frac{3\cdot 3^x}{\ln 3} + c = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + c$

b) $\int 2^{-x}dx = \int \frac{1}{2^x}dx = \int \left(\frac{1}{2}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{\ln\frac{1}{2}} + c = -\frac{1}{2^x\cdot\ln 2} + c$

c) $\int a^{x+b}\,dx = a^b\int a^x dx = a^b\cdot\frac{a^x}{\ln a} + c = \frac{a^{x+b}}{\ln a} + c$

d) $\int \frac{1}{a^x}dx = \int \left(\frac{1}{a}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{1}{a}\right)^x}{\ln\frac{1}{a}} + c = -\frac{1}{a^x\cdot\ln a} + c$

e) $\int 2^x\cdot 3^x dx = \int 6^x dx \frac{6x}{\ln 6} + c$

f) $\int \frac{2^x}{3^x}dx = \int \left(\frac{2}{3}\right)^x dx = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^x}{\ln\frac{2}{3}} + c = \frac{2^x}{3^x\cdot(\ln 2 - \ln 3)}$

g) $\int \frac{4^{x+3}}{2^x}dx = \int \frac{4^3\cdot 4^x}{2x}dx = 4^3\int 2^x dx = \frac{4^3\cdot 2^x}{\ln 2} + c = \frac{2^{6+x}}{\ln 2} + c$

h) $\int \frac{5^x + 3^x}{2^x}dx = \int \left(\left(\frac{5}{2}\right)^x + \left(\frac{3}{2}\right)^x\right)dx$

$= \frac{5x}{2^x\cdot(\ln 5 - \ln 2)} + \frac{3^x}{2^x\cdot(\ln 3 - \ln 2)} + c$

i) $\int (1 + 2^x)dx = x + \frac{2^x}{2} - \frac{3^x}{\ln 3} + c$

27. a) $\int \ln 2x^3 dx = \int (\ln 2 + 3\ln)\,dx = x\cdot\ln 2 + 3(x\cdot\ln x - x) + c$

$= x\cdot(\ln 2 + 3\cdot\ln x - 3) + c$

b) $\int \ln\sqrt{x}dx = \int \frac{1}{2}\ln x dx = \frac{1}{2}x\cdot\ln x - \frac{x}{2} + c = x\cdot(\ln\sqrt{x}) - \frac{1}{2}) + c$

c) $\int lg\frac{x}{2}dx = (\lg x - \lg 2)dx = \frac{x\cdot\ln x - x}{\ln 10} + c$

$= \frac{x\cdot(\ln x - 1 - \ln 2)}{\ln 10} + c$

d) $\int 3\log\frac{1}{x}dx = -\int {}_3\log xdx = \frac{x - x\cdot\ln x}{\ln 3} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

28. $F(x) = x \cdot \ln x - x$

$$F'(x)1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x = f(x)$$

29. $_a\log x = \frac{\ln x}{\ln a}$

$$\int {_a\log x dx} = \int \frac{\ln x}{\ln a} dx = \frac{1}{\ln a} \cdot \int \ln x dx = \frac{x \cdot \ln x - x}{\ln a} + c$$

30. $a)\ u = 5x - 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$

$$\int \frac{10}{5x-7} dx = \frac{10}{5} \int \frac{1}{u} du = 2\ln(5x-7) + c$$

$b)\ u = 1 + 3x \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$

$$\int \frac{12}{(1+3x)^4} dx = \frac{12}{3} \int \frac{1}{u^4} du = -\frac{4}{3(1+3x)^3} + c$$

$c)\ u = 5 - 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$

$$\int \frac{1}{5-4x} dx = -\frac{1}{4} \int \frac{1}{u} du = -\frac{1}{4} \ln(5-4x) + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ u = bx + d \quad , \quad dx = \frac{du}{b}$$

$$\int \frac{a}{bx+d}dx = \frac{a}{b}\int \frac{1}{u}du = \frac{a}{b}\cdot \ln(bx+d) + c$$

$$e)\ u = 5x + 7 \quad , \quad dx = \frac{du}{5}$$

$$\int (5x+7)^x dx = \frac{1}{5}\int u^3 du = \frac{(5x+7)^4}{20} + c$$

$$f)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{1}{a}\int u^n du \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \quad , \quad n \neq -1$$

$$g)\ u = 4x - 2 \quad , \quad dx = \frac{du}{4}$$

$$\int \sqrt{4x-2}dx = \frac{1}{4}\int u^{\frac{1}{2}}du = \frac{1}{6}\sqrt{(4x-2)^3} + c$$

$$h)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{\frac{1}{2}}du = \frac{2}{3a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$i)\ u = 2x + 5 \quad , \quad dx = \frac{du}{2}$$

$$\int \frac{7}{\sqrt{2x+5}}dx = \frac{7}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \sqrt{2x+5} + c \backslash$$

$$k)\ u = ax + b \quad , \quad dx = \frac{du}{a}$$

$$\int \sqrt{ax+b}dx = \frac{1}{a}\int u^{-\frac{1}{2}}du = \frac{2}{2a}\sqrt{(ax+b)^3} + c$$

$$l)\ u = 4x \quad , \quad dx = \frac{du}{4} \ ; \ \int \sin 4x dx = \frac{1}{4}\int \sin u du = -\frac{1}{4}\cos 4x + c$$

$$m)\ u = -2x \ , \quad dx = -\frac{du}{2} ; \int \frac{3}{e^{2x}}dx = -\frac{3}{2}\int e^u du = -\frac{3}{}2e^{2x} + c$$

$$n)\ u = 3x + \frac{\pi}{4} \quad , \quad dx = \frac{du}{3}$$

$$\int \cos(3x + \frac{\pi}{4})dx = \frac{1}{3}\int \cos u\, du = \frac{1}{3}\sin(3x + \frac{\pi}{4} + c$$

$$o)\ u = 3x + -5 \quad , \quad dx = \frac{du}{3} \ ; \ \int e^{3x-5}dx = \frac{1}{3}\int e^u du = \frac{1}{3}e^{3x-5} + c$$

یودیرشم: الف: بنه بدلون: $\int \frac{x}{3+x^2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{3+x^2}dx$

(c) ketabton.com: The Digital Library

په ځای اېښوونه یا سبستیچیوشن: $u = 3 + x^2 \quad = 2x$

کیږدی او انتیګرال یې ونیسی: $\frac{1}{2}\int \frac{1}{u} du = \frac{1}{2}\ln(3 + x^2) + c$

$$b)\ \int \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{\sqrt{2+x^2}} dx$$

$$u = 2 + x^2 \quad = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \sqrt{2+x^2} + c$$

$$c)\ \int \frac{x^2}{1+x^3} dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{1+x^3}$$

$$u = 1 + x^3 \quad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int \frac{1}{u} du = \frac{1}{3}\ln(1+x^3) + c$$

$$d)\ \int x \cdot (x^2 - 5)^3 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot (x^2 - 5)^3$$

$$u = x^2 - 5 \quad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int u^3 du = \frac{1}{8}\ln(x^2 - 4)^4 + c$$

$$e)\ \int x \cdot e^{x^2} dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot e^{x^2} dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2} e^{x^2} + c$$

$$f)\ \int x \cdot \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\int 2x \cdot \sin x^2 dx$$

$$u = x^2 \qquad u' = 2x$$

$$\frac{1}{2}\int \sin u\, du = c - \frac{1}{2}\cos x^2$$

$$g)\ u = 1 + e^x \qquad u' = e^x$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln(1 + e^x) + c$$

$$g)\ u = 1 + x \qquad u' = e^x$$

$$\int u^3 du = \frac{1}{4}(x^2 + x)^4 + c$$

$$i)\ \int \frac{x^2}{\sqrt{4+x^3}} dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{\sqrt{4+x^3}} dx$$

$$u = 4 + x^3 \qquad u' = 3x^2$$

$$\frac{1}{3}\int u^{-\frac{1}{2}} du = \frac{2}{3}\sqrt{4+x^3} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$k)\ \int x^3\,,\ \ln^4 dx = \frac{1}{4}\int 4x^3\cdot \ln x^4 dx$$

$$u = x^4 \qquad u' = 4x^3$$

$$\frac{1}{4}\int \ln u\,du = \frac{1}{4}x^4\cdot(\ln x^4 - 1) + c$$

$$32.\quad a)\ f(x) = \ln x\ \ ;\ \int \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$$

$$b)\ f(x) = x^2 = 3\ ;\ \int x(x^2+3)dx = \frac{1}{2}(x^2+3)^2 + c$$

$$c)\ f(x) = x^3 - 1\ ;\ \int 3x^2(x^3-1)dx = \frac{1}{2}(x^3-1)^2 + c$$

$$d)\ f(x) = x^2 - x\ ;\int (2x-1)(x^2-x)dx = \frac{1}{2}(x^2-x)^2 + c$$

$$33.\qquad f(x) = u \qquad \frac{du}{dx} = f'(x) \ \Rightarrow\ f'(x)dx = du$$

$$\int f(x)\cdot f'(x)dx = \int u\,du = \frac{1}{2}u^2 + c = \frac{1}{2}(f(x))^2 + c$$

34. a) $\int \frac{x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2}{4+x^3}dx = \frac{1}{3}\ln\left|4+x^3\right| + c$

b) $\int \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\int \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2-1}dx = \frac{1}{3}\ln\left|x^3+3x^2-1\right| + c$

c) $\int \frac{5}{x+2}dx = 5\int \frac{1}{x+2}dx = 5\ln|x+2| + c$

d) $\int \frac{3e^x}{e^x-5}dx = 3\int \frac{e^x}{e^x-5}dx = 3\ln\left|e^x-5\right| + c$

e) $\int \cot x\,dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} = \ln|\sin x| + c$

f) $\int \frac{1}{x\cdot \ln x}dx = \int \frac{\frac{1}{x}}{\ln x}dx = \ln|\ln x| + c$

$$35.\quad a)\ g(x) = 3 + x^5 \qquad g'(x) = 5x^4$$

$$\int \frac{5x^4}{3+x^5}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+x^5\right| + c$$

$$b)\ u = 3 + x^5$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{5x^4}{(3+x^5)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{3+x^5}+c$$

$c)\ u = 1-x^2$

$$\int \frac{3x}{4-x^2}dx = -\frac{3}{2}\int \frac{-2x}{(1-x^2)^4}dx = -\frac{3}{2}\int u^{-4}du = -\frac{1}{2(1-x^2)^3}+c$$

$d)\ g(x) = 4-x^2 \qquad g'(x) = -2x$

$$\int \frac{5x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{-2x}{4-x^2}dx = -\frac{5}{2}\int \frac{g'(x)}{g(x)} = -\frac{5}{2}\ln\left|4-x^2\right|+c$$

$e)\ g(x) = 3+\sin x \qquad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{3+\sin x}dx = \int \frac{g'(x)}{g(x)}dx = \ln\left|3+\sin x\right|+c$$

$f)\ u = 1-\cos x$

$$\int \frac{\sin x}{3+(1-\cos x)^2}dx = \int \frac{g'(x)}{(g(x))^2}dx = \int u^{-2}du = -\frac{1}{1-\cos x}+c$$

36. a) $\displaystyle\int \frac{4}{x^2+9}dx = \frac{4}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{3}\right)^2+1}dx = \frac{4}{3}\arctan\frac{x}{3}+c$

b) $\displaystyle\int \frac{3}{2x^2+2}dx = \frac{3}{2}\int \frac{1}{x^2+1}dx = \frac{3}{2}\arctan x + c$

c) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+2}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{2}}{2}+c$

d) $\displaystyle\int \frac{2}{3x^2+5}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x^2+\frac{5}{3}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\frac{5}{3}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1\right)}dx$

$\displaystyle= \frac{2}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\right)^2+1}dx = \frac{2}{\sqrt{15}}\cdot\arctan\frac{x\cdot\sqrt{15}}{5}+c$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+a^2}dx = \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{\left(\frac{x}{a}\right)^2+1}dx = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+c$

f) $\displaystyle\int \frac{1}{ax^2+b}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{x^2+\frac{b}{a}}dx = \frac{1}{a}\int \frac{1}{\frac{b}{a}\cdot\left(\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1\right)}dx$

$\displaystyle= \frac{1}{b}\int \frac{1}{\left(\frac{x\cdot\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2+1}dx = \frac{1}{\sqrt{ab}}\arctan\frac{x\cdot\sqrt{ab}}{b}+c \text{ mit } ab>0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

وه دېرښم: الف: د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-9}$ له امله ماتلاندې پولينوم صفرځايونه نه لري، نو له دې امله په کرښيزو ځلونو يا ضريبونو نه ټوټه کيږي يا ټوټه وړ نه ده.
اوبيونه يا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+13}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{3}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{3}\arctan\frac{x+2}{3}+c$$

ب : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int \frac{5}{x^2+2x+2}dx = 5\int \frac{1}{(x+1)^2+1}dx = 5\arctan(x+1)+c$$

پ : د $x_{1,2} = -3 \pm \sqrt{-1}$ له امله

اوبيونه يا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int \frac{6}{3x^2+18x+30}dx = \frac{6}{3}\int \frac{1}{x^2+6x+10}dx = 2\int \frac{1}{(x+3)^2+1}dx$$

$$= 2\arctan(x+3)+c$$

ت : د $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{-25}$ له امله

اوبيونه يا حل د ارکوس تانجنت تابع په مرسته لاس ته راتلی شي.

$$\int \frac{2}{2x^2+8x+58}dx = \int \frac{1}{x^2+4x+29}dx = \int \frac{1}{(x+2)^2+25}dx$$

$$= \frac{1}{25}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{5}\right)^2+1}dx = \frac{1}{5}\arctan\frac{x+2}{5}+c$$

38. a) $\int \frac{2}{\sqrt{9-x^2}}dx = \frac{2}{3}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x}{3}\right)^2}}dx = 2\arcsin\frac{x}{3}+c$

b) $\int \frac{1}{\sqrt{2-4x-x^2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{6-(2+x)^2}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x+2}{\sqrt{6}}\right)^2}}dx$

$= \arcsin\frac{x+2}{\sqrt{6}}+c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

c) $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 2}}dx = \frac{1}{\sqrt{2}}\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}dx = \frac{\sqrt{2}}{2}\ln\left|x + \sqrt{x^2 - 1}\right| + c$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 5}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 - 6}}dx = \frac{1}{\sqrt{6}}\int \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 - 1}}dx$

$= \int \frac{1}{\sqrt{u^2 - 1}}du = \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \sqrt{\left(\frac{x-1}{\sqrt{6}}\right)^2 - 1}\right| + c_1$

$= \ln\left|\frac{x-1}{\sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6}}\sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| + c_1$

$= \ln\left|x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| - \ln\sqrt{6} + c_1 = \ln\left|x - 1 + \sqrt{x^2 - 2x - 5}\right| + c$

e) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2 + 1}}dx = \ln\left|x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}\right| + c$

f) $\int \frac{6}{\sqrt{9x^2 + 9}}dx = 6\int \frac{1}{3\sqrt{x^2 + 1}}dx = 2\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}dx = 2\ln\left|x + \sqrt{x^2 + 1}\right| + c$

39. a) $\int \frac{1 - x}{x^2 + x + 1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x - 2)}{x^2 + x + 1}dx = -\int \frac{\frac{1}{2}(2x + 1 - 3)}{x^2 + x + 1}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{\frac{3}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1\right)}dx$

$= -\frac{1}{2}\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 1}dx + 2\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1}dx$

$= -\frac{1}{2}\ln\left|x^2 + x + 1\right| + \sqrt{3}\cdot\arctan\frac{2x + 1}{\sqrt{3}} + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

b) $\int \frac{2x+1}{x^2+4x+6}dx = \int \frac{2x+4-3}{x^2+4x+6}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - 3\int \frac{1}{(x+2)^2+2}dx$

$= \int \frac{2x+4}{x^2+4x+6}dx - \frac{3}{2}\int \frac{1}{\left(\frac{x+2}{\sqrt{2}}\right)^2+1}dx$

$= \ln\left|x^2+4x+6\right| - \frac{3\sqrt{2}}{2}\cdot \arctan\frac{x+2}{\sqrt{2}} + c$

c) $\int \frac{3x}{2x^2+2x+8}dx = \frac{3}{2}\int \frac{x}{x^2+x+4}dx = \frac{3}{2}\int \frac{\frac{1}{2}(2x+1)-\frac{1}{2}}{x^2+x+4}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{3}{4}\int \frac{1}{\frac{15}{4}\cdot\left(\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1\right)}dx$

$= \frac{3}{4}\int \frac{2x+1}{x^2+x+4}dx - \frac{1}{5}\int \frac{1}{\left(\frac{2x+1}{\sqrt{15}}\right)^2+1}dx$

$= \frac{3}{4}\ln\left|x^2+x+4\right| - \frac{\sqrt{15}}{10}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{15}} + c$

d) $\int \frac{x-3}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x-6)}{x^2+8x+17}dx = \int \frac{\frac{1}{2}(2x+8-14)}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - \int \frac{7}{x^2+8x+17}dx$

$= \frac{1}{2}\int \frac{2x+8}{x^2+8x+17}dx - 7\int \frac{1}{(x+4)^2+1}dx$

$= \frac{1}{2}\ln\left|x^2+8x+17\right| - 7\cdot \arctan(x+4) + c$

(c) ketabton.com: The Digital Library

40. a) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^x$ mit $v(x) = e^x + c_1$

$\int x \cdot e^x\,dx = x \cdot (e^x + c_1) - \int 1 \cdot (e^x + c_1)\,dx$

$= x \cdot e^x + c_1 x - \int e^x\,dx - \int c_1\,dx = (x - 1) \cdot e^x + c$

b) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin x$ mit $v(x) = -\cos x + c_1$

$\int x \cdot \sin x\,dx = x \cdot (-\cos x + c_1) - \int 1 \cdot (-\cos x + c_1)\,dx$

$= -x \cdot \cos x + c_1 x + \int \cos x\,dx - \int c_1\,dx = -x \cdot \cos x + \sin x + c$

c) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^2$ mit $v(x) = \frac{x^3}{3} + c_1$

$\int x^2 \cdot \ln x\,dx = \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(\frac{x^3}{3} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$= \frac{x^3}{3} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{x^3}{9} - c_1 \ln x + c = \frac{x^3}{3} \cdot \left(\ln x - \frac{1}{3}\right) + c$

d) $u(x) = \ln x$ mit $u'(x) = \frac{1}{x}$ und $v'(x) = x^{-2}$ mit $v(x) = -\frac{1}{x} + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx = \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \ln x - \int \left(-\frac{1}{x} + c_1\right) \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$-\frac{1}{x} \cdot \ln x + c_1 \ln x - \frac{1}{x} - c_1 \ln x + c = -\frac{1}{x} \cdot (\ln x + 1) + c$

e) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = e^{2x}$ mit $v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + c_1$

$\int x \cdot e^{2x} = x \cdot \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right) - \int \left(\frac{1}{2}e^{2x} + c_1\right)\,dx$

$= \frac{1}{2}x \cdot e^{2x} + c_1 x - \frac{1}{4}e^{2x} - c_1 x + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x - 1) + c$

f) $u(x) = x$ mit $u'(x) = 1$ und $v'(x) = \sin 2x$ mit $v(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + c_1$

$\int x \cdot \sin 2x\,dx = x \cdot \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right) - \int \left(-\frac{1}{2}\cos 2x + c_1\right)\,dx$

$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + c_1 x + \frac{1}{4}\sin 2x - c_2 x + c = -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$

41. a) $\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x - 2\int x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot \cos x\,dx = x^2 \cdot \sin x + 2x \cdot \cos x - 2\sin x + c.$

b) $\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2\int x \cdot e^x\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot e^x\,dx = x^2 \cdot e^x - 2x \cdot e^x - 2e^x + c = e^x \cdot (x^2 - 2x + 2) + c.$

c) $\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int 2x \cdot \frac{e^{2x}}{2}\,dx + c_1$

$= \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \int x \cdot e^{2x}\,dx + c_1$

$\int x^2 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{x^2 \cdot e^{2x}}{2} - \frac{1}{4}e^{2x}(2x - 1) + c = \frac{1}{4}e^{2x}(2x^2 - 2x + 1) + c.$

d) $\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int 2x \cdot \frac{\sin 2x}{2}\,dx + c_1$

$= \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x - \int x \cdot \sin 2x\,dx + c_1$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int x^2 \cdot \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}x^2 \cdot \sin 2x + \frac{1}{2}x \cdot \cos 2x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

42. a) $\int x^4 \cdot e^{2x}\,dx = \frac{e^{2x}}{2} \cdot \left(x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 3x + \frac{3}{2}\right) + c$

b) $\int \sin^4 x\,dx = -\frac{1}{4}\sin^3 x \cdot \cos x - \frac{3}{8}\sin x \cdot \cos x + \frac{3}{8}x + c$

c) $\int x^3 \cdot e^x\,dx = e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$

d) $\int \cos^6 x\,dx$

$$= \frac{1}{6}\cos^5 x \cdot \sin x + \frac{5}{24}\cos^3 x \cdot \sin x + \frac{5}{16}\cos x \cdot \sin x + \frac{5}{16}x + c$$

43. a) $\int \cos^2 x\,dx = \sin x \cdot \cos x + \int \sin^2 x\,dx + c_1$

$= \sin x \cdot \cos x + \int (1 - \cos^2 x)\,dx + c_1$

$\int \cos^2 x\,dx = \sin x \cdot \cos x + x - \int \cos^2 x\,dx + c_2$

$2\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}\sin 2x + x + c_2$

$\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{x}{2} + c$

b) $\int \frac{\ln x}{x}dx = \ln x \cdot \ln x - \int \frac{\ln x}{x}dx + c_1$

$\int \frac{\ln x}{x}dx = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + c$

c) $\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\,dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + \int e^x \cdot \cos x\,dx + c_1$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = -e^x \cdot \cos x + e^x \cdot \sin x - \int e^x \cdot \sin x\,dx + c_2$

$\int e^x \cdot \sin x\,dx = \frac{1}{2}e^x \cdot (\sin x - \cos x) + c$

d) $\int \sin x \cdot \cos x\,dx = \sin x \cdot \sin x - \int \cos x \cdot \sin x\,dx + c_1$

$\int \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\sin^2 x + c$

44. $a)$ $x^2 - 1 = (x-1)(x+1$

$$\frac{1}{x^2-1} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

$$\int \frac{1}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x-1}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+1}dx = \frac{1}{2}\frac{|x-1|}{|x+1|} + c$$

ب : کيږدی

$$x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$$

د توټه کسرونو اينونه

$$\frac{1}{x^2+6x+8} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x+4} \qquad A = \frac{1}{2} \qquad B = -\frac{1}{2}$$

کيږدی او انتيگرال يې ونيسی

$$\int \frac{1}{x^2+6x+8}dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+2}dx - \frac{1}{2}\int \frac{1}{x+4}dx = \frac{1}{2}\ln\frac{|x+2|}{|x+4|} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$=\sqrt{\frac{|x+2|}{|x+4|}}+c$$

پ : ماتلاندې ټوټه کړی

$$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$$

د ټوټه مات له پاره اېښو نه

$$\frac{3x+2}{x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x+1} \qquad A=\frac{1}{2} \qquad B=-\frac{1}{2}$$

$$\int\frac{3x+2}{x^2-x-2}dx=\frac{8}{3}\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{3}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{8}{3}\ln|x-2|+\frac{1}{3}\ln|x+1|+c$$

ت : مالتاندې ټوټه کونه

$$d)\ \ x^3-4x=(x(x-2)(x+2)$$

$$\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-2}$$ د ټوټه مات ټوټه کونو اېښونه

د $A=-3\ ,\quad B=5\ ,\quad C=-1$ سره

کېښول او بنتيګرالنيول

$$\int\frac{x^2+12x+12}{x^3-4x}dx=-3\int\frac{1}{3}dx+5\int\frac{1}{x-2}dx-\int\frac{1}{x+2}dx$$

$$=-3\ln|x|+5\ln|x-2|-\ln|x+2|+c$$

45. $a)\ \ x^3+2x^2+x=x(x+1)^2$

$$\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

$$\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx=6\int\frac{1}{x}dx-\int\frac{1}{x+1}dx+9\int\frac{1}{(x+1)^2}dx$$

$$=6\ln|x|-\ln|x+1|-\frac{9}{x+1}+c$$

$b)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = 3\int \frac{1}{x-3}dx + 9\int \frac{1}{(x-3)^2}dx$$

$$= 3\ln|x-3| - \frac{9}{x-3} + c$$

$$c)\ \ x^2-6x+9=(x-3)^2$$

$$\frac{3x}{x^2-6x+9}dx = \frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x^3}+_-\frac{D}{x+1}$$

$$A=-1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1\ ,\quad D=2$$
؛

$$\int \frac{3x}{x^2-6x+9}dx = -\int \frac{1}{x}dx + \int \frac{1}{x^2}dx - \int \frac{1}{x^3dx} + 2\int \frac{1}{x+1}dx$$
$$= 3\ln|x| - \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + 2\ln|x+1|$$

ت : ماتلاندې ټوټه کونه

د $(x-1)^4=(x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)\cdot(x-1)$ له امله يوه په کرښيز څلوونو يا ضريبونو ټوټه کونه مخ ته لرو

د ټوټه ماتونو ټوټه کونه ږدويا ځې په ځای کوو

$$\frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4} = \frac{A}{x-1}+\frac{B}{(x-1)^2}+\frac{C}{(x-1)^3}+\frac{D}{(x-1)^4}$$

د $A=5\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2\ ,\quad D=3$ سره

کيږدی او لنتيګرال يې ونيسی

$$\int \frac{5x^3-11x^2+5x+4}{(x-1)^4}dx$$

$$=5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$
$$=5\int \frac{1}{x-1}dx + 4\int \frac{1}{(x-1)^2}dx - \int \frac{1}{(x-1)^3}dx + 3\int \frac{1}{(x-1)^4}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

شپږخلوېښتم. الف:
ماتلاندې توټه کونه

$$(x^2-x)(x^2+4)=x(x-1)(x^2+4)$$

د توټه ماتونو توټهوني له پاره ايښونه

$$\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{Cx}{x-1}+\frac{Cx+D}{x^2+4}$$

د $A=2\ ,\quad B=-2\ ,\quad C=2\ ,\quad D=4$ سره.

کيږدی او انتيګرال يې ونيسی:

$$\int\frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)}dx=2\int\frac{1}{x}dx-2\int\frac{1}{x-1}dx+\int\frac{2x+4}{x^2+4}.$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\int\frac{2x}{x^2+4}dx+2\int\frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)+1}dx$$

$$=2\ln|x|-2\ln|x-1|+\ln(x^2+4)+\arctan\frac{x}{2}+c$$

$b)\ \ x^3-2x-4=(x-2)(x^2+2x+2)$

$$\frac{3x+4}{x^3-2x-4}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+2x+2}$$

$$A=1\ ,\quad B=-1\ ,\quad C=-1$$

$$\int\frac{3x+4}{x^3-2x-4}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{2x+2}{x^2+2x+2}dx$$

$$=\ln|x-2|-\frac{1}{2}\ln|x^2+2x+2|+c$$

$c)\ \ x^3-x^2-x-2=(x-2)(x^2+x+1)$

$$\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+c}{x^2+x+1}dx$$

د $A=1\ ,\quad B=1\ ,\quad C=-1$ له پاره

$$\int\frac{2x^2-2x+3}{x^3-x^2-x-2}dx=\int\frac{1}{x-2}dx-\frac{1}{2}\int\frac{x-1}{x^2+2x+1}dx$$

$$=\ln|x-2|+\frac{1}{2}\int\frac{2x+1}{x^2+x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{(\ )}$$

$d)\ \ x^3-3x^2+9x+13=(x+1)(x^2-4x+13)$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}=\frac{A}{x+1}+\frac{Bx+c}{x^2+4x+13}$$

$$A=3\ ,\quad B=4\ ,\quad C=-2$$

$$\int\frac{7x^2-10x+37}{x^3-3x^2+9x+13}dx=3\int\frac{1}{x+1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{4x-2}{x^2+4x+13}dx$$

$$=3\ln|x+1|+2\int\frac{2x-4}{x^2+4x+13}dx+\frac{2}{3}\int\frac{1}{\left(\frac{x-2}{3}\right)+1}$$

$$=3\ln|x+1|+2\ln|x^2-4x+13|+2\arctan\frac{x-2}{3}+c$$

47. $a)\ x^2:(x+1)=x-1+\frac{1}{x+1}$

$$\int\frac{x^2}{x+1}dx=\int xdx-\int 1dx+\int\frac{1}{x+1}=\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|+c$$

$b)\ (x^3-2x^2+x+5):(x^2-1)=x-2+\frac{2x+3}{x^2-1}$

$$\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}=x-2+\frac{5}{2(x-1)}+\frac{1}{2(x+1)}$$

$$\int\frac{x^3-2x^2+x+5}{x^2-1}dx=\int xdx-\int 2dx+\frac{5}{2}\int\frac{1}{x-1}dx-\frac{1}{2}\int\frac{1}{x+1}dx$$

$$=\frac{x^2}{2}-2x+\frac{5}{2}\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+c$$

$c)\ (3x^3+5x^2-29x-25):(x^2+x-12)=3x+2+\frac{5x-1}{x^2+x-12}$

$$\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}=3x+2+\frac{2}{x-3}+\frac{3}{x+4}$$

$$\int\frac{3x^3+5x^2-29x-25}{x^2+x-12}dx$$

$$=3\int xdx+\int 2dx+2\int\frac{1}{x-3}dx+3\int\frac{1}{x+4}dx$$

$$=\frac{3x^2}{2}+2x+2\ln|x-3|+3\ln|x+4|+c$$

$d)\ (2x^3+x^2):(x^3-1)=2+\frac{x^2+2}{x^3-1}$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{2x^3+x^2}{x^3-1}=2+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x^2+x+1}$$

$$\int \frac{2x^3+x^2}{x^3-1}dx=\int 2dx+\int \frac{1}{x-1}dx-\int \frac{1}{x^2+x+1}dx$$
$$=2x+\ln|x-1|+\frac{2\sqrt{3}}{3}\arctan\frac{2x+1}{\sqrt{3}}+c$$

$$d)\int \sqrt{2x^2+4x+6}dx=\sqrt{2}\int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

په ځاي اينوونه يا سبستيچيشن

$$u=x+1$$

$$\int \sqrt{2x^2+4x+6}dx$$
$$=\frac{x+1}{2}\sqrt{2x^2+4x+6}+2\sqrt{2}\cdot\ln\left|x+1+\sqrt{2x^2+4x+6}\right|+c$$

$$49.\quad a)\int \sqrt{x^2+2x}dx=\int \sqrt{(x+1)^2-1}dx$$

$$u=x+1$$

$$\int x^2+2xdx=\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x}-\frac{1}{2}\left|x+1+\sqrt{x^2+2x}\right|+c$$

$$b)\int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\int \sqrt{(x-2)^2-9}dx$$

$$u=x-2$$

$$\int \sqrt{x^2-4x-5}dx=\frac{x-2}{2}\sqrt{x^2-4x-5}-\frac{9}{2}\ln \geq\left|x-1+\sqrt{x^2-4x-5}\right|+c$$

$$c)\int x\sqrt{x^2+4x+3}dx=\int x\sqrt{(x+2)^2-1}dx$$

$$u=x+2 \quad \Rightarrow \quad x=u-2$$

$$\int (u-2\sqrt{u^2-1}du-2\int u\sqrt{u^2-1}du$$

$$\int x\sqrt{x^2+4x+3}dx$$
$$=\frac{\sqrt{(x^2+4x+3)^3}}{3}-(x+2)\sqrt{x^2+4x+3}-\ln\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+3}\right|+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$d)\ \int (x+2)\sqrt{x^2+2+2}dx=\int (x+2)\sqrt{(x+1)^2+1}dx$$

په ځای اینوونه:

$$u=x+1 \quad \Rightarrow \quad x=u-1$$

$$\int (u+1)\sqrt{u^2+1}du=\int u\sqrt{u^2+1}du+\int u^2+1du$$

$$\int (x+2)\sqrt{x^2+2x+2}dx$$

$$=\frac{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}}{3}+\frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+2}+\frac{3}{2}\ln\left|x+1+\sqrt{x^2+2x6++2}\right|+c$$

50. a) $\int \frac{x^2}{6}dx=\frac{x^3}{18}+c$

b) $\int \frac{1}{x^3}dx=-\frac{1}{2x^2}+c$

c) $\int (1-2x^2+x^3)dx=x-\frac{2x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+c$

d) $\int (x^2-3x-6)dx=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-6x+c$

e) $\int x\cdot\sqrt{x}\,dx=\int x^{\frac{3}{2}}dx=\frac{2}{5}\cdot x^2\cdot\sqrt{x}+c$

f) $\int x^2\cdot\sqrt[3]{x}\,dx=\int x^{\frac{7}{3}}dx=\frac{3}{10}\cdot x^3\cdot\sqrt[3]{x}+c$

g) $\int \frac{x\cdot\sqrt{x}}{\sqrt[5]{x}}dx=\int x^{\frac{13}{10}}dx=\frac{10}{23}\cdot\sqrt[10]{x^{23}}+c=\frac{10}{23}\cdot x^2\cdot\sqrt[10]{x^3}+c$

h) $\int \frac{3x\cdot\sqrt{x^3}}{x^2}dx=3\int x^{\frac{1}{2}}dx=3\int\sqrt{x}\,dx=2x\sqrt{x}+c$

i) $\int \frac{x^2+3x-2}{x}dx=\int\left(x+3-\frac{2}{x}\right)dx=\frac{x^2}{2}+3x-2\ln|x|+c$

k) $\int \frac{x-5}{\sqrt{x}}dx=\int\left(\sqrt{x}-\frac{5}{\sqrt{x}}\right)dx=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-10\sqrt{x}+c$

51. $a)\ u=5-4x$

$$\int 2(5-4x)^3dx=-\frac{2}{4}\int u^3du=-\frac{1}{8}(5-4x)^4+c$$

$b)\ u=5x+2$

$$\int \sqrt{5x+2}dx=\frac{1}{5}\int \sqrt{u}du=\frac{2}{15}\sqrt{(5x+2)^3}$$

$c)\ u=g(x)=x^2 \quad , \quad g'(x)=2x$

$$\int x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int 2x\cdot e^{x^2}dx=\frac{1}{2}\int e^u du=\frac{1}{2}e^{x^2}+c$$

$d)\ u=g(x)=2x^3-4 \quad , \quad g'(x)=6x^2$

$$\int x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx=\frac{1}{6}\int 6x^2\cdot\sqrt{2x^3-4}dx=\frac{1}{6}\int \sqrt{u}du=\frac{\sqrt{(2x^3-4)^3}}{9}+c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$e)\ u = g(x) = x^2 + 2x + 1 \quad , \quad g'(x) = 2x + 2$

$$\int \frac{3x+3}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\int \frac{2x+2}{x^2+2x+1}dx = \frac{3}{2}\ln\left| x^2+2x+1 \right| + c$$

$f)\ u = g(x) = 2 + \sin x \quad , \quad g'(x) = \cos x$

$$\int \frac{\cos x}{(2+\sin x)^3}dx = \int \frac{1}{u^3}du = -\frac{1}{2(2+\sin x)^2} + c$$

$$g)\ \int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{9}\int \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}\cdot x}{3}\right)+1}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\int \frac{1}{u^2+1}du$$

$$\int \frac{1}{2x^2+9}dx = \frac{1}{3\sqrt{2}}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c = \frac{1}{6}\sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}}{3}x + c$$

$h)\ u = g(x) = x^2 - 4 \quad , \quad g'(x) = 2x$

$$\int \frac{x^2}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-4}dx = \frac{1}{2}\ln\left| x^2-4 \right| + c$$

$$i)\ \frac{x}{x^2+2x-3} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+3} \quad ; \quad A = \frac{1}{4} \quad , \quad B = \frac{3}{4}$$

$$\int \frac{x}{x^2+2x-3}dx = \frac{1}{4}\ln|x-1| + \frac{3}{4}\ln|x+3| + c$$

$$k)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$l)\ \int \sqrt{x^2+2x+3}dx = \int \sqrt{(x+1)^2+2}dx$$

$$= \frac{x+1}{2}\sqrt{x^2+2x+3} + \ln|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}| + c$$

$$m)\ \frac{1}{x^2+12x+40}dx = \int \frac{1}{(x+6)^2+4}dx = \frac{1}{4}\int \frac{1}{\left(\frac{x+6}{2}\right)^2+1}dx$$

$$= \frac{1}{2}\arctan\frac{x+6}{2} + c$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

52. $a)\ u = 2x - 3$

$$\int \ln(2x-3)dx = \frac{1}{2(2x-3)} + c$$

$b)\ u = 3x$

$$\int \cos 3x dx = \frac{1}{3}\sin 3x + c$$

$c)\ u = 3x + 1$

$$\int 2^{x+1} dx = \frac{2^{x+1}}{3\ln 2} + c = \frac{2^{x+1}}{\ln 8} + c$$

$d)\ u = 4x$

$$\int \lg 4x dx = \int (\lg 4 + \lg x)dx = x\lg 4 + \frac{x\cdot\ln x - x}{\ln 10} + c$$

$e)\ u = \ln x \ \Rightarrow\ u' = \frac{1}{x}\ ,\quad v' = x \ \Rightarrow\ v = \frac{x^2}{2} + c_1$

$$\int x\cdot\ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)\cdot\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{x^2}{2} + c_1\right)dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cdot\ln x + c_1 - \frac{x^2}{4} = c_1\ln x + c = \frac{x^2}{2}\cdot\ln x - \frac{x^2}{4} + c$$

$f)\ u = \ln x \ \Rightarrow\ u'\frac{1}{x} \qquad v' = \sqrt{x} \ \Rightarrow\ v = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1$

$$\int \sqrt{x}\cdot\ln x dx = \left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)\cdot\ln x - \int \frac{1}{x}\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c_1\right)dx$$

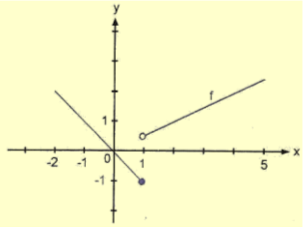
$$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\cdot\ln x + c_1\ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} - c_1\ln x + c = \frac{2}{2}\sqrt{x^3}\cdot\ln x - \frac{4}{9}\sqrt{x^3} + c$$

$h)\ u = e^x \ \Rightarrow\ u'e^x \qquad v' = \cos x \ \Rightarrow\ v = \sin x + c_1$

$$= \int x\cos x dx = x\cdot(\sin x + c_1) - \int (\sin x + c_1)dx$$

$$= x\cdot\sin x + c_1 x + \cos x - c_1 x + c = x\cdot\sin x + \cos x + c$$

درپېنځوس: الف: يو بنسټيز تابع fدې لاندې ځيره ولري



53. $a)\ F(x) = \begin{cases} -\frac{x^2}{2} + c & x \le 1 \\ \frac{x^2}{4} + c & x > 1 \end{cases}$

دا د $F'(1) = -1$ او

$$\lim_{x\to 1} F'(x) = \lim_{x\to 1}\frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$$

له امله د x=1 په ځای کې مشتقوړ نه ده او له دې امله fبنسټيز تابع نه ده.

د دوه نه پرېکيدونکو توابعو انتيګرېشن:

(c) ketabton.com: The Digital Library

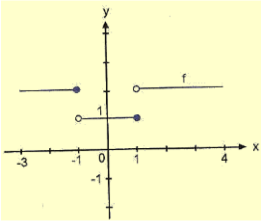
$$\int_{-2}^{5} f(x)dx = \int_{-2}^{1} -xdx = \left[-\frac{x^2}{2}\right]_{-2}^{1} + \left[\frac{x^2}{4}\right]_{1}^{5}$$

$$= -\frac{1}{2} - (-2) + \frac{25}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{2}$$

دا دf تابع په ورکړشوي اتروال کې انتيګرېشنوړ دهو سره له دې چې دا پرېکيدونکې ده او بنستيز تاع هم نه دي.

ب: تابع fدې لاندې ځيره ولري:

$$b)\ \ f(x) = \begin{cases} 2x + c & -3 < x \le -1 \\ x + c & -1 < x \le 1 \\ 2x + c & 1 < x \le 4 \end{cases}$$



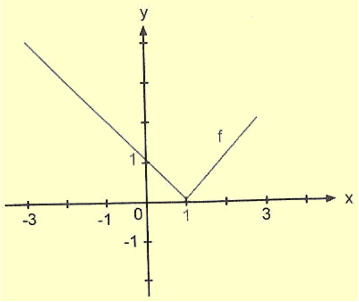
دا په ځايونو 1- =x=1; x کې انتيګرالوړ نه ده،
نوله دې سره دf بنستيز تابع نه ده.
د درې نهپرېکيدونکو توابعو انتيګرال:

$$\int_{-3}^{4} f(x)dx = \int_{-3}^{-1} 2dx + \int_{-1}^{1} 2dx [2x]_{-3}^{-1} + [x]_{-1}^{1} + [2x]_{1}^{4}$$

$$= -2 + 6 + 1 + 1 + 8 - 2 = 12$$

ځلورپنځوس: ارزښتازاده ليکنه راکوي:

$$54.\ \ f(x) = |x-1| = \begin{cases} x-1 & x \ge 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$$



د تابعf يو بنستيزه تابع بايد لاندې ځيره ولري

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + c & x \ge 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + c & x < 1 \end{cases}$$

د

$$F'(1) = 0 \qquad \lim_{x \to 1} F'(1) = \lim_{x \to 1} (-x+1) = 0$$

له امله په ځای کې ښوونه ده (تابع ارزښت برابر پوله ارزښت):

$$F(1) = \lim_{x \to 1} -\frac{x^2}{2} + x + c$$

$$\frac{1}{2} - 1 + c_1 = -\frac{1}{2} + 1 = c_2$$

$$c_1 = 1 + c_2$$

له دې سره تابع f ناپرېکيدونکي، مشتقوړ بنستيز تابع F لري.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} - x + c & x \le 1 \\ -\frac{x^2}{2} + x + c & x > 1 \end{cases}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

پنځه پنځوس: الف: دf پارابول پورته لورته واز دی د ککرۍ ټکي S(1;1) سره. دا یواځې د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$55.\quad a)\ \int_{-1}^{4}(x^2-2x+2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+2x\right]_{-1}^{4}=\frac{40}{0}+\frac{10}{3}=\frac{50}{3}$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot 4-(-1)=\frac{50}{3}\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{10}{3}$$

د اړونده ارزښتونو اینسوونه

$$\frac{10}{3}=x^2-2x+2$$

$$x^2-2x-\frac{4}{3}\quad\Rightarrow\quad x_1=1-\frac{\sqrt{21}}{3}\ ,\quad x_2=1+\frac{\sqrt{21}}{3}$$

ب: د f ګراف چګیدونکې کرښه ده د y– محور غوڅې y=1سره. دا د ورõړشوې انټروال سره یواځې له دې سره د x- محور پورته لور ته ځغلي.

$$b)\ \int_{0}^{6}(x+1)dx=\left[\frac{x^2}{2}+x\right]_{0}^{6}=24-0=24$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(6-0)=24\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=4$$

د اړونده x- ارزښتونو سره اینسوونه.

$$x+1=4\quad\Rightarrow\quad x_0=3$$

پ: ساینکرږه د ورکړشوي انټروال کې د x - محور پورته لور ته پرته ده.

$$c)\ \int_{0}^{\pi}\sin x dx=\left[-\cos x\right]_{0}^{\pi}=1+1=2$$

منځ ارزښت

$$f(x_0)\cdot(\pi-0)=2\quad\Rightarrow\quad f(x_0)=\frac{2}{\pi}$$

د ورکړشوي اړونده x– محور لپاره ړدو:

$$\sin x=\frac{2}{\pi}$$

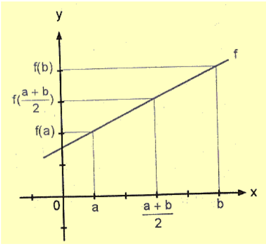
$$\Rightarrow x=\arcsin\frac{2}{\pi}\quad\Rightarrow\quad x_1\approx 0.690\ ,\qquad x_2\approx 2.451$$

شپږپنځوس:

$$56.\quad a)\ \int_{a}^{b}(mx+n)dx=\left[\frac{mx^2}{2}+nx\right]_{a}^{b}=\frac{bm^2}{2}+bn-\frac{a^2m}{2}-an$$

$$=\frac{m}{2}(b^2-a^2)+n(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right)$$

(c) ketabton.com: The Digital Library



منځ ارزښت:

$$f(x_0)\cdot(b-a)=(b-a)\left(\frac{m}{2}(b+a)+n\right) \quad \Rightarrow \ x=\frac{a+b}{2}$$

دِوښتونکو – ارزښتونو له پاره اینوونه

$$=\frac{m}{2}(b+a)+n=mx \quad \Rightarrow \frac{m}{2}(b+a)=mx \quad \Rightarrow x\frac{a+b}{2}$$

$$\Rightarrow \int_a^b (mx+n)dx=f\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot(b-a)$$

د دې خالت له پاره چې کرښه د x–محور پورته لور ته ځغلي، نتیجه (۱) باوري کیږي، چې د تراپخ فرمول سره سر خوري، که موږ اوږدوالی (b-a) د جګوالي په څیر او د تابع ارزښت $f(\frac{a+b}{2})$ د منځارزښت په حیث نیسو

$$A=f\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot(b-a)$$

اوه پنځوس: الف: د f ګراف د x- محور یواځي پورته لور ته پروت دی.

$$\int_{-2}^{1}(x^2+1)dx=\left[\frac{x^3}{3}+x\right]_{-2}^{1}=6$$

$A=6$ د سطحي یونونو سره

ب - د f ګراف د x- محور یواځي پورته لور ته پروت دی.

$$b)\ \int_0^{\pi}(2+\sin x)dx=[2x-\cos x]_0^{\pi}=2\pi+2 \quad \Rightarrow \quad A=(2\pi+2)\approx 8.283$$

د سطحي یونونه $A=(2\pi+2)$ $\approx$ 8,283سطحي واحدونو یا یوونونو سره

پ: دا کښته لور ته واز پارابل کګر ټکی S(-2;-1) لري او له دې سره یواځي د x -محور کښته لور ته پروت دی،

$$c)\ \int_{-3}^{0}(-x^2-4x-5)dx=-\int_{-3}^{0}(x^2+4x+5)dx=-\left[\frac{x^3}{3}2x^2+5x\right]_{-3}^{0}=-6$$

$A=|-6|=6$ د هواري یا سطحي یونونونه یا واحدونه.

ت : یواځي صفرځای N(-1;0) دی، یواځني قطبځای په $x_1=0$ کې پروت دی. د f ګراف په ورکړ شوي انتروال کې ناپرېکیدونکی دی او یواځي د x-محور پورته لور ته پرته ده.

$$d)\ \int_1^e\left(1+\frac{1}{x}\right)=dx=[x+\ln x]_1^e=e$$

A=e د سطحي یوونونه ~ 2,718د سطحي یوونونو سره:

اته پنځوسم: دا پورته لور ته واز پارابل کګر ټکی S(-1,1) لري او له دې سره یواځي د x - محور پورته لور ته پروت دی،

اینونه:

$$\int_{-2}^{b}(x^2+2x+2)dx=6$$

انتګرالونه او اینوونه: $\frac{b^3}{3}+b^2+2b+\frac{8}{3}=6$

بنه بدلون: $b^3+3b^2+6b-10=0$

(c) ketabton.com: The Digital Library

لومړی حل: b1=1

د پولینوموېش. $(b^3+3b^2+6b-10):(b-1)=b^2+4b+10$

د $b_{2,3}=-2\pm\sqrt{4-10}$ له امله بل کوم اوبی یا حل شتون نه لري.

نهه پنځوس: د ګراف یواځې په لومړی څلوری کې او له دې امله د x -محور پورته لور ته پروت دی.

اینوونه: $\int_a^4 3\sqrt{x}dx=14$

انتګرالونه او اینوونه: $2\sqrt{4^3}-2\sqrt{a^3}=14$

بڼه بدلون: $16-2\sqrt{a^3}14 \quad\Rightarrow\quad a=1$

غوښتوني د انتیګرال لاندې پوله a=1 ده.

شپیته: یو پورته لورته کښولشوی نورمال پارابول تابع مساوات $y=x^2+a$ لري د $a>0$ سره.

اینښونه: $\int_{-1}^{2}(x^2+a)dx=9$

انتیګرال – او ځاي په ځای کړی: $3+3a=9 \quad\Rightarrow\quad a=2$

ښوغښتوني پارابول برابرون دی: $y=x^2+2$

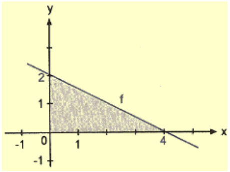
یوشپیته: د f انتروال د $0<x<\pi$ له پاره صفرځای نه لري. دا یا د x- محور پورته لور ته او یاکښته لور ته پروت دی.

اینوونه: $\left|\int_0^{\pi} a\cdot\sin x\,dx\right|=4$

انتیګرال کړی او ځا په ځای کړی: $|2a|=4 \quad\Rightarrow\quad a_1=2 \quad,\quad a_2=-2$

د $a_1=2$ یا د $a_2=-2$ په حالتونو کې په ورکړشوي انترول کې د سطحې کچه ۴ ده.

۶۲ : د سطحې شمیرنه د انتیګرال له لارې یا د انتیګرال سره



$$\int_0^4\left(-\frac{1}{2}x+2\right)dx=\left[\frac{x^2}{4}=2x\right]_0^4=4$$

د سطحې ساده شمیرنه

$$A=\frac{4\cdot 2}{2}=4$$

۶۳ : الف: صفرځایونه $N_1(-4;0);N_2(1;0)$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|+\left|\int_{1}^{3}\left(\frac{1}{4}x^3-\frac{13}{4}x+3\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_{-4}^{1}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]_{-4}^{1}\right|+\left|\int_{1}^{3}\left[\frac{x^4}{16}-\frac{13x^2}{8}+3x\right]\right|=\left|23\frac{7}{16}\right|+|-2|$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A = 25\frac{7}{16}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $25\frac{7}{16}$ ده

صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(0;0); N_3(3,0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{0}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{3}(-\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} + 3x)\,dx\right|$$

$$A = \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[-\frac{x^4}{8} + \frac{x^3}{6} + \frac{3x^2}{2}\right]_{0}^{3}\right| = 10\frac{13}{24}$$

پ : صفرځايونه: $N_1(0;0); N_2(2;0); N_3(4,0)$

$$c)\ \ A = \left|\int_{0}^{2}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right| + \left|\int_{2}^{4}(x^3 - 6x^2 + 8x)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{0}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2\right]_{2}^{4}\right| = 8$$

غوښتوني منځهواره د هوارې ۸ واحدونه کچکوي

ت : صفرځايونه: $N_1(1;0); N_2(5;0)$

$$d)\ \ A = \left|\int_{1}^{5}(-x^2 + 6x - 5)\,dx\right| = \left|\left[-\frac{x^3}{3} + 3x^2 - 5x\right]_{1}^{5}\right| = 10\frac{2}{3}$$

د غوښتوني سطحې منځهوارې کچه $10\frac{2}{3}$ ده

ځلورشپيته:

الف : صفرځايونه: $N_1(2;0)$

$$A = \left|\int_{-2}^{2}(x-2)dx\right| + \left|\int_{2}^{3}(x-2)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{2}^{3}\right| = 8\frac{1}{2}$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه $8\frac{1}{2}$ ده.

ب : صفرځايونه: $N_1(-2;0); N_2(3;0)$

$$A = \left|\int_{1}^{3}(x^2 - x - 6)dx\right| + \left|\int_{3}^{5}(x^2 - x - 6)dx\right|$$

$$A = \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{1}^{3}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x\right]_{3}^{5}\right| = 20$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۲۰ده.

(c) ketabton.com: The Digital Library

پ : صفرځايونه: $N_1(2;0); N_2(6;0)$

$$c)\quad A=\left|\int_0^2 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_2^6 (x^2-8x+12)dx\right|+\left|\int_6^8 (x^2-8x+12)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_0^2\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_2^6\right|+\left|\left[\frac{x^3}{3}-4x^2+12x\right]_6^8\right|$$

$$A=32$$

غوښتوني هواردننه د هواريوونونو يا واحدونو کچه ۳۲ده.

پنځه شپيته: اکسپوننشل - يا جګګڼ $y=e^x$ کږه يواځې د x-مجور پورته لور ته پرته ده. دا کښته لور ته واز پارابول y= - x² -1 د ککرۍ ټکي S(0;-1) سره د x- محور کښته لور ته پروت دی. له دې امله دواړه ګرافونه يو بل نه غوڅوي.

$$65.\quad A=\left|\int_0^1 (e^x+x^2+1)\,dx\right|=\left|\left[e^x+\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1\right|=e+\frac{1}{3}$$

غوښتونې سطحه $\frac{3e+1}{3}$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

شپږشپيته: جګيدونکې کربنه د –محور په کې غوڅوي. لهد ې سره دا په لومړۍ څلورۍ کې د ساينکږې پورته لور ته ځغلي. په ورکړشوې انتروال کې د دواړو کړو غوڅټکي نه شته.

$$66.\quad A=\left|\int_0^{2\pi} (2x+2-\sin x)\,dx\right|=\left|\left[x^2+2x+\cos x\right]_0^{2\pi}\right|=4\pi^2+4\pi$$

غوښتوني سطحه $4\pi(\pi+1)$ د سطحې يوونونه يا واحدونه ورکوي

اوه شپيته: د

$$67.\quad x^2-3=2x^2+1\quad\Rightarrow\quad x^2=-4$$

له امله دواړه کربنې يوبل نه غوڅوي

$$A=\left|\int_{-1}^{2} (2x^2+1-(x^2-3))dx\right|=\left|\int_{-1}^{2} (x^2+4)dx\right|=\left|\left[\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-1}^{2}\right|=15$$

اته شپيته: پارابول $y=\sqrt{x}$ ټول په لومړۍ څلورمه کې ځغلي. هغه د لوېدونکو(نزولي) کربنو y = -x -a څخه د y-محور برخه سره 1- نه غوڅوي.

$$68.\quad A=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}-(-x-1))dx\right|=\left|\int_0^4 (\sqrt{x}+x+1))dx\right|=\left|\left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+\frac{x^2}{2}+x\right]_0^4\right|$$

$$A=17\frac{1}{3}$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتونې منځهواره $17\frac{1}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

نهه شپېته: د غوځېکي شمیرنه

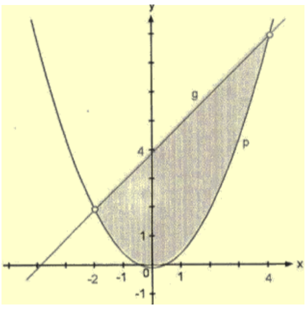
$$69.\quad 2x+1=x+3 \quad \Rightarrow \quad x=2$$

دواړه

$$A=\left|\int_{-2}^{1}(x+3-(2x+1))dx\right|=\left|\int_{-2}^{1}(-x+2)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-2}^{1}\right|=7\frac{1}{2}$$

غوښتونې منځهواره 7,5 د سطحې یوونونه کچکوي.

اویا:



$$0.5x^2=x+4$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$\Rightarrow x_1=-2 \quad , \quad x_2=4$$

هواره یا سطحه وشمیرئ

$$A=\left|\int_{-2}^{4}(x+4-\frac{x^2}{2})dx\right|$$

$$=\left|\left[\frac{x^2}{2}+4x-\frac{x^3}{6}\right]_{-2}^{4}\right|$$

$$A=18$$

غِوښتونېد سطحې دننه د سطحې ۱۸ یوونونه کچکوي.

یواویا: د غوځېکو پروتمحور

$$x^2-6x+5=-x+1$$

$$x^2-5x+4=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=4$$

هوارې یا سطحې وسمیرئ

$$A=\left|\int_{1}^{4}(-x+1-(x^2-6x+5))dx\right|=\left|\int_{1}^{4}(x^2+5x-4)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-4x\right]_{1}^{4}\right|=\frac{9}{2}$$

د غوښتونې هورې یا سطحې کچیوونونه $\frac{9}{2}$ دي،

دوه اویا: د کرښیز برابرونونو لیکل

$$f(-1)=3 \quad , \quad f(2)=6$$

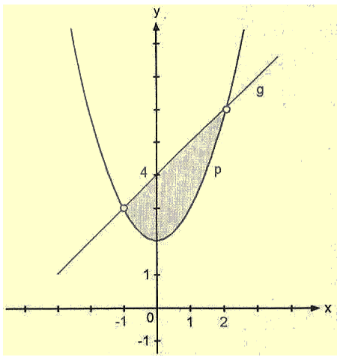
د کرښبرابرونونو دوه ټکي بنه

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$$

$$y=\frac{6-3}{2-(-1)}(x-(-1))+3$$

$$y=x+4$$



هوارې يا سطحې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{2}(x+4)-(x^2+2))dx\right|$$

$$=\left|\int_{-1}^{2}(-x^2+x+2)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right]_{-1}^{2}\right|=\frac{9}{2}$$

غوښتوني منځهواره 4,5 د سطحې يوونونه کچکوي.

هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{1}^{3}(-2x^2+8x-3-(x^2-4x+6))dx\right|=\left|\int_{1}^{3}(-3x^2+12x-9)dx\right|$$

$$A=\left|\left[-x^3+6x^2-9x\right]_1^3\right|=4$$

پنځه اويا:د غوختکو پراته ارزښتونه:

$$4\sqrt{x}=\frac{x^2}{2}$$

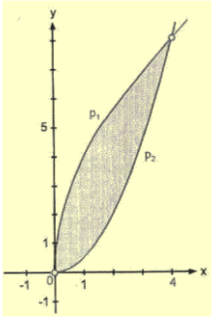
$$16x=\frac{x^4}{4}$$

$$64x=x^4$$

$$x^4-64x=0$$

$$x(x^3-64)=0$$

$$\Rightarrow\ x_1=0\quad,\quad x_2=4$$



هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_{0}^{4}(4\sqrt{x}-\frac{x^2}{2})dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{8\sqrt{x^3}}{3}-\frac{x^3}{6}\right]_0^4\right|=\frac{32}{3}$$

غوښتوني منځهواره $\frac{32}{3}$ د سطحې يوونونه کچکوي.

شپږاويا: د غوختکو پراته ارزښتونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$2\sqrt{x}=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$$
$$6\sqrt{x}=2x+4$$
$$x^2-5x+4=0$$
$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=4$$

د سطحې یا هوارې شمیرنه:

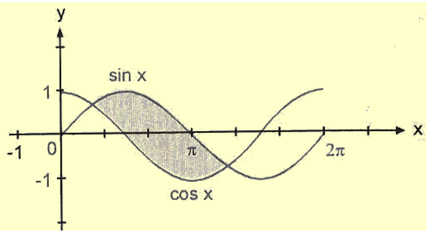
$$A=\left|\int_1^4 (4\sqrt{x}-(\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}))dx\right|=\left|\int_1^4 (2\sqrt{x}-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}))dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{4\sqrt{3}}{3}-\frac{x^2}{3}-\frac{4x}{3}\right]_1^4\right|=\frac{1}{3}$$

غوښتونې منځهواره $\frac{1}{3}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

اوه اویا: د غوڅتکو پراته ارزښتونه:

77. $\sin x=\cos x$



$$\frac{\sin x}{\cos x}=1$$
$$\tan x$$
$$\Rightarrow x_1=\frac{\pi}{4} \quad , \quad x_2=\frac{5\pi}{4}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi} (\sin x-\cos x)dx\right|$$

$$A=\left|[(-\cos x-\sin x)dx]_{\frac{\pi}{4}}^{5\pi}\right|=\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)-\left(-\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$$

غوښتونې منځهواره $2\sqrt{2}$ د سطحې یوونونه کچکوي.

اته ویا: د تانجنتبرابرون لیکل:

لومړي رابیلیدنه یا مشتق: $f'(x)=3x^2-4x+1$

تابع ارزښتونه $f(2)=1$ $\quad f(2):$

جګیدنه په $f'(2)=5$: $x_0=2$ کې

د $x_0=2$ او $f(x_0)=y_0=1$ اینونه په

$y=5(x-2)+1$: $y=m(x-x_0)+y_0$ کې

د تانجنت برابرون دی: y=5x-9

اینونه :

$$x^3-2x^2+x-1=5x-9$$
$$x^3-2x^2-4x+8=0$$

پولینوموېش:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$(x^3-2x^2)-4x+8):(x-2)=x^2-4$$
$$\Rightarrow \ x_1=-2 \quad , \quad x_2=2$$

د دويم ګډ غوځتكي د پروتمحور ارزښت: $x_1=-2$

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2+x-1)(5x-9))dx\right|=\left|\int_{-2}^{2}(x^3-2x^2-4x+8)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+8x\right]_{-2}^{2}\right|=\frac{64}{3}$$

غوښتوني منځهواره $\frac{64}{3}$ د سطحې يوونونه كچكوي.

نهه اويا: نورمالبرابرون

لومړی رابيليدنه يا لومړي مشتق:

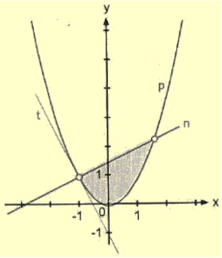
$$f'(x)=2x$$

تابع ارزښت $f(-1)$:

$$f(-1)=1$$

تانجنتجګيدنه په $x_0=-1$: كې.

$$f'(-1)=-2$$



په $x_0=-1$: كې د نورمال جګيدنه:

$$m_n=-\frac{1}{m_t}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$$

نورمالبرابرونه:

$$y=\frac{1}{2}(x-(-1))+1$$

$$y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

د دويم غوځتكي د پروتمحور ارزښت

$$x^2=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \ \Leftrightarrow \ 2x^2-x-3=0 \ \Rightarrow \ x_1=-1 \quad , \quad x_2=\frac{3}{2}$$

نورمال د $x_2=\frac{3}{2}$ په ځای كې د پارابول سره يو بل ګډ غوځتكی لري.

د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_{-1}^{1.5}(\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}-x^2)dx\right|=\left|\left[\frac{x^2}{4}+\frac{3x}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1.5}\right|=\frac{125}{48}$$

ِوښتوني سطحه $\frac{125}{48}$ د سطحې يوونونه ده.

يواتيا: په $x=0$ كې پيژند- يا تعريفتشيا ده.

له دې سره په وركړشوي انتروال كې د f تابع ناپرېكيونكي ده،

يو اتيا: د غوځتكو د پروت محور ارزښتونه:

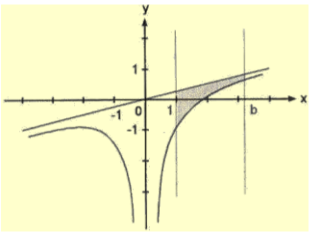
(c) ketabton.com: The Digital Library

$$\frac{1}{4}x=\frac{x^3-8}{4x^2} \iff x^3=x^3-8$$

كرښه د تابع له ګراف سره ګډ ټكي نه لري.(دا د ګراف ګاونډ يا اسيمپتوټي ده)
اينوونه:

$$A=\left|\int_1^b\left(\frac{1}{4}x-\frac{x^3-8}{4x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\left(\frac{x}{4}-\frac{x}{4}+\frac{2}{x^2}\right)dx\right|=\left|\int_1^b\frac{2}{x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{2}{x}\right]_1^b\right|=\left|-2\cdot\frac{1}{b}+2\right|$$

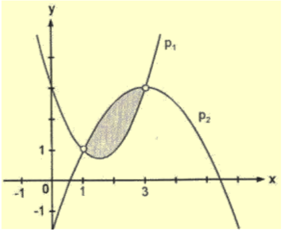


د $b>1$ له امله دى

$-2\cdot\frac{1}{b}+2>0$ ، له دې سره دى

$$-2\cdot\frac{1}{b}+2=\frac{3}{2} \Rightarrow b=4$$

د b=4 له پاره هواره ورکړشوي ارزښت غوره کوي يا اخلي.
دوه اتيا: د غوښتکو د پروت محور ارزښتونه:



$$x^2-3x+3=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}$$

$$x^2-4x+3=0$$

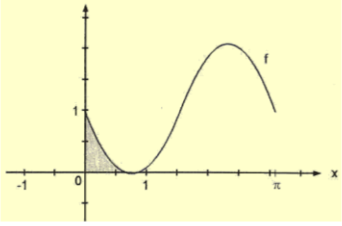
$$\Rightarrow x_1=1 \quad , \quad x_2=3$$

د هوارې شميرنه په انټروال [1,3] کې سرته رسيږي.
د هوارې شميرنه:

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{3}{2}-(x^2-3x+3)\right)dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^3\left(-\frac{3}{2}x^2+6x-\frac{9}{2}\right)dx\right|=\left|\left[-\frac{x^3}{2}+3x-\frac{9x}{2}\right]_1^3\right|=2$$

غوښتونې هواره د هوارې دوه يوونونه ده.
درې اتيا: د $a-\sin 2x \geq 0$ او a>0 له امله د f ګراف د x- محور يواځې پورته لور ته پروت دى.(د a=1 له پاره په ځنګ کې ښيره وګورى)
صفرځايونه:
صفرځايونه له a خپلواک دي.



$$1-\sin 2x\geq 0$$

$$1-\sin 2x=0$$

$$\sin 2x=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in z)$$

د هوارې شميرنه له پيل تر لومړي صفرځاى پورې شميرل کيږي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} a(1-\sin 2x)dx\right| = a\cdot\left|\left[x+\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}\right|$$

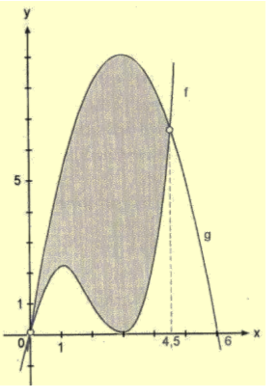
$$A=a\cdot\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cdot 0\right)-a\cdot\left(0+\frac{1}{2}\cdot 1\right)=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2)$$

برابراینووﻧﻪ:

$$\pi-2=\frac{a}{4}\cdot(\pi-2) \quad \Rightarrow \quad a=4$$

د $a=4$ له پاره هوارع ورکړشوي ارزښت هوره کوي.

څلوراتیا: د غوڅیکو پروت محور



$$\frac{2}{3}x^3-4x^2+6x=-x^2+6$$

$$\frac{2}{3}x^3-3x^2=0$$

$$\Rightarrow x_1 \quad , \quad x_2=\frac{9}{2}$$

د هوارې شمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{4.5}\left(-x^2+6x-\frac{2}{3}x^3+4x^2-6x\right)dx\right|$$

$$=\left|\int_0^{4.5}\left(-\frac{2}{3}x^3+3x^2\right)dx\right|$$

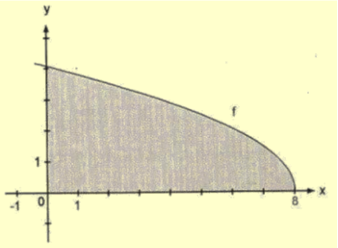
$$A=\left|\left[-\frac{1}{6}x^4+x^3\right]_0^{4.5}\right|=\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$$

غوښتوني هواره $\left(\frac{9}{2}\right)^3\cdot\frac{1}{4}$ هواریوونه کچوي.

پنځه اتیا: صفرځایونه

$$0=\sqrt{16-2x} \quad \Rightarrow \quad x=8$$

هوارشمیرنه



$$A=\left|\int_0^8 \sqrt{16-2x}dx\right|$$

$$=\left|\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(16-2x)}\right]_0^8\right|$$

$$A=\frac{64}{3}$$

غوښتوني هواره $A=\frac{64}{3}$ هواریوونه کچوي.

شپږاتیا: الف: تابع په x=-2 کې پیژندتشځای لري.

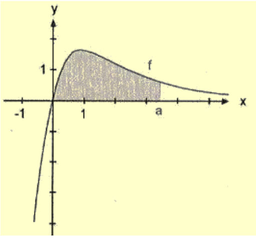
(c) ketabton.com: The Digital Library

يواځنی صفر ځای د

$$86.\quad a)\ \frac{48x}{(x+2)^3}=0 \quad\Rightarrow\quad 48x=0$$

له امله په $x_2=0$ کې دی.

له دې امله ګراف د a>0 له پاره ناپرېکېدونکی دی په لومړي انټروال [0,a]کې د سطحې شمېرنه ده:



$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{(x+2)^2}+\frac{C}{(x+2)^3}$$

$$\frac{48x}{(x+2)^3}=\frac{Ax^2+(4A+B)x+4A+2B+C}{(x+2)^3}$$

د ضريبونو يا ځلوونو پرتله کونه

$$A=0$$

$$4A+B=48$$

$$4A+2B+c=0 \quad\Rightarrow\quad A=0\quad,\quad B=0\quad,\quad C=-96$$

انټيګرال يې کړی

$$\int_0^a \frac{48x}{(x+2)^3}dx=\int_0^a\left(\frac{48}{(x+2)^2}-\frac{96}{(x+2)^3}\right)dx=\left[-\frac{48}{x+2}+\frac{48}{(x+2)^2}\right]_0^a$$

$$=\left[-48\,\frac{x+1}{(x+2)^2}\right]_0^a=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)$$

د A=8 له پاره د هوارې يوونونه

$$8=-48\cdot\left(\frac{a+1}{(a+2)^2}-\frac{1}{4}\right)\ \Leftrightarrow\ \frac{1}{12}=\frac{a+1}{(a+2)^2}\ \Leftrightarrow\ 0=a^2-8a-8$$

د $a>0$ له امله $a=4+\sqrt{24}\approx 8.900$ يواځنی حل دی.

د $a=8.900$ له پاره د هوار يېنونه غوښتونی ارزښت نيسي

ب: پارامتر t په صفرځای کوم اغيز نه لري.

موږ په بلډول ليکو:

$$y=\frac{tx}{(x+2)^3}=t\cdot\frac{x}{(x+2)^3}$$

اوس د t=48 له پاره د برخې الف سره پرته کول شوني دي.

$$y=\frac{48x}{(x+2)^3}=48\cdot\frac{x}{(x+3)^3}$$

د ناټاکلي انټيګرال لاس ته راوني کيدی شي له برخې الف هم ونيول شي.

$$\int_0^4 t\frac{x}{(x+2)^3}dx=-\left[-t\cdot\frac{x+1}{(x+2)^3}\right]_0^4=\frac{1}{9}t$$

د A=10هوارې يوونونون له پاره اېنونه.

$$\frac{1}{9}t=10\quad\Rightarrow\quad t=90$$

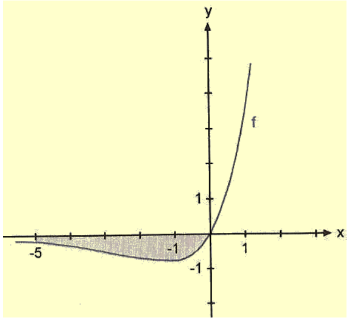
د $t=90$ له لپاره د هورې يوونونه غوښتلی ارزښت نيسي.

اوه اتيا:صفرځايونه:

(c) ketabton.com: The Digital Library

$0 = x \cdot e^{0.5x} > 0$

ګراف د $e^{0.5x} > 0$ له امله یواځنی صفرځای په $x = 0$ کې لري.



له دې سره د هوارې شمیرنه
په انتروال [-5,0] کې کیږي.
توټه – یا پارسل انتیګرالونه.

$u(x) = x$

د $u'(x) = 1$ سره

$v'(x) = e^{0.5x}$

د $v(x) = 2e^{0.5x}$ سره

$$\int_{-5}^{0} x \cdot e^{0.5x} dx = \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \int_{-5}^{0} 2 \cdot e^{0.5x} dx$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0} - \left[4 \cdot e^{0.5x}\right]_{-5}^{0}$$

$$= \left[2x \cdot e^{0.5x}(x-2)\right]_{-5}^{0}$$

$$= -4 + 14 \cdot \sqrt{e^{-5}}$$

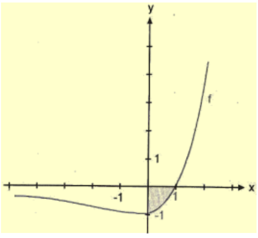
دا چې هواره د - محور کښته لور ته پرته ده، ناټاکلی انتیګرال کمیز یا منفي ګڼ ارزښت لري.
غوښتونې منځهواره د هوارې نږدې ۲،۸۵۱ یوونونه کچوي.

اته اتیا: صفرځایونه

$0 = e^{x}(x-1)$

د $e^{x} > 0$ له امله ګراف د $x - 1 = 0$

له پاره یواځنی صفرځای په $x = 1$ کې لري.



له دې سره د سطحې شمیرنه په انتروال [0,1] کې کیږي.
توټه انتیګرالونه

$u'(x) = 1$

$v'(x) = e^{x}$

$v'(x) = e^{x}$

$v(x) = e^{x}$

$$\int_{0}^{1} e^{x}(x-1)dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \int_{0}^{1} e^{x} dx = \left[e^{x}(x-1)\right]_{0}^{1} - \left[e^{x}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[e^{x}(x-2)\right]_{0}^{1} = 2 - e \approx -0.718$$

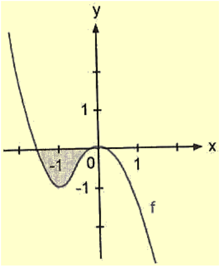
دا چې هواره د -محور کښته لور ته پرته ده، نوټاکلی انتیګرال کمیز ؛ڼ ارزښت لري.
غوښتونې منځهواره 0.718 د هوارې یوونونه کچه وي.

نهه اتیا: صفرځایونه:

$-2x^{2} - 3x^{2} = 0$

$-x^{2}(2x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1} = -1.5 \quad , \quad x_{2,3} = 0$

د دواړو صفرځایونو په منځ کې د هوارې شمیرنه:



(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\left|\int_{-1.5}^{0}(-2x^3-3x^2)dx\right|$$

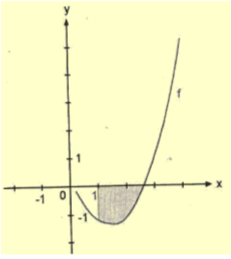
$$A=\left|\left[-\frac{x^4}{2}-x^3\right]_{-1.5}^{0}\right|=\left|-\frac{27}{32}\right|$$

غوښتوني منځهواره 0,844 د هوارې يوونونه کچه وي.

نوي: صفرځايونه:

تابع (يا خيرونه)f يواځې د $x>0$ له پاره پيژند لري يا تعريف ده.

نو له دې امله يواځنى صفرځاى د $\ln x-1=0 \Leftrightarrow \ln x=1$ لپاره په $x=e$ کې شتون لري.



توټه انتيګرالونه

$u(x)=\ln x-1$

$u'(x)=\frac{1}{x}$

$v'(x)=x^2$

$v(x)=\frac{x^3}{3}$

$$\int_0^1 x^2\cdot(\ln x-1)d$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^3}{3}dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot(\ln x-1)\right]_1^e-\left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot\ln x-\frac{4x^3}{9}\right]_1^e=\frac{1}{9}(4-e^3)\approx-1.787$$

دا چې هواره د x-محور لاندې پرته ده، نو دا ټاکلي انتيګرال يو کميز ؛ن ارزښت لري.

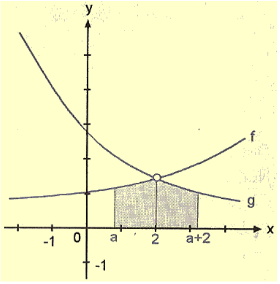
غوښتوني هواره -1.787 هوار يوونونه کچ کوي.

يونوي: د چګګنونو د پرته له مخې د غوختکو شميرل

$$e^{\frac{1}{4}x}=e^{-\frac{1}{4}x+1}$$

$$\frac{1}{4}x=-\frac{1}{4}x+1$$

$$x=2$$



دواړه ګرافونه په $x=2$ کې غوخوي.

د هوارشميرنې اېښوونه:

دواړهبرخهوارې د x-محور پورته لور ته پرتې دې، نو له دې امله د ټاکلي انتيګرال ارزښتونه زاتيز يا مثبت دې، له دې امله د ارزښت ليکندول ښخه تيرېږو.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$A=\int_a^2 a^{\frac{1}{4}x}dx+\int_2^{a+2} e^{-\frac{1}{4}x+1}dx=\left[4e^{\frac{1}{4}x}\right]_a^2+\left[-4e^{-\frac{1}{4}x+1}\right]_2^{a+2}$$

$$=4e^{\frac{1}{2}}-4e^{\frac{1}{4}a}-4e^{-\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}+1}+4e^{-\frac{1}{2}+1}$$

$$A=4\cdot\left(2e^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

د ځای اړوند اکستريموم له پار اړيين شرط دی: $A'(a)=0$

$$A'(a)=4\cdot\left(-\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}+\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}\right)$$

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

پوره کيدونکي شرطونه.

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

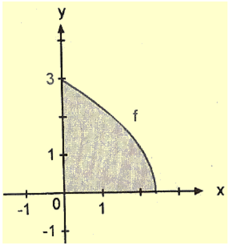
د a=2 له پاره هواره ممکن ستره خونديونه غوره کوي. له دې امله هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

دوه نوي:"فرځايونه:

$$0=\sqrt{9-4x}\quad\Rightarrow\quad x=\frac{9}{4}$$

ګراف د پارابل د خرانګي يا يوې برخه ښايي، چې کيڼ لور ته از دی، کوم چې د x-محور پورته لور ته پروت دی.غبنتونې هواره له دې سره په انتروال [0;2, 25] کې پرته ده.

د هوارې شميرنه:



$$A=\left|\int_0^{\frac{9}{4}}\sqrt{9-4x}dx\right|$$

$$A=\left|\left[-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{(9-4x)^3}dx\right]_0^{\frac{9}{4}}\right|=\left|\frac{1}{6}\sqrt{9^3}\right|=\frac{9}{2}$$

غوښتونې هواره $\frac{9}{2}$ د هوارې يوونونه کچوي.

$$0=-e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{4}a}-e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}\quad\Rightarrow\quad a=1$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

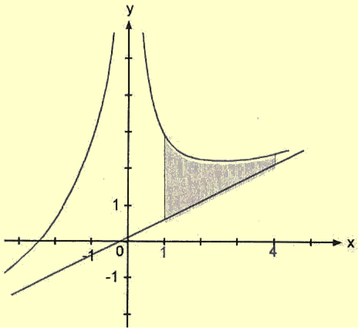
پوره کيدوني شرطونه

$$A''(a)=\frac{1}{4}e^{\frac{1}{4}a}-\frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}a}\cdot e^{\frac{1}{2}}$$

$$A''(1)=-\frac{1}{4}\sqrt[4]{e}-\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{e}}=-\frac{1}{4}(\sqrt[4]{e}+\sqrt{e})<0$$

د له پاره هواره ممکن ستره خونديونه غوره کوي. له دې سره هواره په انتروال [1,3] کې پرته ده.

درې نوي: تابع يا څيرونه په x=0 کې پيژندتشځای لري. په انتروال [1;4] کې ناپرېکيدونکی دی.



$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+12}{2x^2}=\frac{1}{2}x$$

د ګاوند – يا اسيمپتوت برابرون

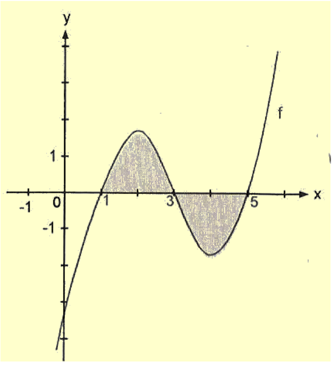
$$y=\frac{1}{2}x$$

هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_1^4(\frac{x^2+12}{2x^2}-\frac{1}{2}x)\,dx\right|$$

$$A=\left|\int_1^4(\frac{1}{2}x-\frac{6}{x^2}-\frac{1}{2}x)\,dx\right|=\left|\int_1^4(\frac{6}{x^2}\,dx\right|=-\left|\left[-\frac{6}{x}\right]_1^4\right|=\frac{9}{2}$$

وښتوني منځهواره $\frac{9}{2}$ د هوارې يوونونه کچوي.



څلورنوي: صفرځايونه

ازمښيښت يو لومړي صفرځای راکوي، د $x_1=1$ سره

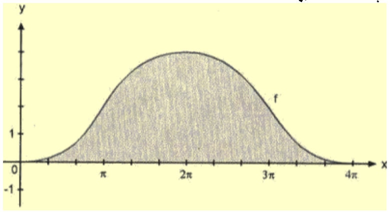
پولينوموېش

$$(x^3-9x^2+23x-15):(x-1)$$
$$=x^2-8x+15$$

نور صفرځايونه دي:

$$x_2=3 \quad , \quad x_3=5$$

له دې سره هوارشميرنه په برخه انټروالونو [1;3] او [3;5] کې کيږي.



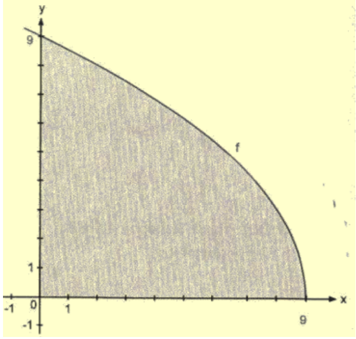
هوارشميرنه:

$$A=\left|\int_0^{4\pi}2(1-\cos\frac{x}{2})dx\right|=2\cdot\left|\left[x-2\sin\frac{x}{2}\right]_0^{2\pi}\right|$$

(c) ketabton.com: The Digital Library

غوښتوني هواره ۲۵،۱۳ د هواريوونونه لري.

اوه نوي: صفرځايونه:



$$3\cdot\sqrt{9-x}=0$$

$$\Rightarrow\ x=9$$

له دي سره غوښتوني هواره په انټروال[0;9] کي پرته ده

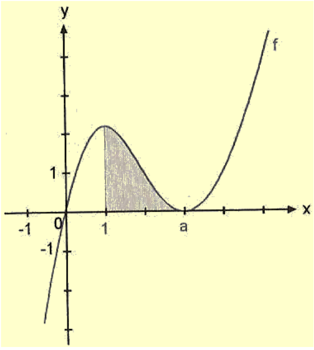
$$A=\left|3\int_0^9\sqrt{9-x}dx\right|$$

$$=3\left|\left[-\frac{2}{3}\sqrt{(9-x)^3}dx\right]_0^9\right|$$

$$A=54$$

غوښتوني منځهواره ۵۴ د هوارې يوونونه کچه کوي.

اته نوي: صفرځايونه:



$$0=x^3-2ax^2+a^2x$$

$$0=x(x^2-2ax+a^2)$$

$$\Rightarrow\ x_1=0$$

$$0=x^2-2ax+a^2$$

$$\Rightarrow\ x_{2/3}=a$$

د a>1 له امله پارابول د $0<x<1$ له پاره صفرځاى نه لري

د هوارشميرني ايښوونه:

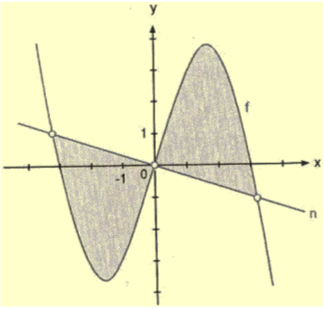
$$A=\left|\int_0^1(x^3-2ax^2+a^2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{4}-\frac{2ax^3}{3}+\frac{a^2x}{2}\right]_0^1\right|=\frac{11}{4}$$

$$\frac{1}{4}-\frac{2a}{3}+\frac{a^2}{2}=\frac{11}{4}\ \Leftrightarrow\ 6a^2-8a-30=0\ \ \Rightarrow\ a_1=-\frac{5}{3}\ ,\ \ a_2=3$$

د a>1 له امله a=3 يواځني اوبي يا حل دى.

نهه نوي:



(c) ketabton.com: The Digital Library

99. $f'(x) = -x^2 + 3$

$f'(0) = 3$

$\Rightarrow \ m_n = -\frac{1}{m_t} = -\frac{1}{3}$

$y = -\frac{1}{3}$

دا چې كربنه سرچينه يزه – يا پيلكربنه ده ، نو برابرن يې دي :

د غوښتكو د پروتمحور ارزښتونه:

$$\frac{1}{3}x = -\frac{1}{3}x^3 + 3x$$

$$\frac{1}{3}x(x^2 - 10) = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = -\sqrt{10} \ , \quad x_2 = 0 \ , \quad x_3 = \sqrt{10}$$

هوارشميرنه:

دا چې fد په برابرونونو كې يواځې ناجوړه كګګنونه منځ تهراخي، له دې امله د ګراف سرچينې ته ټكى سيموتريک دی.نو له دې سره بسيا كوي چې هواره په يوه برخ انتروال كې وشميرو.

$$A = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(-\frac{1}{3}x - (-\frac{1}{3}x^3 + 3x) \right) dx \right| = 2 \cdot \left| \int_0^{\sqrt{10}} \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{10}{3} \right) dx \right|$$

$$A = 2 \cdot \left| \left[\frac{x^4}{12} - \frac{5x^2}{3} \right]_0^{\sqrt{10}} \right| = 2 \cdot \frac{25}{3} = \frac{50}{3}$$

خورا لويه منځهواره $\frac{50}{3}$ د هوارې يوونونه ګچوي.

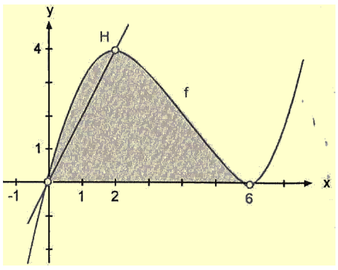
سل :

$$\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}x = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x^2 - 12x + 36) = 0$$

$$\frac{1}{8}x(x-6)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \ x_1 = 0 \ , \quad x_{2/3} = 6$$



جګټکى

$$f'(x) = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}x^2 - 3x + \frac{9}{2}$$

$$0 = \frac{3}{8}(x^2 - 8x + 12)$$

$$\Rightarrow \ x_1 = 2 \ , \quad x_2 = 6$$

د

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f''(x)=\frac{3}{4}x-3 \quad \Rightarrow \quad f''(2)=-\frac{3}{2}<0 \qquad x=2$$

له امله د x=2 له پاره دا یومکسموم په ګوتهکوي.
د کرښیز برابرون لیکنه

$$f(2)=4$$

$$y=\frac{4-0}{2-0}(x-0)+0 \quad \Rightarrow \quad y=2x$$

د منځهوارې شمیرنه:
ټوله هواره:

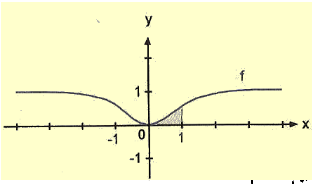
$$A=\left|\int_0^6 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x)dx\right|=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{9x^2}{4}\right]_0^6\right|$$

د برخهوارې له پاره اینونه

$$A=\left|\int_0^6 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x)dx\right|=\left|\int_0^2 (\frac{1}{8}x^3-\frac{3}{2}x^2+\frac{9}{2}x-2x)dx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^4}{32}-\frac{x^3}{2}+\frac{5x^2}{4}\right]_0^2\right|=\frac{3}{2}$$

یوسل او یو: صفرځایونه:



$$0=\frac{x^2}{1+x^2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2=0$$

$$\Rightarrow \quad x=0$$

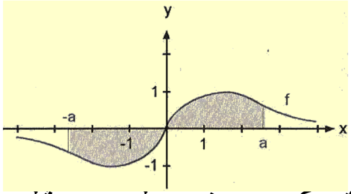
د هوارښمیرنه:
موخه ور بنه بدلون مو یوه ساده انتیګرال ته بیایي.

$$A=\left|\int_0^1 \frac{x^2}{1+x}dx\right|=\left|\int_0^1 \frac{1+x^2-1}{1+x^2}dx\right|$$

$$A=\left|\int_0^1 \left(\frac{1+x^2}{1+x^2}-\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|\int_0^1 \left(\frac{1}{1+x^2}\right)dx\right|=\left|[x-\arctan x]_0^1\right|$$

$$A=1-\arctan 1-0+\arctan 0=1-\frac{\pi}{4}$$

غوښتونې منځهواره 0,215 هواریوونونه کچه وي.



یوسل ودوه:

$$0=\frac{x}{1+x^2} \quad \Rightarrow \quad x=0$$

د هوارې شمیرنې له پاره اینوونه:
دا چې ګراف پیل یا سرچینې ټکی ته سیومتریک دی، نو په لومړی ځلورمه کې د انتیګرال شمیرنه بسیا کوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د $u(x)=1+x^2$ او $u'(x)=2x$ سره د انتیګرالوني تابع بڼه

$f(x)=\frac{u'(x)}{u(x)}$ لري. له دې سره دي: $f'(x)=\ln u$

$$A=2\cdot\left|\frac{1}{2}\int_0^a\frac{2x}{1+x^2}dx\right|=\left|\left[\ln(1+x^2)\right]_0^a\right|=\ln(1+a^2)-\ln 1$$

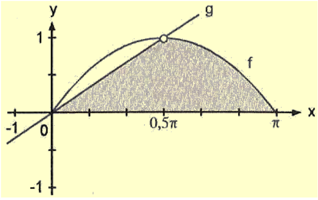
$$A=\ln(1+a^2)$$

برابراینونه:

$$\ln(1+a^2)=1\ \Rightarrow\ 1+a^2=e\ \Rightarrow a=\sqrt{e-1}$$

د a=1,311 له پاره منځهواره ورکړشوی ارزښت اخلي.

یوسلودرې:



103. $\frac{2}{\pi}=\sin x\ \Rightarrow\ x_1=0\ ,\ \ x_2=\frac{\pi}{2}$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\pi}xdx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\sin xdx\right|$$

$$A=\left|\left[\frac{x^2}{\pi}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\right|+\left|\left[-\cos x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right|=\frac{\pi}{4}+1\frac{\pi+4}{4}$$

غوښتوني سطحه نږدې 1,785 د هوارې یوونونه کچوي.

یوسلوڅلور:د غوځتکو پراته ارزښتونه:

$$x\cdot\sin x=2\cdot\sin x$$

$$\Rightarrow\ x_1=2\ ,\ \ x_2=k\pi\ ,\ \ k\in z$$

هوارشمیرنه:

$$A=\left|\int_0^2(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|+\left|\int_0^{\pi}(2\cdot\sin x-x\cdot\sin x)dx\right|$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\int_0^2x\cdot\sin xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_2^{\pi}x\cdot\sin xdx\right|$$

له

$$u(x)=x\ ,\ \ u'(x)=1\qquad v'(x)=\sin x\ ,\ \ v(x)=-\cos x$$

سره توټه انتیګرالونه راکوي:

$$A=\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_0^2-\left[-x\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\int_0^2\cos xdx\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x\right]_2^{\pi}-\left[-x\cdot\cos x\right]_0^2-\int_2^{\pi}\cos xdx\right|+$$

$$=\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_0^2\right|+\left|\left[-2\cdot\cos x+x\cdot\cos x-\sin x\right]_2^{\pi}\right|$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

$$A=2-\sin 2+\left|2-\pi+\sin 2\right|=2-\sin 2-2+\pi-\sin 2=\pi=2\sin 2$$

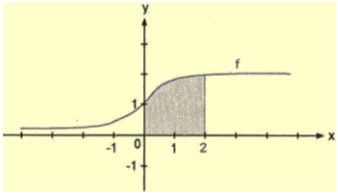
یادونه:

$$|2-\pi+\sin 2<0\Rightarrow|-2+\pi-\sin 2|=-2+\pi-\sin 2$$

غوښتونکي سطحه ۱،۳۲۳ د سطحې یوونونه کچوي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

یو سل اوپنځه: د f ګراف صفرځای نه لري او ناپرېکیدونکی دی.



هوارشمیرنه: د $u(x) - e^x + 1$

او $u'(x) = e^x$ سره دی:

$$f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} \quad \text{او} \quad f'(x) = \ln u$$

$$A = \left| 2\int_0^2 \frac{e^x}{e^x+1} dx \right| = \left| \left[2 \cdot \ln(e^x+1) \right]_0^2 \right| = 2\ln(e^2+1) - 2 \cdot \ln 2$$

غوښتوني سطحه د سطحې یوونونو نږدې ۲،۸۶۸ کچوي

یوسلوشپږ: الف: د ډکي- یا حجم فرمول کې اېښوونه:

$$V = \pi \cdot \int_0^4 (2+\sqrt{x})^2 dx = \pi \cdot \int_0^4 (4 + 4\sqrt{x} + x)^2 dx$$

$$V = \pi \cdot \left[4x + \frac{8\sqrt{x^3}}{3} + \frac{x^2}{2} \right]_0^4 = \frac{136}{3}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 142,4 د فضا یوونونه کچه وي.

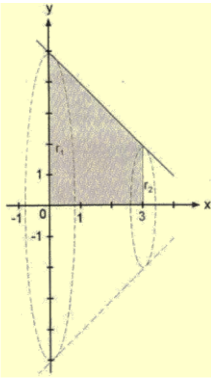
ب: د ډکي فرمول کې اېښوونه:

$$V = \pi \cdot \int_0^4 (\frac{1}{2}(x-2)^2 + 1)^2 dx = \pi \cdot \int_0^4 (\frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 7x^2 - 12x + 9) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{x^5}{20} - \frac{x^4}{2} + \frac{7x^3}{3} - 6x^2 + 9x \right]_2^4 = \frac{94}{15}\pi$$

غوښتوني ډکی (حجم) نږدې 19,69د فضا یوونونه کچه وي.

یوسل او اوه: الف: دانتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه:



$$V = \pi \cdot \int_0^3 (-x+5)^2 dx$$

$$= \pi \cdot \int_0^3 (x^2 - 10x + 25) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{x^3}{3} - 5x^2 + 25x \right]_0^3 = 39\pi$$

ساده ډکي شمیرنه. څرخونبدن یو پڅ مخروط یا ګازره راکوي د

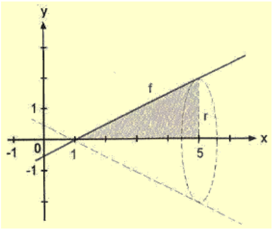
$r_1 = f(0) = 5 \;,\quad r_2 = f(3) = 2$ او $h = 3 - 0 = 3$ سره

$$v = \pi \cdot \frac{3}{3}(5^2 + 5 \cdot 2 + 2^2) = 39\pi$$

هر ځل ۱۲۲،۵ د یوه فضایوونونه کچه وي.

ب: د انتیګرالشمیرنې له لارې د ډکي یا حجم شمیرنه

(c) ketabton.com: The Digital Library



$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)^2dx$$

$$V=\pi\cdot\int_1^5\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\right)dx$$

$$V=\pi\cdot\left[\frac{x^3}{12}-\frac{x^2}{4}+\frac{x}{4}\right]=\frac{16}{3}\pi$$

ساده ډکیشمیرنه:

څرخونبدن یو کیګل انځوروي، د r=2

h=4 سره

یوسل او یوولس: کربنه د y- محور په y=4 او د x– محور په x=a کې غوڅوي.

له دې سره د یوه څرخون له لارې د x– محور باندې یو کیګل منځ ته راځي د r=4 او a=8 سره.

د پوښهوارې شمیرنه په انتروال [0;8] د انتیګرالولو له لارې.

$$M=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\sqrt{1+\frac{1}{4}}dx=2\pi\cdot\int_0^8\left(-\frac{1}{2}x+4\right)\cdot\frac{\sqrt{5}}{2}dx$$

$$M=2\pi\cdot\left[\frac{\sqrt{5}}{2}\left(-\frac{x^2}{4}+4x\right)\right]_0^8=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

ساده شمیرنه

د پوښکربنه:

$$M=\pi\cdot r\cdot s=\pi\cdot 4\cdot 4\cdot\sqrt{5}=16\pi\cdot\sqrt{5}$$

د پوښهوارې فرمول:

دواړه شمیرنې د نږدې د ۸۵،۲۹ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دولس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=2\sqrt{x}\quad\Rightarrow\quad f'(x)=2\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$$

انتیګرال یې کړی.

$$M=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{1+\frac{1}{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx$$

$$=2\pi\cdot\int_0^4 2\sqrt{x}\cdot\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}dx=2\pi\cdot\int_0^4\sqrt{x+1}dx$$

$$=4\pi\cdot\left[\frac{2\cdot\sqrt{(x+1)^3}}{3}\right]_0^4=\frac{8}{3}\pi(5\sqrt{5}-1)$$

غوښتونې هواره د نږدې د ۱۱۲،۴ کچیوونونو سره پوښشهواره ورکوي.

یوسل او دیارلس: د رابیلیدنې – یا مشتق تابع:

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3\quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{1}{2}x^3$$

انتیګرال یې کړی

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$M = 2\pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{6} x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\,dx = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\,dx$$

انتیګرال د مخه ویل شوې قانون له لارې ورکوي:

$$u(x) = 1+\frac{1}{4}x^4 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = x^3$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot \int_1^2 x^3 \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^4}\,dx = \frac{2}{9}\pi \cdot \left[\sqrt{\left(1+\frac{1}{4}x^4\right)^3}\,dx\right]_1^2$$

$$M = \frac{1}{3}\pi \cdot (5\sqrt{5} - \frac{5}{8}) = \frac{35}{36}\pi \cdot \sqrt{5}$$

غوښتونې پوښهواره نږدې ۶،۸۳۰ هواریوونونه په کچه کوي

یوسل او څوارلس: د کرښې څرخول د x– محور باندې یو پڅ مخروط د $h = f(5) - f(1) = 6 - 2 = 4$ او $r_1 = 5$, $r_2 = 1$ سره راکوي.

د رابیلیدنې – یا مشتقتابع

$$f(x) = x+1 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 1$$

د انتیګرال له لارې د پوښهوارې شمیره:

$$M = 2\pi \cdot \int_1^5 x \cdot \sqrt{2}\,dx = \pi \cdot \left[\frac{x^2}{2}\sqrt{2}\right]_1^5 = 25\pi \cdot \sqrt{2} - \pi \cdot \sqrt{2} = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

ساده شمیرنه:

پوښکرښه:

$$s = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4 \cdot \sqrt{2}$$

$$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2) = \pi \cdot 4 \cdot \sqrt{2}(1+5) = 24\pi \cdot \sqrt{2}$$

د دواړو ښمیرنو پوښهوارې نږدې ۱۰۶،۶ پوښیوونونه راکوي.

یوسل او پنځلس: کښته لور ته واز پاربول د y– محور باډې ککریتکی S(0/4) لرې او زیاتیزه x– محور په x=4 کې غوڅوي.

د رابیلیدنې – یا مشتق تابع یا –څیرونه.

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \quad \Rightarrow \quad f'(x) = -\frac{1}{2}x$$

انتیګرال یې کړی

$$M = 2\pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{1+\frac{1}{4}x^2} = \pi \cdot \int_0^4 x \cdot \sqrt{4+x^2}\,dx$$

بنهبدلون او په ځای اینوونه یا بدلون یا سبستیچیوشن

$$u(x) = 4 + x^2 \quad \Rightarrow \quad u'(x) = 2x$$

$$M = \frac{1}{2}\pi \cdot \int_0^4 2x \cdot \sqrt{4+x^2}\,dx = \frac{1}{2}\pi \cdot \left[\frac{x \cdot \sqrt{(4+x^2)^3}\,dx}{3}\right]_0^4$$

$$M = \frac{40}{3}\pi\sqrt{5} - \frac{8\pi}{3}$$

پوښهواره نږدې ۸۵،۲۹ د هوارې یوونونه کچه وي.

(c) ketabton.com: The Digital Library

يوسل او شپاړس: د كرښيز برابرون ليكل

$$y=\frac{(8-4)}{(5-2)}(x-2)+4$$

$$y=\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$$

انتيګرالول

$$s=\int_2^5\sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}\,dx=\int_2^5\frac{5}{3}dx=\left[\frac{5x}{3}\right]_2^5=\frac{25}{3}-\frac{10}{3}=5$$

ساده شميرنه

$$s=\sqrt{(5-2)^2+(8-4)^2}=\sqrt{9+16}=5$$

دواړه شميرنې ۵ اوږدوالي يوونه راكوي.

يوسل او اولس: رابيليد څيره ونه يا مشتقتابع:

$$f(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}}\quad\Rightarrow\quad f'(x)=\frac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}\sqrt{x}$$

انتيګرال يې كړئ

$$s=\int_0^1\sqrt{1+\left(\frac{3}{4}\sqrt{x}\right)^2}\,dx=\int_0^1\sqrt{1+\frac{9}{16}x}dx$$

سبستيچيوشن يا بدلون يا په ځاى اينوونه :

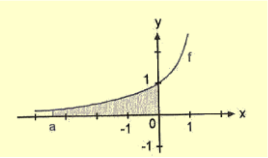
$$u(x)=1+\frac{9}{16}x\quad\Rightarrow\quad\frac{du}{dx}=\frac{9}{16}\quad\Rightarrow\quad dx=\frac{16}{9}du$$

$$s=\frac{16}{9}\int_0^1\sqrt{u}du=\frac{16}{9}\left[\frac{2}{3}\left(1+\frac{9}{16}x\right)^3\right]_0^1$$

$$s=\frac{32}{27}\cdot\left(\sqrt{\left(\frac{25}{16}\right)^3}-\sqrt{^3}\right)=\frac{32}{27}\cdot\left(\frac{125}{64}-1\right)=\frac{61}{54}$$

غوښتوني لينده اوږدوالى۱،۱۲۹ اوږدوالي يوونونه كچه وي.

يوسل او اتلس: الف: انتيګرال يې كړئ



$$\int_a^0 e^x dx=\left[e^x\right]_a^0=1-e^a$$

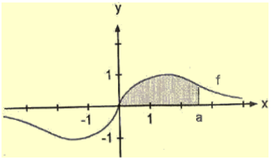
پولي ټاكنه:

$$\lim_{a\to-\infty}(1-e^a)=1$$

ناټاكلى انتيګرال پوله ارزښت ۱ لري.

ب : انتيګرال يې ونيسى

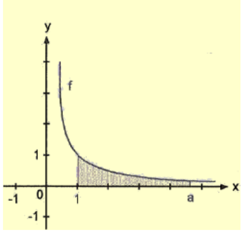
(c) ketabton.com: The Digital Library



$$\int_a^0 e^x dx = \left[e^x\right]_a^0 = 1 - e^a$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\left[\ln(x^2+1)\right]_0^a = \frac{1}{2}\ln(a^2+1)$$

پ: انتیګرال کړی



$$\int_1^a \frac{1}{\sqrt{x}}dx = \int_1^a x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$= \left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_1^a = \left[2\sqrt{x}\right]_1^a = 2(\sqrt{a}-1)$$

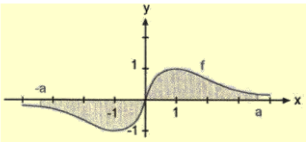
پوله ارزښت شمیرنه:

د $a \to \infty$ له پاره هڅیږي: $2(\sqrt{a}-1) \to \infty$

له دې سره یا له دې امله ناټاکلی انیګرال پوله ارزښت نه لري او په پای کې یا بالاخره دوه برابروال.

ت : د f ګراف پیل یا سرچیني سره ټکیسیومتریک دی. له دې سره ټاکلي انتیګرالونه په انتروالونو [-a/0] او[0/a] کې د ارزښت له مخې برابر مګر د مختلفو مخنخښو سره. په انتروال [-a/a]کې له دې امله ټاکلی انتیګرال ارزښت صفر نیسي.

$$d)\ \int_0^a \frac{4x}{(x^2+2)^3}dx = \int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx$$



بدلون یا په ځای اینوونه.

$$u(x) = x^2 + 2 \ \Rightarrow u'(x) = 2x$$

$$2\int_0^a \frac{2x}{(x^2+2)^3}dx = 2\int_0^a \frac{1}{(u(x))^3}du = 2\cdot\left[-\frac{1}{2\cdot(u(x))^2}\right]_0^a$$

$$A = 2\cdot\left[\frac{-1}{2(x^2+2)^2}\right]_0^a = -\frac{1}{(a^2+2)^2} - (-\frac{1}{4})$$

پوله ارزښت ټاکنه

$$\lim_{a\to\infty}\left(\frac{-1}{(a^2+2)^2}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

یو سل او نولس: انتیګرالونه. الف:

$$\int_1^a \frac{1}{x^p}dx = \int_1^a x^{-p}dx = \left[\frac{x^{-p+1}}{1-p}\right]_1^a = \left[\frac{1}{(1-p)\cdot x^{p-1}}\right]_1^a$$

$$= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$$

له دې امله ترم $\frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}} - \frac{1}{1-p}$ د $a \to \infty$ له پاره یو پوله ارزښت باید ولري او

ماتلاندې $= \frac{1}{(1-p)\cdot a^{p-1}}$ باید د جګیدونکې a له پاره لوي یا جګ شي, له دې امله

باید a یو زیاتیز جګګې یا اکسپوننت ولري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

د p>1 له پاره ناتاکلی انتیګرال پوله ارزښت $\frac{1}{1-p}$ لري.

یوسل او شل: الف: تابع یا خیره ونه f په x=0 کې زیاتیز دی.

$$\int_u^1 \frac{x^3+1}{x}dx = \int_u^1 (x^2+\frac{1}{x})dx = \left[\frac{x^3}{3}+\ln x\right]_u^1 = \frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u$$

د $u \to 0$ له پاره $\frac{1}{3}-\frac{u^3}{3}-\ln u \to \infty$ هخیری.

ناتاکلی انتیګرال شتون نه لري.

ب: تابع یا خیرونه یا فنکشن f په x=0 کې قطبځای لري.

$$\int_u^1 \ln x dx dx = [x\cdot\ln x - x]_u^1 = u-u\cdot\ln u - 1$$

د لو پیتال له مخې دی

$$u\cdot\ln u = \frac{\ln u}{\frac{1}{u}} \Rightarrow \frac{\frac{d}{du}}{\frac{d}{du}} = \frac{\frac{1}{u}}{-\frac{1}{u^2}} = -u \Rightarrow u\cdot\ln u \xrightarrow{u\to 0} 0$$

د $u \to 0$ له پاره له دې سره هخیري: $u-u\cdot\ln u-1 \to -1$

پ: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

$$\int_u^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}dx = \int_u^2 (\sqrt{x}+1)dx = \left[\frac{2\sqrt{x^3}}{3}+x\right]_u^2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u$$

$$\lim_{u\to 1}\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}+2-\frac{2\sqrt{u^3}}{3}-u\right) = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3} = \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}dx = \frac{4}{3}\sqrt{2}+\frac{1}{3}$$

ت : خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

په ورکوشوې ورشو کې صفرځایونه مخ نه دي پراته.

د چې د f ګراف y- محور ته سی‌متریک پروت دی‌و نو یوه برخ انترول کې هوارشمیرنه بسیا کوي.

$$\int_0^u \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = [\arcsin x]_0^u = \arcsin u - 0 = \arcsin u$$

$$\lim_{u\to 1}\arcsin u = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi$$

ټ : تابع f په کې x=2 قطبځای لري

$$\int_0^u \frac{x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\int\frac{3x^2}{x^3-8}dx = \frac{1}{3}\cdot\left[\ln\left|x^3-8\right|\right]_0^u = \frac{1}{3}(\ln(u^3-8)-\ln 8)$$

د u->2 له پاره لرو: $\ln(u^3-8) \to -\infty$

ث: خیرونه یا تابع f په x=1 کې قطبځای لري.

(c) ketabton.com: The Digital Library

$$f)\ \int_u^1 \frac{e^x}{1-e^x}dx = -\int_u^1 \frac{-e^x}{1-e^x}dx = -\left[\ln\left|1-e^x\right|\right]_u^1 = -\ln(e-1)+\ln\left|1-e^u\right|$$

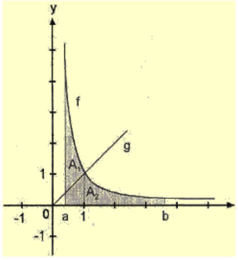
د $u \to 0$ له پاره هڅيږي: $\ln\left|1-e^u\right| \to -\infty$

ناټاکلی انتيګرال شتون نه لري.

يو سل او يووېشت: دواړه ګرافونه په p(1/1) کې غوڅوي.

برخهوارې په انټروالونو [0/1[او ∞[/1] پرتې دي.

هوارشميرنه د A_2 له پاره د ګرافونو په منځ کې هوارې په څير.



$$121.\ \int_a^1 \left(\frac{1}{x^2}-x\right)dx = \left[-\frac{1}{x}-\frac{x^2}{2}\right]_a^1$$

$$= -1-\frac{1}{2}+\frac{1}{a}+\frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2}$$

د $a \to 0$ له پاره هڅيږي:

$$\frac{a^2}{2}+\frac{1}{a}-\frac{3}{2} \to \infty$$

برخهواره A_1 کومه پوله ارزښت نه لري.

د برخهوارې A_2 شميرنه د دوه برخهوارو په څير:

$$\int_0^1 x\,dx + \int_1^b \frac{1}{x^2}dx = \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + \left[-\frac{1}{x}\right]_1^b = \frac{1}{2}-\frac{1}{b}+1 = \frac{3}{2}-\frac{1}{b}$$

$$\lim_{b\to\infty}\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{b}\right) = \frac{3}{2}$$

برخهواره A_2 پوله ارزښت $\frac{3}{2}$ لري.

Get more e-books from www.ketabton.com
Ketabton.com: The Digital Library